BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wittmer, Wilhelm

Methode des reinen und angewandten Rechnens mit und ohne Ziffern nebst einer Anleitung zur Meßkunst ; für Volks- und höhere Schulen ; aus Pestalozzischen Grundsätzen entwickelt

Stuttgart 1820

Math.p. 642 o
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083114-5

Methode
des reinen und angewandten
Rechnens
mit und ohne Ziffern,

nebſt

einer Anleitung zur Meßkunſt.

Für Volks- und höhere Schulen.

Aus Peſtalozziſchen Grundſätzen entwickelt.

Von

Wilhelm Wittmer,

Oberlehrer an der Muſterſchule, Lehrer am Präparanden-Inſtitute und Lyceum zu Raſtatt.

Mit Großherzoglich Badiſcher Druck-Erlaubniß.

Stuttgart,
in der J. G. Cotta'ſchen Buchhandlung
1820.

Methode

des reinen und angewandten

Rechnens

mit und ohne Ziffern,

nebſt

einer Anleitung zur Meßkunſt.

Für Volks- und höhere Schulen.

Aus Peſtalozziſchen Grundſätzen entwickelt.

Von

Wilhelm Wittmer,

Oberlehrer an der Muſterſchule, Lehrer am Präparanden-Inſtitute und Lyceum zu Raſtatt.

Mit Großherzoglich Badiſcher Druck-Erlaubniß.

Stuttgart,
in der J. G. Cotta'ſchen Buchhandlung
1820.

Reſultate, die dem Vereine von Speculation und Erfahrung entwachſen, können auch nur durch den Verein von Speculation und Erfahrung allſeitig gewürdiget werden. J. F. Ladomus.

Peſtalozzi's Anſchauungslehre der Zahlenverhältniſſe in Beziehung auf die Arithmetik als Wiſſenſchaft. Heidelberg bey Mohr und Winter 1807.

BIBLIOTHECA
MONACENSIS
Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Wenn auch gleichwohl die Grundſätze, welche durch den tief forſchenden Menſchenkenner Peſtalozzi in den neuern Zeiten ſo oft zur Sprache kamen, nicht ganz Erfindung von ihm ſelbſt, ſondern mehrere derſelben ſchon ältere (allgemein anerkannte) Wahrheiten ſind, ſo haben wir doch der Peſtalozziſchen Schule einen Gang des Unterrichtes zu verdanken, den man vor ihr nicht kannte.

Dieſen Gang befolgen bisher unſere neuen Rechenbücher (obgleich ſie ſich nicht alle Peſtalozziſch nennen) immer mehr; aber nur Schade, daß ſie ihn ſelten über die erſten Stufen der vier Species hinaus bezeichnen, dann die übrigen Anſichten des Rechnens, die oft eben ſo ſehr des Beleuchtens bedürfen, blos noch durch einzelne Winke andeuten, oder wohl gar zuletzt wieder auf abſtrakte Regeln und Formeln verweiſen, und dem Lehrer — unter eiteln Vertröſtungen auf ſeine Geſchicklichkeit — die Ausführung überlaſſen.

Nimmt man hiezu noch, daß ſich dieſe Anleitungen faſt einzig der Sokratiſchen Form bedienen, welche nach dem Geſtändniſſe aller Pädagogen die ſchwerſte iſt, und (wenn Vierthaler Recht hat) ſelbſt einen Sokrates erfodert, ſo wird es begreiflich, warum dergleichen Bücher, ungeachtet ſo mancher ihrer guten Anſichten, nur ſelten benutzt oder gar mißbraucht werden, und man in den meiſten Volksſchulen auch jetzt noch (außer einigen Bruchſtücken des angewandten Kopfrechnens) nichts weiter findet, als was man ehemals fand.

Der öffentliche Beyfall nun, und immer glücklichere Erfolg, mit dem ich ſeit 18 Jahren nach Peſtalozziſchen Grundſätzen und mit Rückſicht alles deſſen, was auch andere erfahrne Schulmänner leiſteten, den Rechen-Unterricht gebe, beſonders aber die ſo oft wiederholten Wünſche ſo vieler Lehrer, worunter ich mit Vergnügen auch die ehemaligen Zöglinge im hieſigen Präparanden-Inſtitute zähle, fodern mich auf, gegenwärtiges Werk dem verehrlichen Publikum zu übergeben.

Dieſes Werk, welches zunächſt für angehende Lehrer beſtimmt iſt, wurde ſchon vor mehreren Jahren in einem vorausgeſchickten, zum 2ten Male gedruckten Auszuge: Rechnungs-Aufgaben über die gewöhnlichen Fälle des Lebens, ſo wie in den Grundſätzen für Schullehrer von Demeter, und zuletzt in einem öffentlichen Blatte angekündigt, aber durch verſchiedene Hinderniſſe in der Druckerey zurückgehalten.

Es enthält in einem (auf Anſchauung und Selbſtthätigkeit gegründeten) Zuſammenhange lückenloſer Uebungen alle Anſichten des Rechnens, ſo wie ſie immer im gewöhnlichen Leben vorkommen mögen. Wer daher nach den ihm bisher bekannten Rechenbüchern, oder ſelbſt in den obgemeldeten Rechnungs-Aufgaben, wo immer einen Zweifel hat, wird hier hinlängliche Befriedigung finden.

Was überdieß den darin vorgezeichneten Lehrgang betrifft, ſo beſchränkt ſich derſelbe nicht auf eine einzelne Art des Vortrages, ſondern ſpricht ſich abwechſelnd in einem freyen natürlichen Spiele verſchiedener Formen aus; jedoch ſo, daß bald die eine, bald die andere vorherrſcht, wie dieſes das Kind zum Theile ſchon von ſeinen erſten Jahren her gewöhnt iſt.

Wir beginnen daher den Rechen-Unterricht anfangs vorzüglich mit der Form des Vor- und Nachſprechens unter Vorzeigung angemeſſener Gegenſtände, hauptſächlich der Linien (Striche) als einfachſter Repräſentanten der Zahlen; gehen, ſobald das Kind im richtigen Anſchauen, Denken und Sprechen hinlänglich geübt iſt, immer mehr in die Form des Selbſt-Erfindens; und erſt dort, wo es die gehörigen Vorkenntniſſe hat, der Sprache mächtiger iſt, und ſich der Elementar-Unterricht dem wiſſenſchaftlichen nähern ſoll, mehr in das eigentliche Sokratiſiren über.

Wendet man ein, daß das Vor- und Nachſprechen nur

in das älterliche Haus gehöre, ſo ſage ich: daß es nicht ſo dort iſt, wie es ſeyn ſollte, und ſchon darum in der Schule nachgeholt werden müſſe; ferner: daß man die Schüler in dieſer Hinſicht nicht nach Jahren, ſondern nach ihren Vorkenntniſſen beurtheilen, aber auch das Vor- und Nachſprechen nicht ſo buchſtäblich betrachten müſſe, als wenn der Lehrer jeden Satz oder wohl gar jedes Wort vor- und die Schule nach-zuſprechen hätte. So kann es nur der verſtehen, der die ehemaligen Hefte der Zahlenverhältniſſe von Peſtalozzi höchſtens überleſen, aber nicht praktiſch mit ganzen Schulklaſſen durchgeführt hat. Solches mechaniſche Verfahren leidet der hier aufgeſtellte Gang ſchon an ſich ſelbſt nicht, indem die Wahrheiten, welche aufgefaßt werden ſollen, jedes Mal in eine Reihe analoger, auf Anſchauung gegründeter, und von Stufe zu Stufe ſteigender Sätze eingekleidet ſind, ſo daß der Schüler ſchon beym Anhören des erſten und zweyten Satzes die übrigen von ſelbſt ahndet, und nicht mehr aus dem Munde des Lehrers, ſondern aus ſich ſelbſt mündlich oder ſchriftlich nachbildet, bis ihm endlich jede Wahrheit im hellen Lichte vor Augen ſteht.

Die Hauptkunſt für den Lehrer liegt demnach hier nicht in dem bloſen Vorſprechen, ſondern in dem elementariſchen Bauen und Zuſammenreihen gewiſſer Sätze über das, was die Schüler auf jeder Stufe lernen ſollen. In dieſe Kunſt aber wird er ſich nach der hier vorgezeichneten Art anfangs leichter als in jede andere finden, und ſich durch ihre Aus-

übung immer mehr Feſtigkeit, auch ſelbſt im Sokratiſiren, erwerben, ſo daß es ihm in der Folge einerley ſeyn wird, öfters eine im Buche ſatzweis gegebene Uebung in Fragen, oder eine fragweis behandelte in Satzreihen vorzunehmen, je nachdem er mit ſeinen Schülern beſſere Fortſchritte zu machen gedenkt.

Aus dem bisher Geſagten läßt ſich der nicht unbeträchtliche Umfang dieſes Werkes ſchon allein erklären; um ſich aber durch kein ſeichtes Vorurtheil hierüber abſchrecken zu laſſen, bedenke man vorzüglich,

1) Daß es kein Buch zum Auswendiglernen, ſondern blos zu einem lückenlos fortſchreitenden Ueben iſt.

2) Daß das ſchon Vorgenommene nicht mehr wiederholt zu werden braucht, weil die ſpäter darauf ſich ſtützenden Uebungen am gehörigen Orte mit ihren neuen Beziehungen ausführlich abgehandelt, und nicht blos angezeigt ſind, damit der angehende Lehrer ſich in der Wahl der zu wiederholenden frühern Uebungen nicht verfehle.

3) Daß nirgendswo weitere Erklärungen oder Zuſätze abſolut erfoderlich ſind, und eben daher der minder geübte Lehrer auch in dieſer Hinſicht auf keiner Stufe irren kann, inſofern er ſich (was ich beſonders anfangs rathe,) an das Wort bindet.

5) Daß es nicht Jeder ganz, ſondern nur ſo weit durch zu nehmen braucht, als es ſeine beſondern Verhältniſſe fodern — wie man ſogleich weiter unten in der Anweiſung ſieht. — Was für die Elementarſchule zu viel iſt, gehört für den Lehrer und die weitere Vorbereitung zu höhern Schulen.

6) Daß nicht einmal jede Uebung ſo ganz umſtändlich durchgenommen werden müſſe, ſondern, ſobald die Hauptſache aufgefaßt und die Sprachfertigkeit erreicht iſt, abgebrochen werden könne.

7) Daß manche Gattungen Aufgaben auf jede mögliche Art gelöst ſind.

8) Daß das Ganze durch die allſeitige Behandlung der Zahlen einen natürlichen Weg in das Gebiet der Arithmetik, und nebenbey in die Algebra und Geometrie bahnt.

Wird dieſes Werk dem Wunſche der Lehrer eben ſo entſprechen und ihnen eben die Erleichterung im Rechen-Unterrichte gewähren, wie meine bereits zum zweyten Male aufgelegte, bald im größten Theile Badens und Würtenbergs eingeführte, Lautmethode im Lesunterrichte, ſo iſt auch mein Wunſch erfüllt.

Allgemeine Ueberſicht.

Rechnen heist: Aus gegebenen Zahlen andere herleiten.

Eine Zahl iſt: Jeder (durch die Einheit) beſtimmte Ausdruck auf die Frage: Wie viel.

Z. B. Wie viel Pfund haſt du? Ant. Eins, zwey, drey ꝛc. oder: Ein halbes, ein Drittel, zwey Drittel ꝛc.

Eins, zwey, drey ꝛc. Ein Halbes, ein Drittel, zwey Drittel ꝛc. ſind alſo Zahlen.

Anm. Dieſer Begriff der Zahl iſt für Anfänger hinlänglich.

Die Zahlen können entweder ganze Dinge, oder nur Theile davon, oder auch Ganze und Theile zugleich anzeigen.

Solche Zahlen, welche blos Ganze anzeigen, heist man ganze Zahlen — Zahlen der Ganzen.

Solche Zahlen, welche nur Theile anzeigen, und dieſe nach dem Verhältniſſe zu ihrem Ganzen benennen, heist man Theilzahlen — Zahlen der Theile — gebrochene Zahlen, oder Brüche.

Solche Zahlen aber, welche Ganze und Theile zugleich anzeigen, heist man gemiſchte Zahlen.

Jede Zahl, als einmal gedacht, iſt eine Einheit.

Man heiſt die Zahl Eins ſchlechtweg eine einfache Einheit, und jede der übrigen Zahlen, in ſofern ſie ſelbſt wieder als Theil einer andern betrachtet wird, eine zuſammengeſetzte Einheit.

Die Zahlen werden entweder für ſich allein (ohne Rückſicht auf andere Gegenſtände) betrachtet, oder ſie werden mit andern Gegenſtänden verbunden.

Werden Zahlen blos für ſich betrachtet, ſo heiſt man ſie reine oder unbenannte Zahlen.

Werden Zahlen mit benannten Dingen verbunden, ſo heiſt man ſie angewandte oder benannte Zahlen.

So wie es reine und angewandte Zahlen gibt, ſo gibt es auch

Zwey Hauptgattungen des Rechnens,

nämlich:

I) Das reine Rechnen.

II) Das angewandte Rechnen.

Sowohl das reine als auch das angewandte Rechnen läßt ſich entweder blos im Kopfe (wenigſtens bis auf einen gewiſſen Grad) durchführen, oder auch zugleich mittelſt beſonderer Zeichen, welche die Zahlen bedeuten und Ziffern heiſen, darſtellen. Daher gibt es

Vier beſondere Gattungen des Rechnens,

nämlich:

1) Das reine Kopfrechnen. 3) Das angewandte Kopfrechnen.
2) Das reine Zifferrechnen. 4) Das angewandte Zifferrechnen.

Jede dieſer Gattungen des Rechnens enthält

Drey Hauptverrichtungen,

nämlich:

1) Das Verbinden der Zahlen.

2) Das Trennen der Zahlen.

3) Das Vergleichen der Zahlen.

Aus den zwey erſten dieſer Verrichtungen, die man auch unter dem Ausdrucke: Vermehrung und Verminderung, begreift, gehen die ſogenannten vier Species hervor, nämlich:

1) Aus dem Verbinden, das Addiren und Multipliziren.

2) Aus dem Trennen, das Subtrahiren und Dividiren.

An das Multiplizіren ſelbſt wieder ſchließt ſich — als beſonderer Fall — das Erheben zu Potenzen, und an das Dividiren das Wurzel-Ausziehen.

Endlich ergeben ſich

3) Aus dem Vergleichen die Verhältniſſe, Proportionen und Progreſſionen, nämlich: arithmetiſche und geometriſche.

Den Schluß des Geſammten machen eigentlich die Logarithmen, die jedoch, als dem Zwecke des gegenwärtigen Werkes nicht angemeſſen, ſondern mehr als Kunſt-Mittel betrachtet, hier weggeblieben ſind.

Anmerkung.

Wem nicht bekannt iſt, was alle dieſe mehrentheils lateiniſchen Kunſtwörter, mit denen man bey Kindern nie den Anfang machen darf, ausweiſen, wird ſie weiter unten im Zifferrechnen teutſch, und, ſo weit es ihm nöthig iſt, erklärt finden.

Um vorbenannte Gattungen des Rechnens einfach und deutlich vor Augen zu haben, und beym Unterrichte nach Belieben, oder vielmehr nach den jedesmaligen Verhältniſſen der Schüler, bald einzeln, bald in Verbindung vornehmen zu können, iſt jede in einem beſondern Heftchen dargeſtellt, und zwar ſo, daß alle Hefte zuſammen zwey Theile bilden, nämlich: 1) das reine und 2) das angewandte Rechnen. Die Hefte ſind demnach:

I. Das reine Kopfrechnen.

Dieſes enthält (als Fundament des Rechnens) alle mögliche Verbindungen, Trennungen und Vergleichungen in kleinen Zahlen — vom Zählen bis an die Proportionen, welche letztere der Lehrer im IIten Heftchen aufſuchen und ſo vornehmen kann, daß er ſich ſtatt der dortigen Ziffern bloſer Strichlein bedient.

II. Das reine Zifferrechnen.

Dieſes enthält (als Wiederholung der Hauptpunkte und weitere Fortſetzung des Iſten Heftchens) die ganze Arithmetik (Zahlenlehre) in Ziffern und den üblichen Anſatz-Formeln bis an die Logarithmen.

III. Das angewandte Kopfrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten der gewöhnlichſten im Leben vorkommenden Rechnungsfälle in kleinen Zahlen, und muß beym Unterrichte auf jeder Stufe durch das Iſte Heftchen oder reine Kopfrechnen vorbereitet ſeyn.

IV. Das angewandte Zifferrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten aller im gewöhnlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle, und verhält ſich zum reinen Zifferrechnen oder IIten Heftchen, wie das IIIte Heftchen zum reinen Kopfrechnen, d. heist: Jede

Uebung im angewandten Zifferrechnen muß immer ſchon im reinen Zifferrechnen vorbereitet ſeyn. Als Anhang zu dieſem IVten iſt endlich

Die Anleitung zur Meßkunſt zu betrachten.

Dieſes Heftchen enthält eigentlich die Anwendung der Zahlen auf den Raum, welche zum Theile ſchon bey den Berechnungen des Geldes, Gewichtes und der Zeit in dem eben gemeldeten IVten Heftchen vorkommt, aber nach dem dortigen kurzen Umfange noch lang nicht die Foderungen des bürgerlichen Lebens befriedigt, in den Volksſchulen bisher ohnehin zu wenig beachtet geblieben iſt, und eben deßwegen noch insbeſondere abgehandelt werden mußte.

So machen alſo dieſe fünf Heftchen zuſammen ein Ganzes aus, und jedes bildet für ſich allein wieder ein Ganzes.

Beſondere Anweiſung für den Lehrer.

Es kommt vor Allem darauf an, was für Schüler man vor ſich habe, und wie weit man ſie im Rechnen bringen wolle.

a.

Sollen Kinder zunächſt nur mit dem am gewöhnlichſten vorkommenden Kopfrechnen des IIIten Heftchens bekannt werden, ſo nimmt man

1) Im Iſten Heftchen das Zählen und Zuſammenzählen bis an die Abziehung (Seite 15) durch, und dann erſt das Zuſammenzählen im IIIten Heftchen bis: Abziehung, Seite 4.

Math. P. 542°

Wittmer

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Methode
des reinen und angewandten
Rechnens
mit und ohne Ziffern,
nebſt
einer Anleitung zur Meßkunſt.

Für Volks- und höhere Schulen.

Aus Peſtalozziſchen Grundſätzen entwickelt.

Von
Wilhelm Wittmer,
Oberlehrer an der Muſterſchule, Lehrer am Präparanden-Inſtitute und Lyceum zu Raſtatt.

Mit Großherzoglich Badiſcher Druck-Erlaubniß.

Stuttgart,
in der J. G. Cotta'ſchen Buchhandlung
1820.

W.d 164. D

Reſultate, die dem Vereine von Speculation und Erfahrung entwachſen, können auch nur durch den Verein von Speculation und Erfahrung allſeitig gewürdiget werden. J. F. Ladomus.

Peſtalozzi's Anſchauungslehre der Zahlenverhältniſſe in Beziehung auf die Arithmetik als Wiſſenſchaft. Heidelberg bey Mohr und Winter 1807.

BIBLIOTHECA MONACENSIS
Bayerische Staatsbibliothek München

Vorrede.

Wenn auch gleichwohl die Grundſätze, welche durch den tief forſchenden Menſchenkenner Peſtalozzi in den neuern Zeiten ſo oft zur Sprache kamen, nicht ganz Erfindung von ihm ſelbſt, ſondern mehrere derſelben ſchon ältere (allgemein anerkannte) Wahrheiten ſind, ſo haben wir doch der Peſtalozziſchen Schule einen Gang des Unterrichtes zu verdanken, den man vor ihr nicht kannte.

Dieſen Gang befolgen bisher unſere neuen Rechenbücher (obgleich ſie ſich nicht alle Peſtalozziſch nennen) immer mehr; aber nur Schade, daß ſie ihn ſelten über die erſten Stufen der vier Species hinaus bezeichnen, dann die übrigen Anſichten des Rechnens, die oft eben ſo ſehr des Beleuchtens bedürfen, blos noch durch einzelne Winke andeuten, oder wohl gar zuletzt wieder auf abſtrakte Regeln und Formeln verweiſen, und dem Lehrer — unter eiteln Vertröſtungen auf ſeine Geſchicklichkeit — die Ausführung überlaſſen.

Nimmt man hiezu noch, daß ſich dieſe Anleitungen faſt einzig der Sokratiſchen Form bedienen, welche nach dem Geſtändniſſe aller Pädagogen die ſchwerſte iſt, und (wenn Vierthaler Recht hat) ſelbſt einen Sokrates erfodert, ſo wird es begreiflich, warum dergleichen Bücher, ungeachtet ſo mancher ihrer guten Anſichten, nur ſelten benutzt oder gar mißbraucht werden, und man in den meiſten Volksſchulen auch jetzt noch (außer einigen Bruchſtücken des angewandten Kopfrechnens) nichts weiter findet, als was man ehemals fand.

Der öffentliche Beyfall nun, und immer glücklichere Erfolg, mit dem ich ſeit 18 Jahren nach Peſtalozziſchen Grundſätzen und mit Rückſicht alles deſſen, was auch andere erfahrne Schulmänner leiſteten, den Rechen-Unterricht gebe, beſonders aber die ſo oft wiederholten Wünſche ſo vieler Lehrer, worunter ich mit Vergnügen auch die ehemaligen Zöglinge im hieſigen Präparanden-Inſtitute zähle, fodern mich auf, gegenwärtiges Werk dem verehrlichen Publikum zu übergeben.

Dieſes Werk, welches zunächſt für angehende Lehrer beſtimmt iſt, wurde ſchon vor mehreren Jahren in einem vorausgeſchickten, zum 2ten Male gedruckten Auszuge: Rechnungs-Aufgaben über die gewöhnlichen Fälle des Lebens, ſo wie in den Grundſätzen für Schullehrer von Demeter, und zuletzt in einem öffentlichen Blatte angekündigt, aber durch verſchiedene Hinderniſſe in der Druckerey zurückgehalten.

Es enthält in einem (auf Anſchauung und Selbſtthätigkeit gegründeten) Zuſammenhange lückenloſer Uebungen alle Anſichten des Rechnens, ſo wie ſie immer im gewöhnlichen Leben vorkommen mögen. Wer daher nach den ihm bisher bekannten Rechenbüchern, oder ſelbſt in den obgemeldeten Rechnungs-Aufgaben, wo immer einen Zweifel hat, wird hier hinlängliche Befriedigung finden.

Was überdieß den darin vorgezeichneten Lehrgang betrifft, ſo beſchränkt ſich derſelbe nicht auf eine einzelne Art des Vortrages, ſondern ſpricht ſich abwechſelnd in einem freyen natürlichen Spiele verſchiedener Formen aus; jedoch ſo, daß bald die eine, bald die andere vorherrſcht, wie dieſes das Kind zum Theile ſchon von ſeinen erſten Jahren her gewöhnt iſt.

Wir beginnen daher den Rechen-Unterricht anfangs vorzüglich mit der Form des Vor- und Nachſprechens unter Vorzeigung angemeſſener Gegenſtände, hauptſächlich der Linien (Striche) als einfachſter Repräſentanten der Zahlen; gehen, ſobald das Kind im richtigen Anſchauen, Denken und Sprechen hinlänglich geübt iſt, immer mehr in die Form des Selbſt-Erfindens; und erſt dort, wo es die gehörigen Vorkenntniſſe hat, der Sprache mächtiger iſt, und ſich der Elementar-Unterricht dem wiſſenſchaftlichen nähern ſoll, mehr in das eigentliche Sokratiſiren über.

Wendet man ein, daß das Vor- und Nachſprechen nur

in das älterliche Haus gehöre, ſo ſage ich: daß es nicht ſo dort iſt, wie es ſeyn ſollte, und ſchon darum in der Schule nachgeholt werden müſſe; ferner: daß man die Schüler in dieſer Hinſicht nicht nach Jahren, ſondern nach ihren Vorkenntniſſen beurtheilen, aber auch das Vor- und Nachſprechen nicht ſo buchſtäblich betrachten müſſe, als wenn der Lehrer jeden Satz oder wohl gar jedes Wort vor- und die Schule nach- zuſprechen hätte. So kann es nur der verſtehen, der die ehemaligen Hefte der Zahlenverhältniſſe von Peſtalozzi höchſtens überleſen, aber nicht praktiſch mit ganzen Schulklaſſen durchgeführt hat. Solches mechaniſche Verfahren leidet der hier aufgeſtellte Gang ſchon an ſich ſelbſt nicht, indem die Wahrheiten, welche aufgefaßt werden ſollen, jedes Mal in eine Reihe analoger, auf Anſchauung gegründeter, und von Stufe zu Stufe ſteigender Sätze eingekleidet ſind, ſo daß der Schüler ſchon beym Anhören des erſten und zweyten Satzes die übrigen von ſelbſt ahndet, und nicht mehr aus dem Munde des Lehrers, ſondern aus ſich ſelbſt mündlich oder ſchriftlich nachbildet, bis ihm endlich jede Wahrheit im hellen Lichte vor Augen ſteht.

Die Hauptkunſt für den Lehrer liegt demnach hier nicht in dem bloſen Vorſprechen, ſondern in dem elementariſchen Bauen und Zuſammenreihen gewiſſer Sätze über das, was die Schüler auf jeder Stufe lernen ſollen. In dieſe Kunſt aber wird er ſich nach der hier vorgezeichneten Art anfangs leichter als in jede andere finden, und ſich durch ihre Aus-

übung immer mehr Feſtigkeit, auch ſelbſt im Sokratiſiren, erwerben, ſo daß es ihm in der Folge einerley ſeyn wird, öfters eine im Buche ſatzweis gegebene Uebung in Fragen, oder eine fragweis behandelte in Satzreihen vorzunehmen, je nachdem er mit ſeinen Schülern beſſere Fortſchritte zu machen gedenkt.

Aus dem bisher Geſagten läßt ſich der nicht unbeträchtliche Umfang dieſes Werkes ſchon allein erklären; um ſich aber durch kein ſeichtes Vorurtheil hierüber abſchrecken zu laſſen, bedenke man vorzüglich,

1) Daß es kein Buch zum Auswendiglernen, ſondern blos zu einem lückenlos fortſchreitenden Ueben iſt.

2) Daß das ſchon Vorgenommene nicht mehr wiederholt zu werden braucht, weil die ſpäter darauf ſich ſtützenden Uebungen am gehörigen Orte mit ihren neuen Beziehungen ausführlich abgehandelt, und nicht blos angezeigt ſind, damit der angehende Lehrer ſich in der Wahl der zu wiederholenden frühern Uebungen nicht verfehle.

3) Daß nirgendswo weitere Erklärungen oder Zuſätze abſolut erfoderlich ſind, und eben daher der minder geübte Lehrer auch in dieſer Hinſicht auf keiner Stufe irren kann, inſofern er ſich (was ich beſonders anfangs rathe,) an das Wort bindet.

5) Daß es nicht Jeder ganz, ſondern nur ſo weit durch zu nehmen braucht, als es ſeine beſondern Verhältniſſe fodern — wie man ſogleich weiter unten in der Anweiſung ſieht. — Was für die Elementarſchule zu viel iſt, gehört für den Lehrer und die weitere Vorbereitung zu höhern Schulen.

6) Daß nicht einmal jede Uebung ſo ganz umſtändlich durchgenommen werden müſſe, ſondern, ſobald die Hauptſache aufgefaßt und die Sprachfertigkeit erreicht iſt, abgebrochen werden könne.

7) Daß manche Gattungen Aufgaben auf jede mögliche Art gelöst ſind.

8) Daß das Ganze durch die allſeitige Behandlung der Zahlen einen natürlichen Weg in das Gebiet der Arithmetik, und nebenbey in die Algebra und Geometrie bahnt.

Wird dieſes Werk dem Wunſche der Lehrer eben ſo entſprechen und ihnen eben die Erleichterung im Rechen-Unterrichte gewähren, wie meine bereits zum zweyten Male aufgelegte, bald im größten Theile Badens und Würtenbergs eingeführte, Lautmethode im Lesunterrichte, ſo iſt auch mein Wunſch erfüllt.

Allgemeine Ueberſicht.

Rechnen heiſt: Aus gegebenen Zahlen andere herleiten.

Eine Zahl iſt: Jeder (durch die Einheit) beſtimmte Ausdruck auf die Frage: Wie viel.

Z. B. Wie viel Pfund haſt du? Ant. Eins, zwey, drey ꝛc. oder: Ein halbes, ein Drittel, zwey Drittel ꝛc.

Eins, zwey, drey ꝛc. Ein Halbes, ein Drittel, zwey Drittel ꝛc. ſind alſo Zahlen.

Anm. Dieſer Begriff der Zahl iſt für Anfänger hinlänglich.

Die Zahlen können entweder ganze Dinge, oder nur Theile davon, oder auch Ganze und Theile zugleich anzeigen.

Solche Zahlen, welche blos Ganze anzeigen, heiſt man ganze Zahlen — Zahlen der Ganzen.

Solche Zahlen, welche nur Theile anzeigen, und dieſe nach dem Verhältniſſe zu ihrem Ganzen benennen, heiſt man Theilzahlen — Zahlen der Theile — gebrochene Zahlen, oder Brüche.

Solche Zahlen aber, welche Ganze und Theile zugleich anzeigen, heiſt man gemiſchte Zahlen.

Jede Zahl, als einmal gedacht, iſt eine Einheit.

Man heiſt die Zahl Eins ſchlechtweg eine einfache Einheit, und jede der übrigen Zahlen, in ſofern ſie ſelbſt wieder als Theil einer andern betrachtet wird, eine zuſammengeſetzte Einheit.

Die Zahlen werden entweder für ſich allein (ohne Rückſicht auf andere Gegenſtände) betrachtet, oder ſie werden mit andern Gegenſtänden verbunden.

Werden Zahlen blos für ſich betrachtet, ſo heiſt man ſie reine oder unbenannte Zahlen.

Werden Zahlen mit benannten Dingen verbunden, ſo heiſt man ſie angewandte oder benannte Zahlen.

So wie es reine und angewandte Zahlen gibt, ſo gibt es auch

Zwey Hauptgattungen des Rechnens,

nämlich:

I) Das reine Rechnen.

II) Das angewandte Rechnen.

Sowohl das reine als auch das angewandte Rechnen läßt ſich entweder blos im Kopfe (wenigſtens bis auf einen gewiſſen Grad) durchführen, oder auch zugleich mittelſt beſonderer Zeichen, welche die Zahlen bedeuten und Ziffern heiſen, darſtellen. Daher gibt es

Vier beſondere Gattungen des Rechnens,

nämlich:

1) Das reine Kopfrechnen. 3) Das angewandte Kopfrechnen.
2) Das reine Zifferrechnen. 4) Das angewandte Zifferrechnen.

Jede dieſer Gattungen des Rechnens enthält

Drey Hauptverrichtungen,

nämlich:

1) Das Verbinden der Zahlen.

2) Das Trennen der Zahlen.

3) Das Vergleichen der Zahlen.

Aus den zwey erſten dieſer Verrichtungen, die man auch unter dem Ausdrucke: Vermehrung und Verminderung, begreift, gehen die ſogenannten vier Species hervor, nämlich:

1) Aus dem Verbinden, das Addiren und Multipliziren.

2) Aus dem Trennen, das Subtrahiren und Dividiren.

An das Multipliziren ſelbſt wieder ſchließt ſich — als beſonderer Fall — das Erheben zu Potenzen, und an das Dividiren das Wurzel-Ausziehen.

Endlich ergeben ſich

3) Aus dem Vergleichen die Verhältniſſe, Proportionen und Progreſſionen, nämlich: arithmetiſche und geometriſche.

Den Schluß des Geſammten machen eigentlich die Logarithmen, die jedoch, als dem Zwecke des gegenwärtigen Werkes nicht angemeſſen, ſondern mehr als Kunſt-Mittel betrachtet, hier weggeblieben ſind.

Anmerkung.

Wem nicht bekannt iſt, was alle dieſe mehrentheils lateiniſchen Kunſtwörter, mit denen man bey Kindern nie den Anfang machen darf, ausweiſen, wird ſie weiter unten im Zifferrechnen teutſch, und, ſo weit es ihm nöthig iſt, erklärt finden.

Um vorbenannte Gattungen des Rechnens einfach und deutlich vor Augen zu haben, und beym Unterrichte nach Belieben, oder vielmehr nach den jedesmaligen Verhältniſſen der Schüler, bald einzeln, bald in Verbindung vornehmen zu können, iſt jede in einem beſondern Heftchen dargeſtellt, und zwar ſo, daß alle Hefte zuſammen zwey Theile bilden, nämlich: 1) das reine und 2) das angewandte Rechnen. Die Hefte ſind demnach:

I. Das reine Kopfrechnen.

Dieſes enthält (als Fundament des Rechnens) alle mögliche Verbindungen, Trennungen und Vergleichungen in kleinen Zahlen — vom Zählen bis an die Proportionen, welche letztere der Lehrer im IIten Heftchen aufſuchen und ſo vornehmen kann, daß er ſich ſtatt der dortigen Ziffern bloſer Strichlein bedient.

II. Das reine Zifferrechnen.

Dieſes enthält (als Wiederholung der Hauptpunkte und weitere Fortſetzung des Iſten Heftchens) die ganze Arithmetik (Zahlenlehre) in Ziffern und den üblichen Anſatz-Formeln bis an die Logarithmen.

III. Das angewandte Kopfrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten der gewöhnlichſten im Leben vorkommenden Rechnungsfälle in kleinen Zahlen, und muß beym Unterrichte auf jeder Stufe durch das Iſte Heftchen oder reine Kopfrechnen vorbereitet ſeyn.

IV. Das angewandte Zifferrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten aller im gewöhnlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle, und verhält ſich zum reinen Zifferrechnen oder IIten Heftchen, wie das IIIte Heftchen zum reinen Kopfrechnen, d. heist: Jede

Uebung im angewandten Zifferrechnen muß immer ſchon im reinen Zifferrechnen vorbereitet ſeyn. Als Anhang zu dieſem IVten iſt endlich

Die Anleitung zur Meßkunſt zu betrachten.

Dieſes Heftchen enthält eigentlich die Anwendung der Zahlen auf den Raum, welche zum Theile ſchon bey den Berechnungen des Geldes, Gewichtes und der Zeit in dem eben gemeldeten IVten Heftchen vorkommt, aber nach dem dortigen kurzen Umfange noch lang nicht die Foderungen des bürgerlichen Lebens befriedigt, in den Volksſchulen bisher ohnehin zu wenig beachtet geblieben iſt, und eben deßwegen noch insbeſondere abgehandelt werden mußte.

So machen alſo dieſe fünf Heftchen zuſammen ein Ganzes aus, und jedes bildet für ſich allein wieder ein Ganzes.

Beſondere Anweiſung für den Lehrer.

Es kommt vor Allem darauf an, was für Schüler man vor ſich habe, und wie weit man ſie im Rechnen bringen wolle.

a.

Sollen Kinder zunächſt nur mit dem am gewöhnlichſten vorkommenden Kopfrechnen des IIIten Heftchens bekannt werden, ſo nimmt man

1) Im Iſten Heftchen das Zählen und Zuſammenzählen bis an die Abziehung (Seite 15) durch, und dann erſt das Zuſammenzählen im IIIten Heftchen bis: Abziehung, Seite 4.

Um vorbenannte Gattungen des Rechnens einfach und deutlich vor Augen zu haben, und beym Unterrichte nach Belieben, oder vielmehr nach den jedesmaligen Verhältniſſen der Schüler, bald einzeln, bald in Verbindung vornehmen zu können, iſt jede in einem beſondern Heftchen dargeſtellt, und zwar ſo, daß alle Hefte zuſammen zwey Theile bilden, nämlich: 1) das reine und 2) das angewandte Rechnen. Die Hefte ſind demnach:

I. Das reine Kopfrechnen.

Dieſes enthält (als Fundament des Rechnens) alle mögliche Verbindungen, Trennungen und Vergleichungen in kleinen Zahlen — vom Zählen bis an die Proportionen, welche letztere der Lehrer im IIten Heftchen aufſuchen und ſo vornehmen kann, daß er ſich ſtatt der dortigen Ziffern bloſer Strichlein bedient.

II. Das reine Zifferrechnen.

Dieſes enthält (als Wiederholung der Hauptpunkte und weitere Fortſetzung des Iſten Heftchens) die ganze Arithmetik (Zahlenlehre) in Ziffern und den üblichen Anſatz-Formeln bis an die Logarithmen.

III. Das angewandte Kopfrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten der gewöhnlichſten im Leben vorkommenden Rechnungsfälle in kleinen Zahlen, und muß beym Unterrichte auf jeder Stufe durch das Iſte Heftchen oder reine Kopfrechnen vorbereitet ſeyn.

IV. Das angewandte Zifferrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten aller im gewöhnlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle, und verhält ſich zum reinen Zifferrechnen oder IIten Heftchen, wie das IIIte Heftchen zum reinen Kopfrechnen, d. heist: Jede

Uebung im angewandten Zifferrechnen muß immer ſchon im reinen Zifferrechnen vorbereitet ſeyn. Als Anhang zu dieſem IVten iſt endlich

Die Anleitung zur Meßkunſt zu betrachten.

Dieſes Heftchen enthält eigentlich die Anwendung der Zahlen auf den Raum, welche zum Theile ſchon bey den Berechnungen des Geldes, Gewichtes und der Zeit in dem eben gemeldeten IVten Heftchen vorkommt, aber nach dem dortigen kurzen Umfange noch lang nicht die Foderungen des bürgerlichen Lebens befriedigt, in den Volksſchulen bisher ohnehin zu wenig beachtet geblieben iſt, und eben deßwegen noch insbeſondere abgehandelt werden mußte.

So machen alſo dieſe fünf Heftchen zuſammen ein Ganzes aus, und jedes bildet für ſich allein wieder ein Ganzes.

Beſondere Anweiſung für den Lehrer.

Es kommt vor Allem darauf an, was für Schüler man vor ſich habe, und wie weit man ſie im Rechnen bringen wolle.

a.

Sollen Kinder zunächſt nur mit dem am gewöhnlichſten vorkommenden Kopfrechnen des IIIten Heftchens bekannt werden, ſo nimmt man

1) Im Iſten Heftchen das Zählen und Zuſammenzählen bis an die Abziehung (Seite 15) durch, und dann erſt das Zuſammenzählen im IIIten Heftchen bis: Abziehung, Seite 4.

2) Das Abziehen, im 1ſten Heftchen bis an die Vervielfältigung, und dann im IIIten Heftchen eben ſo weit, nämlich bis an die 5te Seite .... Eben ſo nimmt man

3) Alle Uebungen des Vervielfältigens, Theilens und der gebrochenen Zahlen, ſo wie ſie im IIIten Heftchen vorkommen, immer vorher im Iſten Heftchen durch. Da nun im IIIten Heftchen von den Brüchen blos noch die Verwandlung der Ganzen in Theile, und der Theile in Ganze vorkommt, ſo wird auch im Iſten Heftchen für jetzt nichts weiter mehr vorgenommen, ſondern im IIIten fortgefahren bis an das End.

---

b.

Sollen Kinder zur Zeit auch mit den gewöhnlichen Berechnungen in benannten Zahlen und Ziffern bekannt werden, ſo durchgeht man

1) Die 4 Spezies im IVten Hefte, Seite 1 bis 60, und zwar ſo, daß jede zuerſt im IIten Hefte vorkommt und hier jede Uebung noch wegbleibt, wenn ſie im IVten Hefte nicht ausdrücklich angezeigt iſt; jedoch dürfen die gewöhnlichen Proben nicht übergangen werden.

(Anm. Mit dem Zifferrechnen überhaupt kann der Anfang gemacht werden, wenn das IIIte Heftchen oder angewandte Kopfrechnen bis zur Hälfte durchgeübt iſt, ſo daß von dort an in einer Lehrſtunde das Kopfrechnen und in einer andern das Zifferrechnen vorkommt.)

2) Die 4 Species im IVten H. Seite 60 bis 78.

Hier müſſen endlich auch die übrigen Maß-Arten, nämlich: Seſter oder Malter, Simmer ꝛc., Fuder, Ohm ꝛc. ſo wie die beſonderen Uebungen im neuen Badiſchen Dezimal-Maße nicht vergeſſen werden.

Will man nun die im IVten Hefte, Seite 78 weiter folgenden vermiſchten Aufgaben noch nicht nehmen, ſo nimmt man jetzt

3) Die gebrochenen Zahlen, abwechſelnd im IIten und IVten Heftchen, wenigſtens bis an die Multiplication der Brüche, und dann — die vorhin gemeldeten vermiſchten Aufgaben.

Wo und wie auch das Vte Heftchen in ſoweit mit dem IVten genommen werden könne, iſt im IVten H. jedes Mal ſelbſt angezeigt.

Anm. Ohne wenigſtens mit dieſen, bey a) und b) angegebenen Rechnungsfällen, die ſchlechterdings in jedem Berufs-Stande vorkommen, hinlänglich bekannt zu ſeyn, ſollte kein Kind, auch in dem geringſten Dorfe, je die Schule verlaſſen.

---

c.

Sollen Kinder nebſt dem ſo eben Angezeigten auch — für die Noth — mit der Regel detri bekannt werden, ſo fährt man mit ihnen jetzt ſogleich im IVten H. Seite 162: Dritte Auflöſungs-Art, fort.

Anm. Hier werden ſich die fähigern Schüler gleichwohl mehr an den Geiſt der Sache, die minder fähigen aber mehr an die Anſatz-Formeln halten. —

---

d.

Sollen die Schüler nun nicht blos für die Noth mit der Regel detri, ſondern mit allen Rechnungsfällen des bürgerlichen Lebens durchaus gründlich bekannt werden, ſo nimmt man

1) Vollends alle bisher übergangene Uebungen des Iſten Heftchens oder reinen Kopfrechnens bis an das End.

2) Eben ſo noch vollends die bisher übergangenen Uebungen des IIten Heftchens in ganzen und gebrochenen Zahlen, ſo daß die Multiplication und Diviſion der Brüche auch zugleich wieder abwechſelnd im IVten Hefte vorkommt.

Anm. Dezimalbrüche können noch wegbleiben.

3) Im IIten H. Seite 268 bis 276 die geometriſchen Verhältniſſe, und Seite 285 bis 305 die geom. Proportionen.

Alsdann im IVten H. die verſchiedenen Auflöſungs-Arten des Drey- und Vielſatzes.

4) Im IIten H. Seite 262 bis 268 die arithmetiſchen Verhältniſſe, und Seite 276 bis 285 die arith. Proportionen, worauf im IVten H. die Theilungs- Geſellſchafts- und alle übrige Rechnungen ohne Anſtand vor ſich gehen werden bis an die Progreſſionen, die man wieder abwechſelnd im IIten und IV. H. vernimmt.

Die Behandlung der Quadrat- und Kubikzahlen, welcher die Uebungen der Dezimal-Brüche zum Theil vorangehen müſſen, nimmt man zuerſt im Vten Heftchen, und dann erſt im IIten durch.

Anm. Daß der Lehrer, wenn er einſt mit dem Ganzen vertrauter iſt, die Hefte auch auf eine andere Art unter ſich abwechſeln laſſen könne, verſteht ſich von ſelbſt

---

e.

Wollte man Schüler blos zum wiſſenſchaftlichen Rechnen — ohne Rückſicht auf die Anwendung im gewöhnlichen Leben — vorbereiten, ſo müßte man natürlicher Weiſe nur mit dem

Iten und IIten Hefte abwechſeln, und zwar ſo, daß eben=falls jedes Mal das Kopfrechnen dem Zifferrechnen voranginge.

---

f.

Hat man es mit erwachſenen Schülern zu thun, ſo nimmt man die Uebungen nicht ſo genau, ſondern mehrentheils frag=weis durch, und übergeht das, was ſie ſchon wiſſen. Sind ſie ſchon ziemlich mit dem Zifferrechnen von ſonſt her bekannt, und wollen ſich nur gründlicher im angewandten Zifferrechnen üben, ſo kann man den Anfang ſogleich mit dem IVten Hefte machen, und nur dort, wo ſie eine Schwäche zeigen, ſeine Zuflucht jedes Mal zum reinen Rechnen nehmen.

---

g

Auf ähnliche Art kann derjenige verfahren, der ſich nach dieſem Buche ſelbſt üben will.

Mag nun eine Schule beſchränkt ſeyn, wie ſie will, ſo kann ſie in der gewöhnlichen Schulzeit von 7 bis 8 Jahren wenigſtens den bey a) und b) bemerkten Foderungen entſpre=chen. — Dieſes und noch weit mehr kann manche, wenn da=rin auch nur diejenige Zeit täglich zum Rechnen verwendet wird, welche man mit dem Ableſen der Kindernamen und Aufſchreiben der Abweſenden verſchleudert. Man theile doch die Schüler ſo ab, daß in einer Bank ſo viel als in der andern ſitzen, (oder ſonſt auf eine ähnliche Art,) ſo ſieht der Lehrer jedes Mal beym erſten Anblicke, wo die beſtimmte Anzahl fehle; er fragt daher: Wer fehlt in dieſer Bank? — macht einen Strich zu dem in der Liſte ſtehenden Namen des Fehlenden, und braucht ſomit auch in der größten Schule zum ganzen Geſchäfte 2 bis 3 Minuten, ſtatt halber oder ganzer Stunden.

Eben ſo kann manche Schule im Rechnen weit mehr thun, wenn der Leſunterricht nach der Laut=Methode betrie=

ben wird, und ſo die Kinder in 2 bis 3 Monaten im Leſen weiter kommen, als mittelſt der Buchſtabir=Methode in 2 Jahren.

Will alſo ein Lehrer dieſes Buch in ſeiner Schule zum erſten Male anwenden, ſo wird er aus dem vorhin Angezeigten wiſſen, wie er mit den im Rechnen ſchon zum Theile geübten Lehrlingen zu verfahren habe, und beginnt mit ſeinen geringſten oder A b c = Schülern ſogleich das Zählen mittelſt der Striche, ſo wie es im Iſten Heftchen vorkommt.

Dergleichen Strichen oder Linien müſſen, wenn es auch nicht gleich geſchehen kann, wenigſtens ſpäter hin von den Schülern ſelbſt auf Schiefertafeln (Papierchen), oder an der öffentlichen Wandtafel dargeſtellt werden. Sie ſind das einfachſte und bequemſte Veranſchaulichungs=Mittel, um die Zahlen in ihrer Reinheit aufzufaſſen, das weder durch Bohnen, Steinchen und andere in die Kinderſtuben gehörige Dinge, noch durch a b w e ſ e n d e Kreuzer, Gulden, Aepfel oder ſonſt zerſtreuende Gegenſtände erſetzt werden kann.

Nebſt dieſem merke ſich der Lehrer noch Folgendes:

1) Er durchgehe jede Uebung, die er in der Schule vornehmen will, zuerſt für ſich allein, damit er nicht in Gegenwart der Kinder jedes Wort ängſtlich aus dem Buche erhaſchen muß. Was klein gedruckt oder eingeſchloſſen iſt, liest er ohnehin nur für ſich in der Stille, und theilt ihnen erſt alsdann, wenn ſie fähig genug ſind, die nöthig ſcheinenden Anmerkungen mit.

2) Heißt es, er ſolle ſich eine Satzreihe nachſprechen laſſen, ſo ſpricht er nur die zwey oder drey erſtern Sätze vor, erklärt ſie, wo es ihm nöthig ſcheint etwas näher, läßt als dann die ganze Satzreihe zuerſt von einzelnen Schülern allein,

und endlich von allen zugleich, oder auch bankweiſe, laut und im Takte nachſprechen.

Damit aber das Zuſammenſprechen nicht ein mißliches — ſchleppendes Getön, ſondern eine wirkliche Aufmunterung werde, ſo muß man nur nicht eine Silbe nach der andern herſingen, ſondern jedes Wort, ohne zu ſchreyen, kurz und deutlich ausſprechen, und bey jedem Unterſcheidungszeichen, oder auch ſonſt an einem ſchicklichen Platze, ein wenig abſetzen laſſen.

Indeſſen kann auch ſtatt des Zuſammenſprechens der beſte Schüler den erſten Satz allein herſagen, alsdann der zweytbeſte den 2ten Satz, der drittbeſte den 3ten u. ſ. w., wie man es für gut findet.

Oder die Schüler können, wenn ſie ſchon im Schreiben ſtark genug ſind, dergleichen Satzreihen (wie oben gemeldet) aus dem Kopfe ſchriftlich darſtellen.

Daß aber der Lehrer während dieſer Zeit, wo er weniger zu ſprechen braucht, den Unterricht deſto mehr durch Hören, Sehen, Deuten ꝛc. beleben müſſe, ſtatt Federn zu ſchneiden, Noten zu ſchreiben, oder gar Zeitung zu leſen, ſollte ich faſt nicht erinnern — Solche Menſchen werden es in keiner Methode weit bringen, und ſollten ſich lieber mit einer andern Art lebender Geſchöpfe abgeben.

3) Man gehe von keiner Uebung in die nächſtfolgende über, ehe der Geiſt der vorhergehenden gehörig aufgefaßt iſt. Hat man daher eine Satzreihe nach der vorbeſchriebenen Art durchgenommen, ſo werden, (theils um ſich von der Einſicht der Schüler zu überzeugen, theils auch um ihnen noch mehr Fertigkeit im Denken und richtigen Sprechen) noch verſchiedene Fragen geſtellt, ſo wie ſie meiſtens ſchon im Buche ſelbſt vorkommen. Dieſe können bald an einzelne Schüler, bald an alle zugleich gerichtet werden. Im letztern Falle iſt jedoch zu

beobachten, daß kein Schüler ſogleich antworten dürfe, ſondern jeder, wie er die Antwort weiß, ſtill aufſtehe (oder eine Hand in die Höhe halte). Der Lehrer wartet, bis ſich keiner mehr zum Antworten meldet. — Nun kann er ſich an einen Sitzenden wenden, oder die Antworten von einem Stehenden, oder (wenn er weiß, daß ſie gleichförmig ausfallen werde) von Allen zugleich geben laſſen.

Nicht weniger wird oft der Eifer reg, wenn ſich die Schüler einander ſelbſt Fragen beantworten dürfen.

Schüler die mit einer höhern Abtheilung nicht fortkommen, werden zu einer geringern genommen.

4) Kommt man an das Zifferrechnen, ſo gebrauche man ſtatt der ehemals aus dem Lateiniſchen geborgten Wörter: z. B. Addiren, Subtrahiren ꝛc. doch wenigſtens dort, wo teutſche den Sinn eben ſo gut oder noch beſſer geben, teutſche — oder man nehme jene in Verbindung mit den teutſchen! z. B. Zuſammenzählen oder Addiren, Abziehen oder Subtrahiren ꝛc.

5) Iſt eine Klaſſe der Schüler ſo weit, daß ſie der Leitung des Lehrers nicht mehr ſo oft bedürfen, ſo gibt er ihnen die oben (in der Vorrede) angezeigten Rechnungsaufgaben in die Hände, oder in Ermanglung jenes Büchleins jedes Mal eine Reihe Aufgaben aus dem IVten Heftchen zum Auflöſen in der Stille.

In alles Uebrige, ſo wie überhaupt in das Ganze wird ſich der Lehrer ſeiner Zeit beſſer finden, als ich es hier angeben kann.

Druckfehler.

Wegen der Entfernung des Druck-Ortes ſchlichen ſich, trotz aller angewandten Sorgfalt, mehrere Druckfehler ein. Die wichtigern hievon ſind in jedem Hefte ſogleich unter der Inhalts-Anzeige angemerkt; man bittet, ſie vor Allem zu berichtigen.

Methode des Rechnens.

Reines Kopfrechnen,

das iſt:

Rechnen in unbenannten Zahlen ohne Ziffern.

Iſtes Heft.

Inhalt.

Ganze Zahlen.

Seite

Das Zählen 1

Die 4 Grundrechnungen oder Species.

Zuſammenzählung oder Addition 9
Abziehung oder Subtraction 15
(Vergleichung zweyer Zahlen nach ihrem Unterſchiedsverhältniſſe.) 28
Vervielfältigung oder Multiplication 32
Theilung oder Diviſion 66
(Vergleichung zweyer Zahlen nach ihrem Theilverhältniſſe.) . 87

Gebrochene Zahlen oder Brüche.

Verwandlung ganzer Zahlen in gebrochene 114
— gebrochener Zahlen in ganze 116
— kleinerer Bruchszahlen in größere 137
— größerer Bruchszahlen in kleinere, das iſt: Abkürzung der Brüche 137
— mehrerer Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerley Nennern 142

Die 4 Species in Brüchen.

Zuſammenzählung 150
Abziehung 152
(Vergleichung zweyer gebrochenen Zahlen nach ihrem Unterſchiedsverhältniſſe) 155
Vervielfältigung 157
Theilung 157
(Vergleichung zweyer gebrochenen Zahlen nach ihrem Theilverhältniſſe 194

5) Daß es nicht Jeder ganz, ſondern nur ſo weit durch zu nehmen braucht, als es ſeine beſondern Verhältniſſe fodern — wie man ſogleich weiter unten in der Anweiſung ſieht. — Was für die Elementarſchule zu viel iſt, gehört für den Lehrer und die weitere Vorbereitung zu höhern Schulen.

6) Daß nicht einmal jede Uebung ſo ganz umſtändlich durchgenommen werden müſſe, ſondern, ſobald die Hauptſache aufgefaßt und die Sprachfertigkeit erreicht iſt, abgebrochen werden könne.

7) Daß manche Gattungen Aufgaben auf jede mögliche Art gelöst ſind.

8) Daß das Ganze durch die allſeitige Behandlung der Zahlen einen natürlichen Weg in das Gebiet der Arithmetik, und nebenbey in die Algebra und Geometrie bahnt.

Wird dieſes Werk dem Wunſche der Lehrer eben ſo entſprechen und ihnen eben die Erleichterung im Rechen-Unterrichte gewähren, wie meine bereits zum zweyten Male aufgelegte, bald im größten Theile Badens und Würtenbergs eingeführte, Lautmethode im Lesunterrichte, ſo iſt auch mein Wunſch erfüllt.

Allgemeine Ueberſicht.

Rechnen heist: Aus gegebenen Zahlen andere herleiten.

Eine Zahl iſt: Jeder (durch die Einheit) beſtimmte Ausdruck auf die Frage: Wie viel.

Z. B. Wie viel Pfund haſt du? Ant. Eins, zwey, drey ꝛc. oder: Ein halbes, ein Drittel, zwey Drittel ꝛc.

Eins, zwey, drey ꝛc. Ein Halbes, ein Drittel, zwey Drittel ꝛc. ſind alſo Zahlen.

Anm. Dieſer Begriff der Zahl iſt für Anfänger hinlänglich.

Die Zahlen können entweder ganze Dinge, oder nur Theile davon, oder auch Ganze und Theile zugleich anzeigen.

Solche Zahlen, welche blos Ganze anzeigen, heist man ganze Zahlen — Zahlen der Ganzen.

Solche Zahlen, welche nur Theile anzeigen, und dieſe nach dem Verhältniſſe zu ihrem Ganzen benennen, heist man Theilzahlen — Zahlen der Theile — gebrochene Zahlen, oder Brüche.

Solche Zahlen aber, welche Ganze und Theile zugleich anzeigen, heist man gemiſchte Zahlen.

Jede Zahl, als einmal gedacht, iſt eine Einheit.

Man heiſt die Zahl Eins ſchlechtweg eine einfache Einheit, und jede der übrigen Zahlen, in ſofern ſie ſelbſt wieder als Theil einer andern betrachtet wird, eine zuſammengeſetzte Einheit.

Die Zahlen werden entweder für ſich allein (ohne Rückſicht auf andere Gegenſtände) betrachtet, oder ſie werden mit andern Gegenſtänden verbunden.

Werden Zahlen blos für ſich betrachtet, ſo heiſt man ſie reine oder unbenannte Zahlen.

Werden Zahlen mit benannten Dingen verbunden, ſo heiſt man ſie angewandte oder benannte Zahlen.

So wie es reine und angewandte Zahlen gibt, ſo gibt es auch

Zwey Hauptgattungen des Rechnens,

nämlich:

I) Das reine Rechnen.

II) Das angewandte Rechnen.

Sowohl das reine als auch das angewandte Rechnen läßt ſich entweder blos im Kopfe (wenigſtens bis auf einen gewiſſen Grad) durchführen, oder auch zugleich mittelſt beſonderer Zeichen, welche die Zahlen bedeuten und Ziffern heiſen, darſtellen. Daher gibt es

Vier beſondere Gattungen des Rechnens,

nämlich:

1) Das reine Kopfrechnen. 3) Das angewandte Kopfrechnen.
2) Das reine Zifferrechnen. 4) Das angewandte Zifferrechnen.

Jede dieſer Gattungen des Rechnens enthält

Drey Hauptverrichtungen,

nämlich:

1) Das Verbinden der Zahlen.

2) Das Trennen der Zahlen.

3) Das Vergleichen der Zahlen.

Aus den zwey erſten dieſer Verrichtungen, die man auch unter dem Ausdrucke: Vermehrung und Verminderung, begreift, gehen die ſogenannten vier Species hervor, nämlich:

1) Aus dem Verbinden, das Addiren und Multipliziren.

2) Aus dem Trennen, das Subtrahiren und Dividiren.

An das MultiplizIren ſelbſt wieder ſchließt ſich — als beſonderer Fall — das Erheben zu Potenzen, und an das Dividiren das Wurzel-Ausziehen.

Endlich ergeben ſich

3) Aus dem Vergleichen die Verhältniſſe, Proportionen und Progreſſionen, nämlich: arithmetiſche und geometriſche.

Den Schluß des Geſammten machen eigentlich die Logarithmen, die jedoch, als dem Zwecke des gegenwärtigen Werkes nicht angemeſſen, ſondern mehr als Kunſt-Mittel betrachtet, hier weggeblieben ſind.

Anmerkung.

Wem nicht bekannt iſt, was alle dieſe mehrentheils lateiniſchen Kunſtwörter, mit denen man bey Kindern nie den Anfang machen darf, ausweiſen, wird ſie weiter unten im Zifferrechnen teutſch, und, ſo weit es ihm nöthig iſt, erklärt finden.

Um vorbenannte Gattungen des Rechnens einfach und deutlich vor Augen zu haben, und beym Unterrichte nach Belieben, oder vielmehr nach den jedesmaligen Verhältniſſen der Schüler, bald einzeln, bald in Verbindung vornehmen zu können, iſt jede in einem beſondern Heftchen dargeſtellt, und zwar ſo, daß alle Hefte zuſammen zwey Theile bilden, nämlich: 1) das reine und 2) das angewandte Rechnen. Die Hefte ſind demnach:

I. Das reine Kopfrechnen.

Dieſes enthält (als Fundament des Rechnens) alle mögliche Verbindungen, Trennungen und Vergleichungen in kleinen Zahlen — vom Zählen bis an die Proportionen, welche letztere der Lehrer im IIten Heftchen aufſuchen und ſo vornehmen kann, daß er ſich ſtatt der dortigen Ziffern bloſer Strichlein bedient.

II. Das reine Zifferrechnen.

Dieſes enthält (als Wiederholung der Hauptpunkte und weitere Fortſetzung des Iſten Heftchens) die ganze Arithmetik (Zahlenlehre) in Ziffern und den üblichen Anſatz-Formeln bis an die Logarithmen.

III. Das angewandte Kopfrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten der gewöhnlichſten im Leben vorkommenden Rechnungsfälle in kleinen Zahlen, und muß beym Unterrichte auf jeder Stufe durch das Iſte Heftchen oder reine Kopfrechnen vorbereitet ſeyn.

IV. Das angewandte Zifferrechnen.

Dieſes enthält die Auflöſungsarten aller im gewöhnlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle, und verhält ſich zum reinen Zifferrechnen oder IIten Heftchen, wie das IIIte Heftchen zum reinen Kopfrechnen, d. heist: Jede

Uebung im angewandten Zifferrechnen muß immer ſchon im reinen Zifferrechnen vorbereitet ſeyn. Als Anhang zu dieſem IVten iſt endlich

Die Anleitung zur Meßkunſt zu betrachten.

Dieſes Heftchen enthält eigentlich die Anwendung der Zahlen auf den Raum, welche zum Theile ſchon bey den Berechnungen des Geldes, Gewichtes und der Zeit in dem eben gemeldeten IVten Heftchen vorkommt, aber nach dem dortigen kurzen Umfange noch lang nicht die Foderungen des bürgerlichen Lebens befriedigt, in den Volksſchulen bisher ohnehin zu wenig beachtet geblieben iſt, und eben deßwegen noch insbeſondere abgehandelt werden mußte.

So machen alſo dieſe fünf Heftchen zuſammen ein Ganzes aus, und jedes bildet für ſich allein wieder ein Ganzes.

Beſondere Anweiſung für den Lehrer.

Es kommt vor Allem darauf an, was für Schüler man vor ſich habe, und wie weit man ſie im Rechnen bringen wolle.

a.

Sollen Kinder zunächſt nur mit dem am gewöhnlichſten vorkommenden Kopfrechnen des IIIten Heftchens bekannt werden, ſo nimmt man

1) Im Iſten Heftchen das Zählen und Zuſammenzählen bis an die Abziehung (Seite 15) durch, und dann erſt das Zuſammenzählen im IIIten Heftchen bis : Abziehung, Seite 4.

2) Das *Abziehen*, im 1ſten Heftchen bis an die Vervielfältigung, und dann im IIIten Heftchen eben ſo weit, nämlich bis an die 5te Seite . . . . Eben ſo nimmt man

3) Alle Uebungen des Vervielfältigens, Theilens und der gebrochenen Zahlen, ſo wie ſie im IIIten Heftchen vorkommen, immer vorher im Iſten Heftchen durch. Da nun im IIIten Heftchen von den Brüchen blos noch die *Verwandlung der Ganzen in Theile*, und *der Theile in Ganze* vorkommt, ſo wird auch im Iſten Heftchen für jetzt nichts weiter mehr vorgenommen, ſondern im IIIten fortgefahren bis an das End.

---

b.

Sollen Kinder zur Zeit auch mit den gewöhnlichen Berechnungen in benannten Zahlen und Ziffern bekannt werden, ſo durchgeht man

1) Die 4 Spezies im IVten Hefte, Seite 1 bis 60, und zwar ſo, daß jede zuerſt im IIten Hefte vorkommt und hier jede Uebung noch wegbleibt, wenn ſie im IVten Hefte nicht ausdrücklich angezeigt iſt; jedoch dürfen die *gewöhnlichen* Proben nicht übergangen werden.

(Anm. Mit dem Zifferrechnen überhaupt kann der Anfang gemacht werden, wenn das IIIte Heftchen oder angewandte Kopfrechnen bis zur Hälfte durchgeübt iſt, ſo daß von dort an in einer Lehrſtunde das Kopfrechnen und in einer andern das Zifferrechnen vorkommt.)

2) Die 4 Species im IVten H. Seite 60 bis 78.

Hier müſſen endlich auch die übrigen Maß-Arten, nämlich: Seſter oder Malter, Simmer ꝛc., Fuder, Ohm ꝛc. ſo wie die beſonderen Uebungen im neuen Badiſchen Dezimal-Maße nicht vergeſſen werden.

Will man nun die im IVten Hefte, Seite 78 weiter folgenden vermiſchten Aufgaben noch nicht nehmen, ſo nimmt man jetzt

3) Die gebrochenen Zahlen, abwechſelnd im IIten und IVten Heftchen, wenigſtens bis an die Multiplication der Brüche, und dann — die vorhin gemeldeten vermiſchten Aufgaben.

Wo und wie auch das Vte Heftchen in ſoweit mit dem IVten genommen werden könne, iſt im IVten H. jedes Mal ſelbſt angezeigt.

Anm. Ohne wenigſtens mit dieſen, bey a) und b) angegebenen Rechnungsfällen, die ſchlechterdings in jedem Berufs-Stande vorkommen, hinlänglich bekannt zu ſeyn, ſollte kein Kind, auch in dem geringſten Dorfe, je die Schule verlaſſen.

---

c.

Sollen Kinder nebſt dem ſo eben Angezeigten auch — für die Noth — mit der Regel detri bekannt werden, ſo fährt man mit ihnen jetzt ſogleich im IVten H. Seite 162: Dritte Auflöſungs-Art, fort.

Anm. Hier werden ſich die fähigern Schüler gleichwohl mehr an den Geiſt der Sache, die minder fähigen aber mehr an die Anſatz-Formeln halten. —

---

d.

Sollen die Schüler nun nicht blos für die Noth mit der Regel detri, ſondern mit allen Rechnungsfällen des bürgerlichen Lebens durchaus gründlich bekannt werden, ſo nimmt man

1) Vollends alle bisher übergangene Uebungen des Iſten Heftchens oder reinen Kopfrechnens bis an das End.

2) Eben ſo noch vollends die bisher übergangenen Uebungen des IIten Heftchens in ganzen und gebrochenen Zahlen, ſo daß die Multiplication und Diviſion der Brüche auch zugleich wieder abwechſelnd im IVten Hefte vorkommt.

Anm. Dezimalbrüche können noch wegbleiben.

3) Im IIten H. Seite 268 bis 276 die geometriſchen Verhältniſſe, und Seite 285 bis 305 die geom. Proportionen.

Alsdann im IVten H. die verſchiedenen Auflöſungs-Arten des Drey- und Vielſatzes.

4) Im IIten H. Seite 262 bis 268 die arithmetiſchen Verhältniſſe, und Seite 276 bis 285 die arith. Proportionen, worauf im IVten H. die Theilungs- Geſellſchafts- und alle übrige Rechnungen ohne Anſtand vor ſich gehen werden bis an die Progreſſionen, die man wieder abwechſelnd im IIten und IV. H. vernimmt.

Die Behandlung der Quadrat- und Kubikzahlen, welcher die Uebungen der Dezimal-Brüche zum Theil vorangehen müſſen, nimmt man zuerſt im Vten Heftchen, und dann erſt im IIten durch.

Anm. Daß der Lehrer, wenn er einſt mit dem Ganzen vertrauter iſt, die Hefte auch auf eine andere Art unter ſich abwechſeln laſſen könne, verſteht ſich von ſelbſt

---

e.

Wollte man Schüler blos zum wiſſenſchaftlichen Rechnen — ohne Rückſicht auf die Anwendung im gewöhnlichen Leben — vorbereiten, ſo müßte man natürlicher Weiſe nur mit dem

Iſten und IIten Hefte abwechſeln, und zwar ſo, daß ebenfalls jedes Mal das Kopfrechnen dem Zifferrechnen voranginge.

f.

Hat man es mit erwachſenen Schülern zu thun, ſo nimmt man die Uebungen nicht ſo genau, ſondern mehrentheils fragweis durch, und übergeht das, was ſie ſchon wiſſen. Sind ſie ſchon ziemlich mit dem Zifferrechnen von ſonſt her bekannt, und wollen ſich nur gründlicher im angewandten Zifferrechnen üben, ſo kann man den Anfang ſogleich mit dem IVten Hefte machen, und nur dort, wo ſie eine Schwäche zeigen, ſeine Zuflucht jedes Mal zum reinen Rechnen nehmen.

g

Auf ähnliche Art kann derjenige verfahren, der ſich nach dieſem Buche ſelbſt üben will.

Mag nun eine Schule beſchränkt ſeyn, wie ſie will, ſo kann ſie in der gewöhnlichen Schulzeit von 7 bis 8 Jahren wenigſtens den bey a) und b) bemerkten Foderungen entſprechen. — Dieſes und noch weit mehr kann manche, wenn darin auch nur diejenige Zeit täglich zum Rechnen verwendet wird, welche man mit dem Ableſen der Kindernamen und Aufſchreiben der Abweſenden verſchleudert. Man theile doch die Schüler ſo ab, daß in einer Bank ſo viel als in der andern ſitzen, (oder ſonſt auf eine ähnliche Art,) ſo ſieht der Lehrer jedes Mal beym erſten Anblicke, wo die beſtimmte Anzahl fehle; er fragt daher: Wer fehlt in dieſer Bank? — macht einen Strich zu dem in der Liſte ſtehenden Namen des Fehlenden, und braucht ſomit auch in der größten Schule zum ganzen Geſchäfte 2 bis 3 Minuten, ſtatt halber oder ganzer Stunden.

Eben ſo kann manche Schule im Rechnen weit mehr thun, wenn der Leſunterricht nach der Laut-Methode betrie-

ben wird, und ſo die Kinder in 2 bis 3 Monaten im Leſen weiter kommen, als mittelſt der Buchſtabir-Methode in 2 Jahren.

Will alſo ein Lehrer dieſes Buch in ſeiner Schule zum erſten Male anwenden, ſo wird er aus dem vorhin Angezeigten wiſſen, wie er mit den im Rechnen ſchon zum Theile geübten Lehrlingen zu verfahren habe, und beginnt mit ſeinen geringſten oder A b c-Schülern ſogleich das Zählen mittelſt der Striche, ſo wie es im Iſten Heftchen vorkommt.

Dergleichen Strichen oder Linien müſſen, wenn es auch nicht gleich geſchehen kann, wenigſtens ſpäter hin von den Schülern ſelbſt auf Schiefertafeln (Papierchen), oder an der öffentlichen Wandtafel dargeſtellt werden. Sie ſind das einfachſte und bequemſte Veranſchaulichungs-Mittel, um die Zahlen in ihrer Reinheit aufzufaſſen, das weder durch Bohnen, Steinchen und andere in die Kinderſtuben gehörige Dinge, noch durch a b w e ſ e n d e Kreuzer, Gulden, Aepfel oder ſonſt zerſtreuende Gegenſtände erſetzt werden kann.

Nebſt dieſem merke ſich der Lehrer noch Folgendes:

1) Er durchgehe jede Uebung, die er in der Schule vornehmen will, zuerſt für ſich allein, damit er nicht in Gegenwart der Kinder jedes Wort ängſtlich aus dem Buche erhaſchen muß. Was klein gedruckt oder eingeſchloſſen iſt, lieſt er ohnehin nur für ſich in der Stille, und theilt ihnen erſt alsdann, wenn ſie fähig genug ſind, die nöthig ſcheinenden Anmerkungen mit.

2) Heiſt es, er ſolle ſich eine Satzreihe nachſprechen laſſen, ſo ſpricht er nur die zwey oder drey erſtern Sätze vor, erklärt ſie, wo es ihm nöthig ſcheint etwas näher, läßt alsdann die ganze Satzreihe zuerſt von einzelnen Schülern allein,

und endlich von allen zugleich, oder auch bankweiſe, laut und im Takte nachſprechen.

Damit aber das Zuſammenſprechen nicht ein mißliches — ſchleppendes Getön, ſondern eine wirkliche Aufmunterung werde, ſo muß man nur nicht eine Silbe nach der andern herſingen, ſondern jedes Wort, ohne zu ſchreyen, kurz und deutlich ausſprechen, und bey jedem Unterſcheidungszeichen, oder auch ſonſt an einem ſchicklichen Platze, ein wenig abſetzen laſſen.

Indeſſen kann auch ſtatt des Zuſammenſprechens der beſte Schüler den erſten Satz allein herſagen, alsdann der zweytbeſte den 2ten Satz, der drittbeſte den 3ten u. ſ. w., wie man es für gut findet.

Oder die Schüler können, wenn ſie ſchon im Schreiben ſtark genug ſind, dergleichen Satzreihen (wie oben gemeldet) aus dem Kopfe ſchriftlich darſtellen.

Daß aber der Lehrer während dieſer Zeit, wo er weniger zu ſprechen braucht, den Unterricht deſto mehr durch Hören, Sehen, Deuten ꝛc. beleben müſſe, ſtatt Federn zu ſchneiden, Noten zu ſchreiben, oder gar Zeitung zu leſen, ſollte ich faſt nicht erinnern — Solche Menſchen werden es in keiner Methode weit bringen, und ſollten ſich lieber mit einer andern Art lebender Geſchöpfe abgeben.

3) Man gehe von keiner Uebung in die nächſtfolgende über, ehe der Geiſt der vorhergehenden gehörig aufgefaßt iſt. Hat man daher eine Satzreihe nach der vorbeſchriebenen Art durchgenommen, ſo werden, (theils um ſich von der Einſicht der Schüler zu überzeugen, theils auch um ihnen noch mehr Fertigkeit im Denken und richtigen Sprechen) noch verſchiedene Fragen geſtellt, ſo wie ſie meiſtens ſchon im Buche ſelbſt vorkommen. Dieſe können bald an einzelne Schüler, bald an alle zugleich gerichtet werden. Im letztern Falle iſt jedoch zu

beobachten, daß kein Schüler ſogleich antworten dürfe, ſondern jeder, wie er die Antwort weiß, ſtill aufſtehe (oder eine Hand in die Höhe halte). Der Lehrer wartet, bis ſich keiner mehr zum Antworten meldet. — Nun kann er ſich an einen Sitzenden wenden, oder die Antworten von einem Stehenden, oder (wenn er weiß, daß ſie gleichförmig ausfallen werde) von Allen zugleich geben laſſen.

Nicht weniger wird oft der Eifer reg, wenn ſich die Schüler einander ſelbſt Fragen beantworten dürfen.

Schüler die mit einer höhern Abtheilung nicht fortkommen, werden zu einer geringern genommen.

4) Kommt man an das Zifferrechnen, ſo gebrauche man ſtatt der ehemals aus dem Lateiniſchen geborgten Wörter: z. B. Addiren, Subtrahiren ꝛc. doch wenigſtens dort, wo teutſche den Sinn eben ſo gut oder noch beſſer geben, teutſche — oder man nehme jene in Verbindung mit den teutſchen! z. B. Zuſammenzählen oder Addiren, Abziehen oder Subtrahiren ꝛc.

5) Iſt eine Klaſſe der Schüler ſo weit, daß ſie der Leitung des Lehrers nicht mehr ſo oft bedürfen, ſo gibt er ihnen die oben (in der Vorrede) angezeigten Rechnungsaufgaben in die Hände, oder in Ermanglung jenes Büchleins jedes Mal eine Reihe Aufgaben aus dem IVten Heftchen zum Auflöſen in der Stille.

In alles Uebrige, ſo wie überhaupt in das Ganze wird ſich der Lehrer ſeiner Zeit beſſer finden, als ich es hier angeben kann.

Druckfehler.

Wegen der Entfernung des Druck-Ortes ſchlichen ſich, trotz aller angewandten Sorgfalt, mehrere Druckfehler ein. Die wichtigern hievon ſind in jedem Hefte ſogleich unter der Inhalts-Anzeige angemerkt; man bittet, ſie vor Allem zu berichtigen.

Methode des Rechnens.

Reines Kopfrechnen,

das iſt:

Rechnen in unbenannten Zahlen ohne Ziffern.

1ſtes Heft.

Inhalt.

Ganze Zahlen.

Seite
Das Zählen 1

Die 4 Grundrechnungen oder Species.

Zuſammenzählung oder Addition 9
Abziehung oder Subtraction 15
(Vergleichung zweyer Zahlen nach ihrem Unterſchiedsverhältniſſe.) 28
Vervielfältigung oder Multiplication 32
Theilung oder Diviſion 66
(Vergleichung zweyer Zahlen nach ihrem Theilverhältniſſe.) . 87

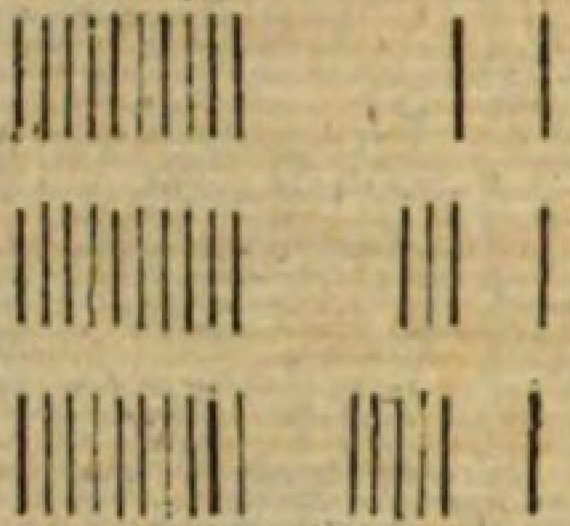
Gebrochene Zahlen oder Brüche.

Verwandlung ganzer Zahlen in gebrochene 114
— gebrochener Zahlen in ganze 116
— kleinerer Bruchszahlen in größere 137
— größerer Bruchszahlen in kleinere, das iſt: Abkürzung der Brüche 137
— mehrerer Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerley Nennern 142

Die 4 Species in Brüchen.

Zuſammenzählung 150
Abziehung 152
(Vergleichung zweyer gebrochenen Zahlen nach ihrem Unterſchiedsverhältniſſe) 155
Vervielfältigung 157
Theilung 157
(Vergleichung zweyer gebrochenen Zahlen nach ihrem Theilverhältniſſe 194

Druckfehler.



Seite 14. Hier müſſen die Strichlein ſo ſtehen wie hier links.

Seite 15. Zeile 29 muß 10 ſtatt 100 ſtehen.
— 21 — 14 muß es heiſen: 2 wegnimmt?
— 87 — 9 — — — : verglichen ſt. vergleichen.
— 90 — 17 — — — : verglichen ſt. vergleichen.

Seite 96, Zeile 18, muß es heiſen: verglichen ſtatt vergleichen
— 98 — 5 — — — : 4 gleiche Theile ſt. 3.
— 115 — 19 — — — : in 3 gleiche ſt. 2.
— 130 — 15 — — — : ſo viel als 5.
— 139 muß der mittlere Strich in 9 gl. Theile getheilt ſeyn.
— 146, Zeile 23, muß es heiſen: zehn 70ſtel ſtatt 72ſtel.
— 147 — 3 — — — : iſt ſie, ſt. es
— 149 — 28 — — — : euch ſt. auch.
— 162 — 4 — — — : die 2 erſten, ſt. 4 erſten.
— 191 muß der erſte ſenkrechte Strich vier ſtarke Querſtrichlein haben wie die übrigen.
— 203, Zeile 31, muß es heiſen: 7 — 2 Fünftel?
— 206 — 1 — — — : 7 Halbe 3 Viertel?

Reines Kopfrechnen.

Ganze Zahlen.

Das Zählen.

Von 1 bis 10.

Hier halte man die Kinder ſogleich zur richtigen Sprache an, und laſſe ſie alſo nicht ſagen: ais, zway, dray oder dri, viar oder viera, finfa ꝛc., ſondern: eins, zwey, drey, vier, fünf ꝛc.

Nebenbey bemerke ſich der Lehrer die fähigern Schüler, und nehme ſie meiſtentheils zuerſt vor, ſo werden auch die minder fähigen in Allem ohne beſondere Mühe fortkommen. Unter Beobachtung dieſes macht er ein ſenkrechtes Strichlein, ungefähr halb ſo lang als ein Finger, mit Kreide an eine ſchwarze Wandtafel, und ſpricht:

„Dieß iſt ein Strichlein. Was iſt dieß?"

Antwort: Ein Strichlein.

[Er macht weiter rechts wieder ein ſolches Strichlein.]

L. Hier iſt noch eins, das ſind zwey. Wie viel ſind es?

Antw. Zwey. [Er wiſcht das 2te Strichlein wieder weg.]

L. Wie viel Strichlein ſind jetzt noch da?

Antw. Eins.

[Er macht wieder ein 2tes Strichlein hin.]

L. Wie viel ſind es jetzt wieder? Ant. Zwey.

[Der Lehrer macht noch weiter rechts ein 3tes Strichlein, und ſpricht:]

„Sind es jetzt auch nur noch zwey Strichlein, oder ſind es drey?"

Antw. drey.

L. Ich will euch die Strichlein ganz allein zählen! (Er deutet mit einem Lineal hinter jedes, und ſpricht laut: Eins, zwey, drey,) zähle du ſie auch ſo! Du auch! Du auch! u. ſ. w, [hierbey wird aber immer gedeutet]

L. Zählt noch einmal alle mit einander zugleich: Eins, zwey, drey!

Kinder: Eins, zwey drey.

L. Noch einmal! Noch einmal! Noch einmal! u. ſ. w. bis ſie alle zugleich und in einerley Ton zuſammentreffen.

[Der Lehrer macht noch weiter rechts ein 4tes Strichlein.]

L. Sind es jetzt auch nur noch drey Strichlein, oder ſind es vier? Ant. vier.

L. Zähle mit Einer nach dem Andern: Eins, zwey, drey vier!

[Hier und in der Folge wird immer auf die Strichlein gedeutet.]

L. Zählt jetzt alle mit einander zugleich: Eins, zwey, drey, vier!

L. Noch einmal! Noch einmal! Noch einmal! u. ſ. w.

[Der Lehrer macht noch weiter rechts ein 5tes Strichlein.]

L. Sind es jetzt auch nur noch vier, oder ſind es fünf? Ant. Fünf.

L. Zähle mit Einer nach dem Andern: Eins, zwey, drey, vier, fünf!

L. Zählt jetzt alle zugleich: Eins, zwey, drey, vier, fünf!

L. Noch einmal! Noch einmal! u. ſ. w.

Der Lehrer macht noch weiter rechts ein 6tes Strichlein, und fahrt wie bisher fort, bis zehn ſolche Strichlein an der
| | | | | | | | | | Tafel ſind wie hier links, und von jedem Kinde ohne Anſtoß gezählt werden.

Um den Kindern noch mehr Gründlichkeit und Fertigkeit

im Zählen der Zahl Zehn, als dem Fundamente alles übrigen Zählens zu verſchaffen, nimmt der Lehrer mittelſt dieſer 10 Strichlein noch folgende Uebung vor: Er bedeckt mit ſeinem Lineal alle 10 Strichlein ſo, daß man nichts mehr davon ſieht, und ſpricht:

„Wie viel Strichlein ſeht ihr hier?"

Ant. Keins.

L. Ich werde euch bald eins, bald mehrere Strichlein ſehen laſſen, und ihr ſagt mir jedes Mal, wie viel ihr ſeht:

Er ſchiebt ſein Lineal bald rechts bald links, ſo daß ſie folgende Antworten, die man öfters von einzelnen, und allen zugleich verlangt, geben müſſen:

„Eins, zwey, eins.

Eins, zwey, drey, zwey, eins.

Eins, zwey, drey, vier, drey, zwey, eins. u. ſ. w. bis 10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.

Statt daß man jetzt elf, 12, 13 ꝛc. bis 100 zählen läßt, kann man das Zählen auch (wie es in der hieſigen Muſterſchule vor 8 Jahren betrieben wurde) ſogleich mit zehn, zwanzig, 30 ꝛc. bis 100 ganz auf die vorige Art üben, und dann erſt nach der gewöhnlichen Weiſe von 1, 2, 3, ꝛc. bis 100 zählen laſſen.

Bey dieſer Uebung macht man 100 Strichlein in 10 Abtheilungen an die Tafel, ſo wie ſie in der unterſten Reihe der am Ende dieſes Kopfrechnens beygefügten erſtern Tabelle ſtehen.

Will man aber nicht auf dieſe Art verfahren, wo die Schüler freylich die Zahl 90 eher kennen lernen, als die Zahl 19, ſo übt man das Zählen fort, wie folgt:

Von 10 bis 20.

Es werden zu den vorigen 10 Strichlein nach und nach 10 andere gemacht; ſind jene zu weit aus einander, ſo ſtellt man ſie zuvor näher zuſammen, deutet auf ſie, ehe man das 11te macht, und ſpricht:

„Zählet noch einmal alle zugleich: Eins, zwey, drey, vier bis zehn!

L. Wie viel Strichlein ſind es alſo? Ant. Zehn.

[Der Lehrer macht rechts etwas weiter entfernt das 11te Strichlein, und ſpricht:]

„Sind es jetzt auch nur noch 10, oder ſind es Einszehn?“

Ant. Einszehn. [Er wiſcht das 11te wieder weg.]

L. Wie viel ſind es jetzt noch?

Ant. Zehn. [Er macht das 11te wieder hin.]

L. Wie viel ſind es jetzt wieder?

Ant. Einszehn. [Er macht das 12te Strichlein.]

L. Sind es jetzt auch nur noch einszehn, oder ſind es zweyzehn?

Ant. Zweyzehn. [Er macht das 13 Strichlein.]

L. Sind es jetzt auch nur noch zweyzehn, oder ſind es dreyzehn?

Ant. Dreyzehn.

L. Zähle Einer nach dem Andern: Zehn, einszehn, zweyzehn, dreyzehn!

L. Zählet alle zugleich: Zehn, einszehn, zweyzehn, dreyzehn!

L. Noch einmal! Noch einmal!

[Der Lehrer macht das 14te Strichlein.]

L. Sind es jetzt auch nur noch 13, oder ſind es 14?

Ant. 14.

L. Zähle Einer nach dem Andern: Zehn, einszehn, zweyzehn, dreyzehn, 14!

L. Zählet alle zugleich von 10 bis 14!

L. Noch einmal! Noch einmal!

| | | | | | | | | | | | | | Die Strichlein müſſen jetzt an der Tafel ſtehen, wie hier links. Der Lehrer fahrt wie bisher durch Beyſetzung eines Strichleins mit dem Zählen fort, bis 19 Strichlein an der Tafel ſtehen, dann ſpricht er:

Sind es jetzt auch nur noch 18, oder ſind es 19? Ant. 19.

[Er macht vollends das 20ſte Strichlein hin, und ſpricht:]

Wie viel ſind es jetzt? —

[Hier werden die Kinder ſagen: Zehn = zehn.]

L. Statt zehn = zehn ſagt man: zwanzig. Jetzt will ich ganz allein von 10 bis 20 zählen! [Er deutet und ſpricht:]

Zehn, einszehn, zweyzehn 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

L. Zähle du eben ſo von 10 bis 20! Du auch! Du auch ꝛc.

L. Zählet alle zugleich von 10 bis 20! Noch einmal! ꝛc.

[Hierauf läßt er auch von 1 bis 20 zählen, als:]

Eins, zwey, drey, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Einszehn, zweyzehn ꝛc.

[Die Wörter: elf und zwölf mag man ein andermal gebrauchen.]

Nun läßt man wieder von 10 bis 20 vor- und rückwärts zählen, wie oben ſchon einmal gezeigt wurde, nämlich: Der Lehrer bedeckt mit ſeinem Lineal das 2te Zehend und ſpricht:

Wie viel Strichlein ſeht ihr jetzt? Ant. Zehn.

L. Ich werde euch von den übrigen bald eins, bald mehr und wieder weniger ſehen laſſen, und ihr ſagt mir jedes Mal, wie viel ihr ſeht!

[Er ſchiebt alſo ſein Lineal bald rechts bald links, daß die Antworten ſo erfolgen müſſen:]

Einszehn, zehn.

Einszehn, zweyzehn, einszehn zehn.

Einszehn, zweyzehn, dreyzehn, zweyzehen, einszehn, zehn.

Einszehn, zweyzehn, 13, 14, 13, zweyzehn, einszehn, zehn.

u. ſ. w. bis 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, zweyzehn, einszehn, zehn.

Wie vorhin behandelt man das Zählen

Von 20 bis 30.

[Der Lehrer deutet auf die 20 Strichlein und ſpricht:]

Zählet mir noch einmal Alle zugleich dieſe Strichlein von Eins bis 20! Ant. Eins, 2, 3, 4, 5 ꝛc.

L. Wie viel Strichlein ſind es alſo in Allem? Ant. 20.

[Er macht weiter rechts das 21ſte Strichlein.]

L. Sind es jetzt auch nur noch 20, oder ſind es ein- und zwanzig? Ant. Einundzwanzig.

[Er macht das 22ſte hin]

L. Wie viel ſind es jetzt? Ant. 22.

[Er macht das 23ſte]

L. Wie viel ſind es jetzt? Ant. 23.

L. Sage Einer nach dem Andern: 21, 22, 23!

L. Saget alle zugleich: 21, 22, 23!

L. Noch einmal! Noch einmal!

[Er macht das 24ſte Strichlein.]

L. Wie viel ſind es jetzt? Ant. 24.

L. Zähle Einer nach dem Andern von 20 bis 24!

Ant. 20, 21, 22, 23, 24.

L. Zählet auch Alle zugleich von 20 bis 24!

L. Noch einmal! Noch einmal!

[Auf dieſe Art fährt der Lehrer fort bis auf 29, macht alsdann noch das 30ſte Strichlein, und ſpricht:]

Wie viel ſind es jetzt? — [Die Kinder werden ſagen:] Zehn und 20.

L. Statt zehn und zwanzig ſagt man dreyßig. Zähle jetzt Einer nach dem Andern von 20 bis auf 30!

L. Zählet Alle zugleich von 20 bis 30!

L. Noch einmal! Noch einmal!

L. Zählet auch von Eins bis 30!

[Der Lehrer bedeckt wieder mit dem Lineal das 3te Zehend, und ſpricht:]

Wie viel Strichlein ſehet ihr jetzt? Ant. 20.

L. Sagt mir, wie viel ihr jedes Mal ſeht, wenn ich das Lineal vor- oder rückwärts bewege!

[Er ſchiebt ſein Lineal rechts und links, daß die Antworten ſo erfolgen müſſen:]

21, 20. 21, 22, 21, 20. 21, 22, 23, 22, 21, 20.
u. ſ. w.

Eben ſo wird jedes Mal ein Zehend weiter genommen, bis 100 Strichlein an der Tafel ſtehen.]

Sieht der Lehrer, daß er die 100 Striche nicht alle deutlich auf die Tafel bringt, ſo näht oder pappt er einige Riemen Papier zuſammen, und macht jene mit Tinte darauf, ſetzt dieſe Uebung damit fort, und kann eben ſo dieſes Papier auch in Zukunft benutzen.

Alle 100 Striche müſſen geſtellt ſeyn, wie man ſie am Ende dieſes Kopfrechnens auf der erſten Tabelle in der unterſten Reihe ſieht.

An dieſen Strichlein läßt man endlich ſo lang von 1 bis 100 zählen, bis alle Schüler die gehörige Fertigkeit haben; und dann eben ſo rückwärts, von 100, 99, 98 ꝛc. bis 1.

[Zuletzt wird noch das Zählen mit Angabe der ungeraden und geraden Zahlen genommen, als:]

L. Eins iſt ungerad, zwey ſind gerad.

3 ſind ungerad, 4 ſind gerad, 5 ſind wieder ungerad, und ſo folgt bis auf 100 jedes Mal nach einer ungeraden Zahl eine gerade. Ich will jetzt jedes Mal eine ungerade Zahl ſagen, und ihr ſagt dann die nächſtfolgende gerade!

L. Eins iſt ungerad! K. Zwey ſind gerad.

L. Drey ſind — ! K. 4 — —

L. 5 ſind ungrad! K. 6 ſind gerad

L. 7 — — ! K. 8 — —

L. 9 — — ! K. 10 — —

L. Sage Einer nach dem Andern allein von 1 bis 10, was ungerad und gerad iſt! K. Eins iſt ungerad, 2 ſind gerad. 3 ſind ungerad, 4 ſind ꝛc.

L. Sagt alle zugleich von 1 bis 10, was ungerad und gerad iſt!

L. Noch einmal! Noch einmal!

L. Jetzt will ich auch von Einszehn bis 20 die ungeraden Zahlen ſagen, und ihr ſagt jedes Mal wieder die nächſtfolgende gerade!

L. Einszehn ſind ungerad! K. Zweyzehn ſind gerad

L. 13 — — ! K. 14 — —

L. 15 — — ! K. 16 — ꝛc.

L. Sage Einer nach dem Andern allein von Einszehn bis 20, was ungerad und gerad iſt! Ant. Einszehn ſind ungerad, zweyzehn ſind gerad. 13 ſind ung. ꝛc.

L. Sagt alle zugleich von Einszehn bis 20, was ungerad und gerad iſt! Noch einmal!

[Nun kann man ohne Anſtand alle ungerade und gerade Zahlen von 1 bis 100 angeben laſſen, als:]

Eins iſt ungerad, 2 ſind gerad, 3 ſind ungerad, 4 ſind gerad ꝛc.

L. Sagt mir jetzt blos die ungeraden Zahlen von 1 bis 99!

Ant. Eins, 3, 5, 7, 9. Einszehn 13, 15, 17, 19.
21 23, 25, 27, 29. 31, 33, 35, 37, 39 ꝛc.

L. Sagt jetzt auch alle ungerade Zahlen rückwärts von 99 bis 1!

Ant. 99, 97, 95, 93, 91. 89, 87, 85, 83, 81.
79, 77, 75, 73, 71, ꝛc.

L. Sagt alle gerade Zahlen von 2 bis 100!

Ant. 2, 4, 6, 8, 10. Zweyzehn, 14, 16, 18, 20.
22, 24, 26, 28, 30 ꝛc.

L. Sagt auch alle dieſe geraden Zahlen rückwärts von 98 bis 2!

Ant. 98, 96, 94, 92, 90. 88, 86, 84, 82, 80. ꝛc.

Die 4 Grundrechnungen oder 4 Species.

Zuſammenzählung oder Addition.

a) Zuſammenzählung jeder Zahl unter 10 *
zu — — — 10.

Das iſt:

Das ſogenannte Einsundeins.

* 10. mit verſtanden!

Der Lehrer macht ein ſenkrechtes Strichlein an die Tafel, alsdann noch 3 Strichlein unter das erſte, alsdann 5 Strichlein weiter hinunter, dann 7 Strichlein, dann wieder weiter hinunter 9 Strichlein, während er ſpricht:

Wie viel Strichlein ſind dieß? Ant. Eins, drey, fünf ꝛc.

L. Sagt alle zugleich noch einmal, wie viel Strichlein hier jedes Mal unter einander folgen! Ant. 1, 3, 5, 7, 9.

L. Noch einmal! Ant. 1, 3, 5, 7, 9.

I
III
IIIII
IIIIIII
IIIIIIIII
II
IIII
IIIIII
IIIIIIII
IIIIIIIIII

Sagt ſie auch von unten hinauf! Ant. 9, 7, 5, 3, 1.

L. Noch einmal! Noch einmal!

L. Eins, 3, 5, 7, 9. Sind dieß lauter gerade Zahlen, oder ungerade? Ant. Ungerade.

Er macht unter die 9 Strichlein wieder 2 Strichlein, alsdann weiter hinunter 4, dann 6, dann 8, dann 10, ſo daß alle Strichlein an der Tafel ſtehen, wie hier links, während er ſpricht:

Wie viel Strichlein ſind dieß? Ant. 2, 4 ꝛc.

L. Sagt noch einmal mit einander, wie viel Strichlein hier wieder jedes Mal beyſammen ſind! Ant. 2, 4, 6, 8, 10.

L. Sagt ſie auch von unten hinauf! Ant. 10, 8, 6, 4, 2.

L. Noch einmal! Noch einmal!

L. Sind die Zahlen: 2, 4, 6, 8, 10, gerade Zahlen oder ungerade?

Ant. Gerade.

L. Wie viel ungerade Zahlen gibt es bis auf 10? Ant. fünf.

L. Wie viel gerade — — — — — — 10? — fünf.

L. Sagt mir jetzt jede Anzahl dieſer Strichlein von oben herab! Ant. 1, 3, 5, 7, 9. 2, 4, 6, 8, 10.

Noch einmal! Noch einmal!

L. Sagt ſie auch alle von unten hinauf! Ant. 10, 8, 6, 4, 2, 9, ꝛc.

L. Noch einmal! Noch einmal!

Der Lehrer deutet auch auſſer der Ordnung herum, und fragt jedes Mal: „Wie viel ſind dieß?“ und übt dieſes ſo lang, bis alle Fragen geläufig beantwortet werden.

Nun wird mit jeder dieſer Zahlen 1 verbunden, alsdann 2, dann 3 u. ſ. w. bis 10, wie folgt:

Verbindung mit 1.

[Der Lehrer macht neben das oberſte Strichlein rechts in einiger Entfernung noch ein Strichlein, und ſpricht:]

Eins und Eins ſind zuſammen zwey. Wie viel ſind Eins und Eins zuſammen? Ant. Zwey.

[Er macht eben ſo zu den obern 3 Strichlein ein 4tes, und ſpricht:]

Wie viel ſind 3 und Eins zuſammen? Ant. —

L. Zählt dieſe Strichlein! Ant. Eins, zwey, 3, 4.

L. Wie viel ſind alſo 3 und 1 zuſammen? Ant. 4.

[Er macht eben ſo zu den obern 5 Strichlein noch eins, und ſpricht:]

Wie viel ſind 5 und 1? Ant. —

L. Zählt dieſe Strichlein! Ant. Eins, 2, 3, 4, 5, 6.

Eben ſo wird Eins mit 7 verbunden, alsdann mit 9, dann

mit 2, mit 4, wo endlich die Strichlein auf der Tafel ſtehen, wie hier links angezeigt iſt.

1 1	Nach dieſem deutet der Lehrer oder ein Schüler auf jede Anzahl dieſer Strichlein von oben
111 1	herab, und läßt ſich bald von Einem allein,
11111 1	bald von Allen zugleich, Folgendes nachſpre-
1111111 1	chen:
111111111 1	Eins und 1 ſind 2.
111 1	3 und 1 ſind 4.
u. ſ. w.	5 — 1 — 6. ꝛc. bis
	10 — 1 — 11.

[Eben ſo wird dieſes auch wieder von unten hinauf geübt, als:]

10 und 1 ſind 11. 6 und 2 ſind 8. ꝛc. bis
8 — 2 — 10. 1 — 1 — 2.

Einige Fragen außer der Ordnung:

L. Wie viel ſind 3 und 1 zuſammen? Ant. 4.
L. Wie — — 7 — 1 — ? — 8.
L. — — — 5 — 1 — ? — 6.
L. — — — 9 — 1 — ? — 10.
L. — — — 4 — 1 — ? — 5.
u. ſ. w.

Verbindung mit 2.

Der Lehrer macht etwas näher an jede Anzahl dieſer Strichlein nach und nach wieder ein neues Strichlein (wie hier links angezeigt iſt) während er ſpricht:

1 11	Eins und 2 ſind 3 zuſammen. Wie viel ſind Eins und 2 zuſammen? Ant. 3.
111 11	L. Wie viel ſind aber 3 und 2 zuſammen?
11111 11	Antw. —
1111111 11	L. Zählt dieſe Strichlein! Ant. Eins, 2,
u. ſ. w.	3, 4, 5.

L. Wie viel ſind alſo 3 und 2 zuſammen? Ant. 5.
L. Wie viel ſind 5 und 2 zuſammen? Ant. —
L. Zählt dieſe Strichlein! Eins, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
L. Wie viel ſind alſo 5 und 2 zuſammen? Ant. 7.

[Eben ſo wird die Zahl 2 vollends mit den übrigen verbunden.]

[Nach dieſem deutet der Lehrer oder ein Schüler wieder von oben herab, und läßt ſich bald von Einem allein, bald von Allen zugleich Folgendes nachſprechen:]

Eins und 2 ſind 3.	7 und 2 ſind 9.
3 — 2 — 5.	9 — 2 — 11. ꝛc. bis
5 — 2 — 7.	10 — 2 — 12.

[Eben ſo wird dieſes auch von unten hinauf geübt, als: 10 und 2 ſind 12. 8 und 2 ſind 10. 6 und 2 ſind 8 ꝛc. bis 1 und 2 ſind 3.]

L. Wie viel ſind 3 und 2 zuſammen? Ant. 5.
L. — — — 7 — 2 — ? — 9.
L. — — — 5 — 2 — ? — 7 ꝛc.

Verbindung mit 3.

[Der Lehrer macht wieder neben jede Anzahl der vorigen Strichlein ein neues Strichlein, während er ſpricht:]

Eins und 3 ſind zuſammen 4. Wie viel ſind 1 und 3 zuſammen? Ant. 4.

L. Wie viel ſind 3 und 3 zuſammeu? Ant. —
L. Zählt dieſe Strichlein! Ant. 1, 2, 3, 4, 5, 6.
L. Wie viel ſind alſo 3 und 3 zuſammen? Ant. 6.
L. Wie viel ſind 5 und 3 zuſammen? Ant. —
L. Zählt dieſe Strichlein! Ant. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
L. Wie viel ſind alſo 5 und 3 zuſammen? Ant. 8.

[Eben ſo wird die Zahl 3 mit den übrigen verbunden. Nach dieſem wird wieder alles von oben herab geſagt, als:]

Eins und 3 ſind 4. 3 und 3 ſind 6. 5 und 3 ſind 8. 7 und 3 ſind 10 ꝛc. bis 10 und 3 ſind 13.

Alsdann auch von unten hinauf, als:

10 und 3 ſind 13. 8 und 3 ſind 11. 6 und 3 ſind 9 ꝛc. bis 1 und 3 ſind 4.

Einige Fragen: Fr. Wie viel ſind 3 und 3 zuſammen? Ant. 6. ꝛc.

Auf gleiche Art wird alsdann die Verbindung mit 1 und 4, mit 3 und 4, mit 5 und 4 ꝛc. bis 10 und 4 durchgenommen.

Alsdann die Verbindung mit	1 und 5,	3 und 5,	5 und 5 ꝛc.
Alsdann die — —	1 und 6,	3 und 6,	5 und 6 ꝛc.
— — — —	1 — 7,	3 — 7,	5 — 7 ꝛc.
— — — —	1 — 8,	3 — 8,	5 — 8 ꝛc.
— — — —	1 — 9,	3 — 9,	5 — 9 ꝛc.
Endlich — — —	1 — 10,	3 — 10,	5 — 10 ꝛc.

Anm. Man gehe noch nicht über 20 hinaus, ſondern wiederhole lieber dieſe Uebungen von vorn (1 und 1 ſind 2) bis dahin, wo es heißt: 10 und 10 ſind 20.

Um ſich für die Zukunft das Anſchreiben zu erſparen, kann man auch alle Striche, wie ſie jetzt an der Tafel ſtehen, mit Tinte groß auf einen Bogen Papier bringen, und jene, die nicht mit gezählt werden ſollen, jedes Mal mit einem andern Papier oder Lineal bedecken.

---

b) Zuſammenzählung jeder Zahl unter 10. zu — — über 10.

1111111111 1
1111111111 111
1111111111 11111
1111111111 1111111
u. ſ. w.

Der Lehrer ſtellt alle Zahlen von 11 bis 20 mittelſt Striche auf der Tafel dar, wie hier links angezeigt iſt, und ſpricht:

Auf der linken Seite hier ſind je-

des Mal 10 Strichlein, und auf der Rechten wieder alle Anzahlen von 1 bis 10.

[Er deutet oben auf 11, dann immer weiter herunter, indem er ſpricht:]

Hier ſind alſo einszehn; hier ſind 13. Wie viel ſind weiter abwärts? Antw. 15.

L. Wie viel ſind weiter abwärts? Ant. 17.

L. Wie — — — — ? — 19.

L. Einszehn, 13, 15, 17 und 19; ſind dieß lauter gerade Zahlen oder ungerade? Ant. Ungerade.

[Er deutet auf 12, dann immer weiter herab, indem er ſpricht:]

Wie viel ſind dieß? Ant. Zweyzehn.

L. Wie viel ſind dieß? Ant. 14 ꝛc. 16, 18. 20.

L. Zweyzehn, 14, 16, 18, 20; ſind dieß lauter gerade Zahlen oder ungerade? Ant. Gerade.

L. Sagt von oben herab, wie viel Strichlein in jeder Reihe ſind! Ant. Einszehn, 13, 15 ꝛc. bis 20.

L. Noch einmal!

L. Sagt ſie auch von unten hinauf! Ant. 20, 18, 16 ꝛc.

L. Noch einmal!

[Nun folgen die Verbindungen wieder wie vorhin, nämlich]

Verbindung mit 1.

1111111111 11111 1 1111111111 111 1 1111111111 1 1 u. ſ. w.	Der Lehrer macht zu jeder Reihe ein neues Strichlein, wie hier links angezeigt iſt, und läßt ſie zuerſt von einzelnen Schülern allein, und dann von allen zugleich zuſammenzählen, wie folgt:

Einszehn und Eins ſind zweyzehn. 13 und 1 ſind 14. 15 und 1 ſind 16 ꝛc. [bis 20 und 1 ſind 21.]

L. Auch von unten hinauf! Ant. 20 und 1 ſind 21. 18 und 1 ſind 19. 16 und 1 ſind 17 ꝛc. [bis Einszehn und 1. ꝛc.]

L. Wie viel ſind 13 und 1 zuſammen? Ant. 14.

L. Wie — — 15 — 1 — ? — 16 ꝛc.

Verbindung mit 2.

111111111	1 11	Der Lehrer macht zu jeder der vorigen Reihen noch ein Strichlein, und läßt zuſammenzählen, wie folgt:
111111111	111 11	
111111111	11111 11	
u. ſ. w.		

Einszehn und 2 ſind 13; 15 und 2 ſind 17 ꝛc. Auch von unten hinauf: 20 und 2 ſind 22; 18 und 2 ſind 20 ꝛc.

L. Wie viel ſind 13 und 2 zuſammen? Ant. 15.

L. Wie — — 17 — 2 — ? — 19 ꝛc.

Eben ſo geſchieht durch fernere Beyſetzung eines Strichs die Verbindung der Zahlen 11, 13, 15 ꝛc. mit 3, alsdann mit 4, dann mit 5 ꝛc. bis 20 und 10 ſind 30.

Bey dem Zuſammenzählen über 30 kann man endlich die Strichlein entbehren, und zuletzt noch folgende Verbindungen machen laſſen:

2 und 2 ſind 4, und 2 ſind 6, und 2 ſind 8 ꝛc. bis 100. Alsdann
3 — 3 — 6, — 3 — 9, — 3 — 12 ꝛc. bis 102. —
4 — 4 — 8, — 4 — 12, — 4 — 16 ꝛc. — 100. —
Eben ſo mit den übrigen Zahlen bis 90 und 10 ſind 100.

Abziehung oder Subtraction.

a) Abziehung jeder Zahl unter 10. (wo möglich) von — — — 10.

Der Lehrer ſtellt alle Zahlen von 1 bis 100 mittelſt der Striche dar, wie gleich links folgen wird, während er jedes Mal fragt:

1	L. Wie viel Strichlein ſind dieß? Ant. Eins.
11	— — — — — ? Ant. 2.
111	u. ſ. w.
1111	Sind die Strichlein alle an der Tafel, ſo fragt er auch außer der Ordnung, indem er z.
11111	B. zuerſt blos auf die ungeraden, und dann auch
111111	auf die geraden Anzahlen deutet:
1111111	L. Wie viel ſind dieß? Ant. Eins.
11111111	— — — — ? — 3.
111111111	— — — — ? — 5. ꝛc.
1111111111	[Nach dieſem wird das Abziehen oder Wegnehmen geübt, wie folgt:]

Eins von jeder höhern Zahl bis 10.

[Er verdeckt das oberſte Strichlein mit einem Lineal, und ſpricht:]

Wenn man dort, wo nur 1 iſt, 1 wegnimmt, ſo bleibt nichts übrig. [Hierauf verdeckt er nach und nach in jeder folgenden Anzahl das erſte Strichlein, während er ſpricht:]

Wenn man dort, wo 2 ſind, 1 wegnimmt, wie viel bleiben noch übrig? Ant. Eins.

L. Wenn man dort, wo 3 ſind, 1 wegn. wie v. bl. noch üb.? Ant. 2

L. — — — — 4 — 1 — — v. bl. — — ? — 3

u. ſ. w.

[Der Lehrer verdeckt wieder wie vorhin nach und nach ein Strichlein, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Eins von Eins bleibt nichts. 1 von 2 bleibt 1. 1 von 3 bleiben 2.
1 von 4 bleiben 3 1 — 5 bleiben 4. 1 — 6 — 5.
1 — 7 — 6 1 — 8 — 7. 1 — 9 — 8.
1 — 10 — 9.

[Auch einige Mal von unten hinauf, als:]

Eins von 10 bleiben 9. 1 von 9 bleiben 8. 1 von 8 bleiben 7.
Eins — 7 — 6 ꝛc. bis Eins von 1 bleibt nichts.

2 von jeder höhern Zahl bis 10.

[Der Lehrer verdeckt die obern 2 neben einander ſtehenden Strichlein, alsdann jedes Mal die zwey erſten Strichlein der folgenden Reihen, während er ſpricht:]

Wenn man dort, wo nur 2 ſind, 2 wegnimmt, ſo bleibt nichts mehr übrig. Wenn man aber dort, wo 3 ſind, 2 wegnimmt, wie viel bleiben noch übrig? Antw. Eins.

L. Wenn man dort, wo 4 ſind, 2 wegn. wie viel bl. noch üb.?
L. Wenn — —, wo 5 —, 2 wegn. wie viel bl. noch üb.?
u. ſ. w.

[Der Lehrer verdeckt wie vorhin jedes Mal 2 Strichlein, und läßt ſich einige Mal Folgendes nachſprechen:]

2 von 2 bleibt nichts. 2 von 3 bleibt 1. 2 von 4 bleiben 2.
2 — 5 bleiben 3. 2 — 6 bleiben 4. 2 — 7 — 5.
u. ſ. w.

[Auch einige Mal von unten hinauf, als:]

2 von 10 bleiben 8. 2 von 9 bleiben 7. ꝛc. bis
2 — 2 bleibt nichts.

[Zuletzt einige Fragen; wird eine nicht ſogleich beantwortet, ſo wird es an den Strichlein gezeigt, z. B.]

L. 2 von 3! wie viel bleibt? Ant. 1.
L. 2 — 5! wie — bleiben? Ant. 3.
L. 2 — 7! — — — Ant. 5 ꝛc.

---

3 von jeder höhern Zahl bis 10.

Der Lehrer verdeckt die obern 3 neben einander ſtehenden Strichlein, alsdann jedes Mal die 3 erſten Strichlein der übrigen Reihen, während er ſpricht:

Wenn man dort, wo nur 3 ſind, 3 wegnimmt, ſo bleibt nichts mehr; wenn man aber dort, wo 4 ſind, 3 wegnimmt, wie viel bleibt noch übrig? Ant. Eins.

L. Wenn man dort, wo 5 ſind, 3 weg. w. v. bl. noch? Ant. 2.

L. Wenn man dort, wo 6 ſind, 3 weg. w. v. bl. noch? Ant. 3.
L. — — —, — 7 —, 3 — — — — — ? — 4.
u. ſ. w.

[Der Lehrer verdeckt wieder wie vorhin jedes Mal 3 Strichlein, und läßt ſich Folgendes einige Mal nachſprechen:]
3 von 3 bleibt nichts. 3 von 4 bleibt 1. 3 von 5 bleiben 2.
3 — 6 bleiben 3 ꝛc. bis 3 von 10 bleiben 7.
[Auch einige Mal von unten hinauf, als:]
3 von 10 bleiben 7. 3 von 9 bleiben 6 ꝛc. bis 3 von 3 bleibt nichts:

Fragen, als:

L. 1 von 3! wie viel bleiben? Ant. 2.
L. 3 — 7! — — — ? — 4 ꝛc.
[Eben ſo wird die Zahl 4 von jeder höhern bis 10 abgezogen; alsdann 5, 6 ꝛc. bis 10 von 10 bleibt nichts:]

[Zuletzt werden noch willkührliche Fragen gegeben, als:]
L. 2 von 6! wie viel bleiben? Ant. 4.
L. 2 — 10! — — — ? — 8.
L. 3 — 3! — — — ? — Nichts.
L. 5 — 9! — — — ? — 4.
u. ſ. w.

---

b) Abziehung jeder Zahl unter 10.
von — — über 10 bis 100,
das iſt:

Von jeder zweyſtelligen Zahl *

* Eine einſtellige Zahl iſt jede, welche (im Zifferrechnen) nur mit einer einzelnen Ziffer bezeichnet wird, z. B. 1. 2. 3 ꝛc. 9.
Eine 2 ſtellige Zahl iſt jede, welche mit 2 Ziffern bezeichnet wird, z. B. 10, 11. 12 ꝛc. bis 99.
Nun wird man auch wiſſen, was eine 3= und mehrſtellige Zahl iſt.

Bey dieſem Abziehen gibt es zwey Fälle, die ſich durch den einfachen Gebrauch der Strichlein ſehr erleichtern laſſen:

1ter Fall: der Abzug iſt nicht größer als die Einerſtelle der größern Zahl, z. B. 7 von 19.

2ter Fall: der Abzug iſt größer als die Einerſtelle der größern Zahl, z. B. 7 von 15.

Man behandelt beyde wie folgt:

Erſter Fall.

Abziehung von jeder Zahl zwiſchen 10 und 20.

IIIIIIIIII I [Der Lehrer macht 11 Strichlein an die Tafel, wie hier links, und ſpricht:]

10 und 1 ſind 11; wie viel bleiben übrig, wenn man von 11 Eins (hier löſcht er das 11te Strichlein aus) wegnimmt? Ant. 10.

IIIIIIIIII II [Er macht ſtatt des verlöſchten Strichleins 2 andere hin, wie hier links, und ſpricht:]

10 und 2 ſind 12; wie viel bleiben übrig, wenn man von 12 Eins (Er verwiſcht das 12te) wegnimmt? Ant. 11.

IIIIIIIIII III [Er macht neben dieſe 11 Strichlein noch 2, wie hier links, und ſpricht:]

10 und 3 ſind 13; wie viel bleiben übrig, wenn man von 13 Eins (Er verwiſcht das 13te) wegnimmt? Ant. 12.

[Eben ſo kann der Lehrer fortfahren, auch von jeder andern Zahl bis 20 mittelſt der Striche Eins abziehen zu laſſen — wenn ſie auch gleich die Antworten ſchon voraus wiſſen.

Am beſten iſt es aber, wenn er ſie jetzt die Striche an der öffentlichen Tafel ſelbſt machen läßt, wie folgt:]

L. Nun ſollt ihr auch ſelbſt ſolche Strichlein machen; ihr müßt aber, wenn es mehr als 10 ſind, jedes Mal 10 ganz nahe an einander ſtellen, wie hier, und die übrigen etwas

weiter weg, dann ſeht ihr leicht, wie viel übrig bleiben, wenn ihr eins oder mehrere davon wegwiſchet.

[Der Lehrer wiſcht alle ſeine Striche von der Tafel, läßt einen Schüler nach dem andern davortreten, und eine der folgenden Aufgaben löſen:]

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 14 Eins wegnimmt?

[Der Schüler macht alſo 10 Strichlein neben einander und etwas weiter weg 4 Strichlein, wiſcht das letzte weg, und ſpricht: 13.]

Anm. Während dieſes dürfen die übrigen Schüler, wenn ſie Schiefertafeln haben, natürlicher Weiſe, auch alles für ſich in der Stille mitmachen.

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 15 Eins wegn.? 14.
L. Wie — — — — — — 16 — — ? 15.
L. — — — — — — — 17 — ꝛc. bis
L. — — — — — — — 20 — wegn. ? 19.

[Der Lehrer läßt ſich zuletzt ohne Strichlein Folgendes nachſprechen:]

Eins von 11 bleiben 10. 1 von 12 bleiben 11.
1 — 13 — 12 ꝛc. bis 1 von 20 bleiben 19.

Es werden 2 abgezogen.

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 12 zwey wegnimmt? Ant. (Hier werden wie vorhin 10 Strichlein neben einander gemacht, und etwas weiter rechts noch 2 Strichlein. Dieſe 2 Strichlein wiſcht man wieder weg, und ſpricht:) 10.

[Eben ſo werden die noch übrigen Zahlen in Strichlein dargeſtellt, und jedes Mal um 2 vermindert, als:]

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 13 zwey wegn.? 11.
L. — — — — — — — 14 — ꝛc. bis
L. — — — — — — — 20 — wegn. ? 18.

Eben ſo werden 3 abgezogen (weggewiſcht!) von 13, alsdann von 14, 15 ꝛc bis 20.

Alsdann 4 von 14, 15, 16 ꝛc. bis 20.
— 5 — 15, 16, ꝛc. 17 ꝛc. bis 20.
— 6 — 16, 17, ꝛc. bis 20. Alsdann 7 von 17 von 18 ꝛc.
— 8 — 18, 19 u. 20. Alsdann 19 von 19 u. von 20.
— 10 — 20.

Abziehung von jeder Zahl zwiſchen 20 und 30.

Ganz auf die vorige Art wird auch hier verfahren; nur braucht man nicht ſo gar viele Umſtände mehr.

IIIIIIIIII IIIIIIIIII IIIII [Der Lehrer macht 25 Striche an die Tafel, wie hier, und ſpricht:] 20 und 5 ſind 25; wie viel bleiben übrig, wenn man von 25 zwey (Er wiſcht die letztern 2 Striche weg) wegnimmt? Ant. 23.

[Eben ſo läßt man jetzt mittelſt der Striche folgende Aufgaben löſen.]

L. 2 von 29! wie viel bleiben? Ant. 27
2 — 24! — — — ? — 22
2 — 28! — — — ? — 26
2 — 22! — — — ? — 20
2 — 26! — — — ? — 24
2 — 23! — — — ? — 21
2 — 27! — — — ? — 25
2 — 30! — — — ? — 28

[Nun können ohne Striche, oder dann und wann auch mittelſt derſelben, folgende Fragen beantwortet werden:]

3 von 24! wie viel bleiben? Ant. 21
3 — 28! — — — ? — 25
3 — 23! — — — ? — 20
4 — 27! — — — ? — 23

4 von 30! wie viel bleiben? Ant. 26
5 — 39! — — — ? — 34
5 — 49! — — — ? — 44
5 — 29! — — — ? — 24 ꝛc.

[Eben ſo kann der Lehrer noch mehrere Fragen beantworten laſſen; er muß aber Acht geben, daß der Abzug nie größer werde, als die Einheiten der Verkleinerungszahl. So kann z. B. die Zahl 5 von 23 noch nicht genommen werden.]

Zweyter Fall.

Abziehung von jeder Zahl zwiſchen 10 und 20.

Von 11.

1111111111 1 [Der Lehrer macht 11 Strichlein an die Tafel, wie hier, und ſpricht:]

10 und 1 ſind Einszehn. Wenn man von Einszehn zwey wegnimmt, wie viel bleiben noch? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache! (Er läßt das einzelne Strichlein rechts ſtehen, löſcht das 9te und 10te aus, und ſpricht:) 2 von 10 bleiben 8, und 1 dazu ſind 9.

Wie viel bleiben alſo, wenn man von Einszehn 2 wegnimmt? Ant. 9.

[Der Lehrer macht das 9te und 10te Strichlein wieder hin, damit es wieder 11 gibt, und ſpricht:]

Wenn man aber von einszehn 3 wegnimmt, wie viel bleiben noch übrig? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes wieder mache! (Er läßt das einzelne Strichlein rechts wieder ſtehen, löſcht das 8te, 9te und 10te weg, und ſpricht:] 3 von 10 bleiben 7, und 1 ſind 8.

Wie viel bleiben alſo, wenn man von 11 drey wegnimmt? Ant. 8.

L. Auf dieſe Art könnt ihr jedes Mal, wenn ihr nicht ſo viel über 10 habt, als ihr wegnehmen ſollt, gleich alles von 10 nehmen.

[Der Lehrer löſcht alle ſeine Striche weg, und läßt wieder jeden Schüler eine von den folgenden Aufgaben an der öffentlichen Tafel mittelſt der Striche berechnen.]

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 11 vier wegn. Ant. 7.
L. — — — — — — — 11 fünf — ? — 6.
L. — — — — — — — 11 ſechs — ? — 5.
Eben ſo 7 von 11, alsdann 8, 9 bis 10 von 11 bleibt 1.

[Der Lehrer läßt alle dieſe Abziehungen von 11 noch einige Mal ohne Strichlein zuerſt von einzelnen Schülern, und dann von allen zugleich mit folgenden Worten herſagen:]

2 von 11 heißt ſo viel als:	2 von 10 und 1;
	2 von 10 bleiben 8, 1 dazu ſind 9.
3 von 11 — — — —	3 — 10 und 1;
	3 — 10 bleiben 7, 1 dazu ſind 8.
4 — 11 — — — —	4 — 10 und 1;
	4 — 10 bleiben 6, 1 dazu ſind 7.
5 — 11 — — — —	5 — 10 und 1;
	5 — 10 bleiben 5, 1 dazu ſind 6.
6 — 11 — — — —	6 — 10 und 1;
	6 — 10 bleiben 4, 1 dazu ſind 5.
7 — 11 — — — —	7 — 10 und 1;
	7 — 10 bleiben 3, 1 dazu ſind 4.
8 — 11 — — — —	8 — 10 und 1;
	8 — 10 bleiben 2, 1 dazu ſind 3.
9 — 11 — — — —	9 — 10 und 1;
	9 — 10 bleibt 1, 1 dazu ſind 2.
10 — 11 bleibt 1.	

Von 12.

1111111111 11 [Der Lehrer macht 12 Striche an die Tafel, und ſpricht:]

Hier ſind 12 Strichlein. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 12 drey wegnimmt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes wieder mache! (Er wiſcht das 8te, 9te und 10te weg, und ſpricht:)

3 von 10 bleiben 7, und 2 ſind 9.

Wie viel bleiben alſo, wenn man von 12 drey wegnimmt? Ant. 9.

[Der Lehrer löſcht alle Striche weg, und läßt wieder jeden Schüler eine von den folgenden Aufgaben eben ſo mit Strichen an der öffentlichen Tafel berechnen:]

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 12 vier wegn. Ant. 8.

L. Wie — — — — — — 12 fünf — — 7.

Eben ſo 6 von 12, dann 7, 8, 9 bis 10 von 12, bleiben 2.

[Dieſe Abziehungen werden ohne Strichlein mit Worten wiederholt, als:]

3 von 12 heißt ſo viel als: 3 von 10 und 2;
3 — 10 bleiben 7, 2 dazu ſind 9.
4 — 12 — — — — 4 — 10 und 2;
4 — 10 bleiben 6, 2 dazu ſind 8.
5 — 12 — — — — 5 — 10 und 2;
5 — 10 bleiben 5, 2 dazu ſind 7
6 — 12 — — — — 6 — 10 und 2;
6 — 10 bleiben ꝛc. bis
10 — 12 bleiben 2.

[Nun kann der Lehrer die übrigen Abziehungen blos noch mit Worten machen laſſen, als:]

4 von 13 heißt ſo viel als: 4 von 10 und 3;
4 — 10 bleiben 6, 3 dazu ſind 9.
5 — 13 — — — — 5 — 10 und 3;
5 — 10 bleiben 5, 3 dazu ſind 8.
6 — 13 — — — — 6 — 10 und 3;
6 — 10 bleiben ꝛc. bis
10 — 13 bleiben 3.

Eben ſo 5 von 14, 6 von 14 ꝛc. bis 10 von 14.
Alsdann 6 — 15, 7 — 15 ꝛc. — 10 — 15.
— 7 — 16, 8 — 16 ꝛc. — 10 — 16.
— 8 — 17, 9 — 17 ꝛc. — 10 — 17.
— 9 — 18, 10 — 18.
Endlich 10 — 19.

Abziehungen zwiſchen 20 und 30.

[Hier können anfangs die Strichlein wieder gebraucht werden.]

Abziehung von 21.

IIIIIIIIII IIIIIIIIII I [Der Lehrer macht 21 Striche wie hier an die Tafel, und ſpricht:]

10 und 10 ſind 20 und 1 ſind 21. Wenn man von 21 zwey wegnimmt, wie viel bleiben noch übrig? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes wieder mache! Er läßt das einzelne Strichlein rechts ſtehen, löſcht das 19te und 20ſte aus, und ſpricht: 2 von 20 bleiben 18, und 1 ſind 19.

Wie viel bleiben alſo übrig, wenn man von 21 zwey wegnimmt? Ant. 19.

[Der Lehrer läßt jeden Schüler wieder eben ſo mit Strichen an der öffentlichen Tafel eine der folgenden Abziehungen machen:]

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 21 drey wegn.? Ant. 18
L. Wie — — — — — — 21 vier — ? — 17
Eben ſo 5 von 21. 6 von 21 ꝛc. bis 10 von 21.

[Dieſe Abziehungen werden wieder blos mit Worten wiederholt, wie folgt:]

2 von 21 heißt ſoviel als: 2 von 20 und 1;
2 — 20 bleiben 18, 1 dazu ſind 19.
3 — 21 — — — — 3 von 20 und 1;
3 — 20 bleiben 17, 1 dazu ſind 18.
4 — 21 — — — — 4 — 20 und 1;
4 — 20 bleiben ꝛc. bis

10 von 21 heißt ſo viel als: 10 — 20 und 1,
10 — 20 bleiben 10, 1 dazu ſind 11.

[Die übrigen Abziehungen mögen blos mit Worten gemacht werden wie folgt:]

3 von 22 heißt ſo viel als: 3 von 20 und 2;
3 — 20 bleiben 17, 2 dazu ſind 19.
4 — 22 — — — — 4 — 20 und 2;
4 — 20 bleiben 16, 2 dazu ſind 18.
5 — 22 — — — — 5 — 20 und 2;
5 — 20 bleiben ꝛc. bis
10 — 22 — — — — 10 — 20 und 2;
10 — 20 bleiben 10, 2 dazu ſind 12.

Eben ſo 4 von 23, 5 von 23 ꝛc. bis 10 von 23.
Alsdann 5 — 24, 6 — 24 ꝛc. bis 10 — 24.
— 6 — 25, 7 — 25 ꝛc. — 10 — 25.
u. ſ. w.

[Hierauf werden willkührliche Fragen gegeben, und nur da mittelſt der Striche gelöst, wenn ſich ein Schüler nicht leicht darauf verſtehen will, als:]

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 31 zwey wegnimmt?
2 von 31 heißt ſo viel als 2 von 30 und 1;
2 — 30 bleib. 28, 1 dazu ſind 29.

L. 7 von 35! wie viel bleiben? Ant. —
L. 7 — 45! — — — ?
L. 3 — 42! — — — ?
L. 3 — 52! — — — ?
u. ſ. w.

[Merkt endlich der Lehrer, daß ſich die Schüler in dem Falle ſo ziemlich zu helfen wiſſen, ſo ſpricht er:]

Soll man angeben, was übrig bleibt, wenn man

z. B. 4 von 25 wegnimmt, ſo ſagt man nur kurz: 4 von 25 bleiben 21.

Soll man aber 4 von 23 wegdenken, und angeben, was übrig bleibt, ſo braucht man ſchon mehr Umſtände.

Wißt ihr daher in Zukunft bey einer ſolchen Frage gleich, was übrig bleibt, ſo ſagt ihr es ohne viele Worte heraus, wißt ihr es aber nicht gleich, ſo verfahrt ihr wie bisher!

L. Wie viel bleiben übrig, wenn man von 9 ſieben wegnimmt? Ant. 2.

L. 5 von 8! wie viel bleiben? Ant. 3
L. 5 — 18! — — — ? — 13
L. 5 — 28! — — — ? — 23
L. 5 — 48! — — — ? — 43
L. 5 — 98! — — — ? — 93
L. 5 — 23! — — — ? —
L. 7 — 23! — — — ? —
L. 9 — 34! — — — ? —

u. ſ. w.

[Zuletzt kann man noch 2, 3, 4 ꝛc. bis 10 von 100 an bis auf die geringſten Zahlen herunter abziehen laſſen, wie folgt:]

2 von 100 bleiben 98. 2 von 98 bleiben 96.
2 — 96 — 94. 2 — 94 — ꝛc. bis
2 — 2 bleibt nichts. Alsdann
2 von 99 bleiben 97. 2 von 97 bleiben 95.
2 — 95 — 93. ꝛc. bis.
2 — 3 bleibt 1. Alsdann
3 von 100 bleiben 97. 3 von 97 bleiben 94.
3 — 94 — 91. u. ſ. w. Alsdann
4 — 100 — 96. 4 von 96 bleiben 92.
4 — 92 — 88. u. ſ. w.
5 — 100 — 95. 5 von 95 ꝛc.
6 — 100 — 94. 6 — 94 ꝛc. u. ſ. w.

Vergleichungen zweyer Zahlen
in Hinſicht ihres Unterſchieds.

---

a) Eine kleinere Zahl mit einer größern verglichen.

Die Zahl 1 mit jeder Zahl über ihr.

[Der Lehrer ſtellt wieder alle Zahlen von 1 bis 10 in Strichen dar, wie oben bey der Abziehung Seite 16, deutet mit dem Finger oder einem Stäbchen zuerſt auf das oberſte Strichlein, alsdann jedes Mal auf das erſte Strichlein in jeder Reihe, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 iſt 1.
1 iſt um 1 weniger als 2.
1 — — 2 — — 3.
1 — — 3 — — 4.
1 — — 4 — — 5.
1 iſt um 5 weniger als 6
1 — — 6 — — 7
1 — — 7 — — 8
1 — — 8 — — 9
1 — — 9 — — 10.

Die Zahl 2 mit jeder Zahl über ihr.

[Der Lehrer deutet auf die obern 2 Strichlein, alsdann anf die 2 erſten der andern Reihe, und ſo immer weiter herab jedes Mal auf die 2 erſten, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

2 ſind 2.
2 ſind um 1 weniger als 3.
2 — — 2 — — 4.
2 — — 3 — — 5.
2 ſind um 4 weniger als 6
2 — — 5 — — 7
ꝛc. bis
2 — — 8 — — 10.

Die Zahl 3 mit jeder Zahl über ihr.

[Er deutet auf die obern 3, alsdann in jeder andern Reihe auf die 3 erſten Strichlein, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

3 ſind 3.
3 ſind um 1 weniger als 4.
3 — — 2 — — 5.
3 ſind um 3 weniger als 6
ꝛc. bis
3 — — 7 — — 10.

[Eben ſo wird die Zahl 4 mit jeder über ihr bis 10 verglichen; alsdann 5 mit jeder höhern ꝛc. bis 9 ſind um 1 weniger als 10.]

---

b) Eine größere mit einer kleinern.

Jede Zahl über 1 mit 1.

[Der Lehrer deutet wieder wie vorhin auf das oberſte Strichlein, alsdann jedes Mal auf das erſte Strichlein jeder Reihe, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 iſt 1.	6 ſind um 5 mehr als 1
2 ſind um 1 mehr als 1.	7 — — 6 — — 1
3 — — 2 — — 1.	8 — — 7 — — 1
4 — — 3 — — 1.	9 — — 8 — — 1
5 — — 4 — — 1.	10 — — 9 — — 1

Jede Zahl über 2 mit 2.

[Er deutet auf die obern 2, alsdann jedes Mal auf die 2 erſten Strichlein in jeder Reihe, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

2 ſind 2.	5 ſind um 3 mehr als 2
3 ſind um 1 mehr als 2.	ꝛc. bis:
4 — — 2 — — 2.	10 — — 8 — — 2

[Eben ſo wird die Zahl 4, 5 ꝛc. bis 10 mit 3 verglichen; alsdann 5, 6 ꝛc. bis 10 mit 4. u. ſ. w.]

[Endlich können willkührliche Aufgaben ohne Strichlein, oder auch hie und da wieder mittelſt derſelben aufgelößt werden, als:]

a) Eine kleinere Zahl mit einer größern.

L. 3 ſind weniger als 5, um wie viel? Ant. Um 2.
L. 4 — — — 5, — — — ? — — 3.
L. 5 — — — 6, — — — ? — — 1.
L. 2 — — — 5, — — — ? — — 3.
L. 4 — — — 8, — — — ? — — 4.

L. 3 ſind um 2 weniger als welche Zahl? Ant. Als 5.
L. 7 — — 2 — — — — ? — — 9.
L. 5 — — 2 — — — — ? — — 7.
L. 9 — — 2 — — — — ? — —11.
L. 2 — — 2 — — — — ? — — 4.
L.10 — — 2 — — — — ? — —12.
L.15 — — 2 — — — — ? — —17.

L. Beantwortet einander eben ſolche Fragen über 2 Zahlen, wovon die eine um 2 weniger iſt als die andere!

L. 1 iſt weniger als 4, um wie viel? Ant. Um 3.
L. 5 ſind — — 8, — — —? — — 3.
L. 3 — — — 6, — — —? — — 3.
L. 1 iſt um 3 weniger als welche Zahl? Ant. Als 4.
L. 5 ſind um 3 — — — —? — — 8.
L. 3 — — 3 — — — —? — — 6.
L. 8 — — 3 — — — —? — —11.
L.17 — — 3 — — — —? — —20.

L. Beantwortet einander eben ſolche Fragen über 2 Zahlen, wovon die eine um 3 weniger iſt, als die andere! —

L. 2 ſind um 4 weniger als welche Zahl? Ant. Als 6.
L. 5 — — 4 — — — —? — — 9.
L. 3 — — 4 — — — —? — — 7.

L. Beantwortet einander eben ſolche Fragen über 2 Zahlen, wovon die eine um 4 weniger iſt als die andere!

Eben ſolche Aufgaben über 2 Zahlen, wovon die eine um 5 weniger iſt als die andere, alsdann ſolche wovon die eine um 6 weniger iſt als die andere,
— — — — 7 — — — — — 2c. bis
— — — — 10 — — — — —

---

b) Eine größere Zahl mit einer kleinern.

L. 5 ſind mehr als 3, um wie viel? Ant. Um 2.
L. 7 — — — 4, — — — ? — — 3.
L. 6 — — — 5, — — — ? — — 1.
L. 5 — — — 2, — — — ? — — 3.
L. 8 — — — 4, — — — ? — — 4.
L. 5 ſind um 2 mehr als welche Zahl? Ant. Als 3.
L. 9 — — 2 — — — — ? — — 7.
L. 4 — — 2 — — — — ? — — 2.
L. 8 — — 2 — — — — ? — — 6.
L. 13 — — 2 — — — — ? — — 11.

L. Beantwortet einander eben ſolche Fragen über, 2 Zahlen, wovon eine um 2 mehr iſt als die andere!

L. 4 ſind mehr als 1, um wie viel? Ant. Um 3.
L. 8 — — — 5, — — — ? — — 3.
L. 6 — — — 3, — — — ? — — 3.
L. 4 ſind um 3 mehr als welche Zahl? Ant. Als 1.
L. 8 — — 3 — — — — ? — — 5.
L. 6 — — 3 — — — — ? — — 3.
L. 14 — — 3 — — — — ? — — 11.
L. 19 — — 3 — — — — ? — — 16.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2 Zahlen, wovon die eine um 3 mehr iſt als die andere!

— — — — 4 — — — — —
— — — — 5 — — — — — ꝛc. bis
— — — — 10 — — — — —

L. Wenn man ſich zuerſt 3 denkt, und alsdann 5: denkt man da ein Mal ſo viel als das andere Mal? Ant. Nein.

L. Wenn man aber zuerſt 3 denkt, und alsdann wieder 3: denkt man da ein Mal ſo viel als das andere Mal? Ant. Ja.

L. Zwey Zahlen, wovon die eine ſo viel iſt als die andere,

heißt man 2 gleiche Zahlen; wie wird man demnach 2 Zahlen heißen, wovon eine nicht ſo viel iſt als die andere? Ant. Zwey ungleiche Zahlen.

L. Sind 3 und 3 zwey gleiche Zahlen, oder zwey ungleiche?
Ant. 2 gleiche.

L. — 2 — 5 — — — — — ungleiche?
Ant. 2 ungleiche.

L. — 5 — 5 — — — — zwey ungleiche?
Ant 2 gleiche.

L. — 5 — 7 — — — — zwey ungleiche?
Ant. 2 ungleiche.

u. ſ. w.

L. Sage du mir auch 2 gleiche Zahlen!
L. Sage du mir ebenfalls 2 gleiche Zahlen!
L. Du auch! du auch!
L. Sage du mir 2 ungleiche Zahlen!

Anm. Vergleichung mit dem Ausdruck: Unterſchied bleibt hier noch weg.

Vervielfältigung oder Multiplication.

a) Vervielfältigung jeder Zahl unter 10.
mit jeder Zahl unter 10.
Das iſt:
Das ſogenannte Einmaleins.

Der Lehrer ſtellt vor Allem (außer der Schulzeit) mittelſt ſchwarzer ſtarker Striche auf einem großen Bogen Papier, jede Zahl von 1 bis 10, zehnmal dar, wie es unten am Ende dieſes Kopfrechnens die 1te Tabelle anzeigt.

Ehe er aber dieſen Bogen (Einheitentabelle genannt) vor den Schülern ſehen läßt, verfährt er, wie folgt:

[Er macht ein Strichlein mit Kreide an die Wandtafel und ſpricht:] „Hier iſt ein Strichlein.“

[Er macht weiter rechts wieder ein ſolches Strichlein, und ſpricht:] „Hier iſt wieder Eins, das ſind 2 mal Eins.“

[Er macht noch weiter rechts wieder ein Strichlein, und ſpricht:]

Wie viel mal Eins ſind es jetzt? Ant. 3 mal Eins.

[Er macht noch weiter rechts ein Strichlein, und ſpricht:]

Wie viel mal Eins ſind es jetzt? Ant. 4 mal Eins.

[Eben ſo macht er immer ein neues Strichlein, während er fragt: „Wie vielmal Eins“ bis 10 mal Eins, das iſt: bis 10 Strichlein an der Tafel ſtehen, wie in der oberſten Reihe der Einheitentabelle. Hierauf läßt er, während er deutet, dieſes Zählen mit dem Wörtchen Mal wiederholen, wie folgt:]

L. Zählt mir noch einmal, wie viel mal Eins hier ſind!

Ant. Einmal Eins. 2 mal 1. 3 mal 1. 4 mal 1. 5 mal 1. 6 mal 1. 7 — 1. 8 — 1. 9 — 1. 10 mal 1.

L. Noch einmal! Noch einmal!

[Der Lehrer löſcht dieſe 10 Strichlein aus, macht 2 ſolche Strichlein neben einander, ſpricht:] „Hier ſind 2 Strichlein.“

[Er macht weiter rechts wieder 2 ſolche Strichlein nebeneinander, und ſpricht:] Hier ſind wieder 2, das ſind alſo 2 mal 2.

[Er macht noch weiter rechts 2, und ſpricht:]

Wie vielmal 2 ſind es jetzt? Ant. 3 mal 2.

[Er macht wieder 2 weiter rechts, und ſpricht:]

Wie vielmal 2 ſind es jetzt? Ant. 4 mal 2.

[Er macht wieder 2, fragt: wie vielmal 2 ſind es, und fährt ſo fort, bis 10 mal 2 Strichlein an der Tafel ſtehen,

wie in der 2ten wagrechten Reihe der Einheitentabelle. Nun ſpricht er:]

Zählt mir noch einmal, wie vielmal 2 hier ſtehen!

Ant. 1 mal 2. 2 mal 2. 3 mal 2. 4 mal 2. 5 mal 2. 6 mal 2. 7 mal 2. 8 mal 2. 9 mal 2. 10 mal 2.

[Jetzt hängt der Lehrer die Einheitentabelle vor, deutet und ſpricht:]

Hier in der oberſten Reihe wagrecht hinüber ſind lauter einzelne Strichlein. Hier in der 2ten Reihe ſind jedes Mal zwey beyſammen, Wie viel ſind in der 3ten Reihe jedes Mal beyſammen? Ant. 3.

L. Wie viel ſind in der 4ten Reihe jedes Mal beyſammen?

Ant. 4.

L. Wie — — — — 5ten — — — — ?

Ant. 5.

L. — — — — — 6ten — — — — ?

Ant. 6.

L. — — — — — 7ten — — — — ?

Ant. 7.

L. — — — — — 8ten — — — — ?

Ant. 8.

L. — — — — — 9ten — — — — ?

Ant. 9.

L. — — — — — 10ten — — — — ?

Ant. 10.

[Der Lehrer deutet wieder auf die oberſte, oder 1te Reihe, und ſpricht:]

Zählt jetzt auch hier, wie vielmal Eins in dieſer Reihe ſind!

Ant. 1 mal 1. 2 mal 1. 3 mal 1. ꝛc. bis 10 mal 1.

[Er deutet auf die 2te Reihe, und ſpricht:]

Zählt, wie vielmal 2 in dieſer Reihe ſind!

Ant. 1 mal 2. 2 mal 2. 3 mal 2. 4 mal 2. bis 10 mal 2.

L. Auch rückwärts!

Ant. 10 mal 2. 9 mal 2. 8 mal 2 ꝛc. bis 1 mal 2.

[Er deutet auf die 3te Reihe, und ſpricht:]

Zählt, wie vielmal 3 in dieſer Reihe ſind!

Ant. 1 mal 3. 2 mal 3. 3 mal 3. 4 mal 3. 5 mal 3. 6 mal 3 ꝛc. bis 10 mal 3.

L. Auch rückwärts!

Ant. 10 mal 3. 9 mal 3 ꝛc. bis 1 mal 3.

Eben ſo wird ferner (während deſſen immer gedeutet wird) gezählt, wie vielmal 4 in der 4ten Reihe ſind,
alsdann wie — 5 — — 5ten — — u. ſ. w.

Nun folgen die eigentlichen Uibungen.

Erſte Reihe.

[Der Lehrer deutet wieder in der 1ten Reihe rechts hinüber, wie vorhin, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]
1 mal 1 iſt 1. 2 mal 1 ſind 2. 3 mal 1 ſind 3. 4 mal 1 ſind 4.
5 — 1 ſind 5. 6 — 1 — 6. 7 — 1 — 7. 8 — 1 — 8.
9 — 1 — 9. 10 — 1 — 10.

2te Reihe.

[Der Lehrer bedeckt die 10 mal 2 Strichlein dieſer Reihe mit einem Lineal, läßt dann die erſten 2 Strichlein nämlich links allein ſehen, und ſpricht:] 1 mal 2 ſind 2.

[Hierauf ſchiebt er das Lineal ſo weit rechts, daß man die nächſten 2 Strichlein ſieht, und ſpricht:] 2 mal 2 ſind 4 zuſammen.

[Jetzt ſchiebt er das Lineal noch weiter rechts, daß man wieder die 2 nächſten Strichlein ſieht, und ſpricht:

Wie viel ſind 3 mal 2 zuſammen? Ant. 6.

[Er läßt noch 2 ſehen, und ſpricht:]

Wie viel ſind 4 mal 2 zuſammen? Ant. 8.

[Er läßt wieder 2 ſehen, und ſpricht:]

Wie viel ſind 5 mal 2 zuſammen? Ant. 10.

[Er rückt ſein Lineal wieder vor, bis an die erſten 2 Strichlein, und dann wieder nach und nach rechts hinüber wie vorhin, während ihm bald einzelne Schüler, bald alle zugleich Folgendes nachſprechen:]

1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 3 mal 2 ſind 6
4 — 2 — 8. 5 — 2 — 10

[Der Lehrer läßt jetzt 6 mal 2 ſehen, und ſpricht:] 5 mal 2 ſind 10; wie viel ſind aber 6 mal 2 zuſammen? Ant. 12.

[Er deutet wieder auf die erſten 2, und laßt bald von einzelnen, bald von allen Schülern zugleich noch einige Mal alles bis 6 mal 2 wiederholen, als:]

1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 3 mal 2 ſind 6.
4 — 2 — 8. 5 — 2 — 10. 6 — 2 — 12. 7 mal 2 ſind 14.

[Er läßt jetzt 7 mal 2 ſehen, und ſpricht:]
6 mal 2 ſind 12; wie viel ſind aber 7 mal 2 zuſammen? Ant. 14.

[Jetzt wird wieder alles wie vorhin von 1 mal 2 bis 7 mal 2 wiederholt, als:

1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 3 mal 2 ſind 6.
4 — 2 — 8. 5 — 2 — 10. 6 — 2 — 12.

[Eben ſo wird jetzt alles von 1 mal 2 bis 8 mal 2 genommen.
Alsdann von 1 — 2 — 9 — 2.
und dann endlich von 1 — 2 — 10 — 2.

Kann jeder Schüler dieſe Vervielfältigung bis 20, ſo ſetzt man noch Fragen, als:

L. Wie viel ſind 2 mal 2 zuſammen? Ant. 4.
L. — — — 4 — 2 — ? — 8.
L. — — — 6 — 2 — ? — 12.
L. — — — 8 — 2 — ? — 16.

Beantwortet ein Schüler die Frage unrichtig, ſo gibt ihm der Lehrer das Lineal, und ſpricht:

Deute auf 8 mal 2!

L. Fange bey 1 mal 2 an, und ſage bis 8 mal 2, wie viel es jedes Mal zuſammen ſind!

Ant 1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 3 mal 2 ſind 6 ꝛc. bis 8 mal 2 ſind 16.

[Eben ſo müſſen die Schüler in jedem Falle auf der Tabelle zurecht gewieſen werden.]

L. Wie	viel	ſind	10	mal	2	zuſammen	?	Ant.	20.
L. Wie	—	—	1	—	2	—	?	—	2.
L. —	—	—	3	—	2	—	?	—	6.
L. —	—	—	5	—	2	—	?	—	10.
L. —	—	—	7	—	2	—	?	—	14.
L. —	—	—	9	—	2	—	?	—	18.

3te Reihe.

[Der Lehrer legt ſein Lineal wagrecht über dieſe ganze Reihe, ſo daß man nur die erſten 3 Strichlein ſieht, und ſpricht:]

1 mal 3 ſind 3.

[Er läßt auch die andern 3 ſehen, und ſpricht:]

Wie viel ſind 2 mal 3 zuſammen? Ant. 6.

[Er läßt noch 3 ſehen, und ſpricht:]

Wie viel ſind 3 mal 3 zuſammen? Ant. 9.

[Er läßt noch 3 ſehen, und ſpricht:]

Wie viel ſind 4 mal 3 zuſammen? Ant. 12.

[Er laßt dieſes von 1 mal 3 bis 4 mal 3 bald von einem Schüler, bald von allen zugleich wiederholen, als:]

1 mal 3 ſind 3. 2 mal 3 ſind 6. 3 mal 3 ſind 9.
4 — 3 — 12.

[Er läßt 5 mal 3 ſehen, und ſpricht:]

4 mal 3 ſind 12; wie viel ſind aber 5 mal 3 Ant. 15.

[Jetzt wird wieder alles, wie vorhin von 1 mal 3 bis 5 mal 3 wiederholt, als:]

1 mal 3 ſind 3. 2 mal 3 ſind 6. 3 mal 3 ſind 9.
4 — 3 — 12. 5 — 3 — 15.

[Eben ſo werden 1 mal 3 bis 6 mal 3 genommen,
alsdann — 1 — 3 — 7 — 3,
— — 1 — 3 — 8 — 3,
— — 1 — 3 — 9 — 3, und
endlich — 1 — 3 — 10 — 3.

[Alsdann Fragen, als:]

L. Wie viel ſind 2 mal 3 zuſammen? Ant. 6.
L. Wie — — 4 — 3 — ? — 12.
L. — — — 6 — 3 — ? — 18.
L. — — — 8 — 3 — ? — 24.
L. — — — 10 — 3 — ? — 30.
L. — — — 1 — 3 — ? — 3.
L. — — — 3 — 3 — ? — 9.
L. — — — 5 — 3 — ? — 15. u. ſ. w.

Eben ſo werden die Schüler nach und nach mit der 4ten Reihe bekannt gemacht, alsdann mit der 5ten, dann mit der 6ten, 7ten, 8ten, 9ten und 10ten Reihe. Jedoch werden jedes Mal, ehe man eine neue Reihe vornimmt, die vorgehenden wiederholt.

Demnach läßt der Lehrer für jetzt, während er deutet, wieder Folgendes durchſagen:

[1te Reihe.] 1 mal 1 iſt 1. 2 mal 1 ſind 2. 3 mal 1 ſind 3.
4 — 1 — 4. 5 — 1 — 5 ꝛc. bis 10 mal 1 ſind 10.

[2te Reihe.] 1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 3 mal 2 ſind 6.
4 — 2 — 8. 5 — 2 ꝛc. bis 10 — 2 — 20.

[3te Reihe.] 1 mal 3 ſind 3. 2 mal 3 ſind 6. 3 mal 3 ſind 9.
4 — 3 — 12. 5 — 3 ꝛc. bis 10 — 3 — 30.

[Und nun, wie geſagt, die 4te und übrigen Reihen!]

Anmerkung. Daß die Schüler auch jede Reihe, die ſie zu lernen haben, auf ihren Schiefertafeln, und endlich die ganze Tabelle für ſich auf Papier nachzeichnen dürfen, brauche ich wohl nicht erſt zu ſagen. Nur muß man ihnen durchaus keine Ziffer geſtatten.

Sind alle Reihen, wie vorhin gezeigt wurde, durchgeübt ſo wird die ganze Tabelle noch ſo lang wiederholt, bis es alle Schüler zur höchſten Fertigkeit gebracht haben.

Dieſe Wiederholung kann wechſelweiſe, theils von einzelnen Schülern, theils von einzelnen Bänken, und auch öfters von allen zugleich geſchehen, wie folgt:

1te Reihe.

1 mal 1 iſt 1. 2 mal 1 ſind 2. 3 mal 1 ſind ꝛc. wie vorhin.
Auch rückwärts! 10 mal 1 ſind 10. 9 mal 1 ſind 9.
8 mal 1 ſind ꝛc. bis 1 mal 1 iſt 1.

2te Reihe.

1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 3 mal 2 ſind 6. ꝛc.
Rückwärts! 10 mal 2 ſind 20. 9 mal 2 ſind 18. ꝛc.

3te Reihe.

1 mal 3 ſind 3. 2 mal 3 ſind 6. 3 mal 3 ſind 9 ꝛc.
Rückwärts! 10 mal 3 ſind 30. 9 mal 3 ſind ꝛc.

4te Reihe.

1 mal 4 ſind 4. 2 mal 4 ſind 8. 3 mal 4 ſind 12.
4 — 4 — 16. 5 — 4 — 20. ꝛc. bis 10 mal 4 ſind 40.
Rückwärts! 10 mal 4 ſind 40. 9 mal 4 ſind 36 ꝛc.

5te Reihe.

1 mal 5 ſind 5. 2 mal 5 ſind 10. 3 mal 5 ſind 15.
4 — 5 — 20. 5 — 5 — 25 ꝛc. bis 10 mal 5 ſind 50.
Rückwärts! 10 — 5 — 50. 9 mal 5 ſind 45 ꝛc.

6te Reihe.

1 mal 6 ſind 6. 2 mal 6 ſind 12. 3 mal 6 ſind 18.
4 — 6 — 24. 5 — 6 — 30. ꝛc. bis 10 mal 6 ſind 60.
Rückwärts! 10 mal 6 ſind 60. 9 mal 6 ſind 54. ꝛc.

7te Reihe.

1 mal 7 ſind 7. 2 mal 7 ſind 14 ꝛc. bis 10 mal 7 ſind 70.
Rückwärts! 10 mal 7 ſind 70. 9 mal 7 ſind 63 ꝛc.

8te Reihe.

1 mal 8 ſind 8. 2 mal 8 ſind 16 ꝛc. bis 10 mal 8 ſind 80.
Rückwärts! 10 — 8 — 80. 9 mal 8 ſind 72 ꝛc.

9te Reihe.

1 mal 9 ſind 9. 2 mal 9 ſind 18 ꝛc. bis 10 mal 9 ſind 90.
Rückwärts! 10 — 9 — 90. 9 mal 9 ſind 81 ꝛc.

10te Reihe.

mal 10 ſind 10. 2 mal 10 ſind 20 ꝛc. bis 10 mal 10 ſind 100.
Rückwärts! 10 — 10 — 100. 9 mal 10 ſind 90.

---

1 Wiederholung des vorigen, ſo daß die Reihen
11 abwärts betrachtet werden, wie hier links ange=
111 zeigt iſt:
1111 Erſte Reihe ſenkrecht (abwärts.)

Der Lehrer bedeckt mit ſeinem Lineal längs herab die 2te Reihe, hält es mit der rechten Hand feſt, deutet mit der linken auf das oberſte Strichlein, dann auf die 2. ꝛc. während er ſich Folgendes nachſprechen läßt:

1 mal 1 iſt 1. 1 mal 2 ſind 2. 1 mal 3 ſind 3.
1 — 4 ſind 4. 1 — 5 — 5. 1 — 6 — 6.
1 — 7 — 7. 1 — 8 — 8. 1 — 9 — 9.
1. — 10 — 10.
Auch aufwärts! 1 — 10 — 10. 1 — 9 — 9. ꝛc.

Die zwey erſten ſenkrechten Reihen.

I	I	Der Lehrer bedeckt mit ſeinem Lineal längs her-
II	II	ab die 3te Reihe, damit man die 2 erſten de-
III	III	ſto deutlicher ſieht, wie hier links angezeigt iſt,
IIII	IIII	und läßt ſich, während er mit der linken Hand
		deutet, Folgendes nachſprechen:

2 mal 1 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4. 2 mal 3 ſind 6.
2 — 4 — 8. 2 — 5 — 10. 2 — 6 — 12.
2 — 7 — 14. 2 — 8 — 16. 2 — 9 — 18.
2 — 10 — 10.
Aufwärts! 2 mal 10 ſind 20. 2 mal 9 ſind 18 ꝛc.

Anm. Fragen ſind hier nicht mehr nöthig.

Die drey erſten ſenkrechten Reihen.

Der Lehrer bedeckt mit ſeinem Lineal längs herunter die 4te Reihe, deutet mit der linken Hand, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

3 mal 1 ſind 3. 3 mal 2 ſind 6. 3 mal 3 ſind 9.
3 — 4 — 12. 3 — 5 — 15. ꝛc. bis 3 mal 10 ſind 30.
Aufwärts! 3 mal 10 ſind 30. 3 mal 9 ſind 27 ꝛc.

Die 4 erſten ſenkrechten Reihen.

[Der Lehrer deutet wie vorhin, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

4 mal 1 ſind 4. 4 mal 2 ſind 8. 4 mal 3 ſind 12.
4 — 4 — 16. 4 — 5 ꝛc. bis 4 — 10 — 40.
Aufwärts! 4 mal 10 ſind 40. 4 mal 9 ſind 36 ꝛc.

Eben ſo die fünf erſten ſenkrechten Reihen.
Alsdann die 6 — — —
— — 7 — — —
— — 8 — — —
— — 9 — — —
— alle 10 Reihen.

Wiederholung ſo, daß die Reihen wagrecht und ſenkrecht zugleich genommen werden.

Die erſte **wagrechte** Reihe, nämlich oben hinüber, und die erſte **ſenkrechte** Reihe, nämlich abwärts.

[Der Lehrer deutet mit dem Zeigfinger der rechten Hand, und mit dem linken Zeigfinger zugleich auf das erſte Strichlein oben, und ſpricht:]

„Einmal Eins iſt Eins.“

[Er rückt den rechten Zeigfinger bis hinter das 2te Strichlein, uud ſpricht:] Zwey mal 1 ſind 2.

[Er rückt den linken Zeigfinger abwärts bis unter die 2 Strichlein, und ſpricht:] Einmal 2 ſind auch 2.

[Er rückt den rechten Zeigfinger bis hinter das 3te Strichlein und ſpricht:] Dreymal 1 ſind 3.

[Er rückt den linken Zeigfinger abwärts bis unter die 3 Strichlein, und ſpricht:] Einmal 3 ſind auch 3.

[Er rückt den rechten Zeigfinger bis hinter das 4te Strichlein und ſpricht:] Viermal 1 ſind 4.

[Er rückt den linken Zeigfinger abwärts bis unter die 4 Strichlein, und ſpricht:] Einmal 4 ſind auch 4. u. ſ. w.

[Auf dieſe Art kommt er alſo mit dem rechten Zeigfinger immer weiter ſeitwärts bis hinter die oberſten 10 Strichlein, und mit dem linken immer weiter abwärts bis unter die erſten 10 Strichlein der ſenkrechten Reihe.]

[Iſt er ſo weit, ſo fängt er wieder oben an, eben ſo zu deuten, und läßt ſich alles, was er über dieſe 2 Reihen geſprochen hat, wieder von den Schülern nachſprechen, wie folgt:]

1 mal 1 iſt 1.
2 mal 1 ſind 2. 1 mal 2 ſind auch 2.
3 — 1 — 3. 1 — 3 — — 3.
4 — 1 — 4. 1 — 4 — — 4.

5 mal	1 ſind	5.	1 mal	5 ſind	auch	5.
6 —	1 —	6.	1 —	6 —	—	6.
7 —	1 —	7.	1 —	7 —	—	7.
8 —	1 —	8.	1 —	8 —	—	8.
9 —	1 —	9.	1 —	9 —	—	9.
10 —	1 —	10.	1 —	10 —	—	10.

Die 2te wagrechte Reihe, und die 2te ſenkrechte.

[Der Lehrer deutet, mit dem rechten und linken Zeigfinger zugleich, auf den 2ten Zweyer, das iſt: auf das 2te Paar Strichlein oben in der 2ten Reihe, und ſpricht:] Zweymal 2 ſind 4.

[Er rückt den rechten Zeigfinger bis hinter die folgenden 2 Strichlein, und ſpricht:] Dreymal 2 ſind 6.

[Er rückt den linken Zeigfinger abwärts, unter die 3 Strichlein, und ſpricht:] Zweymal 3 ſind auch 6.

[Er rückt den rechten Zeigfinger bis hinter die nächſten 2 Strichlein, und ſpricht;] Viermal 2 ſind 8.

[Er rückt den linken Zeigfinger abwärts unter die 4 Strichlein, und ſpricht:] Zweymal 4 ſind auch 8. u. ſ. w.

[Der Lehrer fängt wieder oben bey dem 2ten Zweyer an, eben ſo zu deuten, und läßt ſich alles, was er geſagt hat, nachſprechen, wie folgt:]

2 mal	2 ſind	4.				
3 —	2 —	6.	2 mal	3 ſind	auch	6.
4 —	2 —	8.	2 —	4 —	—	8.
5 —	2 —	10.	2 —	5 —	—	10.
6 —	2 —	12.	2 —	6 —	—	12.
7 —	2 —	14.	2 —	7 —	—	ꝛc. bis
10 —	2 —	20.	2 —	10 —	—	20.

Die 3te Wagrechte, und 3te ſenkrechte Reihe.

[Der Lehrer deutet, mit beyden Zeigfingern zugleich, auf den 3ten Dreyer oben, alsdann wie vorhin ſeitwärts und abwärts, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

3 mal	3 ſind	9					
4 —	3 —	12.	3 mal	4 ſind	auch	12.	
5 —	3 —	15.	3 —	5 —	—	15.	
6 —	3 —	18.	3 —	6 —	—	18.	
7 —	3 —	21.	3 —	7 —	—	21	ꝛc bis
10 —	3 —	30.	3 —	10 —	—	30.	

Die 4te wagrechte und 4te ſenkrechte Reihe.

[Der Lehrer deutet, mit beyden Zeigfingeru zugleich, auf den 4ten Vierer oben, alsdann wie vorhin ſeitwärts und abwärts, und läßt ſich Folgendes nachſprechen.]

4 mal	4 ſind	16.					
5 —	4 —	20.	4 mal	5 ſind	auch	20.	
6 —	4 —	24.	4 —	6 —	—	24.	
7 —	4 —	28.	4 —	7 —	—	28	ꝛc. bis
10 —	4 —	40.	4 —	10 —	—	40.	

[Eben ſo deutet der Lehrer in den noch übrigen Reihen und läßt ſich jedes Mal nachſprechen, wie folgt:]

5 mal	5 ſind	25.					
6 —	5 —	30.	5 mal	6 ſind	auch	30.	
7 —	5 —	35.	5 —	7 —	—	35	ꝛc. bis
10 —	5 —	50.	5 —	10 —	—	50	

6 mal	6 ſind	36.				
7 —	6 —	42.	6 mal	7 ſind	auch	42.
8 —	6 —	48.	6 —	8 —	ꝛc. bis	
10 —	6 —	60.	6 —	10 —	auch	60.

7 mal 7 ſind 49;
8 — 7 — 56. 7 mal 8 ſind auch 56 ꝛc. bis
10 — 7 — 70. 7 — 10 — — 70.

---

8 mal 8 ſind 64.
9 — 8 — 72. 8 mal 9 ſind auch 72.
10 — 8 — 80. 8 — 10 — — 80.

---

9 mal 9 ſind 81.
10 — 9 — 90. 9 mal 10 ſind auch 90.
10 mal 10 ſind 100.

[Jetzt wird dieſe ganze Uebung, während der Lehrer gerade wie vorhin deutet, mit folgenden Worten wiederholt:

1 mal 1 iſt 1.
2 — 1 ſind eben ſoviel als 1 mal 2; denn
2 — 1 — 2, und 1 — 2 ſind auch 2.
3 — 1 — eben ſo viel als 1 mal 3; denn
3 — 1 — 3, und 1 — 3 ſind auch 3.
4 mal 1 — eben ſo viel als 1 mal 4; denn
4 — 1 — 4, und 1 — 4; ſind ꝛc. bis
10 — 1 — eben ſo viel als 1 — 10; denn
10 — 1 — 10, und 1 — 10 ſind auch 10.

---

2 mal 2 ſind 4.
3 — 2 — eben ſo viel als 2 mal 3: denn
3 — 2 — 6, und 2 — 3; ſind auch 6.
4 — 2 ſind eben ſo viel als 2 — 4; denn
4 — 2 — 8, und 2 — 4 ſind auch 8.
5 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 5; denn ꝛc. bis
10 — 2 — — — — — 2 — 10; denn
10 — 2 — 20, und 2 — 10 ſind auch 20

---

3 mal 3 ſind 9.
4 — 3 ſind eben ſo viel als 3 mal 4; denn
4 — 3 — 12, und 3 — 4 ſind auch 12.
5 — 3 — eben ſo viel als 3 — 5; denn ꝛc. bis
10 — 3 — — — — — 3 — 10; denn
10 — 3 30, und 3 — 10 ſind auch 30.

---

4 mal 4 ſind 16.
5 — 4 ſind eben ſo viel als 4 mal 5; denn
5 — 4 — 20, und 4 — 5 ſind auch 20.
6 — 4 — eben ſo viel als 4 — 6; denn ꝛc. bis
10 — 4 ſind eben ſo viel als 4 — 10; denn
10 — 4 — 40, und 4 — 10 ſind auch 40.

---

5 mal 5 ſind 25.
6 — 5 ſind eben ſo viel als 5 mal 6; denn
6 — 5 — 30, und 5 — 6 ſind auch 30.
7 — 5 — eben ſo viel als 5 mal 7; denn ꝛc. bis
10 — 5 — — — — — 5 — 10; denn
10 — 5 — 50, und 5 — 10; ſind auch 50.

---

6 mal 6 ſind 36.
7 — 6 — eben ſo viel als 6 mal 7; denn
7 — 6 — 42, und 6 — 7; ſind auch 42.
8 — 6 ſind eben ſo viel als 6 — 8; denn ꝛc. bis
10 — 6 — — — — — 6 — 10; denn
10 — 6 — 60, und 6 — 10 ſind auch 60.

---

7 mal 7 ſind 49.
8 — 7 — eben ſo viel als 7 mal 8; denn
8 — 7 — 56, und 7 — 8 ſind auch 56.
9 — 7 — eben ſo viel als 7 — 9; denn ꝛc. bis
10 — 7 — — — — — 7 — 10; denn
10 — 7 — 70, und 7 — 10 ſind auch 70.

8 mal 8 ſind 64.
9 — 8 — eben ſo viel als 8 mal 9; denn ꝛc. bis
10 — 8 — — — — — 8 — 10; denn ꝛc.

---

9 mal 9 ſind 81.
10 — 9 ſind eben ſo viel als 9 mal 10; denn ꝛc.
10 — 10 — 100.

Daß es in Hinſicht des Inhaltes einerley ſey, ob man eine kleinere Zahl durch eine größere oder die größere durch die kleinere multiplizirt, haben die Schüler bisher nur in ſo weit eingeſehen, als es auf unſrer Tabelle zutrifft, nemlich, weil es in jedem Falle gleich viel Einheiten gibt, allein wie kommt dieſes? Wie kommt es, daß 3 mal 2 ſechs mal 1 geben, und 2 mal 3 ebenfalls ſechs mal 1? -- Wie kommt es, daß x mal 5 = 5 mal x oder 5 x iſt? Dieſes zeigt die nächſte Uebung vollends:

Der Lehrer läßt ſich Folgendes (ganz ohne Tabelle) nachſprechen:

a) 1 mal 1 iſt 1. 2 mal 1 iſt 1 mal 2. 3 mal 1 iſt 1 mal 3
4 mal 1 iſt 1 mal 4. 5 mal 1 iſt 1 mal 5. 6 mal 1 iſt 1 mal 6
7 mal 1 iſt 1 mal 7. 8 mal 1 iſt 1 mal 8. 9 mal 1 iſt 1 mal 9
10 mal 1 iſt 1 mal 10.

---

b) 2 mal 2 ſind 4.
3 mal 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 3; denn
3 — 1 iſt 1 mal 3, alſo ſind
3 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 3 oder 6.
4 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 4; denn
4 — 1 iſt 1 mal 4, alſo ſind
4 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 4 oder 8.
5 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 5; denn
5 — 1 iſt 1 mal 5, alſo ſind

5 mal 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 5 oder 10.
6 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 6; denn
6 — 1 iſt 1 mal 6, alſo ſind
6 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 6 oder 12.
7 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 7; denn
7 — 1 iſt 1 mal 7; alſo ſind
7 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 7 oder 14.
8 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 8; denn
8 — 1 iſt 1 mal 8, alſo ſind
8 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 8 oder 16.
9 — 2 ſind eben ſo viel, als 2 mal 9; denn
9 — 1 iſt 1 mal 9, alſo ſind
9 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 9 oder 18.
10 — 2 ſind eben ſo viel als 2 mal 10; denn
10 — 1 iſt 1 mal 10, alſo ſind
10 — 2, 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 10 oder 20.

---

c) 3 mal 3 ſind 9.
4 — 3 ſind eben ſo viel als 3 mal 4; denn
4 — 1 iſt mal 4, alſo ſind
4 — 3, 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 4, oder 12.
5 — 3 ſind eben ſo viel als 3 mal 5; denn
5 — 1 iſt 1 mal 5, alſo ſind
5 — 3, 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 5 oder 15
6 — 3 ſind eben ſo viel als 3 mal 6; denn
6 — 1 iſt 1 mal 6, alſo ſind ꝛc. bis
10 — 3 ſind eben ſo viel als 3 mal 10; denn
10 — 1 iſt 1 mal 10, alſo ſind:
10 — 3, 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 10 oder 30.

---

d) 4 mal 4 ſind 16.
5 — 4 ſind eben ſo viel als 4 mal 5; denn
5 — 1 iſt 1 mal 5, alſo ſind

5 mal 4, 4 mal ſo viel, das iſt: 4 mal 5 oder 20.
6 — 4 ſind eben ſo viel als 4 mal 6; denn ꝛc. bis
10 — 4 — — — — — 4 — 10; denn ꝛc.

[So kann mit dieſer Uebung vollends fortgefahren werden, bis 10 mal 10 ſind 100.]

---

b) Vervielfältigung jeder Zahl über 10 mit jeder Zahl unter 10.

Die hier folgenden Uebungen, welche auch noch verſpart werden können bis weiter unten: „Theilungen in größern Zahlen'' ſind nicht ſo umſtändlich und langweilig, als ſie vielleicht Manchem anfangs ſcheinen. — Kinder zeigen vielen Eifer dabey. Uebrigens ſind ſie der wahre Grund, worauf die gewöhnliche Verfahrungsart bey den größern Multipplikationsaufgaben im Zifferrechnen beruht; von dem, was ſie für den Verſtand und das Gedächtniß ſind, will ich nicht einmal reden.

---

aa) Vervielfältigung des einfachen Zehners durch jede 2ſtellige Zahl.

a) Die Zahl 10 wird 11 mal, 12 mal ꝛc. bis 20 mal genommen. —

IIIIIIIIII IIIIIIIIII [Der Lehrer macht 200 Strich-
IIIIIIIIII IIIIIIIIII lein an die Tafel wie hier links,
IIIIIIIIII IIIIIIIIII bedeckt die 100 auf der rechten
IIIIIIIIII IIIIIIIIII Seite mit einem Bogen Papier
IIIIIIIIII IIIIIIIIII und ſpricht:] Wie viel mal 10
IIIIIIIIII IIIIIIIIII Strichlein, ſehet ihr hier unterein-
IIIIIIIIII IIIIIIIIII ander? Ant. 10 mal 10. [Der
IIIIIIIIII IIIIIIIIII Lehrer läßt eben 10 zum Vor-
IIIIIIIIII IIIIIIIIII ſchein kommen, und ſpricht:]
IIIIIIIIII IIIIIIIIII Wie viel mal 10 ſehet ihr jetzt?
— Ant. 11 mal 10.

[Der Lehrer läßt noch 10 zum Vorſchein kommen, und ſpricht:]

Wie viel mal 10 ſeht ihr jetzt? Ant. 12 mal 10.

[Auf dieſe Art fährt er fort, bis die Antwort: 20 mal 10 folgt; alsdann bedeckt er ebendieſelben 100 Strichlein wieder, rückt mit dem Papier immer weiter herunter, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

10 mal 10 ſind 100.
11 — 10 — 1 mal 10, und 10 mal 10
12 — 10 — 2 — 10, und 10 — 10
13 — 10 — 3 — 10, und 10 — 10
14 — 10 — 4 — 10, und 10 — 10 ꝛc. bis
20 — 10 — 10 — 10, und 10 — 10.

[Der Lehrer deutet gerade wieder ſo, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

10 mal 10 ſind 100.
11 mal 10 ſind 1 mal 10 und 10 mal 10
1 — 10 ſind 10, 10 mal 10 ſind 100
10 dazu ſind 100 und 10.
12 mal 10 ſind 2 mal 10 und 10 mal 10
2 — 10 ſind 20, 10 mal 10 ſind 100
20 dazu ſind 120.
13 mal 10 ſind 3 mal 10 und 10 mal 10
3 mal 10 ſind 30, 10 mal 10 ſind 100
30 dazu ſind 100 und 30.
14 mal 10 ſind 4 mal 10 und 10 mal 10
4 — 10 ſind 40, 10 mal 10 ſind 100
40 dazu ſind 100 und 40
15 mal 10 ſind 5 mal 10 und 10 mal 10 ꝛc. bis
20 — 10 — 10 — 10 und 10 — 10, das iſt:
100 und 100 — oder 200.

b) Die Zahl 10 wird 21 mal bis 30 mal genommen.

IIIIIIIII IIIIIIIII IIIIIIIII [Der Lehrer macht noch 100
IIIIIIIII IIIIIIIII IIIIIIIII Strichlein zu den vorigen, be-
IIIIIIIII IIIIIIIII IIIIIIIII deckt das 3te Hundert zuerſt
u. ſ. w. ganz, und läßt alsdann jedes

Mal wieder 10 Strichlein zum Vorſchein kommen, während er ſich Folgendes nachſprechen läßt:]

20 mal 10 ſind 200.
21 — 10 — 1 mal 10, und 20 mal 10
22 — 10 — 2 — 10, — 20 — 10
23 — 10 — 3 — 10, — 20 — 10
24 — 10 — 4 — 10, — 20 — ꝛc. bis
30 — 10 — 10 — 10, — 20 — 10.

[Der Lehrer deutet wieder ſo von oben herab, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

20 mal 10 ſind 200.
21 — 10 — 1 mal 10, und 20 mal 10
1 — 10, ſind 10, 20 mal 10 ſind 200
20 dazu ſind 200 u. 20.
22 mal 10 ſind 2 mal 10 und 20 mal 10
2 — 10 ſind 20, 20 mal 10 ſind 200
20 dazu ſind 200 und 20.
23 mal 10 ſind 3 mal 10, und 20 mal 10
3 — 10 ſind 30, 20 mal 10 ſind 200
30 dazu ſiud 200 und 30.
24 mal 10 ſind ꝛc. bis
30 — 10 — 10 mal 10, und 20 mal 10
10 — 10 ſind 100, 20 mal 10 ſind 200
100 dazu ſind 300.

---

c) Die Zahl 10 wird 31 mal bis 40 mal genommen.

[Der Lehrer macht weiter rechts wieder 100 Strichlein, und verfährt wie vorhin als:]

30 mal 10 ſind 300.
31 — 10 — 1 mal 10, und 30 mal 10
32 — 10 — 2 — 10, — 30 — 10
33 — 10 — 3 — 10, — 30 — 10
34 — 10 — 4 — 10, — 30 — 10 ꝛc. bis
40 — 10 — 10 — 10, — 30 — 10.

[Er deutet wieder von oben herab, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

30 mal 10 ſind 300.
31 — 10 — 1 mal 10 und 30 mal 10
1 — 10 ſind 10, 30 mal 10 ſind 300
10 dazu ſind 300 und 10.
32 mal 10 ſind 2 mal 10 und 30 mal 10
2 — 10 ſind 20, 30 mal 10 ſind 300.
20 dazu ſind 300 und 20.
33 mal 10 ſind 3 mal 10, und 30 mal 10 ꝛc. bis
40 — 10 — 10 — 10, — 30 — 10
10 — 10 ſind 100, 30 mal 10 ſind 300
100 dazu ſind 400.

[Eben ſo kann man fortfahren, bis 10 hundert ſolche Strichlein an der Tafel ſind, und alſo das Kind eine wahre Anſchauung von der Zahl Tauſend hat.]

---

bb) Vervielfältigung jedes zuſammengeſetzten Zehners durch jede einſtellige Zahl.

[Dieſe zuſammengeſetzten Zahlen ſind:]

a) Die Zahl 20.

[Der Lehrer wiſcht alle Striche wieder weg bis auf die erſten 200, womit vorhin bey aa) der Anfang gemacht wurde, deutet mit einem Linial auf die 20 Striche in der oberſten Reihe hinüber, alsdann auf die andere 20 u. ſ. w. und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 mal 20! iſt einmal, 2 mal 10
2 — 20! ſind 2 mal, 2 — 10
3 — 20! — 3 —, 2 — 10
4 — 20! — 4 —, 2 — 10
5 — 20! — 5 —, 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 20! — 10 —, 2 — 10.

[Der Lehrer fängt wieder an, zu deuten, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

2 mal 20 ſind 2 mal 2 mal 10
2 — 2 — 10 ſind 4 mal 10
4 — 10 ſind 40.

3 mal 20 ſiud 3 mal 2 mal 10
3 — 2 — 10 ſind 6 mal 10
6 — 10 ſind 60.

4 mal 20 ſind 4 mal 2 mal 10
4 — 2 — 10 ſind 8 — 10
8 — 10 ſind 80.

5 mal 20 ſind 5 mal 2 mal 10
5 — 2 — 10 ſind 10 mal 10
10 — 10 ſind 100.

6 mal 20 ſind 6 mal 2 mal 10, 6 mal 2 mal 10 ſind 12 mal 10,

12 — 10 ſind 2 mal 10 und 10 mal 10
2 — 10 ſind 20, 10 mal 10 ſind 100
20 dazu ſind 100 und 20.

7 mal 20 ſind 7 mal 2 mal 10, 7 mal 2 mal 10 ſind 14 mal 10
14 — 10 — 4 — 10 und 10 mal 10.
4 — 10 ſind 40, 10 mal 10 ſind 100
40 dazu ſind 100 und 40.

8 mal 20 ſind ꝛc. 100 und 60.
9 — 20 — ꝛc. 100 und 80.
10 — 20 — 10 mal 2 mal 10
10 — 2 — 10 ſind 20 mal 10
20 — 10 ſind 200.

---

b) Die Zahl 30.

[Der Lehrer macht wieder 100 Strichlein neben die vorigen 200, deutet wie vorhin, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 mal 30! ſind 1 mal 3 mal 10
2 — 30! — 2 — 3 — 10
3 — 30! — 3 — 3 — 10 ꝛc. bis
10 — 30! — 10 — 3 — 10.

[Er deutet wieder ſo, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

2 mal 30 ſind 2 mal 3 mal 10
2 — 3 — 10 ſind 6 mal 10, 6 mal 10 ſind 60.
3 — 30 — 3 — 3 — 10
3 — 3 — 10 ſind 9 mal 10, 9 mal 10 ſind 90.
4 — 30 — 4 — 3 — 10, 4 mal 3 mal 10 ſind 12 mal 10
12 — 10 — 2 — 10 und 10 mal 10
2 — 10 ſind 20. 10 mal 10 ſind 100
20 dazu ſind 100 und 20.
5 mal 30 ſind 5 mal 3 mal 10, 5 mal 3 mal 10 ſind 15 mal 10
15 — 10 — 5 — 10 und 10 mal 10
5 — 10 ſind 50. 10 mal 10 ſind 100
50 dazu ſind 100 und 50.
6 mal 30 ſind ꝛc. 100 und 80.
7 mal 30 ſind 7 mal 3 mal 10, 7 mal 3 mal 10 ſind 21 mal 10
21 — 10 — 1 — 10 und 20 mal 10
1 — 10 ſind 10, 20 mal 10 ſind 200
10 dazu ſind 200 und 10.

8 mal 30 ſind ꝛc. 200 und 40.
9 — 30 — ꝛc. 200 und 70.
10 — 30 — 10 mal 3 mal 10
10 — 3 — 10 ſind 30 mal 10
30 — 10 ſind 300.

---

c) Die Zahl 40.

[Hier kann man endlich der Striche entbehren. Der Lehrer laſſe ſich demnach blos auswendig nachſprechen, wie folgt:]

1 mal 40 ſind 1 mal 4 mal 10. 2 mal 40 ſind 2 mal 4 mal 10
3 — 40 — 3 — 4 — 10. 4 — 40 — 4 — 4 — 10
5 — 40 — 5 — 4 — 10. ꝛc. bis 10 mal 40 ſind 10 mal 4 mal 10.

L. Sprecht jetzt Folgendes nach:

2 mal 40 ſind 2 mal 4 mal 10 2 mal 4 mal 10 ſind 8 mal 10
8 — 10 — 80.
3 mal 40 ſind 3 mal 4 mal 10 3 mal 4 mal 10 ſind 12 mal 10
12 — 10 — 2 — 10 und 10 mal 10
2 — 10 ſind 20. 10 mal 10 ſind 100 ꝛc. und 10.
4 mal 40 ſind ꝛc. bis 10 mal 40.

[Eben ſo werden die Zahlen 50, 60, ꝛc. bis 90. 2 mal, 3 mal ꝛc. bis 10 mal genommen.]

---

cc) Vervielfältigung jeder aus Einern und Zehnern zuſammengeſetzten Zahl nämlich: von 11 bis 100, durch jede 1ſtellige Zahl.

Die Zahl 11.

[Der Lehrer macht 10 mal 11 Strichlein unter einander, wie hier links, deutet mit einem Linial unter die oberſten 11 Striche, alsdann unter die andern 11 ꝛc. und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1

a) 1 mal 11 ſind 1 mal 1, und 1 mal 10
2 — 11 — 2 — 1, — 2 — 10
3 — 11 — 3 — 1, — 3 — 10
4 — 11 — 4 — 1, — 4 — 10
5 — 11 — 5 — 1, — 5 — 10 ꝛc.
10 — 11 — 10 — 1, — 10 — 10.

b) 1 mal 11 ſind einmal 1 und 1 mal 10.
2 — 11 — 2 mal 1 — 2 — 10.
2 — 1 ſind 2, 2 mal 10 ſind 20
2 dazu ſind 22.
3 mal 11 ſind 3 mal 1 und 3 mal 10
3 — 1 ſind 3, 3 mal 10 ſind 30
3 dazu ſind 33.
4 mal 11 ſind ꝛc. 44

[Eben ſo 5 mal 11, 6 mal 11 ꝛc. bis 10 mal 11.]

Die Zahl 12.

[Es wird jeder Reihe noch 1 Strichlein beygeſetzt ſo daß es 10 mal 12 Strichlein gibt, wie hier links angezeigt iſt.]

1111111111 11
1111111111 11
1111111111 11
u. ſ. w.

a) 1 mal 12 ſind 1 mal 2, und 1 mal 10.
2 — 12 — 2 — 2 — 2 — 10 ꝛc.
10 — 12 — 10 — 2 — 10 — 10.

b) 1 mal 12 ſind 1 mal 2 und 1 mal 10.
2 — 12 — 2 — 2 — 2 — 10
2 — 2 — 4, 2 mal 10 ſind 20
4 dazu ſind 24.

3 mal 12 ſind 3 mal 2 und 3 mal 10
3 — 2 ſind 6, 3 mal 10 ſind 30
6 dazu ſind 36.
4 mal 12 ſind ꝛc. 48
5 — 12 — ꝛc. 60.
6 — 12 — 6 mal 2 und 6 mal 10
6 — 2 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
6 — 10 und 1 mal 10 ſind 7 mal 10
7 — 10 ſind 70. die 2 dazu ſind 72.
7 mal 12 ſind 7 mal 2 und 7 mal 10
7 — 2 ſind 14 das iſt: 4 und 1 mal 10
7 — 10 und 1 mal 10 ſind 8 mal 10
8 — 10 ſind 80, die 4 dazu ſind 84.

[Eben ſo: 8 mal 12, 9 mal 12 und 10 mal 12.]

Die Zahl 13.

[Es wird jeder Reihe nach ein Strichlein beygeſetzt, ſo daß es 10 mal 13 Strichlein gibt.]

a) 1 mal 13 ſind 1 mal 3, und 1 mal 10
2 — 13 ſind 2 — 3, — 2 — 10
3 — 13 — 3 — 3, — 3 — 10 ꝛc. bis
10 — 13 — 10 — 3, — 10 — 10.

b) 1 mal 13 iſt 1 mal 3 und 1 mal 10.
2 — 13 ſind 2 — 3 — 2 — 10
2 — 3 ſind 6, 2 mal 10 ſind 20
die 6 dazu ſind 26.
3 mal 13 ſind 3 mal 3 und 3 mal 10
3 — 3 ſind 9, 3 mal 10 ſind 30
die 9 dazu ſind 39.
4 mal 13 ſind 4 mal 3 und 4 mal 10
4 — 3 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
4 — 10 und 1 mal 10 ſind 5 mal 10
5 — 10 ſind 50, 2 dazu ſind 52.

Die Zahl 11.

1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1
1111111111 1

[Der Lehrer macht 10 mal 11 Strichlein unter einander, wie hier links, deutet mit einem Linial unter die oberſten 11 Striche, alsdann unter die andern 11 ꝛc. und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

a) 1 mal 11 ſind 1 mal 1, und 1 mal 10
2 — 11 — 2 — 1, — 2 — 10
3 — 11 — 3 — 1, — 3 — 10
4 — 11 — 4 — 1, — 4 — 10
5 — 11 — 5 — 1, — 5 — 10 ꝛc.
10 — 11 — 10 — 1, — 10 — 10.

b) 1 mal 11 ſind einmal 1 und 1 mal 10.
2 — 11 — 2 mal 1 — 2 — 10.
2 — 1 ſind 2, 2 mal 10 ſind 20
2 dazu ſind 22.
3 mal 11 ſind 3 mal 1 und 3 mal 10
3 — 1 ſind 3, 3 mal 10 ſind 30
3 dazu ſind 33.
4 mal 11 ſind ꝛc. 44
[Eben ſo 5 mal 11, 6 mal 11 ꝛc. bis 10 mal 11.]

Die Zahl 12.

[Es wird jeder Reihe noch 1 Strichlein beygeſetzt ſo daß es 10 mal 12 Strichlein gibt, wie hier links angezeigt iſt.]

1111111111 11
1111111111 11
1111111111 11
u. ſ. w.

a) 1 mal 12 ſind 1 mal 2, und 1 mal 10.
2 — 12 — 2 — 2 — 2 — 10 ꝛc.
10 — 12 — 10 — 2 — 10 — 10.

b) 1 mal 12 ſind 1 mal 2 und 1 mal 10.
2 — 12 — 2 — 2 — 2 — 10
2 — 2 — 4, 2 mal 10 ſind 20
4 dazu ſind 24.

3 mal 12 ſind 3 mal 2 und 3 mal 10
3 — 2 ſind 6, 3 mal 10 ſind 30
6 dazu ſind 36.
4 mal 12 ſind ꝛc. 48
5 — 12 — ꝛc. 60.
6 — 12 — 6 mal 2 und 6 mal 10
6 — 2 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
6 — 10 und 1 mal 10 ſind 7 mal 10
7 — 10 ſind 70. die 2 dazu ſind 72.
7 mal 12 ſind 7 mal 2 und 7 mal 10
7 — 2 ſind 14 das iſt: 4 und 1 mal 10
7 — 10 und 1 mal 10 ſind 8 mal 10
8 — 10 ſind 80, die 4 dazu ſind 84.
[Eben ſo: 8 mal 12, 9 mal 12 und 10 mal 12.]

Die Zahl 13.

[Es wird jeder Reihe nach ein Strichlein beygeſetzt, ſo daß es 10 mal 13 Strichlein gibt.]

a) 1 mal 13 ſind 1 mal 3, und 1 mal 10
2 — 13 ſind 2 — 3, — 2 — 10
3 — 13 — 3 — 3, — 3 — 10 ꝛc. bis
10 — 13 — 10 — 3, — 10 — 10.

b) 1 mal 13 iſt 1 mal 3 und 1 mal 10.
2 — 13 ſind 2 — 3 — 2 — 10
2 — 3 ſind 6, 2 mal 10 ſind 20
die 6 dazu ſind 26.
3 mal 13 ſind 3 mal 3 und 3 mal 10
3 — 3 ſind 9, 3 mal 10 ſind 30
die 9 dazu ſind 39.
4 mal 13 ſind 4 mal 3 und 4 mal 10
4 — 3 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
4 — 10 und 1 mal 10 ſind 5 mal 10
5 — 10 ſind 50, 2 dazu ſind 52.

5 mal 13 ſind 5 — 3 und 5 mal 10
5 — 3 ſind 15, das iſt: 5 und 1 mal 10
5 — 10 und 1 mal 10 ſind 6 mal 10
6 — 10 ſind 60. 5 dazu ſind 65.
6 mal 13 ſind ꝛc. 78. 7 mal 13 ſind ꝛc. 91.
8 — 13 — ꝛc. 104.
9 mal 13 ſind 9 mal 3 und 9 mal 10
9 — 3 ſind 27, das iſt: 7 und 2 mal 10
9 — 10 und 2 mal 10 ſind 11 mal 10
11 — 10 ſind 1 mal 10 und 10 mal 10
1 — 10 — 10, die 7 dazu ſind 17
10 — 10 — 100, die 17 dazu ſind 117.
10 mal 13 ſind 10 mal 3 und 10 mal 10
10 — 3 ſind 30. 10 mal 10 ſind 100
die 30 dazu ſind 100 und 30.

Die Zahl 14.

[An 10 mal 14 Strichlein.]

a) 1 mal 14 ſind 1 mal 4, und 1 mal 10
2 — 14 — 2 — 4, — 2 — 10
3 — 14 — 3 — 4, — 3 — 10 ꝛc. bis
10 — 14 — 10 — 4, — 10 — 10

b) 1 mal 14 ſind 1 mal 4 und 1 mal 10.
2 — 14 — 2 — 4 — 2 — 10
2 — 4 ſind 8. 2 mal 10 ſind 20
die 8 dazu, ſind 28.
3 mal 14 ſind 3 mal 4 und 3 mal 10
3 — 4 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
3 — 10 und 1 mal 10 ſind 4 mal 10
4 — 10 ſind 40, die 2 dazu ſind 42.
4 mal 14 ſind ꝛc. 56. 5 mal 14 ſind ꝛc. 70.
6 — 14 — ꝛc. 84. 7 — 14 — ꝛc. 98.
8 — 14 — 8 mal 4 und 8 mal 10

8 mal 4 ſind 32, das iſt: 2 und 3 mal 10
8 — 10 und 3 mal 10 ſind 11 mal 10
11 — 10 ſind 1 — 10 — 10 — 10
1 — 10 — 10, die 2 dazu ſind 12
10 — 10 — 100, die 12 dazu ſind 100 und 12.

9 mal 14 ſind 9 mal 4 und 9 mal 10
9 — 4 — 36, das iſt: 6 und 3 mal 10
9 — 10 und 3 mal 10 ſind 12 mal 10
12 — 10 ſind 2 — 10 und 10 mal 10
2 — 10 ſind 20, die 6 dazu ſind 26
10 mal 10 ſind 100, die 26 dazu ſind 126.

Die Zahl 15.

[An 10 mal 15 Strichlein.)

a) 1 mal 15 ſind 1 mal 5 und 1 mal 10
2 — 15 — 2 — 5 — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 15 — 10 — 5 — 10 — 10.

b) 1 mal 15 ſind 1 mal 5 und 1 mal 10.
2 — 15 — 2 — 5 — 2 — 10
2 — 5 ſind 10, 2 mal 10 ſind 20
die 10 dazu ſind 30.

3 mal 15 ſind 3 mal 5 und 3 mal 10
3 — 5 ſind 15, das iſt: 5 und 1 mal 10
3 — 10 und 1 mal 10 ſind 4 mal 10
4 — 10 ſind 40, die 5 dazu ſind 45.

4 mal 15 ſind 4 — 5 und 4 mal 10
4 — 5 ſind 20, das iſt: 2 mal 10
4 — 10 und 2 mal 10 ſind 6 mal 10
6 — 10 ſind 60.

5 mal 15 ſind 5 mal 5 und 5 mal 10
5 — 5 ſind 25, das iſt: 5 und 2 mal 10
5 mal 10 und 2 mal 10 ſind 7 mal 10
7 — 10 ſind 70, die 5 dazu ſind 75.

[Eben ſo: 6 mal 15, 7 mal 15 ꝛc. bis 10 mal 15.]

Die Zahl 16.

[An 10 mal 16 Strichlein:]

a) 1 mal 16 ſind 1 mal 6, und 1 mal 10.
2 — 16 — 2 — 6, — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 16 — 10 — 6, — 10 — 10.

b) 1 mal 16 ſind 1 mal 6 und 1 mal 10.
2 — 16 ſind 2 mal 6 und 2 mal 10
2 — 6 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
2 — 10 und 1 mal 10 ſind 3 mal 10
3 — 10 ſind 30, die 2 dazu ſind 32.

[Eben ſo 3 mal 16, 4 mal 16 ꝛc. bis 10 mal 16.]

Die Zahl 17.

[An 10 mal 17 Strichlein.]

a) 1 mal 17 ſind 1 mal 7, und 1 mal 10.
2 — 17 — 2 — 7, — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 17 — 10 — 7, — 10 — 10.

b) 1 — 17 — 1 mal 7 und 1 mal 10.
2 — 17 — 2 — 7 — 2 — 10
2 — 7 — 14 das iſt: 4 und 1 mal 10
2 — 10 und 1 mal 10 ſind 3 mal 10
3 — 10. ſind 30, die 4 dazu ſind 34.

3 mal 17 ſind 3 mal 7 und 3 mal 10
3 — 7 ſind 21, das iſt: 1 und 2 mal 10
3 — 10 und 2 mal 10 ſind 5 mal 10
5 — 10 ſind 50, 1 dazu ſind 51.

[Eben ſo: 4 mal 17, 5 mal 17 ꝛc. bis 10 mal 17.]

Die Zahl 18.

[An 10 mal 18 Strichlein:]

a) 1 mal 18 ſind 1 mal 8, und 1 mal 10
2 — 18 — 2 — 8, — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 18 — 10 — 8, — 10 — 10

b) 1 mal 18 — 1 — 8, — 1 — 10
2 — 18 — 2 — 8, — 2 — 10
2 — 8 ſind 16, das iſt: 6 und 1 mal 10
2 — 10 und 1 mal 10 ſind 3 mal 10
3 — 10 ſind 30, die 6 dazu ſind 36.

[Eben ſo: 3 mal 18 ꝛc. bis 10 mal 18.]

Die Zahl 19.

[An 10 mal 19 Strichlein:]

a) 1 mal 19 ſind 1 mal 9, und 1 mal 10
2 — 19 — 2 — 9, — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 19 — 10 — 9, — 10 — 10.

b) 1 — 19 — 1 — 9, — 1 — 10.
2 — 19 — 2 — 9, — 2 — 10
2 — 9 ſind 18, das iſt: 8 und 1 mal 10
2 — 10 und 1 mal 10 ſind 3 mal 10
3 — 10 ſind 30, die 8 dazu ſind 38.

[Eben ſo: 3 mal 19 ꝛc. bis 10 mal 19.]

Die Zahl 21.

[An 10 mal 21 Strichlein.]

1111111111 1111111111 1
1111111111 1111111111 1
1111111111 1111111111 1

u. ſ. w.

a) 1 mal 21 ſind 1 mal 1 und 1 mal, 2 mal 10
2 — 21 — 2 — 1 — 2 — 2 — 10
3 — 21 — 3 — 1 — 3 — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 21 — 10 — 1 — 10 — 2 — 10.

b) 1 mal 21 ſind 1 mal 1 und 1 mal 2 mal 10.
2 — 21 — 2 — 1 — 2 — 2 — 10
2 — 1 ſind 2, 2 — 2 mal 10 ſind 4 mal 10,
4 — 10 ſind 40, die 2 dazu ſind 42.

3 mal 21 ſind 3 mal 1 und 3 mal 2 mal 10
3 — 1 ſind 3, 3 mal 2 mal 10 ſind 6 mal 10
6 — 10 ſind 60, die 3 dazu ſind 63.

4 mal 21 ſind ꝛc. 84. 5 mal 21 ſind ꝛc. 100 und 5.
6 — 21 ſind 6 mal 1 und 6 mal 2 mal 10
6 — 1 ſind 6, 6 mal 2 mal 10 ſind 12 mal 10
12 — 10 ſind 2 mal 10 und 10 mal 10
2 — 10 ſind 20, die 6 dazu ſind 26
10 — 10 — 100, die 26 dazu ſind 126.

[Eben ſo 7 mal 21 ꝛc. bis 10 mal 21]

Die Zahl 22.

[An 10 mal 22 Strichlein.]

a) 1 mal 22 ſind 1 mal 2, und 1 mal, 2 mal 10
2 — 22 — 2 — 2, + 2 — 2 mal 10
3 — 22 — 3 — 2, — 3 — 2 — 10 ꝛc. bis
10 — 22 — 10 — 2, — 10 — 2 — 10.

b) 1 mal 22 ſind ꝛc. wie vorhin, bis:
6 — 22 — 6 mal 2 und 6 mal 2 mal 10
6 — 2 ſind 12, das iſt: 2 und 1 mal 10
6 — 2 mal 10 ſind 12 mal 10
12 — 10 und 1 mal 10 ſind 13 mal 10
13 — 10 ſind 3 mal 10 und 10 mal 10
3 — 10 ſind 30, die 2 dazu ſind 32
10 — 10 ſind 100, die 32 dazu ſind 132.

7 mal 22 ſind 7 mal 2 und 7 mal 2 mal 10
7 — 2 ſind 14, das iſt: 4 und 1 mal 10
7 — 2 mal 10 ſind 14 mal 10
14 — 10 und 1 mal 10 ſind 15 mal 10
15 — 10 ſind 5 mal 10 und 10 mal 10
5 — 10 — 50, die 4 dazu ſind 54
10 — 10 — 100, die 54 dazu ſind 154.

[Eben ſo: 8 mal 22, 9 mal 22, und 10 mal 22.]

[Auf eben dieſe Art kann man auch nach und nach die Zahlen 23, 24, ꝛc. bis 30. 1 mal, 2 mal, 3 mal ꝛc. bis 10 mal nehmen laſſen, und nach dieſem die Zahlen 31, 32 ꝛc. bis 99. Es wird aber endlich nicht mehr nothwendig, daß man ſie alle mit Strichen darſtellt, und nach der Ordnung nimmt. Man gebe daher, ſobald man merkt, daß die Schüler die Sache begriffen haben, nur einzelne Fragen, wovon ich noch einige hier auflöſen will.]

Frag. Wie viel ſind 9 mal 23?

Aufl. 9 mal 23 ſind 9 mal 3 und 9 mal 2 mal 10
9 — 3 ſind 27, das iſt: 7 und 2 mal 10
9 — 2 mal 10 ſind 18 mal 10
18 — 10 und 2 mal 10 ſind 20 mal 10
20 — 10 ſind 200, die 7 dazu ſind 207.

Frag. Wie viel ſind 7 mal 34?

Aufl. 7 mal 34 ſind 7 mal 4 und 7 mal 3 mal 10
7 — 4 ſind 28, d. i. 8 uud 2 mal 10
7 — 3 mal 10 ſind 21 mal 10
21 — 10 und 2 mal 10 ſind 23 mal 10
23 — 10 ſind 3 mal 10 und 20 mal 10
3 — 10 ſind 30, die 8 dazu ſind 38
20 — 10 — 200, die 38 dazu ſind 238.

Frag. Wie viel ſind 6 mal 49?

Aufl. 6 mal 49 ſind 6 mal 9 und 6 mal 4 mal 10
6 — 9 ſind 54, d. i. 4 und 5 mal 10
6 — 4 mal 10 ſind 24 mal 10
24 — 10 und 5 mal 10 ſind 29 mal 10
29 — 10 ſind 9 mal 10 und 20 mal 10
9 — 10 ſind 90, die 4 dazu ſind 94
20 — 10 ſind 200, die 94 dazu ſind 294.

Frag. Wie viel ſind 8 mal 59?

Aufl. 8 mal 59 ſind 8 mal 9 und 8 mal 5 mal 10
8 — 9 ſind 72, d i. 2 und 7 mal 10
8 — 5 mal 10 ſind 40 mal 10 *
40 — 10 und 7 mal 10 ſind 47 mal 10
47 — 10 ſind 7 mal 10 und 40 mal 10
7 — 10 — 70, die 2 dazu ſind 72
40 — 10 — 400, die 72 dazu ſind 472.

* [Hier werden kluge Schüler vielleicht auch gleich ſagen: 40 mal 10 ſind 400, die 72 dazu, ſind 472; ſagen ſie es nicht, ſo laſſe man ſie nur noch in dem bisherigen Gange.]

Frag. Wie viel ſind 5 mal 67?
Aufl. 5 mal 67 ſind 5 mal 7 und 5 mal 6 mal 10
5 — 7 ſind 35, das iſt: 5 und 3 mal 10
5 — 6 mal 10 ſind 30 mal 10 *
30 — 10 und 3 mal 10 ſind 33 mal 10
33 — 10 ſind 3 mal 10 und 30 mal 10
3 — 10 — 30, die 5 dazu ſind 35
30 — 10 — 300, die 35 dazu ſind 335.

(* Hier iſt eben derſelbe Fall wie vorhin, man kann nemlich gleich ſagen:)

30 mal 10 ſind 300, die 35 dazu, ſind 335.

Frag: Wie viel ſind 4 mal 79?
Wie — — 3 — 86?
— — — 2 — 98?
— — — 8 — 97?
— — — 9 — 99?

[Nun kann man die Zahlen 11, 12, 13 bis 19 auch noch 2 mal, 3 mal ꝛc. bis 9 mal ſo nehmen laſſen, daß man mit den Zehnern anfängt. z. B.]

8 mal 11 ſind 8 mal 10 und 8 mal 1
8 — 10 ſind 80, 8 mal 1 iſt 8
80 und 8 ſind 88.

3 mal 17 ſind 3 mal 10 und 3 mal 7
3 — 10 ſind 30, 3 mal 7 ſind 21
30 und 21 ſind 51.

6 mal 19 ſind 6 mal 10 und 6 mal 9
6 — 10 ſind 60, 6 mal 9 ſind 54
60 und 54 ſind 114.

Theilung, oder Diviſion.

1) Theilung, wobey keine einzelnen Einheiten getheilt werden.

A) Es wird eine höhere Zahl in geringere gleiche Zahlen oder Theile zerlegt, und angegeben, „wie viel“ ſolcher Theile ſie enthält.

a) Theilung kleiner Zahlen.

Das verkehrte Einmaleins.

(Hier kann wieder alles auf der Einheiten-Tabelle vorgenommen werden, und zwar ſeitwärts.)

(Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:)

(Erſte Reihe)

Eins iſt 1 mal 1. 2 ſind 2 mal 1. 3 ſind 3 mal 1. 4 ſind 4 mal 1.
5 ſind 5 — 1. 6 — 6 — 1. 7 — 7 — 1. 8 — 8 — 1.
9 — 9 — 1. 10 — 10 — 1.

(2te Reihe.)

2 ſind 1 mal 2. 4 ſind 2 mal 2. 6 ſind 3 mal 2.
8 — 4 — 2. 10 — 5 — 2. 12 — 6 — 2.
14 — 7 — 2. 16 — 8 — 2. 18 — 9 — 2.
20 — 10 — 2.

L. 4 mal 1, wie viel mal 2? Antw. 2 mal 2.
L. 10 — 1, — — — 2? — 5 — 2.
L. 6 — 1, — — — 2? — 3 — 2.
L. 7 mal 1, iſt 3 mal 2 und 1 mal 1.

Wie viel mal 2 iſt 9 mal 1? Antw. 4 mal 2 und 1 mal 1.
L. — — — 2 — 13 — 1? — 6 — 2 — 1 — 1.

u. ſ. w.

(3te Reihe.)

3	ſind	1 mal	3.	6	ſind	2 mal	3.	9	ſind	3 mal	3.
12	—	4 —	3.	15	—	5 —	3.	18	—	6 —	3.
21	—	7 —	3.	24	—	8 —	3.	27	—	9 —	3.
30	—	10 —	3.								

L. 12 mal 1, wie viel mal 3 iſt dieß? Antw. 4 mal 3.
L. 21 — 1, — — — 3 — — ? — 7 — 3.
L. 14 — 1, — — — 3? Antw. 4 mal 3 und 2 ſind übrig.
L. 20 — 1, — — — 3 iſt dieß? Antw. 6 mal 3 und 2 ꝛc.
L. 17 — 1, — — — 3 — — ? — 5 — 3 — 2 ꝛc.

u. ſ. w.

(4te Reihe.)

4	ſind	1 mal	4.	8	ſind	2 mal	4.	12	ſind	3 mal	4.
16	—	4 —	4.	20	—	5 —	4.	24	—	6 —	4.
28	—	7 —	4.	32	—	8 —	4.	36	—	9 —	4.
40	—	10 —	4.								

L. 9 mal 1, wie viel mal 4 iſt dieß? Antw. 2 mal 4 und 1 ꝛc.
L. 12 — 1, — — — 4 — — ? — 3 — 4.
L. 11 — 1, — — — 4 — — ? — 2 — 4 und 3 ꝛc.

u. ſ. w.

(Eben ſo die übrigen 6 Reihen.)

Die vorige Uebung unter dem Ausdrucke: „Zuſammengeſetzt.“

(1te Reihe.)

(Damit jede Zahl als ein Ganzes recht ins Auge gefaßt werde, deutet der Lehrer auf die erſte Reihe der Tabelle von oben herab und ſpricht:)

Die Zahl 1 heißt man einen Einſer,
— — 2 — — — Zweyer; wie wird man demnach
— — 3 heißen? Antw. Einen Dreyer.

L. Wie kann man demnach die Zahl 4 heißen? Antw. Einen Vierer.
L. Wie die Zahl 5? Antw. Einen Fünfer.
L. — — — 6? — — Sechſer ꝛc.

(Der Lehrer deutet wieder ſo, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:)

Die Zahl 1 iſt 1 Einſer.
— — 2 iſt aus 2 Einſern zuſammengeſetzt.
— — 3 — — 3 — — —
— — 4 — — 4 — — —
— — 5 — — 5 — — — ꝛc. bis
— — 10 — — 10 — — —

L. Aus wie viel Einſern iſt die Zahl 4 zuſammengeſetzt?
Antw. aus 4 Einſern.
L. — — — — — — — 9 — — ?
Antw. — 9 — —
L. — — — — — — — 13 — — ?
Antw. — 13 — —

L. Welche Zahlen ſind überhaupt aus lauter Einſern zuſammengeſetzt? Antw. Alle (ganze) Zahlen über 1.

2te Reihe.

L. Die Zahl 2 iſt ein Zweyer
Die Zahl 4 iſt aus 2 Zweyern zuſammengeſetzt.
— — 6 — — 3 — — — —

Iſt die Zahl 7 auch aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt?
Antw. —

L. Iſt aber die Zahl 9 aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt?
Antw. —

L. Iſt die Zahl 8 aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt?
Antw. Ja.

L. Aus wie viel Zweyern iſt die Zahl 8 zuſammengeſetzt?
Antw. Aus 4 Zweyern.

L. Sagt mir jetzt alle Zahlen von 4 bis 20, welche aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt ſind. ? Ant. —

Die Zahl 4 iſt aus 2 Zweyern zuſammengeſetzt.
— — 6 — — 3 — — — —
— — 8 — — 4 — — — —
— — 10 — — 5 — — — — ꝛc. bis
— — 20 — — 10 — — — —

3te Reihe.

L. Die Zahl 6 iſt aus 2 Dreyern zuſammengeſetzt,
— — 9 — — 3 — — — —;
Welche Zahl iſt aus 4 Dreyern zuſammengeſetzt?

Ant. Die Zahl 12.

— — — — 5 — — —? — — 15.

L. Sagt mir alle Zahlen von 6 bis 30, welche aus lauter Dreyern zuſammengeſetzt ſind!

L. Sagt mir ꝛc. von 8 bis 40, welche aus lauter Vierern zuſ. ſind!

L. Sagt — ꝛc. — 10 — 40, — — — Fünfer — —

u. ſ. w.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Zweyern und auch zugleich aus lauter Dreyern zuſammenſetzen kann! Ant. 6.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Zweyern und auch zugleich aus lauter Vierern zuſammenſetzen kann! Ant. 8.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Zweyern und Fünfern zuſammenſetzen kann! Ant. 10.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Dreyern und Vierern zuſammenſetzen kann! Ant. 12.

L. Sagt mir ꝛc., welche man aus lauter Dreyern und Fünfern ꝛc. Ant. 15.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

Die obige Uebung unter dem Ausdrucke: Einfach und mehrfach.

Theilung, oder Diviſion.

A) Theilung, wobey keine einzelnen Einheiten getheilt werden.

A) Es wird eine höhere Zahl in geringere gleiche Zahlen oder Theile zerlegt, und angegeben, „wie viel" ſolcher Theile ſie enthält.

a) Theilung kleiner Zahlen.

Das verkehrte Einmaleins.

(Hier kann wieder alles auf der Einheiten-Tabelle vorgenommen werden, und zwar ſeitwärts.)

(Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:)

(Erſte Reihe)

Eins iſt 1 mal 1. 2 ſind 2 mal 1. 3 ſind 3 mal 1. 4 ſind 4 mal 1.
5 ſind 5 — 1. 6 — 6 — 1. 7 — 7 — 1. 8 — 8 — 1.
9 — 9 — 1. 10 — 10 — 1.

(2te Reihe.)

2 ſind 1 mal 2. 4 ſind 2 mal 2. 6 ſind 3 mal 2.
8 — 4 — 2. 10 — 5 — 2. 12 — 6 — 2.
14 — 7 — 2. 16 — 8 — 2. 18 — 9 — 2.
20 — 10 — 2.

L. 4 mal 1, wie viel mal 2? Antw. 2 mal 2.
L. 10 — 1, — — — 2? — 5 — 2.
L. 6 — 1, — — — 2? — 3 — 2.
L. 7 mal 1, iſt 3 mal 2 und 1 mal 1.

Wie viel mal 2 iſt 9 mal 1? Antw. 4 mal 2 und 1 mal 1.
L. — — — 2 — 13 — 1? — 6 — 2 — 1 — 1.
u. ſ. w.

(3te Reihe.)

3 ſind 1 mal 3. 6 ſind 2 mal 3. 9 ſind 3 mal 3.
12 — 4 — 3. 15 — 5 — 3. 18 — 6 — 3.
21 — 7 — 3. 24 — 8 — 3. 27 — 9 — 3.
30 — 10 — 3.

L. 12 mal 1, wie viel mal 3 iſt dieß? Antw. 4 mal 3.
L. 21 — 1, — — — 3 — — ? — 7 — 3.
L. 14 — 1, — — — 3? Antw. 4 mal 3 und 2 ſind übrig.
L. 20 — 1, — — — 3 iſt dieß? Antw. 6 mal 3 und 2 ꝛc.
L. 17 — 1, — — — 3 — — ? — 5 — 3 — 2 ꝛc.

u. ſ. w.

(4te Reihe.)

4 ſind 1 mal 4. 8 ſind 2 mal 4. 12 ſind 3 mal 4.
16 — 4 — 4. 20 — 5 — 4. 24 — 6 — 4.
28 — 7 — 4. 32 — 8 — 4. 36 — 9 — 4.
40 — 10 — 4.

L. 9 mal 1, wie viel mal 4 iſt dieß? Antw. 2 mal 4 und 1 ꝛc.
L. 12 — 1, — — — 4 — — ? — 3 — 4.
L. 11 — 1, — — — 4 — — ? — 2 — 4 und 3 ꝛc.

u. ſ. w.

(Eben ſo die übrigen 6 Reihen.)

Die vorige Uebung unter dem Ausdrucke: „Zuſammengeſetzt."

(1te Reihe.)

(Damit jede Zahl als ein Ganzes recht ins Auge gefaßt werde, deutet der Lehrer auf die erſte Reihe der Tabelle von oben herab und ſpricht:)

Die Zahl 1 heißt man einen Einſer,
— — 2 — — — Zweyer; wie wird man demnach
— — 3 heißen? Antw. Einen Dreyer.

L. Wie kann man demnach die Zahl 4 heißen? Antw. Einen Vierer.
L. Wie die Zahl 5? Antw. Einen Fünfer.
L. — — — 6? — — Sechſer ꝛc.

(Der Lehrer deutet wieder ſo, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:)

Die Zahl 1 iſt 1 Einſer.
— — 2 iſt aus 2 Einſern zuſammengeſetzt.
— — 3 — — 3 — — —
— — 4 — — 4 — — —
— — 5 — — 5 — — — ꝛc. bis
— — 10 — — 10 — — —

L. Aus wie viel Einſern iſt die Zahl 4 zuſammengeſetzt?
Antw. aus 4 Einſern.
L. — — — — — — — 9 — — ?
Antw. — 9 — —
L. — — — — — — — 13 — — ?
Antw. — 13 — —

L. Welche Zahlen ſind überhaupt aus lauter Einſern zuſammengeſetzt? Antw. Alle (ganze) Zahlen über 1.

2te Reihe.

L. Die Zahl 2 iſt ein Zweyer
Die Zahl 4 iſt aus 2 Zweyern zuſammengeſetzt.
— — 6 — — 3 — — — —
Iſt die Zahl 7 auch aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt?
Antw. —
L. Iſt aber die Zahl 9 aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt?
Antw. —
L. Iſt die Zahl 8 aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt?
Antw. Ja.
L. Aus wie viel Zweyern iſt die Zahl 8 zuſammengeſetzt?
Antw. Aus 4 Zweyern.

L. Sagt mir jetzt alle Zahlen von 4 bis 20, welche aus lauter Zweyern zuſammengeſetzt ſind.? Ant. —

Die Zahl 4 iſt aus 2 Zweyern zuſammengeſetzt.
— — 6 — — 3 — — — —
— — 8 — — 4 — — — —
— — 10 — — 5 — — — — ꝛc. bis
— — 20 — — 10 — — — —

3te Reihe.

L. Die Zahl 6 iſt aus 2 Dreyern zuſammengeſetzt,
— — 9 — — 3 — — — —;
Welche Zahl iſt aus 4 Dreyern zuſammengeſetzt?

Ant. Die Zahl 12.

— — — — 5 — — —? — — 15.

L. Sagt mir alle Zahlen von 6 bis 30, welche aus lauter Dreyern zuſammengeſetzt ſind!

L. Sagt mir ꝛc. von 8 bis 40, welche aus lauter Vierern zuſ. ſind!

L. Sagt — ꝛc. — 10 — 40, — — — Fünfer — —

u. ſ. w.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Zweyern und auch zugleich aus lauter Dreyern zuſammenſetzen kann! Ant. 6.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Zweyern und auch zugleich aus lauter Vierern zuſammenſetzen kann! Ant. 8.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Zweyern und Fünfern zuſammenſetzen kann! Ant. 10.

L. Sagt mir eine Zahl, welche man aus lauter Dreyern und Vierern zuſammenſetzen kann! Ant. 12.

L. Sagt mir ꝛc., welche man aus lauter Dreyern und Fünfern ꝛc. Ant. 15.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

Die obige Uebung unter dem Ausdrucke: Einfach und mehrfach.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1te Reihe.

Die Zahl 1 iſt ein 1facher Einſer. Die Zahl 2 iſt ein 2facher Einſer.
— — 3 — — 3facher — — — 4 — — 4 — —
— — 5 — — 5 — — — — 6 — — 6 — —
— — 7 — — 7 — — — — 8 — — 8 — —
— — 9 — — 9 — — — — 10 — — 10 — —

2te Reihe.

Die Zahl 2 iſt ein 1facher Zweyer. Die Zahl 4 iſt ein 2facher Zweyer.
— — 6 — — 3 — — — — 8 — — 4 — —
— — 10 — — 5 — — — — 12 — — 6 — —
— — 14 — — 7 — — — — 16 — — 8 — —
— — 18 — — 9 — — — — 20 — — 10 — —

3te Reihe.

Die Zahl 3 iſt ein 1facher Dreyer. Die Zahl 6 iſt ein 2facher Dreyer.
— — 9 — — 3 — — — — 12 — — 4 — —
— — 15 — — 5 — — ꝛc. bis — 30 — — 10 — —

Eben ſo die übrigen Reihen.

Obige Uebungen unter dem eigentlichen Ausdrucke: T h e i l e n.

a) In Einſer oder Einheiten.

[Der Lehrer macht 2, alsdann 3 und 4 ſtarke Striche an die Tafel, dann zwiſchen dieſelbe wieder feine Striche und ſpricht:]

Jede Zahl läßt ſich wieder in ſolche Theile theilen, aus welchen ſie zuſammengeſetzt iſt:

Die Zahl 2 läßt ſich in 2 Einſer oder Einheiten zertheilen,
— — 3 — — — 3 Einheiten zertheilen:

In wie viel Einheiten läßt ſich die Zahl 4 zertheilen?

Ant. in 4 Einheiten.

L. Kann man auch eben ſo die Zahl 5 in lauter Einheiten zertheilen? Ant. Ja.

L. So ſtellt dieſe Theilung ebenfalls durch Striche dar!

L. In wie viel Einheiten kann man die Zahl 5 zertheilen?
Ant. In 5 Einheiten.

L. In wie viel Einheiten kann man die Zahl 6 zertheilen?
Ant. In 6 Einheiten.

L. In wie viel Einheiten kann man die Zahl 7 zertheilen?
Ant. In 7.

L. Kann man auch die Zahl Eins wie die bisherigen ſo theilen, daß jeder Theil wieder eine ganze Einheit gibt. Ant. —

L. Dieß iſt unmöglich; (Er macht -|- auf die Tafel) denn wenn man eine Einheit zertheilt, ſo gibt es für einen Theil immer weniger als eine ganze Einheit. Sagt mir nun:

Welche Zahlen kann man wohl überhaupt in lauter Einheiten theilen? Ant. Alle Zahlen, ausgenommen: Eins.

---

b) In Zweyer.

L. So wie wir bisher Zahlen in lauter Einheiten getheilt haben; wollen wir jetzt auch Zahlen in lauter Zweyer theilen.

11|1 [Er macht die hier links ſtehenden Striche an die
11|11 Tafel.]
11|11|1 L. Die Zahl 3 gibt nur einen Zweyer, und eine Einheit bleibt übrig.

Die Zahl 4 kann man in 2 Zweyer zertheilen,
— — 5 — — auch in 2 — — — und eine Einheit bleibt übrig.

In wie viel Zweyer kann man die Zahl 6 theilen? Ant. In 3.

L. Was bleibt übrig? Ant. Nichts.

L. In wie viel 2er kann man die Zahl 7 theilen?

L. — — — 2er — — — — 8 — ?

L. Dieſemnach gibt es alſo Zahlen, welche ſich in lauter Zweyer theilen laſſen, ohne daß noch eine Einheit übrig bleibt, und Zahlen, welche ſich in lauter Zweyer theilen laſſen, ſo daß eine Einheit übrig bleibt. Sagt mir daher noch einmal

bloß jene Zahlen von 4 bis 20, welche ſich in lauter Zweyer theilen laſſen, ohne daß etwas übrig bleibt. Ant. 4, 6, 8 ꝛc.

L. Sagt mir auch alle Zahlen von 3 bis 20, welche ſich nur in lauter Zweyer theilen laſſen, ſo daß etwas übrig bleibt! Ant. 3, 5, 7, 9 ꝛc.

L. Sind das lauter gerade oder ungerade Zahlen, welche ſich ſo in lauter Zweyer theilen laſſen, ohne daß etwas übrig bleibt? Ant. Gerade Zahlen.

c) In Dreyer.

L. So wie man Zahlen in lauter Zweyer theilen kann, ſo daß manchmal etwas oder nichts übrig bleibt, ſo kann man auch Zahlen in lauter Dreyer, Vierer, Fünfer ꝛc. theilen, ſo daß etwas oder nichts übrig bleibt: Sagt mir nun:

L. In wie viel 3r kann man die Zahl 6 theilen? Ant. In 2 Dreyer

L. — — — 3r — — — — 7 — ? Ant. In 2 und 1 bleibt übrig.

L. In wie viel 3r kann man die Zahl 13 theilen?

L. — — — 3r — — — — 11 — ?

L. — — — 3r — — — — 20 — ?

L. Gebt einander ähnliche Fragen über die Dreyer; nehmt aber nicht über 30!

d) In Vierer.

L. In wie viel 4r kann man die Zahl 20 theilen? Ant. In 5 Vierer.

L. — — — 4r — — — — 30 — ?

L. — — — 4r — — — — 40 — ?

L. — — — 4r — — — — 27 — ?

L. — — — 4r — — — — 10 — ?

L. Gebt einander ähnliche Fragen über die Vierer!

e) In Fünfer.

L. In wie viel Fünfer kann man die Zahl 10 theilen?

L. — — — 5r — — — — 20 — ?

L. In wie viel Fünfer kann man die Zahl 30 theilen?
L. — — — 5r — — — — 24 — ?
L. — — — 5r — — — — 49 — ?
L. — — — 5r — — — — 18 — ?
L. Gebt einander ähnliche Fragen über die Fünfer.

f) In Sechſer.

L. In wie viel Sechſer kann man die Zahl 18 theilen?
L. — — — 6r — — — — 30 — ?

u. ſ. w.

Theilungsübung unter dem Ausdrucke: **wegnehmen**.

L. Wie vielmal Eins kann man dort wegnehmen, wo 10 ſind?

Ant. 10 mal

L. — — Eins — — — — — wo 7 ſind?
L. — — — — — — — — — 4 — ?
L. — — — — — — — — — Eins iſt?

Ant. 1 mal

L. — — 2 — — — — — wo 20 ſind?

Ant. 10 mal

L. — — 2 — — — — — wo 16 ſind?

Ant. 8 mal

L. — — 2 — — — — — wo 17 ſind?

Ant. 8 mal und 1 bleibt übrig.

L. Wie vielmal 2 kann man dort wegn., wo 3 ſind?
L — — 2 — — — — — 14 ſind.?
L. Gebt einander ähnliche Fragen!

L. Wie vielmal kann man 3 dort wegn., wo nur 3 ſind? Ant. 1 mal
L. — — — — 3 — — — — 30 — ? Ant. 10mal
L. — — — — 3 — — — — 26 — ? Ant. 8 mal u. 2 bl. üb.
L. — — — — 3 — — — — 13 — ?
L. — — — — 3 — — — — 23 — ?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 3!

[Eben ſo kann man mit der Zahl 4, 5 ꝛc. bis 10 verfahren.]

Die vorige Uebung unter dem Ausdrucke: **Enthalten ſein.**

L. So vielmal man eine Zahl irgendwo wegnehmen kann, ſo vielmal muß ſie auch dort enthalten ſeyn.

L. Wie vielmal iſt alſo 1 in 10 enthalten? Ant. 10 mal
L — — — 1 — 3 — ? — 3 —
L. — — — 1 — 2 — ? — 2 —
L. — — — 1 — 1 — ? — 1 —

L. 2 ſind in 20 zehnmal enthalten,
2 — — 19 neunmal — nebſt 1;
Wie vielmal ſind 2 in 18 enthalten? Ant. 9 mal
L — — — 2 — 17 — ? — 8 — nebſt 1.
L — — — 2 — 16 — ? — 8 —

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2!

L. 3 ſind in 30 zehnmal enthalten,
3 — — 29 neunmal — nebſt 2;
Wie vielmal ſind 3 in 28 enthalten? Ant. 9 mal, nebſt 1,
L, — — — 3 — 21 — ? — 7 —

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 3!

L. Wie vielmal ſind 4 in 20 enthalten? Ant. 5 mal
L. — — — 4 — 12 — ? — 3 —
L. — — — 4 — 4 — ? — 1 —
L. — — — 4 — 6 — ? — 2 — nebſt 2.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 4!

[Eben ſo kann man jede Zahl unter 50 in lauter Fünfern angeben laſſen; alsdann jede Zahl unter 60 in lauter Sechſern ꝛc. bis: jede Zahl unter 100 in lauter Zehnern.]

---

b) Theilung in größern Zahlen.

a) Es wird jede Zahl über 20 bis 40 in lauter 2rn angegeben.

L. 20 mal 1 iſt 10 mal 2; wie viemal 2 iſt aber 28 mal 1?
Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

28 mal 1 iſt 20 mal 1 und 8 mal 1
20 mal 1 iſt 10 mal 2. 8 mal 1 iſt 4 mal 2
10 mal 2 und 4 mal 2 ſind 14 mal 2.

L. Wer kann dieſes eben ſo herſagen?

L. Damit ihr auch jede Zahl über 20 leicht in lauter 2ern angeben lernt, ſo ſprecht mir Folgendes nach:

22 mal 1 iſt 20 mal 1 und 2 mal 1
20 mal 1 iſt 10 mal 2, 2 mal 1 iſt einmal 2
10 mal 2 und 1 mal 2 ſind 11 mal zwey.

24 mal 1 iſt 20 mal 1 und 4 mal 1
20 — 1 iſt 10 — 2, 4 mal 1 iſt 2 mal 2
10 — 2 und 2 mal 2 ſind 12 mal 2.

26 mal 1 iſt 20 mal 1 und ꝛc. 13 mal 2
28 — 1 — 20 — 1 — ꝛc. 14 — 2
30 — 1 — 20 — 1 — — 10 — 1 ꝛc. 15 mal 2
32 — 1 — 20 — 1 — — 12 — 1
20 — 1 — — 10 — 2. 12 mal 1 iſt 6 mal 2
10 — 2 u. 6 mal 2 ſind 16 mal 2.

[Eben ſo 34, 36, 38 und 40 mal 1.]

L. Bis daher haben wir nur ſolche Zahlen in 2ern angegeben, wobey nichts übrig blieb — berechnet mir jetzt auch einmal Folgendes:

23 mal 1, wie vielmal 2? Ant —
23 — 1, iſt 20 mal 1 und 3 mal 1
20 — 1 iſt 10 — 2. 3 mal 1 iſt 1 mal 2 nebſt 1
10 — 2 und 1 mal 2 ſind 11 mal 2.

Es iſt alſo 11 mal 2 nebſt 1.

L. 25 mal 1, wie vielmal 2? Ant.

25 — 1 iſt 20 mal 1 und 5 mal 1 ꝛc.

Es iſt alſo 12 mal 2 nebſt 1.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht unter 20, und nicht über 40 Einheiten!

---

b) Es wird jede Zahl von 30 bis 60 in lauter 3rn angegeben.

L. Um jede Zahl von 20 bis 40 in lauter 2rn anzugeben, haben wir vorhin jedes Mal zuerſt die Zahl 20 beſonders genommen, und alsdann das Uebrige: wie wird man es demnach machen, um jede Zahl über 30 bis 60 in lauter 3rn anzugeben? Ant. Man nimmt zuerſt die Zahl 30, und alsdann das Uebrige.

L. Berechnet mir daher wie vorhin Folgendes!

36 mal 1, wie vielmal 3? Aufl.

36 — 1 iſt 30 mal 1 und 6 mal 1

30 — 1 iſt 10 — 3. und 6 mal 1 iſt 2 mal 3

10 — 3 und 2 mal 3 ſind 12 mal 3.

L. 42 mal 1, wie vielmal 3? Aufl.

42 — 1 iſt 30 mal 1 und 12 mal 1 ꝛc. 14 mal 3.

L. 35 — 1, wie vielmal 3? Aufl.

35 — 1 iſt 30 mal 1 und 5 mal 1 ꝛc. 11 mal 3 nebſt 2.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 3; nehmt aber nicht unter 30, und nicht über 60!

[Eben ſo kann man auch jede Zahl von 40 bis 80 in lauter 4ern, und jede Zahl von 50 bis 100 in lauter 5ern angeben laſſen u. ſ. w.]

[Eine nicht unwichtige Uebung iſt es, wenn man eine Gattung zuſammengeſetzter Einheiten in eine andre verwandeln läßt, wie hier einige Beyſpiele zeigen:]

L. 10 mal 2, wie vielmal 3? Auſl.
10 — 2 ſind 20 mal 1. 20 mal 1 iſt 6 mal 3 nebſt 2.
L. 8 — 2, wie vielmal 3? Auſl. 8 mal 2 ſind 16 mal 1 ꝛc.
L. 10 — 3, — — 2? — 10 — 3 — 30 — 1 ꝛc.
L. 9 — 4, — — 3?

[Eben ſo kann man mehrere kleinere Zahlen in größere, und größere in kleinere verwandeln laſſen — Man löst ſie nemlich jedes Mal zuerſt in Einheiten auf.]

B. Es wird eine höhere Zahl in mehrere geringere Zahlen oder Theile zerlegt, und angegeben, „was für eine Zahl" jeder ſolcher Theile iſt.

Entſtehung der gebrochenen Zahlen oder Brüche.

a) Theilung in 2, 3, bis 10 gleiche Theile.

α) In 2 gleiche Theile.

|| [Der Lehrer macht die hier links ſtehenden Striche auf die Tafel, und ſpricht:]

Die Zahl 2 kann man in 2 gleiche Theile zerlegen, ohne eine Einheit zu theilen — kann man wohl die Zahl 3 auch in 2 gleiche Theile zerlegen, ohne eine Einheit zu theilen? Antw. Nein.

L. So macht 3 Striche auf eure Tafeln, und zeigt, wie ihr ſie auf eine andre Art in 2 gleiche Theile theilen könnt!

L. Zeigt eure Theilung!

[Die Lehrlinge werden folgende Theilung bringen: |-|-| vielleicht auch]

L. Kann man die Zahl 4 in 2 gleiche Theile zerlegen, ohne eine Einheit zu theilen? Ant. Ja.

L. So macht 4 Striche auf eure Tafeln, und theilt ſie durch ein langes Strichlein!

L. Zeigt eure Theilung!

|| | || [Es muß folgende Formel erſcheinen, wie hier links.]

L. Macht 5 Striche auf eure Tafeln, und zeigt, wie ihr ſie in 2 gleiche Theile zerlegen könnt!

L. So wie man nicht alle Zahlen in 2 gleiche Theile zerlegen kann, ohne wenigſtens eine Einheit zu theilen, ſo kann man auch nicht alle Zahlen in 3, 4 ꝛc. gleiche Theile zerlegen, ohne wenigſtens eine Einheit zu theilen —

Sagt mir alle Zahlen von 2 bis 20, welche man in 2 gleiche Theile zerlegen kann, ohne eine Einheit zu theilen!
Ant. 2, 4, 6, 8, 10 ꝛc.

L. Sind dieß lauter gerade oder ungerade Zahlen, die man in 2 gleiche Theile zerlegen kann, ohne eine Einheit zu theilen?
Ant. lauter gerade.

L. Wenn man aber alle dieſe Zahlen in 2 gleiche Theile zerlegt, was kommt da auf jeden Theil? [Die Antwort muß in folgender Ordnung gegeben werden:]
Wenn man die Zahl 2 in 2 gl. Thle zerl., ſo kommt auf jed. Thl 1
— — — — 4 — 2 — — —, — — — — — 2
— — — — 6 — 2 — — —, — — — — — 3
— — — — 8 — 2 — — —, — — — — — 4
— — — — 10 — 2 — — —, — — — — — 5
u. ſ. w.

---

b) In 3 gleiche Theile.

L. Die Zahl 3 kann in 3 gleiche Theile zerlegt werden, ohne daß eine Einheit getheilt wird; welches iſt von 3 aufwärts die nächſte Zahl, die man eben ſo in 3 gleiche Theile zerlegen kann? Ant. 6.

L. Welches iſt von 6 aufwärts die nächſte Zahl, die ꝛc.
Ant. 9.

L. Sagt mir alle Zahlen, von 3 bis 30, die man in 3 gleiche Theile zerlegen kann, ohne eine Einheit zu theilen!
Ant. 3, 6, 9, 12, 15 ꝛc.

L. Sagt mir auch, was auf jeden Theil kommt, wenn man dieſe Zahlen in 3 gleiche Theile zerlegt? Ant.

Wenn man die Zahl 3 in 3 gl. Thle zerl., ſo kommt auf jed. Thl 1
— — — — 6 — 3 — — — — — — — — 2
— — — — 9 — 3 — — — — — — — — 3
— — — — 12 — 3 — — — — — — — — 4

u. ſ. w.

[Eben ſo wird mit den Zahlen verfahren, welche man in 4, 5 ꝛc. bis 10 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen, nämlich:]

Mit 4, 8, 12 bis 40. Alsdann mit 5, 10, 15 ꝛc. bis 50.
— 6, 12, 18 — 60. — — 7, 14, 21 ꝛc. — 70.

u. ſ. w.

---

b) Beſondere Uebungen über die bisher gefundenen Theile oder Zahlen.

a) Es wird jeder Theil nach ſeinem Verhältniſſe zur ganzen Zahl benennt.

L. Wenn eine Zahl in 2 gleiche Theile getheilt iſt, ſo heißt jeder ſolcher Theile: der halbe Theil der Zahl.

Wenn eine Zahl in 3 gleiche Theile getheilt iſt, ſo heißt jeder ſolcher Theile: der 3te Theil der Zahl.

Wenn eine Zahl in 4 gleiche Theile getheilt iſt, ſo heißt jeder ſolcher Theile: der 4te Theil der Zahl. Wenn nun eine Zahl in 5 gleiche Theile getheilt iſt, wie wird alsdann jeder ſolcher Theile heißen? Ant. der 5te Theil der Zahl.

L. Wie heißt aber demnach jeder von 6 gleichen Theilen, in die eine Zahl getheilt iſt? Ant. der 6te Theil der Zahl.

L. Wie heißt demnach jeder von 7 gleichen Theilen, in die eine Zahl getheilt iſt?

Wie heißt aber demnach jeder von 8 gleichen Theilen, in die eine Zahl getheilt iſt?

Wie heißt aber demnach jeder von 9 gl. Theilen, in die eine Zahl getheilt iſt?

Wie heißt aber demnach jeder von 10 gl. Theilen, in die eine Zahl Zahl getheilt iſt?

[Der Lehrer deutet auf die 2 erſten ſenkrechten Reihen der Einheitentabelle und ſpricht:]

Sagt mir alſo, wie viel der halbe Theil jeder Zahl iſt, welche man in 2 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen, von 2 bis 20! Ant.

Der	halbe	Theil	von 2	iſt 1.		Der	halbe	Theil	von 4	iſt	2
—	—	—	— 6	— 3.		—	—	—	— 8	—	4
—	—	—	— 10	— 5.		—	—	—	— 12	—	6
—	—	—	— 14	— 7.		—	—	—	— 16	—	8
—	—	—	— 18	— 9.		—	—	—	— 20	—	10

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten ſenkrechten Reihen der Einheitstabelle.]

L. Sagt mir, wie viel der 3te Theil jeder Zahl iſt, welche man in 3 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen, von 3 bis 30! Ant.

Der	3te	Theil	von 3	iſt 1.	Der	3te	Theil	von 6	iſt	2
—	—	—	— 9	— 3.	—	—	—	— 12	—	4
—	—	—	— 15	— 5.	—	—	—	— 18	—	6

u. ſ. w.

Eben ſo wird genommen:

Der 4te	Theil	von 4	bis 40.		Der 8te	Theil	von 8	bis	80
— 5te	—	— 5	— 50.		— 9te	—	— 9	—	90
— 6te	—	— 6	— 60.		— 10te	—	— 10	—	100
— 7te	—	— 7	— 70.						

L. Wenn man alſo den halben Theil von einer Zahl nehmen will, ſo muß man ſie in 2 gl. Theile theilen; was muß man aber thun, um den 3ten Theil von einer Zahl zu bekommen? Ant. Man muß ſie in 3 gleiche Theile theilen.

L. Was muß man thun, um den 4ten Theil von einer Zahl zu bekommen?

Ant. Man muß ſie in 4 gleiche Theile theilen.

L. Was muß man thun, um den 5ten Theil von einer Zahl zu bekommen?

Ant. Man muß ſie in 5 gl. Theile theilen.

L. Damit ihr dieſes recht behaltet, ſo ſprecht mir Folgendes nach;

Um den halben Thl einer Zahl zu bekom, theilt man ſie in 2 gl. Thle.
— — 3ten — — — — —, — — — — 3 — —
— — 4ten — — — — —, — — — — 4 ꝛc. bis
— — 10ten — — — — —, — — — — 10 — —

b. Es wird ein benannter Theil einer Zahl mehrmal genommen.

[Dieſes kann zuerſt ſo geſchehen, daß man einen gewiſſen Theil einer Zahl nach und nach nur ſo vielmal nehmen läßt, als ihn die Zahl enthält.]

[Der Lehrer läßt ſich, während er auf der Tabelle deutet, Folgendes nachſprechen.]

Der halbe Theil.

(In den erſten 2 Reihen.)

1 mal der halbe Theil von 2 iſt 1 mal 1, das iſt: 1
2 — — — — — 2 — 2 — 1, — —: die ganze Zahl 2.
1 — — — — — 4 — 1 — 2, — —: 2
2 — — — — — 4 — 2 — 2, — —: die ganze Zahl 4.
1 — — — — — 6 — 1 — 3, — —: 3
2 — — — — — 6 — 2 — 3, — —: die ganze Zahl 6.
1 — — — — — 8 — 1 — 4, — —: 4
2 — — — — — 8 — 2 — 4, — —: die ganze Zahl 8.
1 — — — — — 10 — 1 — 5, — —: 5
2 — — — — — 10 — 2 — 5, — —: die ganze Zahl 10.
1 — — — — — 12 — 1 — 6, — —: 6 ꝛc. bis

1 mal der halbe Thl von 20 iſt 1 mal 10, das iſt: 10.
2 — — — — — 20 — 2 — 10, — — : die ganze Zahl 20.

Der 3te Theil.
(In den 3 erſten Reihen.)

1 mal der 3te Theil von 3 iſt 1 mal 1, das iſt: 1
2 — — — — — 3 — 2 — 1, — — 2
3 — — — — — 3 — 3 — 1, das iſt: die ganze Zahl 3.
1 — — — — — 6 — 1 — 2, — — 2
2 — — — — — 6 — 2 — 2, — — 4
3 — — — — — 6 — 3 — 2, — — die ganze Zahl 6.
1 — — — — — 9 — 1 — 3, — — 3
2 — — — — — 9 — 2 — 3, — — 6
3 — — — — — 9 — 3 — 3, — — die ganze Zahl 9.
1 — — — — — 12 — 1 — 4, — — 4
2 — — — — — 12 — 2 — 4, — — 8
3 — — — — — 12 — 3 — 4, — — die ganze Zahl 12.
1 — — — — — 15 — 1 — 5, — — 5 ꝛc. bis
1 — — — — — 30 — 1 — 10, — 10
2 — — — — — 30 — 2 — 10, — — 20
3 — — — — — 30 — 3 — 10, — — die ganze Zahl 30.

Der 4te Theil.
(In der 4ten Reihe.)

1 mal der 4te Theil von 4 iſt 1 mal 1, das iſt: 1
2 — — — — — 4 — 2 — 1, — — 2
3 — — — — — 4 — 3 — 1, — — 3
4 — — — — — 4 — 4 — 1, — — die ganze Zahl 4.
1 — — — — — 8 — 1 — 2, — — 2
2 — — — — — 8 — 2 — 2, — — 4
3 — — — — — 8 — 3 — 2, — — 6
4 — — — — — 8 — 4 — 2, — — die ganze Zahl 8.
1 — — — — — :2 — 1 — 3, — — 3

2 mal der 4te Theil von 12 iſt 2 mal 3, das iſt : 6
3 — — — — — 12 — 3 — 3, — — 9
4 — — — — — 12 — 4 — 3, — — die ganze Zahl 12.
1 — — — — — 16 — 1 — 4, — — 4 ꝛc. bis
1 — — — — — 40 — 1 — 10, — — 10
2 — — — — — 40 — 2 — 10, — — 20
3 — — — — — 40 — 3 — 10, — — 30
4 — — — — — 40 — 4 — 10, — — die ganze Zahl 40.

[Eben ſo nimmt man den 5ten, 6ten ꝛc. bis 10ten Theil durch; jedoch kann dieſes, wenn man merkt, daß es die Schüler begreifen, jetzt kürzer durch einzelne Fragen geſchehen, wie folgt:]

L. Wie viel iſt der 5te Theil von 10? Ant. 2.
L. — — — — — — — 10, 3 mal genommen? Ant. 6.
L. — — — — — — — 10, 2 — — ? — 4.
L. — — — — — — — 10, 4 — — ? — 8.

u. ſ. w.

[Nun kann man auch einen ſolchen Theil mehrmal nehmen laſſen, als die ganze Zahl enthält, nemlich:]

L. Denkt euch den 5ten Theil von 10, 7 mal! wie viel macht dieſes?
Ant. 7 mal 2 oder 14.
L. Wie viel iſt der 5te Theil von 10, 9 mal genommen? Ant. 18.
L. — — — — 5te — — 10, 6 — — — 12.
L. — — — — 5te — — 10, 8 — — — 16.
L. — — — — 5te — — 15? Ant. 3.
L. — — — — 5te — — 15, 4mal gen.? Ant. 4 mal 3 od 12.
L. — — — — 5te — — 15, 3 — — ? — 3 — 3 — 9.
L. — — — — 5te — — 15, 7 — — ? — 7 — 3 — 21.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 5ten Theil einer Zahl!

L. Wie viel iſt der 6te Theil von 18? Ant. 3.
L. — — — — 6te — — 18, 4 mal genommen? Ant. 12.
L. — — — — 6te — — 24, 5 — — ? — 20.
L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 6ten Theil einer Zahl!
L. — — — — — — — 7ten, 8ten, 9ten oder 10ten Theil einer Zahl!

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 10? Antw. 5.
L. — — — — — — — 10, 2 mal genommen? Ant. 10.
L. — — — — 3te — — 12, 3 — — ? — 12.
L. — — — — 4te — — 20, 4 — — ? — 20.

L. Wie vielmal muß man den halben Theil einer Zahl nehmen, um die ganze Zahl zu bekommen? Antw. 2 mal.

L. Wie vielmal muß man den 3ten Theil einer Zahl nehmen, um die ganze Zahl zu bekommen? Antw. 3 mal.

L. Wie vielmal muß man den 4ten Theil einer Zahl ꝛc.

L. Damit Ihr dieſes recht behaltet, ſo ſagt mir Folgendes durch:

Den halben Theil einer Zahl muß man 2 mal nehmen, um die ganze Zahl zu bekommen.

Den 3ten Theil einer Zahl muß man 3 mal nehmen, um die ganze Zahl zu bekommen.

Den 4ten Theil einer Zahl muß man 4 mal nehmen, um die ganze Zahl zu bekommen.

Den 5ten Theil einer Zahl muß man 5 mal nehmen, um die ganze Zahl ꝛc. bis:

Den 10ten Theil einer Zahl muß man 10 mal nehmen, um die ganze Zahl zu bekommen.

---

c) Es wird ein benannter Theil von mehreren gleichen Zahlen genommen (ohne Tabelle.)

Der halbe Theil.

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 5 mal 2? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Der halbe Theil von 1 mal 2, iſt 1 mal 1 oder 1, alſo iſt
— — — — 5 — 2, 5 — 1 — 5.

L. Berechnet eben ſo Folgendes:

Wie viel iſt der halbe Theil von 7 mal 2? Antw. —
Der halbe Theil von 1 mal 2 iſt 1 mal 1, oder 1, alſo iſt
— — — — 7 — 2 7 — 1, — 7.

L. Damit ihr dieſes recht lernt, ſo ſprecht mir Folgendes nach:

Der halbe Theil von 1 mal 2 iſt 1 mal 1 oder 1, alſo iſt
der — — — 2 — 2 2 — 1, — 2.
Der — — — 1 — 2 iſt 1 — 1 — 1, alſo iſt
— — — — 3 — 2 3 — 1, — 3.
Der — — — 1 — 2 iſt 1 — 1 — 1, — —
— — — — 4 — 2 4 — 1, — 4.
Der — — — 1 — 2 iſt 1 — 1 — 1. — —
— — — — 5 — 2 5 — 1, — 5. ꝛc. bis
Der — — — 1 — 2 iſt 1 — 1 — 1, alſo iſt
— — — — 10 — 2 10 — 1, — 10.

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 3 mal 4? Antw. —
Der halbe Theil von 1 mal 4 iſt 1 mal 2, oder 2, alſo iſt
— — — — 3 — 4 3 — 2, — 6.

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 5 mal 4? Ant. —
Der halbe Theil von 1 mal 4 iſt 1 mal 2, oder 2, alſo iſt
— — — — 5 — 4 5 — 2, — 10.

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 7 mal 4? Ant. 14.

L. — — — — — — — 7 — 6? Ant. —
Der halbe Theil von 1 mal 6 iſt 1 mal 3 oder 3, alſo ꝛc. 21.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den halben Theil von mehreren gleichen Zahlen!

Der 3te Theil.

L. Sprecht mir Folgendes nach:

Der 3te Theil von 1 mal 3 iſt 1 mal 1, oder 1, alſo iſt
— 3te — — 2 — 3 2 — 1, — 2.
Der 3te — — 1 — 3 — 1 — 1, — 1, alſo iſt
— 3te — — 3 — 3 3 — 1, — 3.
Der 3te — — 1 — 3 — 1 — 1, — 1, — —
— 3te — — 4 — 3 4 — 1, — 4. ꝛc. bis
Der 3te — — 1 — 3 — 1 — 1, — 1, alſo iſt
— 3te — — 10 — 3 — 10 — 1, — 10.

L. Wie viel iſt der 3te Theil von 2 mal 6? Ant. —
Der 3te Theil von 1 mal 6 iſt 1 mal 2 oder 2, alſo iſt
— 3te — — 2 — 6 2 — 2 — 4.

L. Wie viel iſt der 3te Theil von 8 mal 6? Ant. ꝛc. 16.
L. — — — — 3te — — 8 — 9? — — 24.
L. — — — — 3te — — 4 — 15? — — 20.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 3ten Theil von mehreren gleichen Zahlen!

[Eben ſo kann man auch den 4ten, 5ten ꝛc. bis 10ten Theil durchgehen — jedoch durch bloſe Fragen, als:]

Wie viel iſt der 4te Theil von 3 mal 4? Ant. 3.
— — — — 4te — — 5 — 4? — 5.
— — — — 4te — — 7 — 4? — 7 ꝛc.
— — — — 4te — — 7 — 8? — 14.
— — — — 4te — — 3 — 12? — 9.
u. ſ. w.

Anm. Man könnte dieſe Uebung auch noch ſo durchgehen, daß man fragt:

Wie viel mal 2? Wie viel mal 3? ꝛc.? z. B.
Fr. Der halbe Theil von 9 mal 2, wie viel mal 4? Ant.
Der — — — 9 — 2 iſt 9 mal 1.
9 — 1 iſt 2 mal 4 nebſt 1.

Fr. Der 3te Theil von 7 mal 12, wie viel mal 3 iſt er? Ant.
Der 3te — — 7 — 12 iſt 7 mal 4 oder 28
28 ſind 9 mal 3 nebſt 1 ꝛc.

Allein dieſes iſt hier ganz entbehrlich. Man ſchreite daher lieber zu Folgendem.

Vergleichung zweyer Zahlen in Hinſicht ihrer Theilverhältniſſe.

aa.) Eine Zahl als ein Theil einer andern betrachtet.

a.) Die kleinere mit der größern vergleichen.

a.) Die kleinere iſt 1 Theil, wie die größere 2 Theile hat.

[Der Lehrer deutet auf die erſten 2 ſenkrechten Reihen der EinheitenTabelle, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 1 iſt 1 Theil, wie die Zahl 2 zwey Theile hat.
die — 2 — 1 — — — — 4 — — —
— — 3 — 1 — — — — 6 — — — ꝛc. bis
— — 10 — 1 — — — — 20 — — —

L. Wenn eine Zahl 1 Theil iſt, wie eine andere Zahl 2 Theile hat, ſo iſt die eine Zahl eine Hälfte der andern; ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 1 iſt die Hälfte von der Zahl 2; denn
die — 1 — 1 Theil, wie die Zahl 2 zwey Theile hat.
Die — 2 — 1 Hälfte von der Zahl 4; denn
— — 2 — 1 Theil, wie die Zahl 4 zwey Theile hat.
Die — 3 — 1 Hälfte von der Zahl 6; denn
— — 3 — 1 Theil, wie die Zahl 6 zwey Theile hat.
u. ſ. w.

---

b.) Die kleinere iſt 1 Theil, wie die größere 3 Theile hat.

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten ſenkrechten Reihen der EinheitenTabelle, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 1 iſt 1 Theil, wie die Zahl 3 drey Theile hat.
— — 2 — 1 — — — — 6 — — —
— — 3 — 1 — — — — 9 — — — ꝛc. bis
— — 10 — 1 — — — — 30 — — —

L. Wenn eine Zahl 1 Theil iſt, wie eine andere Zahl 3 Theile hat, ſo iſt die eine Zahl 1 Drittel der andern; ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 1 iſt 1 Drittel von der Zahl 3; denn
— — 1 — 1 Theil, wie die — 3, drey Theile hat.
Die — 2 — 1 Drittel von der — 6; denn
— — 2 — 1 Theil, wie die — 6, drey Theile hat.
Die — 3 — 1 Drittel von der — 9; denn
— — 3 — 1 Theil, wie die — 9, drey Theile hat.

u. ſ. w.

L. So wie die Zahl 1, 2, 3, ꝛc. bis 10 kann jede Zahl als eine Hälfte od. 3tel, oder auch als ein 4tel, 5tel ꝛc. einer andern angeſehen werden, damit ihr dieſes recht behaltet, und in jedem Falle anwenden könnt, ſo ſprecht mir Folgendes nach:

Wenn eine Zahl eine Hälfte einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die eine Zahl 1 Theil ſeyn, und die andere muß 2 ſolche Theile haben.

Wenn eine Zahl 1 Drittel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die eine — 1 Theil ſeyn, und die andere muß 3 ſolche Theile haben.

Wenn eine Zahl 1 Viertel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die eine — 1 Theil ſeyn, und die andere muß 4 ſolche Theile haben ꝛc. bis

Wenn eine Zahl 1 Zehntel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die eine — 1 Theil ſeyn, und die andere muß 10 ſolche Theile haben.

L. Wenn alſo die Zahl 7 eine Hälfte einer andern Zahl

ſeyn ſoll, wie muß ſichs damit verhalten? Antw. Die Zahl 7 muß 1 Theil ſeyn, und die andere muß 2 ſolche Theile haben.

L. Welche Zahl aber hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 7 ein Theil iſt. Antw. die Zahl 14.

L. Gebt Acht, wie iſt dieſes noch einmal berechne!

Wenn die Zahl 7 eine Hälfte einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 7 ein Theil ſeyn, und die andere Zahl muß 2 ſolche Theile haben: iſt aber die Zahl 7 ein Theil, ſo iſt ſie einmal 7. Nun muß die andere Zahl 2 ſolche Theile haben, das iſt: 2 mal 7 oder 14.

L. Sage mir jeder dieſe Berechnungen noch einmal mit eben denſelben Worten her! Antw. Wenn die Zahl 7 eine Hälfte ꝛc.

Der Lehrer laſſe eben ſo von einzelnen Schülern mit lauten Worten Folgendes berechnen: (obgleich ſie auch die Antwort ſchon voraus wiſſen.)

Von welcher Zahl iſt die Zahl 9 eine Hälfte?
Ant. Wenn die Zahl 9 ꝛc. von 18.
— — — — — — 11 eine Hälfte?
Ant. Wenn die Zahl 11 ꝛc. von 22.
— — — — — — 8 eine Hälfte?
Ant. Wenn die — 8 ꝛc. — 16.
— — — — — — 10 eine Hälfte?
Ant. Wenn die — 10 ꝛc. — 20.
— — — — — — 7 ein Drittel? Antwort:

Wenn die Zahl 7 ein 3tel einer andern ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 7 ein Theil ſeyn, und die andere muß 3 ſolche Theile haben; iſt aber die Zahl 7 ein Theil, ſo iſt ſie einmal 7. Nun muß die andere Zahl 3 ſolche Theile haben, das iſt: 3 mal 7 oder 21.

Von welcher Zahl iſt die Zahl 9 ein 3tel?
Ant. Wenn die Zahl 9 ꝛc. von 27.

Von welcher Zahl iſt die Zahl 11 ein 3tel?

Ant. Wenn die Zahl 11 ꝛc. von 33.

— — — — — — 8 ein 3tel?

Ant. Wenn — — 8 ꝛc. — 24.

— — — — — — 8 ein 4tel?

Ant. Wenn — — 8 ꝛc. — 32.

— — — — — — 5 ein 4tel?

Ant. Wenn — — 5 ꝛc. — 20.

— — — — — — 9 ein 4tel?

Ant. Wenn — — 9 ꝛc. — 36.

— — — — — — 9 ein 5tel?

Ant. Wenn — — 9 ꝛc. — 45.

— — — — — — 3 ein 5tel?

Ant. Wenn — — 3 ꝛc. — 15.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2 Zahlen, wovon die eine 1 Theil iſt, wie die andere mehrere Theile hat!

---

b.) Die größere mit der kleinern vergleichen.

a.) Die größere enthält 2 Theile, und die kleinere iſt 1 ſolcher Theil.

[Der Lehrer deutet auf die erſten 2 ſenkrechten Reihen der EinheitenTabelle, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 2 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt.
— — 4 — 2 — — — — — 2 — — —
— — 6 — 2 — — — — — 3 — — —
— — 8 — 2 — — — — — 4 ꝛc. bis
— — 20 — 2 — — — — — 10 — — —

L. Wenn eine Zahl 2 ſolche Theile hat, wie eine andere 1 Theil iſt, ſo iſt die eine Zahl 2 mal ſo groß, als die andere; ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 2 iſt 2 mal ſo groß als die Zahl 1; denn
— — 2 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt.

Die Zahl 4 iſt 2 mal ſo groß, als die Zahl 2; denn
— — 4 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 2 ein Theil iſt.
Die — 6 iſt 2 mal ſo groß als die Zahl 3; denn
— — 6 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 3 ein Theil iſt ꝛc. bis
Die — 20 iſt 2 mal ſo groß als die Zahl 10; denn
— — 20 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 10 ein Theil iſt.

---

b.) Die größere enthält 3 gleiche Theile, und die kleinere iſt ein ſolcher Theil.

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten ſenkrechten Reihen, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 3 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt.
— — 6 — 3 — — — — — 2 — — —
— — 9 — 3 — — — — — 3 — — —
— — 12 — 3 — — — — — 4 — — — ꝛc. bis
— — 30 — 3 — — — — — 10 — — —

L. Wenn eine Zahl 3 ſolche Theile hat, wie eine andere Zahl 1 Theil iſt, ſo iſt die eine Zahl 3 mal ſo groß, (oder viel) als die andere; ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 3 iſt 3 mal ſo groß, als die Zahl 1; denn
— — 3 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt.
Die — 6 iſt 3 mal ſo groß, als die Zahl 2; denn
— — 6 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 2 ein Theil iſt.
Die — 9 iſt 3 mal ſo groß, als die Zahl 3; denn
— — 9 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 3 ein Theil iſt. ꝛc. bis
Die — 30 iſt 3 mal ſo groß, als die Zahl 10; denn
— — 30 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 10 ein Theil iſt.

L. Wenn eine Zahl 2 mal ſo groß ſeyn ſoll, als eine andere, ſo muß die eine Zahl 2 gleiche Theile haben, und die andere muß 1 ſolcher Theil ſeyn.

Wenn eine Zahl 3 mal ſo groß ſeyn ſoll, als eine ande-

re, ſo muß die eine Zahl 3 gleiche Theile haben, und die andere muß ein ſolcher Theil ſeyn.

Wie muß ſichs demnach mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 4 mal ſo groß ſeyn ſoll, als die andere? Antw. Die eine muß 4 gleiche Theile haben, und die andere muß 1 ſolcher Theil ſeyn.

L. Wie muß ſichs aber mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 5 mal ſo groß ſeyn ſoll, als die andere? Ant. die eine muß 5 gleiche Theile haben, und die andere muß 1 ſolcher Theil ſeyn.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 6 mal ſo groß ſeyn ſoll, als die andere? u. ſ. w.

L. Wie muß ſichs demnach mit der Zahl 24 und einer andern Zahl verhalten, wenn die Zahl 24 acht mal ſo groß ſeyn ſoll als die andere? Ant. Die Zahl 24 muß 8 gleiche Theile haben, und die andere muß 1 ſolcher Theil ſeyn.

L. Wenn aber die Zahl 24 in 8 gleiche Theile zerlegt wird, wie viel iſt da 1 Theil? Ant. 3.

L. Ich will dieſes noch einmal berechnen, gebt daher Acht, wie ich dabey ſpreche!

Wenn die Zahl 24 acht mal ſo groß ſeyn ſoll, als eine andere Zahl, ſo muß die Zahl 24 acht gleiche Theile haben, und die andere Zahl muß ein ſolcher Theil ſeyn; hat aber die Zahl 24 acht gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 3, und dieß iſt die andere Zahl!

L. Wer kann mir dieſe Berechnung ebenſo herſagen?

L. Berechnet mir eben ſo Folgendes, wenn ihr auch ſchon voraus wißt, was heraus kommt!

Die Zahl 24 iſt 6 mal ſo groß als welche Zahl?

Ant. wenn die Zahl 24 ꝛc. 4.

— — 18 — 6 — — — — — Zahl?

Ant. wenn — — ꝛc. 3.

Die Zahl 18 iſt 9 mal ſo groß als welche Zahl?
Ant. wenn die Zahl ꝛc. 2.
— — 15 — 5 — — — — — Zahl?
Ant. wenn — — ꝛc. 3.
— — 21 — 3 — — — — — Zahl?
Ant. wenn — — ꝛc. 7.
— — 15 — 3 — — — — — Zahl?
Ant. wenn — — ꝛc. 5.
— — 14 — 2 — — — — — Zahl?
Ant. wenn — — ꝛc. 7.
— — 16 — 4 — — — — — Zahl?
Ant. wenn — — ꝛc. 4.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2 Zahlen, deren eine mehrmal ſo groß iſt, als die andere!

---

bb.) Eine Zahl als mehrere Theile einer andern betrachtet.

a.) Eine kleinere mit einer größern verglichen.

a) Die kleinere enthält 2 gleiche Theile, und die größere 3 ſolche Theile.

[Der Lehrer deutet auf die 2te und 3te ſenkrechte Reihe der EinheitenTabelle, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 2 hat 2 ſolche Thle, wie die Zahl 3 drey Thle hat.
— — 4 — 2 — — — — — 6 — — —
— — 6 — 2 — — — — — 9 — — —
— — 8 — 2 — — — — — 12 — — — ꝛc. bis
— — 20 — 2 — — — — — 30 — — —

L. Wenn eine Zahl 2 ſolche Theile hat, wie eine andere Zahl 3 Theile hat, ſo iſt die eine Zahl 2 Drittel der andern; ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 2 iſt 2 Drittel von der Zahl 3; denn

Die Zahl 2 hat 2 Theile, wie die Zahl 3 drey Theile hat.
Die — 4 iſt 2 Drittel von der — 6; denn
— — 4 hat 2 Theile, wie die — 6 drey Theile hat.
Die — 6 iſt 2 Drittel von der — 9; denn
— — 6 hat 2 Theil, wie die — 9 drey Theile hat.
Die — 8 iſt 2 Drittel von der — 12; denn
— — 8 hat 2 Theile, wie die — 12 drey Theile hat. ꝛc. bis
Die — 20 iſt 2 Drittel von der — 30; denn
— — 20 hat 2 Theile, wie die — 30 drey Theile hat.

---

b.) Die kleinere enthält 3 gleiche Theile, und die große 4 ſolche Theile.

[Der Lehrer deutet auf die 3te und 4te ſenkrechte Reihe, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 3 hat 3 ſolche Thle, wie die Zahl 4 vier Thle hat.
— — 6 — 3 — — — — — 8 — — —
— — 9 — 3 — — — — — 12 — — — ꝛc. bis
— — 30 — 3 — — — — — 40 — — —

L. Wenn eine Zahl 3 ſolche Theile hat, wie eine andere Zahl 4 Theile hat, ſo iſt die eine Zahl 3 Viertel der andern ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 3 iſt 3 Viertel von der Zahl 4; denn
— — 3 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 4 vier Theile hat.
— — 6 iſt 3 Viertel von der Zahl 8; denn
— — 6 hat 3 ſolche Thle. wie die Zahl 8 vier Theile hat ꝛc. bis
— — 30 iſt 3 Viertel von der Zahl 40; denn
— — 30 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 40 vier Theile hat.

L. Wenn eine Zahl 2 Drittel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die eine Zahl 2 gleiche Theile haben, und die andere 3 ſolche Theile;
wenn eine Zahl 3 Viertel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß

die eine Zahl 3 gleiche Theile haben, und die andere 4 ſolche Theile;
wie muß ſichs demnach mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 3 Fünftel der andern ſeyn ſoll? Ant. die eine muß 3 gleiche Theile haben, und die andere 5 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 2 Fünftel der andern ſeyn ſoll? Ant. die eine muß 2 gleiche Theile haben, und die Andere 5 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 2 Siebentel einer andern ſeyn ſoll? Ant. die eine muß 2 gleiche Theile haben, und die andere 7 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 4 Siebentel der andern ſeyn ſoll? Ant. die eine muß 4 gleiche Theile haben, und die andere 7 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 4 Fünftel der andern ſeyn ſoll? Ant. die eine muß 4 gleiche Theile haben, und die andere 5 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs alſo mit der Zahl 8 und einer andern Zahl verhalten, wenn die Zahl 8 vier 5tel der andern Zahl ſeyn ſoll? Ant. die Zahl 8 muß 4 gleiche Theile haben, und die andere 5 ſolche Theile.

L. Wenn aber die Zahl 8 vier gleiche Theile hat, wie viel iſt da 1 Theil? Ant. 2.

L. Die andere Zahl muß aber 5 ſolche Theile haben; wie viel iſt ſie alſo? Ant. 5 mal 2 oder 10.

L. Gebt Acht, wie ich jetzt dieſe Aufgabe noch einmal ganz berechne!

Wenn die Zahl 8 vier 5tel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 8 vier gleiche Theile haben, und die andere Zahl 5 ſolche Theile; hat aber die Zahl 8 vier gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 2. Die andere Zahl muß 5 ſolche Theile haben, das iſt 5 mal 2 oder 10.

L. Sage jeder dieſe Berechnung mit den nemlichen Worten her!

L. Berechnet jetzt eben ſo Folgendes:

Fr. die Zahl 8 iſt 2 Fünftel von welcher Zahl? Ant. Wenn die Zahl 8 2 Fünftel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 8 zwey gleiche Theile haben, und die andere Zahl 5 ſolche Theile; ꝛc. das iſt: 5 mal 4 oder 20.

Fr. Die Zahl 6 iſt 2 Fünftel von welcher Zahl? Ant. Wenn ꝛc. 15

Fr. — — 6 — 2 Siebentel — — — ? — — ꝛc. 21

Fr. — — 10 — 2 — — — — ? — — ꝛc. 35

Fr. — — 15 — 3 — — — — ? — — ꝛc. 35

Fr. — — 15 — 3 Fünftel — — — ? — — ꝛc. 25

Fr. — — 12 — 3 — — — — ? — — ꝛc. 20

Fr. — — 12 — 4 — — — — ? — — ꝛc. 15

Fr. — — 8 — 4 Neuntel — — — ? — — ꝛc. 18

Fr. — — 10 — 5 Achtel — — — ? — — ꝛc. 16

u. ſ. w.

---

b.) Eine größere mit einer kleinern vergleichen.

a.) Die größere enthält 3 gleiche Theile, und die kleinere 2 ſolche Theile.

[Der Lehrer deutet jedes Mal zuerſt auf die 3te, alsdann auf die 2te ſenkrechte Reihe, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 3 hat 3 ſolche Thle, wie die Zahl 2 zwey Thle hat.

— — 6 — 3 — — — — — 4 — — —

— — 9 — 3 — — — — — 6 — — —

— — 12 — 3 — — — — — 8 — — — ꝛc. bis

— — 30 — 3 — — — — — 20 — — —

L. Wenn eine Zahl 3 ſolche Theile hat, wie eine andere Zahl 2 Theile hat, ſo iſt die eine Zahl 3 Hälften der andern? ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 3 iſt 3 Hälften von der Zahl 2; denn
— — 3 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 2 zwey Theile hat.
— — 6 iſt 3 Hälften von der Zahl 4; denn
— — 6 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 4 zwey Theile hat.
— — 9 iſt 3 Hälften von der Zahl 6; denn
— — 9 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 6 zwey Theile hat. ꝛc. bis
— — 30 iſt 3 Hälften von der Zahl 20; denn
— — 30 hat 3 ſolche Theile, wie die Zahl 20 zwey Theile hat.

---

b) Die größere enthält 4 gleiche Theile, und die kleinere 3 ſolche Theile.

[Der Lehrer deutet jedes Mal zuerſt auf die 4te alsdann auf die 3te ſenkrechte Reihe, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 4 hat 4 ſolche Thle, wie die Zahl 3 drey Thle hat
— — 8 — 4 — — — — — 6 — — —
— — 12 — 4 — — — — — 9 — — —
— — 16 — 4 — — — — — 12 — — — ꝛc. bis
— — 40 — 4 — — — — — 30 — — —

L. Wenn eine Zahl 4 ſolche Theile hat, wie eine andere 3 Theile hat, ſo iſt die eine Zahl 4 Drittel der andern; ſprecht mir daher Folgendes nach:

Die Zahl 4 iſt 4 Drittel von der Zahl 3; denn
— — 4 hat 4 ſolche Theile, wie die Zahl 3 drey Theile hat.
Die — 8 iſt 4 Drittel von der Zahl 6; denn
— — 8 hat 4 ſolche Theile, wie die Zahl 6 — — —
Die — 12 iſt 4 Drittel von der Zahl 9; denn
— — 12 hat 4 ſolche Theile, wie die Zahl 9 — — —
Die — 16 iſt 4 Drittel von der Zahl 12; denn

die Zahl 16 hat 4 ſolche Thle, wie die Zahl 12 drey Thle hat ꝛc. bis
Die — 40 iſt 4 Drittel von der Zahl 30; denn
— — 40 hat 4 ſolche Theile, wie die Zahl 30 — — —

L. Wenn eine Zahl 4 Drittel einer andern ſeyn ſoll, ſo muß die eine Zahl 3 gleiche Theile haben, und die andere 3 ſolche Theile; wie muß ſichs demnach mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 5 Drittel einer andern ſeyn ſoll? Ant. Die eine muß 5 gleiche Theile haben, und die andere 3 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 5 Viertel der andern ſeyn ſoll? Ant. Die eine muß 5 gleiche Theile haben, und die Andern 4 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 7 Viertel der andern ſeyn ſoll? Ant. Die eine muß 7 gleiche Theile haben, und die andern 4 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit 2 Zahlen verhalten, wenn die eine 7 Hälften der andern ſeyn ſoll? Ant. Die eine muß 7 gleiche Theile haben, und die andern 2 ſolche Theile.

L. Wie muß ſichs mit der Zahl 21 und einer andern Zahl verhalten, wenn die Zahl 21 ſieben Hälften der andern ſeyn ſoll? Ant. Die Zahl 21 muß 7 gleiche Theile haben, und die andere 2 ſolche Theile.

L. Wenn aber die Zahl 21 ſieben gleiche Theile hat, wie viel iſt da ein Theil? Ant. 3.

L. Die andere Zahl muß 2 ſolche Theile haben, wie viel iſt ſie alſo? Ant. 2 mal 3 oder 6.

L. Gebt Acht, wie ich dieſe ganze Berechnung noch einmal mache!

L. Wenn die Zahl 21 ſieben Hälften einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 21 ſieben gleiche Theile haben, und die andere Zahl 2 ſolche Theile; hat aber die Zahl 21 ſieben gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 3.

Die andere Zahl muß 2 ſolche Theile haben, das iſt 2 mal 3 oder 6.

L. Sage jeder dieſe Berechnung mit den nemlichen Worten her!

L. Berechnet mir Folgendes!

Fr. die Zahl 10 iſt 5 Hälften von welcher Zahl? Ant. ꝛc. 4.
Fr. — — 27 — 9 — — — — ? — ꝛc. 6
— — 36 — 9 — — — — ? — ꝛc. 8
— — 28 — 7 Drittel — — — ? — ꝛc. 12
— — 25 — 5 — — — — ? — ꝛc. 15
— — 30 — 5 Viertel — — — ? — ꝛc. 24
— — 28 — 7 — — — — ? — ꝛc. 16
— — 14 — 7 Fünftel — — — ? — ꝛc. 10
— — 32 — 8 — — — — ? — ꝛc. 20
— — 21 — 7 Sechstel — — — ? — ꝛc. 18
— — 36 — 9 Siebentel — — — ? — ꝛc. 28

u. ſ. w.

[Nun kann man die bisherigen Vergleichungen noch einmal in folgender Ordnung wiederholen laſſen:]

a) Eine geringere Zahl mit einer höhern verglichen.

α) Die Zahl 1 mit jeder Zahl über ihr.

Die Zahl 1 iſt eine Hälfte von der Zahl 2; denn
— — 1 — ein Theil, wie die Zahl 2 zwey Theile hat.
Die — 1 — 1 Drittel von der Zahl 3; denn
— — 1 — 1 Theil, wie die Zahl 3 drey Theile hat.
Die — 1 — 1 Viertel von der Zahl 4; denn
— — 1 — 1 Theil, wie die Zahl 4 vier Theile hat ꝛc. bis
Die — 1 — 1 ein Zehntel von der Zahl 10; denn
— — 1 — 1 Theil, wie die Zahl 10 zehn Theile hat.

---

b) Die Zahl 2 mit jeder Zahl über ihr.

Die Zahl 2 iſt 2 Drittel von der Zahl 3; denn

die Zahl 2 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 3 drey Theile hat.
Die — 2 iſt 2 Viertel von der Zahl 4; denn
— — 2 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 4 vier Theile hat.
— — 2 iſt aber auch 1 Hälfte von der Zahl 4; denn
— — 2 — 1 Theil, wie die Zahl 4 zwey Theile hat.
— — 2 — 2 Fünftel von der Zahl 5; denn
— — 2 hat 2 Theile, wie die Zahl 5 fünf Theile hat.
— — 2 iſt 2 Sechstel von der Zahl 6; denn
— — 2 hát 2 Theile, wie die Zahl 6 ſechs Theile hat.
— — 2 iſt aber auch ein Drittel von der Zahl 6; denn
— — 2 — 1 Theil, wie die Zahl 6 drey Theile hat.
— — 2 — 2 Siebentel von der Zahl 7; denn
— — 2 hat 2 Theile, wie die Zahl 7 ſieben Theile hat.
— — 2 iſt 2 Achtel von der Zahl 8; denn
— — 2 hat 2 Theile, wie die Zahl 8 acht Theile hat.
— — 2 iſt aber auch ein Viertel von der Zahl 8; denn
— — 2 iſt 1 Theil, wie die Zahl 8 vier Theile hat.
— — 2 — 2 Neuntel von der Zahl 9; denn
— — 2 hat 2 Theile, wie die Zahl 9 neun Theile hat.
— — 2 iſt 2 Zehntel von der Zahl 10; denn
— — 2 hat 2 Theile, wie die — 10 zehn Theile hat.
— — 2 iſt aber auch ein Fünftel von der Zahl 10; denn
— — 2 iſt 1 Theil, wie die Zahl 10 fünf Theile hat.

---

c) Die Zahl 3 mit jeder Zahl über ihr.

Die Zahl 3 iſt 3 Viertel von der Zahl 4; denn
— — 3 hat 3 Theile, wie die — 4 vier Theile hat.
— — 3 iſt 3 Fünftel von der — 5; denn
— — 3 hat 3 Theile, wie die — 5 fünf Theile hat.
— — 3 iſt 3 Sechstel von der — 6; denn
— — 3 hat 3 Theile, wie die — 6 ſechs Theile hat.
— — 3 iſt aber anch eine Hälfte von der Zahl 6; denn
— — 3 iſt 1 Theil, wie die Zahl 6 zwey Theile hat. ꝛc. bis

Die Zahl 3 iſt 3 Zehntel von der Zahl 10; denn
— — 3 hat 3 Theile, wie die — 10 zehn Theile hat.

---

b) Die Zahl 4 mit jeder Zahl über ihr.

Die Zahl 4 iſt 4 Fünftel von der Zahl 5; denn
— — 4 hat 4 ſolche Theile, wie die Zahl 5 fünf Theile hat.
— — 4 iſt 4 Sechstel von der Zahl 6; denn
— — 4 hat 4 Theile, wie die — 6 ſechs Theile hat.
— — 4 iſt aber auch 2 Drittel von der Zahl 6; denn
— — 4 hat 2 Theile, wie die Zahl 6 drey Theile hat.
— — 4 iſt 4 Siebentel von der — 7; denn
— — 4 hat 4 Theile, wie die — 7 ſieben Theile hat.
— — 4 iſt 4 Achtel von der — 8; denn
— — 4 hat 4 Theile, wie die — 8 acht Theile hat.
— — 4 iſt aber auch 1 Hälfte von der Zahl 8; denn
— — 4 iſt 1 Theil, wie die Zahl 8 acht Theile hat.
— — 4 iſt 4 Neuntel von der — 9; denn
— — 4 hat 4 Theile, wie die — 9 neun Theile hat.
— — 4 iſt 4 Zehntel von der — 10; denn
— — 4 hat 4 Theile, wie die — 10 zehn Theile hat.
— — 4 iſt aber auch 2 Fünftel von der Zahl 10; denn
— — 4 hat 2 Theile, wie die Zahl 10 fünf Theile hat.

L. Vergleicht eben ſo die Zahl 5 mit jeder höhern Zahl bis auf 20!
L. — — — — — 6 — — — — — — 10!

u. ſ. w.

---

b) Eine höhere Zahl mit einer geringern verglichen.

a) Jede Zahl über 1 mit 1.

Die Zahl 2 iſt 2 mal ſo groß als die Zahl 1; denn
— — 2 hat 2 ſolche Theile, wie die — 1 ein Theil iſt.
— — 3 iſt 3 mal ſo groß als die — 1; denn
— — 3 hat 3 Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt ꝛc. bis

Die Zahl 10 iſt 10 mal ſo groß als die Zahl 1; denn
— — 10 hat 10 Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt.

b) Jede Zahl über 2 mit 2.

Die Zahl 3 iſt 3 mal ſo groß als die Hälfte von der Zahl 2; denn
— — 3 hat 3 ſolche Theile, wie die Hälfte der Zahl 2 ein Theil iſt.
— — 4 iſt 4 mal ſo groß als die Hälfte von der Zahl 2; denn
— — 4 hat 4 ſolche Theile, wie die Hälfte von der Zahl 2 ein Theil iſt.
— — 4 iſt aber auch 2 mal ſo groß als die ganze Zahl 2; denn
— — 4 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 2 ein Theil iſt.
— — 5 iſt 5 mal ſo groß als die Hälfte von der Zahl 2; denn
— — 5 hat 5 ſolche Theile, wie die Hälfte von der Zahl 2 ein Theil iſt.
— — 6 iſt 6 mal ſo groß als die Hälfte von der Zahl 2; denn
— — 6 hat 6 ſolche Theile, wie die Hälfte von der Zahl 2 ein Theil iſt.
— — 6 iſt aber auch 2 mal ſo groß als die ganze Zahl 3; denn
— — 6 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 3 ein Theil iſt.

c) Jede Zahl über 3 mit 3.

Die Zahl 4 iſt 4 Drittel von der Zahl 3; denn
— — 4 hat 4 ſolche Theile, wie die — 3 drey Theile hat.
— — 5 iſt 5 Drittel von der — 3; denn
— — 5 hat 5 ſolche Theile, wie die — 3 drey Theile hat.
— — 6 iſt 6 Drittel von der — 3; denn
— — 6 hat 6 ſolche Theile, wie die — 3 drey Theile hat.
— — 6 iſt aber auch 2 mal ſo groß als die Zahl 3; denn
— — 6 hat 2 ſolche Theile, wie die Zahl 3 ein Theil iſt.
— — 7 iſt 7 Drittel von der Zahl 3; denn ꝛc.

u. ſ. w.

b) Jede Zahl über 4 mit 4.

Die Zahl 5 iſt 5 Viertel von der Zahl 4; denn
— — 5 hat 5 ſolche Theile, wie die — 4 vier Theile hat.
— — 6 iſt 6 Viertel von der — 4; denn
— — 6 hat 6 ſolche Theile, wie die — 4 vier Theile hat.
— — 6 iſt aber auch 3 Hälften von der — 4; denn
— — 6 hat 3 Theile, wie die — 4 zwey Theile hat.
— — 7 iſt 7 Viertel von der — 4; denn
— — 7 hat 7 ſolche Theile, wie die — 4 vier Theile hat.
— — 8 iſt 8 Viertel von der — 4; denn
— — 8 hat 8 ſolche Theile, wie die — 4 vier Theile hat.
— — 8 iſt aber auch 2 mal ſo groß als die Zahl 4; denn*)
— — 8 hat 2 ſolche Theile, wie die — 4 ein Theil iſt.

u. ſ. w.

(*Oder die Zahl 8 iſt aber auch 4 Hälften von 4 ꝛc. jedoch kann man ſolche mehrfache Abkürzung hier übergehen.)

L. Vergleicht eben ſo jede Zahl von 6 bis 20 mit 5!
L. — — — — — — 7 — 20 — 6!

u. ſ. w.

L. Die Zahl 3 iſt, im Vergleich mit der Zahl 4, drey Viertel von 4;

Was iſt die Zahl 3 im Vergleich mit der Zahl 5? Ant. 3 Fünftel von 5;

L. — — — — 3 — — — — — 6? Ant. 3 Sechstel von 6; oder ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

B) Theilungsübungen, wobey jede Einheit getheilt wird.

a) Theilung einer einfachen Einheit.

[Der Lehrer macht vor allem 10 ziemlich breite Querſtriche, jeden ungefähr vier Daumen lang mit Tinte auf einen Bogen Papier, theilt den 2ten durch ein merkliches Strichlein

in 2 gleiche Theile, den 3ten durch 2 Strichlein in 3 gleiche Theile, den 4ten durch 3 Strichlein in 4 gleiche Theile u. ſ. w. den 10ten in 10 gleiche Theile, wie am Ende dieſes Kopfrechnens zu ſehen iſt.]

[Dieſe Tabelle (Bruchtabelle genannt) läßt er vor den Schülern einſtweilen noch nicht ſehen, ſondern nimmt zuerſt Folgendes vor:]

[Er macht 2 Linien mit Kreide an die Tafel, die erſte ungefähr 4 Daumen lang, die andere etwas länger, und ſpricht.]

Wie viel Striche oder Linien ſeht ihr hier? Ant. 2.

L. Iſt eine von dieſen Linien ſo lang als die andere, oder iſt die eine länger? Ant. Länger.

[Er wiſcht von der längern ſo viel weg, daß ſie der andern gleich wird, und ſpricht:]

Iſt jetzt auch noch eine länger als die andere, oder ſind beyde gleichlang? Ant. Gleichlang.

[Er macht die 2te wieder um etwas länger.]

L. Sind jetzt beyde auch noch gleichlang, oder ſind ſie ungleichlang? Ant. Ungleichlang.

[Der Lehrer wiſcht die 2te Linie ganz weg, und theilt die erſte durch ein kleines Strichlein in 2 ungleiche Theile.]

L. In wie viel Theile iſt dieſe Linie getheilt? Ant. In 2 Theile.

L. In 2 gleiche Theile, oder in 2 ungleiche? Ant. In 2 ungleiche.

[Er wiſcht das kleine Strichlein weg, und theilt die Linie durch ein anderes in 2 gleiche Theile.]

L. Sind die 2 Theile dieſer Linie jetzt auch noch ungleich, oder ſind ſie gleich? Ant. Gleich.

[Er wiſcht dieſe ganz weg, macht eine andere, und theilt ſie in 3 gleiche Theile.]

L. In wie viel Theile iſt dieſe Linie getheilt? Ant. In 3 Theile.

L. In 3 gleiche Theile, oder in 3 ungleiche? Antw. In 3 gleiche.

[Er wiſcht auch dieſe Linie weg, hängt die Bruchtabelle vor, und ſpricht:]

Wie viel Linien ſeht ihr hier? Ant. 10.

L. Sind dieſe Linien gleichlang oder ungleichlang? Ant. Gleichlang.

L. Die erſte Linie iſt ungetheilt, in wie viel Theile iſt die 2te getheilt? Ant. In 2 Theile.

L. In 2 gleiche Theile, oder in 2 ungleiche? Ant. In 2 gleiche.

L. In wie viel gleiche Theile iſt die 3te Linie getheilt?
Ant. In 3 gleiche Theile.

L. In — — — — — — 4te Linie getheilt?
Ant. In 4 gleiche Theile.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach! (Er deutet nach und nach auf jede Linie.)

L. Die 1te Linie iſt ungetheilt.
Die 2te Linie iſt in 2 gleiche Theile getheilt.
— 3te — — — 3 — — —
— 4te — — — 4 — — —
— 5te — — — 5 — — — ꝛc. bis
— 10te — — — 10 — — —

(Der Lehrer deutet wieder, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:)

L. Jeder v. den 2 gl. Thln dieſ. Linie iſt der halbe Thl von ihr.
— — — 3 — — — — — — 3te — — —
— — — 4 — — — — — — 4te — — — ꝛc. bis
— — — 10 — — — — — — 10te — — —.

L. Den halben Theil eines Dinges heißt man die Hälfte deſſelben; den 3ten — — — — — ein 3tel — wie heißt man den 4ten Theil eines Dinges? Ant. Ein 4tel.

L. Wie — — — 5ten — — — ? — — 5tel.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir wieder Folgendes über dieſe Linien nach! Jeder v. den 2 gl. Thln dieſer Linie iſt eine Hälfte von ihr.

— — — 3 — — — — — ein 3tel — —

— — — 4 — — — — — — 4tel — —

— — — 5 — — — — — — 5tel — — ꝛc. bis

— — — 10 — — — — — — 10tel — —

[Der Lehrer deutet, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

(2te Linie.)

Eine Hälfte iſt kein Ganzes, ſondern nur 1 Theil von 1 Ganzen; 2 Hälften ſind 1 Ganzes.

(3te Linie.)

1 Drittel iſt kein Ganzes, ſondern nur 1 Theil von 1 Ganzen.
2 — ſind auch kein Ganzes, — — 2 — — 1 —
3 — — ein Ganzes.

(4te Linie.)

1 Viertel iſt kein Ganzes, ſondern nur 1 Theil von 1 Ganzen.
2 — ſind auch kein — — — 2 — — 1 —
3 — — — — — — — 3 — — 1 —
4 — — 1 Ganzes.

(5te Linie.)

1 Fünftel iſt kein Ganzes, ſondern nur 1 Theil von 1 Ganzen,
2 — ſind auch kein — — — 2 — — 1 —
3 — — — — — — — 3 — — 1 —
4 — — — — — — — 4 — — 1 —
5 — — 1 Ganzes. u. ſ. w.

L. Wenn man von 1 Ganzen eine Hälfte wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. Eine Hälfte.

L. Wenn man von 1 Ganzen 1 Drittel wegn., was bl. noch übrig? Ant. 2 Drittel.

L. — — — 1 — 1 Viertel — — bl. noch übrig? Ant. 3 Viertel.

L. — — — 1 — 1 Fünftel — — bl. noch übrig? Ant. 4 Fünftel.

L. — — — 1 — 3 — — — bl. noch übrig? Ant. 2 Fünftel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 6tel, 7tel! ꝛc.

L. Statt, daß man ſagt: eine Hälfte, ſagt man auch 1 Halbes.

L. 1 Halb. iſt weniger als 1 Ganz, um wie viel? Ant. Um 1 Halbes

L. 1 Drittel — — — 1 — — — — ? — — 2 Drittel

L. 1 Viertel — — — 1 — — — — ? — — 3 Viertel

L. 1 Fünftel — — — 1 — — — — ? — — 4 Fünftel

L. 3 — — — — 1 — — — — ? — — 2 —

L. 3 Viertel — — — 1 — — — — ? — — 1 Viertel

L. 2 Drittel — — — 1 — — — — ? — — 1 Drittel

L. 2 Sechstel — — — 1 — — — — ? — — 4 Sechstel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

L. 1 Ganzes iſt mehr als 1 Halbes, um wie viel? Ant. Um 1 Halbes

L. 1 — — — — 1 Drittel, — — — ? — — 2 Drittel

L. 1 — — — — 2 Viertel, — — — ? — — 2 Viertel

L. 1 — — — — 2 Fünftel, — — — ? — — 3 Fünftel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

L. Sagt jetzt Folgendes durch!

Ein Halbes iſt 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat

— 3tel — 1 — — — — 3 — —

Ein 4tel iſt 1 Theil, wie das Ganze 4 Theile hat ꝛc. bis
— 10tel — 1 — — — — 10 — — — —

L. Was iſt mehr, 1 Drittel oder ein 5tel? Ant. Ein Drittel.
L. — — — ein 4tel — — 7tel? — — 4tel.
L. Wie mag dieſes kommen? Ant. —

Wenn 1 Ganzes in 4 gleiche Theile getheilt wird, ſo wird jeder Theil größer, als wenn es in 7 gleiche Theile zerlegt wird.

L. Was iſt mehr, ein 8tel, oder ein 10tel? Ant. Ein 8tel.
u. ſ. w.

L. Was iſt mehr, ein halbes oder ein 3tel? Ant. Ein Halbes.

L. Um wie viel? Ant. —

L. Dieſes werdet ihr ein anderes Mal lernen.

[Der Lehrer macht einen ſenkrechten Strich, ungefähr 2 Spannen lang, an die Tafel, theilt ihn durch ein Querſtrichlein in 2 gleiche Theile und ſpricht:]

In wie viel gleiche Theile iſt dieſer Strich getheilt? Ant. In 2 gleiche Theile.

L. Wie heißt man jeden dieſer Theile? Ant. Eine Hälfte.

[Der Lehrer krümmt das Querſtrichlein auf beyden Seiten abwärts wie hier links, und ſpricht:] Dieſes abwärts gebogene Strichlein ſoll bedeuten, daß ich die untere Hälfte vom Ganzen weggenommen habe.

Wie viel bleibt noch übrig, wenn man vom Ganzen eine Hälfte wegnimmt? Ant. Eine Hälfte.

[Nun kann man einen Schüler nach dem andern an der öffentlichen Tafel einige Zeichnungen, welche auch zugleich die übrigen Schüler auf ihren Tafeln vornehmen, machen laſſen, wie folgt:]

L. Macht auch einen Strich, nnd theilt ihn in 2 gleiche Theile!

L. Zeigt euern Strich!

L. Theilt ihn vollends in 4 gleiche Theile!

L. Welchen Namen haben alle dieſe Theile? Ant. Viertel.

L. Krümmt das unterſte Querſtrichlein auf beyden Seiten abwärts!

L. Zeigt euern Strich!

[Dieſer muß ausſehen wie hier links.]

L. Was bleibt vom Ganzen noch übrig, wenn man 1 Viertel wegnimmt? Ant. 3 Viertel.

L. Um einen ſolchen Strich in 4 gleiche Theile zu theilen, theilt man ihn zuerſt in 2 gleiche Theile; wie wird man es machen, wenn er vollends 8 gleiche Theile haben ſoll? Ant. Man theilt wieder jedes Stück in 2 gleiche Theile.

L. So wiſcht dieſen Strich weg, macht einen andern, theilt ihn wieder in 4 gleiche Theile, und dann vollends in 8 gleiche Theile!

L. Welchen Namen haben alle dieſe Theile? Ant. Achtel.

L. Sondert wie vorhin das unterſte Stücklein oder 8tel ab!

Was bleibt vom Ganzen übrig, wenn man 1 Achtel davon wegnimmt? Ant. 7 Achtel.

L. Wiſcht dieſen Strich weg, macht einen andern, der wieder aus 8 gleichen Theilen beſteht, und ſondert 3 Achtel davon ab!

[Der Strich muß ausſehen wie hier links.]

L. Was bleibt übrig, wenn man von einem Ganzen 3 Achtel wegnimmt? Ant. 5 Achtel.

L. Wiſcht dieſen Strich weg, und macht einen andern, der aus 3 gleichen Theilen beſteht! (Hier und in andern Fällen, wo die Anzahl der Theile ungerad iſt, mögen die

Schüler anfangs einen Strich in 2 gleiche Stücke theilen, und noch ſo ein Stück daran, oder 3 gleiche Strichlein unter einander ſetzen, daß ſie einen einzigen Strich ausmachen.)

L. Zeigt euern Strich! Sondert 2 Drittel davon ab!

L. Was bleibt vom Ganzen übrig, wenn man 2 Drittel davon wegnimmt? Ant. 1 Drittel!

L. Wiſcht dieſen Strich weg, und macht einen andern, der wieder in 3 gleiche Theile getheilt iſt!

L. Theilt dieſen Strich vollends in 6 gleiche Theile, und ſondert 4 Sechstel davon ab!

L. Was bleibt vom Ganzen übrig, wenn man 4 Sechstel davon wegnimmt? Ant. 2 Sechstel.

L. Wiſcht dieſen Strich weg, und macht einen, der in 5 gleiche Theile getheilt iſt!

L. Sondert 3 Fünftel davon ab! Was bleibt übrig? Ant. 2 Fünftel.

L. Wiſcht dieſen Strich weg, und macht wieder einen, der in 5 gleiche Theile getheilt iſt! Theilt ihn vollends in 10 gleiche Theile ꝛc.

[So fährt der Lehrer fort bis zur hinlänglichen Fertigkeit].

---

b) Theilung mehrerer Einheiten.

a) Es wird ein benannter Theil von jeder Anzahl Einheiten genommen.

Der halbe Theil

L. Mache jeder 2 ſenkrechte Striche neben einander, jeden ungefähr einen halben Finger lang auf ſeine Tafel! alsdann unter dieſe noch 3 ſolche Striche, dann 4, dann 5 ꝛc. bis höchſtens 10!

L. Theilt jede Anzahl dieſer Striche durch ein feines Querſtrichlein in zwey gleiche Theile!

L. Krümmet jedes Querſtrichlein auf beyden Seiten abwärts, zum Zeichen, daß ihr jedes Mahl nur den untern Theil betrachten ſollt!

L. Zeigt eure Striche! (Dieſe müſſen ausſehen, wie hier links.)

L. Deutet auf die untere Hälfte der 2 erſten, alsdann der 3 andern, u. ſ. w. und ſprecht mir Folgendes nach!

L. Der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 2 — 2 Halbe.

Der — — — 1 — — 1 Halbes, — —
— — — — 3 — 3 Halbe.

u. ſ. w.

Der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 4 — 4 Halbe. ꝛc. bis
Der — — — 1 — — 1 Halbes, alſo iſt
— — — —10 — 10 Halbe.

L. Der halbe Theil von 13 Ganzen, wie viel Halbe beträgt er? Ant. 13 Halbe.

L. Wie kömmt dieſes? Ant. Denn der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt der halbe Theil von 13 Ganzen 13 Halbe.

L. Der halbe Theil von 17 Ganzen, wie viel Halbe beträgt er? Ant. 17 Halbe.

L. Wie kömmt dieſes? Ant. Denn der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den halben Theil mehrerer Ganzen!

Der 3te Theil.

L. Wiſcht euere Striche weg, macht wieder zuerſt 2, als-

dann 3, 4 ꝛc. gleiche Striche untereinander, und theilt jede Anzahl dieſer Striche durch 2 feine Querſtriche in 3 gleiche Theile!

L. Krümmt jedes Mal das untere Querſtrichlein auf beyden Seiten abwärts!

L. Zeigt euere Striche! (Sie müſſen ausſehen, wie hier links.)

L. Betrachtet an jedem den unterſten Theil, und ſprecht mir Fogendes nach:

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
— 3te — — 2 — 2 —

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
— 3te — — 3 — 3 —

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
— 3te — — 4 — 4 — ꝛc. bis
Der 3te — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— 3te — — 10 — 10 —

L. Der 3te Theil von 14 Ganzen, wie viel 3tel beträgt er? Ant. 14 3tel.

L. Wie kömmt dieſes? Ant. Denn der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt der 3te Theil von 14 Ganzen 14 Drittel.

L. Der 3te Theil von 19 Ganzen wie viel 3tel beträgt er? Ant. 19 Drittel.

L. Wie kömmt dieſes? Ant. Denn der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 3ten Theil mehrerer Ganzen!

Der 4te Theil.

L. Wiſcht eure Striche weg, macht andere dafür, und theilt jede Anzahl derſelben durch 3 Querſtrichlein in 4 gleiche Theile!

L. Krümmt jedes Mal das unterſte Querſtrichlein auf beyden Seiten abwärts, und ſagt Folgendes durch!

Der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
— 4te — — 2 — 2 —
— 4te — — 1 — — 1 — — —
— 4te — — 3 — 3 — ꝛc. bis
— 4te — — 1 — — 1 — alſo iſt
— 4te — — 10 — 10 —

L. Der 4te Theil von 15 Ganzen, wie viel 4tel beträgt er? Ant. 15 Viertel.

L. Wie kommt dieſes? Ant. Denn der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo ꝛc.

L. Der 4te Theil von 18 Ganzen, wie viel 4tel beträgt er? Ant. 18 Viertel.

L. Wie kommt dieſes?

L. Beantwortet einander eben ſolche Fragen über den 4ten Theil mehrerer Ganzen!

[Eben ſo kann man den 5ten, 6ten ꝛc. bis 10ten Theil noch durchnehmen; doch kann dieſes endlich ohne Striche und blos durch Fragen geſchehen; z. B. Fr. der 5te Theil von 7 Ganzen; wie viel 5tel beträgt er?] u. ſ. w.

L. Um alſo auf dieſe Art den halben Theil von mehreren Ganzen zu bekommen, theilt man jedes Ganze in 2 gleiche Theile; um den 3ten Theil von mehreren Ganzen zu bekommen, theilt man jedes Ganze in 3 gleiche Theile;

Wie bekommt man auf dieſe Art den 4ten Theil von mehreren Ganzen? Ant. Man theilt jedes Ganze in 4 gleiche Theile.

L. Wie bekommt man eben ſo den 5ten Theil von mehreren Ganzen?
L. — — — — — — 6ten — — — —

u. ſ. w.

[Anm. Man könnte auch hier wieder jeden benannten Theil einer Zahl mehrmal nehmen laſſen: (z. B. 2 mal der 5te Theil von 3 Ganzen; wie viel 5tel macht dieſes? Ant. Der 5te Theil von 3 Ganzen iſt 3 Fünftel, alſo iſt 2 mal der 5te Theil von 3 Ganzen, 2 mal 3 Fünftel oder 6 Fünftel) Allein ich verſpare dieſes bis zur beſondern Behandlung der Multiplikation einer ganzen Zahl durch einen Bruch.]

---

b) Es wird eine Anzahl Ganze in einerley Theile zerlegt und beſtimmt, wie viel ſolche Theile ſie beträgt, dieß folgt in der nächſten Abhandlung, nämlich: Beſondere Uebungen über die

Gebrochene Zahlen oder Brüche.

Verwandlung ganzer Zahlen in gebrochene.

Ganze in Halbe.

L. Mache jeder 5 gleiche Striche auf ſeine Tafel, und theile ſie in lauter Halbe!

L. 5 Ganze, wie viel Halbe machen ſie aus? Ant. 10 Halbe.

L. Wie viel Halbe ſind aber 3 Ganze? Ant. 6 Halbe.
L. — — — — — 7 — ? — 14 —

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!
L. 1 Ganzes iſt 1 mal 2 Halbe, alſo ſind 2 Ganze 2 mal 2 Halbe oder 4 Halbe.
L. 1 — — 1 — 2 — — — 3 — 3 mal 2 Halbe oder 6 Halbe.
L. 1 — — 1 — 2 — — — 4 — 4 mal 2 Halbe oder 8 Halbe.

L. 1 Ganzes iſt 1 mal 2 Halbe, alſo ſind 5 Ganze 5 mal 2 Halbe
oder 10 ꝛc. bis
L. 1 — — 1 — 2 — — — 10 — 10 mal 2 Halbe
oder 20 —

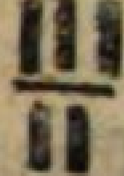
L. 6 Ganze, wie viel Halbe ſind ſie? Ant. 12 Halbe.

L. Wie kömmt dieß? Ant. denn 1 Ganzes iſt 1 mal 2 Halbe, alſo ſind 6 Ganze 6 mal 2 Halbe oder 12 Halbe.

L. 9 Ganze, wie viel Halbe ſind ſie? Ant. 18 Halbe.

L. 2 Ganze u. 1 Halbes, wie viel Halbe ſind die zuſammen? Ant. 5 Halbe.

L. Wie kömmt dieſes? Ant. Denn 2 Ganze ſind 2 mal 2 Halbe oder 4 Halbe, 1 Halbes dazu, ſind 5 Halbe.



L. Zeigt mir dieſes mit Strichen! (Die Striche ſind wie hier links.)

L. 4 Ganze und 1 Halbes, wie viel Halbe ſind ſie zuſammen? Ant. 9 Halbe. u. ſ. w.

Ganze in 3tel.

L. Macht 4 gleiche Striche auf euere Tafeln, und theilt jeden in 2 gleiche Theile!

L. 4 Ganze wie viel 3tel ſind ſie? Ant. 12 Drittel.

L. Wie viel Drittel ſind aber 6 Ganze? Ant. 18 Drittel.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 Ganzes iſt 1 mal 3 Drittel, alſo ſind 2 Ganze 2 mal 3 Drittel
oder 6 —
1 — — 1 — 3 — — — 3 — 3 mal 3 —
oder 9 —
1 — — 1 — 3 — — — 4 — 4 mal 3 —
oder 12 —
1 — — 1 — 3 — — — 5 — 5 mal 3 —
oder 15 ꝛc. bis
1 — — 1 — 3 — — — 10 — 10 mal 3 —
oder 30 Drittel.

L. 5 Ganze wie viel Drittel ſind ſie? Ant. 15 Drittel.

L. Wie kommt dieß? Ant. Denn 1 Ganzes iſt 1 mal 3 Drittel, alſo ꝛc.

L. 7 Ganze, wie viel 3tel ſind ſie? Ant. 21 Drittel.

L. 4 Ganze und 2 Drittel, wie viel 3tel ſind die zuſammen? Ant. 14 Drittel.

L. Wie kommt dieß? Ant. Denn 4 Ganze ſind 4 mal 3 Drittel oder 12 Drittel, 2 Drittel dazu ſind 14 Drrittel.

L. Zeigt dieſes mit Strichen! (Wie hier links.)

L. 3 Ganze und 1 Drittel, wie viel Drittel ſind ſie zuſammen? Ant. 10 Drittel. u. ſ. w.

[Eben ſo läßt man nach und nach 1, 2, bis 10 Ganze in lauter 4tel, 5tel ꝛc. bis 10tel verwandeln.]

[Nun wird jede Anzahl Theile (ſo wie ſie bisher entſtanden ſind) wieder zu Ganzen gemacht.] Das iſt:

Verwandlung gebrochener Zahlen in Ganze.

Halbe in Ganze.

L. 10 Halbe, wie viel Ganze ſind ſie? Ant.

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mit Strichen mache!

[Er macht einen Strich, theilt ihn in 2 gleiche Theile, und ſpricht:]

2 Halbe ſind 1 Ganzes.

[Er macht neben daran wieder einen eben ſo langen Strich und ſpricht:]

4 Halbe ſind 2 Ganze.

[Er macht wieder einen ſolchen Strich, und ſpricht;]

6 Halbe ſind 3 Ganze ꝛc. [wie hier links:]

L. Noch einmal: wie viel Ganze ſind 10 Halbe? Ant. 5 Ganze.

L. 6 Halbe, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. 3 Ganze.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

2 Halbe ſind 1 mal 2 Halbe
1 mal 2 — ſind 1 Ganzes.
4 Halbe ſind 2 — 2 —
2 — 2 — — 2 Ganze.
6 — — 3 — 2 —
3 — 2 — — 3 —
8 — — 4 — 2 —
4 — 2 — — 4 —
10 — — 5 — 2 —
5 — 2 — — 5 —
12 — — 6 — 2 —
6 — 2 — — 6 — ꝛc. bis
20 — — 10 — 2 —
10 — 2 — — 10 —

L. So vielmal 2 Halbe man hat, ſo vielmal 1 Ganzes hat man: Sagt mir daher noch einmal kurz weg: wie viel Ganze ſind 14 Halbe? Ant. 7 Ganze.

L. Warum? Ant. Denn 14 Halbe ſind 7 mal 2 Halbe
7 — 2 — ſind 7 Ganze.

L. Wie viel Ganze ſind 10 Halbe? Ant. 5 Ganze.
L. — — — — 16 — ? — 8 —
L. — — — — 20 — ? — 10 —

L. Aus 3 Halben kann man 1 Ganzes bilden, und 1 Halbes bleibt übrig.

Wie viel Ganze kann man aus 5 Halben bilden, und was bleibt übrig? Ant. 2 Ganze, und ꝛc.

L. Sagt mir alle Anzahlen Halbe, von 3 Halben bis 19 Halbe, wobey jedes Mal 1 Halbes übrig bleibt, wenn man ſie in Ganze verwandelt! Ant. 3 Halbe, 5 Halbe, 7 Halbe ꝛc.

L. Sagt jetzt Folgendes durch!

3 Halbe ſind 1 Ganzes und 1 Halbes.
5 — — 2 Ganze — 1 —
7 — — 3 — — 1 —
9 — — 4 — — 1 — ꝛc. bis
19 — — 9 — — 1 —.

Drittel in Ganze.

L. 15 Drittel, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

[Er macht einen Strich, theilt ihn in 3 gleiche Theile, und ſpricht:]

3 Drittel ſind 1 Ganzes.

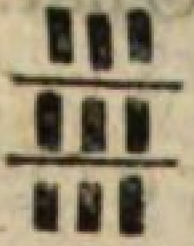
[Er theilt wieder ſo einen Strich, und ſpricht:] 6 Drittel ſind 2 Ganze.

[— — — — — — — —] 9 Drittel ſind 3 Ganze.

[— — — — — — — —] 12 — ſind 4 Ganze.

[— — — — — — — — —] 15 — ſind wie viel Ganze? Ant. 5 Ganze.

9 Drittel, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. 3 Ganze.



L. Zeigt dieſes mit Strichen! (Dieſe müſſen ſeyn, wie hier links.)

L. 18 Drittel, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. 6 Ganze.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

3 Drittel ſind 1 mal 3 Drittel,
1 — 3 — ſind 1 Ganzes.
6 — — 2 — 3 —
2 — 3 — — 2 Ganze.
9 — — 3 — 3 —
3 — 3 — — 3 —
12 — — 4 — 3 —
4 — 3 — — 4 —

15 Drittel ſind 5 mal 3 Drittel,
5 — 3 — ſind 5 Ganze ꝛc. bis
30 — — 10 — 3 —
10 — 3 — — 10 —

L. So viel mal 3 Drittel man alſo hat, ſo viel Ganze hat man, ſagt mir daher noch einmal ganz kurz:
L. Wie viel Ganze ſind 24 Drittel? Ant. 8 Ganze.
L. — — — — 15 — ? — 5 —
L. — — — — 16 — ? — 5 — u. 1 Drittel.
L. — — — — 23 — ? — 7 — — 2 —
L. — — — — 29 — ? — 9 — — 2 —

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Drittel!

Viertel in Ganze.

L. 4 Viertel ſind 1 Ganzes; ſo vielmal 4 Viertel man alſo hat, ſo viel Ganze hat man. Sagt daher Folgendes durch!
L. 4 Viertel ſind 1 mal 4 Viertel, 1 mal 4 Viertel ſind 1 Ganzes.
8 — — 2 — 4 — 2 — 4 — — 2 Ganze.
12 — — 3 — 4 — 3 — 4 — — 3 —
16 — — 4 — 4 — 4 — 4 — — 4 —
20 — — 5 — 4 — 5 — 4 — — 5 — ꝛc. bis
40 — — 10 — 4 — 10 — 4 — — 10 —
L. 12 Viertel, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. 3 Ganze.
L. 28 — — — — — — ? — 7 —
L. 14 — — — — — — ? — 3 — u. 2 Viertel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Viertel!

[Eben ſo werden 5tel, 6tel ꝛc. bis 10tel in Ganze verwandelt.]

Die vorige Uebung in Verbindung mit den 4 Grund=
rechnungen.

a) Mit Zuſammenzählung.

L. Wie viel Halbe ſind 5 Halbe und 3 Halbe zuſammen?
Antw. 8 Halbe.

L. Wie viel Ganze ſind dieß? Antw. 4 Ganze.

L. 6 Halbe und 4 Halbe, wie viel Ganze ſind ſie zuſammen?
Antw. 5 Ganze.

L. 3 — — 2 —, — — — ſind ſie zuſammen?
Antw. 2 Ganze ꝛc.

L. 9 — — 6 —, — — — ſind ſie zuſammen?
Antw. 7 Ganze ꝛc.

L. 7 — — 4 —, — — — ſind ſie zuſammen?
Antw. 5 Ganze ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Halben! Wer ſeine Frage nicht gleich herausbringt, löst ſie mit Strichen!

L. Wie viel Drittel ſind 8 Drittel und 7 Drittel zuſammen?
Antw. 15 Drittel.

L. Wie viel Ganze ſind dieß? Antw. 5 Ganze.

L. 7 Drittel und 5 Drittel, wie viel Ganze ſind dieſes zu=
ſammen?
Antw. 4 Ganze.

L. 5 — — 4 —, — — — ſind dieſes zuſ.?
Antw. 4 Ganze.

L. 9 — — 9 —, — — — ſind dieſes zuſ.?
Antw. 6 Ganze.

L. 14 — — 5 —, — — — ſind dieſes zuſ.?
Antw. 6 Ganze.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Drittel!

Eben ſo kann man auch 4tel, alsdann 5tel ꝛc. bis 10tel zuſammenzählen und im Ganzen angeben laſſen.

---

b) Mit Abziehung.

L. 17 Halbe, weniger 3 Halbe, wie viel Halbe ſind dieß? Ant. 14 Halbe.

L. Wie viel Ganze ſind es? Ant. 7 Ganze.

L. 12 Halbe, weniger 4 Halbe, wie viel Ganze ſind dieß? Ant. 4 Ganze.

L. 15 Halbe, weniger 2 Halbe, wie viel Ganze ſind dieß? Ant. 6 Ganze und 1 Halbes.

L. 18 Halbe, weniger 7 Halbe; wie viel Ganze ſind dieß? Ant. 5 Ganze, und 1 Halbes.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Halbe; denkt aber nie über 10 von einer größern Anzahl weg!

L. Wenn man von 8 Ganzen 1 Halbes hinwegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 7 Ganze und 1 Halbes.

L. Wenn man von 5 Ganzen 1 Halbes hinwegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 4 Ganze und 1 Halbes.

L. Wenn man von 9 Ganzen 1 Halbes wegnimmt, ꝛc.

u. ſ. w.

L. Wie viel Drittel ſind 30 Drittel, weniger 6 Drittel? Ant. 24 Drittel.

L. Wie viel Ganze ſind dieß? Antw. 8 Ganze.

L. 22 Drittel, weniger 3 Drittel, wie viel Ganze ſind dieß?

Ant. 6 Ganze ꝛc.

L. 12 — — 5 — — — — — dieß?

Ant. 2 — ꝛc.

L. 17 — — 4 — — — — — dieß?

Ant. 4 — ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Drittel!

Wenn man von 10 Ganzen 1 Drittel wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 9 Ganze und 2 Drittel.

L. Wenn man von 8 Ganzen 2 Drittel wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 7 Ganze und 1 Drittel.

L. Wenn man von 14 Ganzen 1 Drittel wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 13 Ganze und 2 Drittel.

u. ſ. w.

L. 37 Viertel, weniger 5 Viertel; wie viel Ganze ſind dieß?
Ant. 8 Ganze.

L. 30 — — 10 — — — — ſind dieß?
Ant. 5 Ganze

L. 26 — — 3 — — — — ſind dieß?
Ant. 5 Ganze ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die 4tel!

Eben ſo wird mit den 5teln, 6teln ꝛc., bis 10teln verfahren.

---

c) Mit Vervielfältigung.

L. Wie viel Halbe ſind 9 mal 2 Halbe? Ant. 18 Halbe.

L. Wie viel Ganze ſind dieß? Ant. 9 Ganze.

L. 7 mal 3 Halbe, wie viel Ganze ſind dieß? Ant. 10 Ganze und 1 Halbes.

L. 5 — 3 — — — — — — ? — 7 Ganze und 1 Halbes.

L. 8 — 2 — — — — — — ? — 8 Ganze.

L. 9 — 2 Drittel — — — — — ? — 6 —

L. 7 — 2 — — — — — — ? — 4 — und 2 Drittel.

L. 6 — 4 — — — — — — ? — 8 Ganze

L. 5 — 5 — — — — — — ? — 8 — und 1 Drittel.

L. 4 — 5 Viertel — — — — — ? — 5 Ganze.

L. 9 — 3 — — — — — — ? — 8 — und 3 Viertel.

u. ſ. w.

[Eben ſo die 5tel, 6tel ꝛc. bis 10tel.]

---

d) Mit Theilung.

Hier kann der Lehrer ſogleich auf der Einheitentabelle zeigen, und ſagen: Sehet alle dieſe Striche als lauter Halbe an!

L. Wie vielmal kann man 2 Halbe dort wegnehmen, wo 14 Halbe ſind? Ant. 7 mal.

L. Wie viel mal kann man 2 Halbe dort wegnehmen, wo 11 Halbe ſind? Ant. 5 mal, und 1 Halbes bleibt übrig.

L. Wie viel mal kann man 2 Halbe dort wegnehmen, wo 15 Halbe ſind? Ant. 7 mal, und 1 Halbes bleibt übrig.

L. Wie viel mal ſind 2 Halbe in 14 Halben enthalten? Ant. 7 mal.
L. — — — — 2 — — 18 — — ? — 9 —
L. — — — — 2 — — 11 — — ? — 5 mal
nebſt 1 Halben.
L. — — — — 2 — — 15 — — ? Ant. 7 mal
nebſt 1 Halben.
L. — — — — 2 — — 9 — — ? Ant. 4 mal
nebſt 1 Halben.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2 Halbe!

L. Wie viel mal kann man 3 Halbe dort wegnehmen, wo 15 Halbe ſind? Ant. 5 mal.

L. Wie viel mal ſind alſo 3 Halbe in 15 Halben enthalten? Ant. 5 mal.

L. Wie viel mal ſind 3 Halbe in 21 Halben enthalten? Ant. 7 mal.
L. — — — — 3 — — 18 — — ? — 6 —;
L. — — — — 3 — — 16 — — ? — 5 mal
nebſt 1 Halben.
L. — — — — 3 — — 23 — — ? Ant. 7 mal
und 2 Halbe bleiben übrig.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 3 Halbe; nehmet aber nicht über 30 Halbe!

L. Wie viel mal kann man 4 Halbe dort wegnehmen, wo 20 Halbe ſind? Ant. 5 mal.

L. Wie viel mal ſind alſo 4 Halbe in 20 Halben enthalten? Ant. 5 mal.

L. Wie viel mal ſind 4 Halbe in 28 Halben enthalten? Ant. 7 mal.

L. — — — — 4 — — 21 — — ? — 5 — nebſt 1 Halben.*

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 4 Halbe!

[* Hier iſt 1 Halbes eigentlich der Reſt von 4 Halben, weswegen die Ant. wäre: 5 und $\frac{1}{4}$tel mal; allein die Reſte ſollen in dieſen Uebungen noch nicht auf dieſe Art angegeben werden.]

[Nun kann man eben ſo angeben laſſen, wie viel mal 5 Halbe, 6 Halbe ꝛc. in einer größern Anzahl Halben enthalten ſind.]

L. Ihr ſehet hier, daß es mit lauter Halben gerad ſo geht, wie mit lauter Ganzen. z. B. 3 Halbe ſind in 6 Halben 2 mal enthalten, und 3 Ganze ſind in 6 Ganzen auch 2 mal enthalten. So wie es mit den Halben iſt, ſo iſt es auch mit den 3teln, 4teln ꝛc. kurz mit allen Gattungen gleicher Theile.

[Er deutet wieder über die Einheitentabelle hin, und ſpricht:]

Seht jetzt alle dieſe Striche als lauter 3tel an!

L. Wie viel mal ſind 2 Drittel in 20 Dritteln enth? Ant. 10 mal.

L. — — — — 2 — — 14 — — ? — 7 —

L. — — — — 2 — — 11 — — ? — 5 — nebſt 1 Drittel.

L. — — — — 2 — — 17 — — ? Ant. 8 mal nebſt 1 Drittel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2 Drittel!

L. Wie vielmal ſind 3 Drittel in 6 Dritteln enthalten? Ant. 2 mal.

L. — — — 3 — — 15 — — ? — 5 —

L. — — — 3 — — 11 — — ? — 3 — nebſt 2 Dritteln.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 3 Drittel!

L. Wie vielmal ſind 4 Drittel in 20 Dritteln entht.? Ant. 5 mal.
L. — — — 4 — — 25 — — ? — 6 —
nebſt 1 Drittel.

u. ſ. w.

[Eben ſo kann man auch mit 4teln, 5teln ꝛc. verfahren; und dann Folgendes durchgehen:]

L. Wie vielmal ſind 3 Halbe in 6 Ganzen enthalten? Ant.

L. Gebt Acht wie ich dieſes berechne!

6 Ganze ſind 12 Halbe. 3 Halbe ſind in 12 Halben 4 mal enthalten.

L. Wie vielmal ſind aber 3 Halbe in 9 Ganzen enth.? Ant. 6 mal.
L. — — — — 3 — — 7 — — ? — 4 —
nebſt 2 Halben.
L. — — — — 4 — — 10 — — ? Ant. 5 mal.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über Halbe und Ganze!

L. Wie vielmal ſind 2 Drittel in 6 Ganzen enthalten? Ant. 9 mal.
L. — — — 2 — — 4 — — ? — 6 —
L. — — — 5 — — 6 — — ? — 3 —
nebſt 3 Dritteln.

u. ſ. w.

[Eben ſo kann man auch mit 4teln, 5teln ꝛc. verfahren.

[Hier kann endlich auch eine Verbindung der obigen Theilungsübungen gemacht werden, wie folgt:]

L. Wenn man den halben Theil von 2 Ganzen ſo nimmt, daß jedes Ganze getheilt wird, ſo bekommt man 2 Halbe kann man den halben Theil von 2 Ganzen nicht auch nehmen, ohne ein Ganzes zu theilen? Ant. Ja.

L. Und was kommt da auf einen Theil? Ant. 1 Ganzes.

L. Kann man auch den halben Theil von 3 Ganzen nehmen, ohne wenigſt. 1 Ganzes zu theilen? Ant. Nein.

L. Kann man aber den halben Theil von 3 Ganzen ſo nehmen, daß jedes Ganze getheilt wird? Ant. Ja.

L. Und was kommt da auf einen Theil? Ant. 3 Halbe.

L. Wie viel Ganze geben 3 Halbe? Ant. 1 Ganzes und 1 Halbes.

L. So wie man den halben Theil nicht von jeder Anzahl Ganzen nehmen kann, ohne wenigſtens 1 Ganzes zu theilen ſo iſt es auch, (wie euch bekannt iſt,) mit dem 3ten, 4ten und jedem andern beſtimmten Theile. Daher kann man überhaupt auf 2erley Art verfahren, um einen beſtimmten Theil von mehreren Ganzen zu bekommen, nämlich:

1) So, daß man kein Ganzes beſonders theilt — dieſes iſt aber nicht bey jeder Anzahl möglich —

2) So, daß man jedes Ganze beſonders theilt — dieſes iſt bey jeder Anzahl möglich —

Damit ihr mit beyden Arten dieſes Theilens recht bekannt werdet, ſo wollen wir dieſe ſchon einmal vorgekommene Theilung ſo wiederholen, daß wir jeden beſtimmten Theil, wo es ohne Theilung eines Ganzen geſchehen kann, ſogleich in lauter Ganzen angeben.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen oder ſchreiben:]

a) Der halbe Theil.

Der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes.
— — — — 2 — — 1 Ganzes.
— — — — 3 — — 3 Halbe. 3 Halbe ſind 1 Ganzes u. 1 Halbes.
— — — — 4 — — 2 Ganze.
— — — — 5 — — 5 Halbe. 5 Halbe ſind 2 Ganze u. 1 Halbes.

Der halbe Theil von 6 Ganzen iſt 3 Ganze.
— — — — 7 — — 7 Halbe. 7 Halbe ſind 3 Ganze u. 1 Halbes.
— — — — 8 — — 4 Ganze.
— — — — 9 — — 9 Halbe. 9 Halbe ſind 4 Ganze u. 1 Halbes.
— — — — 10 — — 5 Ganze ꝛc. bis
— — — — 20 — — 10 Ganze.

---

b) Der 3te Theil.

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel.
— 3te — — 2 — — 2 —
— — — — 3 — — 1 Ganzes.
— — — — 4 — — 4 Drittel. 4 Drittel ſind 1 Ganzes und 1 Drittel.
— — — — 5 — — 5 — 5 Drittel ſind 1 Ganzes und 2 Drittel.
— — — — 6 Ganzen — 2 Ganze.
— — — — 7 — — 7 Drittel. 7 Drittel ſind 2 Ganze und 1 Drittel.
— — — — 8 — — 8 — 8 Drittel ſind 2 Ganze und 2 Drittel.
— — — — 9 — — 3 Ganze ꝛc. bis
— — — — 30 — — 10 —

---

c) Der 4te Theil.

Der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel.
— — — — 2 — — 2 — oder 1 Halbes.
— — — — 3 — — 3 —
— — — 4 — — 1 Ganzes.
— — — — 5 — — 5 Viertel. 5 Viertel ſind 1 Ganzes u. 1 Viertel.

Der vierte Theil von 6 Ganzen iſt 6 Viertel. 6 Viertel ſind 1 Ganzes u. 2 Viertel, od. 1 Halbes, u. ſ. w.

[Eben ſo wird der 5te, 6te, ꝛc. bis 10 Theil behandelt. Daß dieſes endlich auch durch bloſes Fragen geſchehen kann, verſteht ſich von ſelbſt.]

[Jetzt kann man auch nach der obigen Vergleichung Seite 87. eine bekannte Zahl vollends in jedes beliebige Verhältniß mit einer unbekannten ſetzen, und daraus die unbekannte ſuchen, als:]

aa) Eine Zahl als 1 Theil einer andern betrachtet.

a) Die kleinere mit der größern verglichen.

Dieſe Vergleichung fodert keine Theilung, und iſt oben ſchon vorgekommen.

---

b) Die größere mit der kleinern verglichen.

L. Wie müſſen ſich 2 Zahlen zu einander verhalten, wenn die eine 2 mal ſo groß (oder 2 mal ſo viel) ſeyn ſoll, als die andere? Ant. Wenn eine Zahl 2 mal ſo viel ſeyn ſoll, als eine andere, ſo muß die eine Zahl 2 gleiche Theile haben, und die andere muß ein ſolcher Theil ſeyn.

L. Wie müſſen ſich aber 2 Zahlen zu einander verhalten, wenn die eine 3 mal ſo viel ſeyn ſoll, als die andere? Ant. Wenn die eine Zahl 3 mal ſo viel ſeyn ſoll als ꝛc.

L. Wie müſſen ſich 2 Zahlen zu einander verhalten, wenn die eine 4 mal ſo viel ſeyn ſoll, als die andere?

L. Wie ꝛc. wenn die eine 5 mal ſo viel ſeyn ſoll, als die andere?

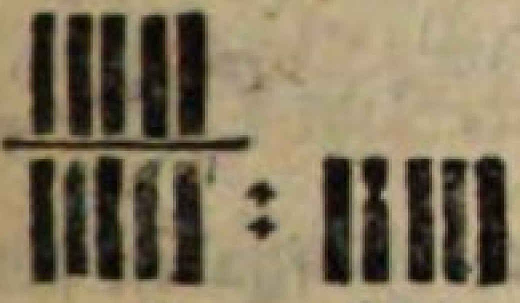
L. — ꝛc. — — — 6 — — — — — — — —

L. Wie muß ſich demnach die Zahl 5 zu einer andern Zahl verhalten, wenn die Zahl 5 zweymal ſo viel ſeyn ſoll, als die andere? Ant.—

Wenn die Zahl 5 zweymal ſo viel ſeyn ſoll als eine andere Zahl, ſo muß die Zahl 5 zwey gleiche Theile haben, und die andere Zahl muß 1 ſolcher Theil ſeyn.

[Der Lehrer theilt 5 gleiche Striche wie hier links, bedeckt die 5 Stücklein über dem Querſtrich mit der Hand und ſpricht:]

Beſteht aber die Zahl 5 aus 2 gleichen Theilen, was beträgt da 1 Theil? Ant. 5 Halbe.



[Der Lehrer macht noch 5 halbe Striche neben die vorigen wie hier links.]

L. 5 Halbe oder 2 Ganze und 1 Halbes ſind alſo die geſuchte Zahl; ich will euch dieſe Auflöſung noch einmal ganz ſagen:

Wenn die Zahl 5 zweymal ſo viel ſeyn ſoll, als eine andere Zahl, ſo muß die Zahl 5 zwey gleiche Theile haben, und die andere Zahl muß 1 ſolcher Theil ſeyn; hat aber die Zahl 5 zwey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 5 Halbe, oder 2 und 1 Halbes. Folglich iſt die Zahl 5 zwey mal ſo viel als 2 und 1 Halbes.

L. Berechnet mir eben ſo mit den Worten und Strichen Folgendes:

Die Zahl 7 iſt 2 mal ſo viel, als eine andere Zahl, was für eine Zahl iſt dieſes?

[Aufl.] Wenn die Zahl 7 zweymal ſo viel als eine andere Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 7 zwey gleiche Theile haben, und die andere Zahl muß ein ſolcher Theil ſeyn;

hat aber die Zahl 7 zwey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 7 Halbe ꝛc.

[Die Darſtellung muß ausſehen, wie hier links:]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben mit Worten und Strichen gelöst:]

Die Zahl 9 iſt 2mal ſo viel als welche Zahl? Ant. Als 4 u. 1 Halb.

— — 11 — 2 — — — — — — ? — — 5 — 1 —

Die Zahl 3 iſt 2 mal ſo viel als welche Zahl? Ant. Als 1 und 1 Halbes.

— — 1 — 2 — — — — — — — ? — Als 1 Halbes *

[* Die Darſtellung dieſer letzten Aufgabe muß ausſehen, wie hier links.]

L. Die Zahl 10 iſt 2 mal ſo viel als welche Zahl? Ant. —

Dieſe und ähnliche Aufgaben ſind ſchon oben vorgekommen, und können nun auf 2erley Art gelöſt werden, nämlich wie hier links, das iſt: die Zahl 10 iſt 2 mal ſo viel als 10 Halbe:

oder gleich ſo wie hier links, das iſt: die Zahl 10 iſt 2 mal ſo viel als

[Eben ſo können auch noch folgende Aufgaben auf 2erley Art gelöſt werden:]

Die Zahl 8 iſt 2 mal ſo viel als welche Zahl? Ant. Als 8 Halbe od. als 4 G.

— — 6 — 2 — — — — — — — ? — — 6 — oder als 3 G.

— — 4 — 2 — — — — — — — ? — — 4 — oder als 2 G.

— — 2 — 2 — — — — — — — ? — — 2 — oder als 1 G.

L. Die Zahl 10 iſt 3 mal ſo viel als welche Zahl? Aufl. Wenn die Zahl 10 dreymal ſo viel als eine andere Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 10 drey gleiche Theile haben, und die andere Zahl muß ein ſolcher Theil ſeyn; hat aber die Zahl 10 drey gleiche Theile ſo iſt 1 Theil 10 Drittel, oder 3 und 1 Drittel.

[Die Darſtellung wird ſeyn, wie hier links.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst:]

Die Zahl 8 iſt 3 mal ſo viel als welche Zahl? Ant. Als 8 Drittel od. 2 u. 2 Drittel.

— — 7 — 3 — — — — — — — ? — — 2 u. 1 —

— — 5 — 3 — — — — — — — ? — — 1 — 2 —

— — 4 — 3 — — — — — — — ? — — 1 — 1 —

— — 2 — 3 — — — — — — — ? — — 2 —

— — 1 — 3 — — — — — — — ? — — 1 —

— — 6 — 3 — — — — — — — ? — *)

[*) Dieſe letzte Aufgabe kann wieder auf 2erley Art gelöst werden.]

[Eben ſo können noch folgende Aufgaben gemacht werden:]

Die Zahl 12 iſt 3 mal ſo viel als welche Zahl? Ant: Als 12 Drittel ꝛc.

— — 15 — 3 — — — — — — ? — — 15 Drittel ꝛc.

— — 9 — 3 — — — — — — ? — — 9 Drittel ꝛc.

— — 3 — 3 — — — — — — ? — — 3 Drittel ꝛc.

[Wie man bis daher eine Zahl als ein Zweyfaches und Dreyfaches einer andern angegeben hat, ſo kann man weiter fortfahren, eine Zahl als ein Vierfaches, Fünffaches ꝛc. einer andern anzugeben, und die Auflöſung endlich ohne Striche machen laſſen, als:]

Die Zahl 9 iſt 4 mal ſo viel als welche Zahl? Ant. als 2 und 1 Viertel.

— — 7 — 4 — — — — — — ? — — 1 und 3 Viertel.

— — 7 — 5 — — — — — — ? — — 1 und 2 Fünftel.

— — 7 — 9 — — — — — — ? — — 7 Neuntel.

— — 5 — 9 — — — — — — ? — — 5 —

— — 6 — 9 — — — — — — ? — — 6 —

— — 18 — 9 — — — — — — ? — — 18 Neuntel ꝛc.

— — 1 — 8 — — — — — — ? — — 1 Achtel.

— — 1 — 6 — — — — — — ? — — 1 Sechstel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

---

bb) Eine Zahl als mehrere Theile einer andern betrachtet.

a) Die kleinere mit der größern verglichen.

L. Wer kann mir ſagen, wie ſich 2 Zahlen zu einander verhalten müſſen, wenn die eine ſo viel als 2 Drittel der andern ſeyn ſoll? Ant. Wenn eine Zahl ſo viel als 2 Drittel einer andern ſeyn ſoll, ſo muß die eine Zahl 2 gleiche Theile haben, und die andere 3 ſolche Theile.

L. Wie müſſen ſich aber 2 Zahlen zu einander verhalten, wenn die eine 3 Viertel der andern ſeyn ſoll?

L. Wie ꝛc. ꝛc., wenn die eine ſo viel als 4 Fünftel der andern ſeyn ſoll?

L. Wie ꝛc. ꝛc., wenn die eine ſo viel als 5 Sechstel der andern ſeyn ſoll?

u. ſ. w.

L. Wie muß ſich demnach die Zahl 5 zu einer andern Zahl verhalten, wenn ſie ſo viel als 2 Drittel der andern

ſeyn ſoll? Ant. Sie muß 2 gleiche Theile haben, und die andere muß 3 ſolche Theile haben.

L. Was kommt aber auf 1 Theil, wenn man die Zahl 5 in 2 gleiche Theile theilt? Ant. 5 Halbe.

L. Und wie viel ſolche Theile muß die andere haben? Ant. 3.

L. Wie viel iſt dieſes? Ant. 3 mal 5 Halbe oder 15 Halbe.

L. Wie viel Ganze ſind 15 Halbe? Ant. 7 und 1 Halbes.

L. Macht 5 gleiche Striche auf die Tafel, theilt ſie in 2 gleiche Theile, und ſtellt die andere Zahl, wovon die Zahl 5 zwey Drittel iſt, neben daran! [Die Darſtellung muß ausſehen, wie hier folgt.]

$\frac{|\,|\,|\,|\,|}{|\,|\,|\,|\,|} \div \frac{|\,|\,|\,|\,|}{|\,|\,|\,|\,|}$ | | | | | L. Berechnet mir ebenſo mit Worten und Strichen Folgendes:

Die Zahl 7 iſt 2 Drittel von welcher Zahl?

Aufl. Wenn die Zahl 7 ſo viel als 2 Drittel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 7 zwey gleiche Theile haben, und die andere muß 3 ſolche ꝛc.

Die Zahl 7 iſt alſo ſo viel als 2 Drittel von 3 mal 7 Halben, oder 21 Halben, das iſt: von 10 Ganzen und 1 Halben.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst:]

Die Zahl 9 iſt ſo viel als 2 Drittel von welcher Zahl?

— — 13 — — — — 2 — — — — ?

— — 11 — — — — 2 — — — — ?

— — 3 — — — — 2 — — — —

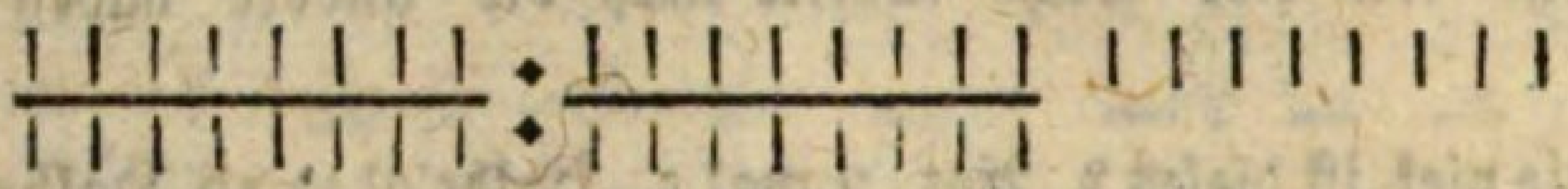
— — 1 — — — — 2 — — — — ? *)

Ant. von 13½. 19½. 16½. 4½. 1½.

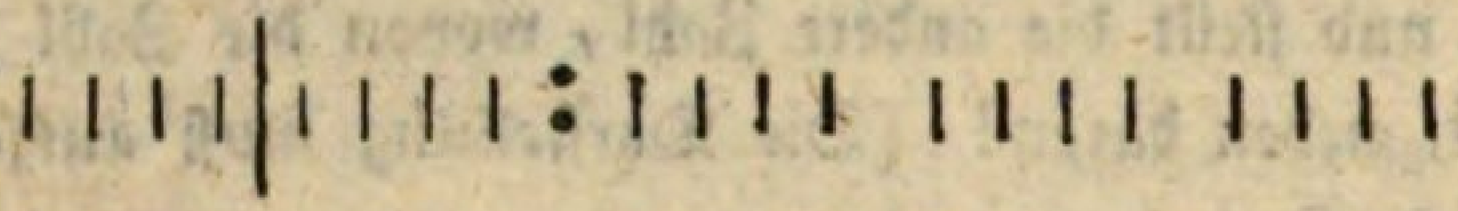
$\frac{|}{|} \div \frac{|}{|\,|}$ [*) Die Darſtellung dieſer letzten Aufgabe muß ausſehen, wie hier links.]

L. Die Zahl 8 iſt ſo viel als 2 Drittel von welcher Zahl?

[Für dieſe Aufgabe giebt es wieder 2erley Auflöſungen. nämlich wie hier folgt,



das iſt: die Zahl 8 iſt ſo viel als 2 Drittel von 24 Halben, oder gleich ſo, wie hier folgt, das iſt:



die Zahl 8 iſt ſo viel als 2 Drittel von 12.]

Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst:

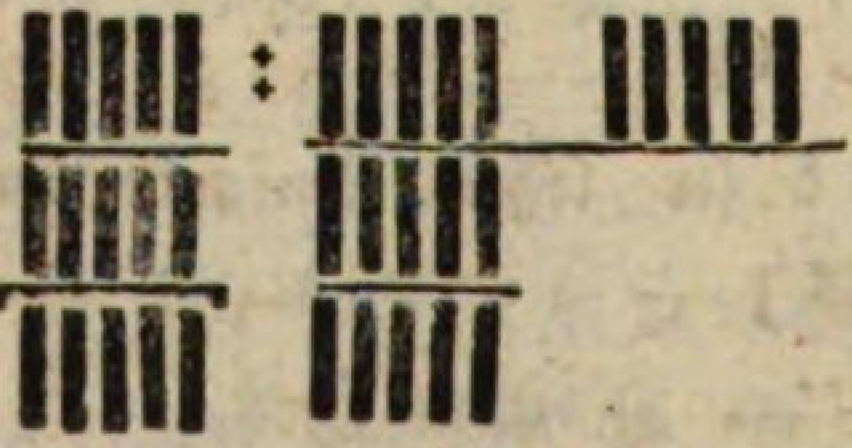
Die Zahl 10 iſt ſo viel als 2 Drittel von welcher Zahl?
— — 6 — — — — 2 — — — — ?
— — 4 — — — — 2 — — — — ?
— — 2 — — — — 2 — — — — ?

Ant. von 15. 9. 6. 3.

L. Wovon iſt die Zahl 5 drey Viertel? — Aufl.

Wenn die Zahl 5 drey Viertel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 5 drey gleiche Theile haben, und die andere Zahl 4 ſolche Theile; hat aber die Zahl 5 drey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 5 Drittel, die andere Zahl muß 4 ſolche Theile haben, das iſt: 4 mal 5 Drittel oder 20 Drittel, und dieß ſind 6 Ganze und 2 Drittel.

[Die Darſtellung muß ausſehen wie hier links.]



L. Berechnet eben ſo Folgendes:

Die Zahl 7 iſt 3 Viertel von welcher Zahl? Ant. von 9 und 1 Drittel.
— — 8 — 3 — — — — ? — von 10 und 2 Dritteln.
— — 10 — 3 — — — — ? — von 13 und 1 Drittel.
— — 4 — 3 — — — — ? — von 5 nnd 1 Drittel.
— — 2 — 3 — — — — ? — von 2 und 2 Dritteln
— — 1 — 3 — — — — ? — von 1 und 1 Drittel.
— — 6 — 3 — — — — ? — von 8.
— — 3 — 3 — — — — ? — von 4.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen in Vierteln; wer ſie ohne Striche löſen kann, der laß die Striche weg!

L. Wovon iſt die Zahl 7 vier 5tel? Ant. von 8 und 3 Vierteln.
L. — — — — 9 — — ? — — 11 — 1 —
L. — — — — 5 — — ? — — 6 — 1 —
L. — — — — 3 — — ? — — 3 — 3 —
L. — — — — 6 — — ? — — 7 — 2 —
L. — — — — 8 — — ? — — 10 G.
L. — — — — 8 drey — ? — — 13 und 1 Drittel.
L. — — — — 7 — — ? — — 11 — 2 —
L. — — — — 2 — — ? — — 3 — 1 —
L. — — — — 1 — — ? — — 1 — 2 —

L. Wovon iſt die Zahl 5 drey 5tel? Ant. von 8 und 1 Drittel.
L. — — — — 5 zwey — ? — — 12 — 1 Halben.
L. — — — — 9 — — ? — — 22 — 1 —

L. Gebt einander eben ſolche Fragen in Fünfteln!

[Eben ſo kann man jede Zahl als mehrere 6tel, 7tel ꝛc. bis 10tel einer unbekannten angeben.]

---

b) Die größere mit der kleinern verglichen.

L. Wie muß ſich wohl die Zahl 7 zu einer andern Zahl verhalten, wenn die Zahl 7 vier Drittel der andern ſeyn ſoll?

Aufl. Wenn die Zahl 7 vier 3tel einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 7 vier gleiche haben, und die andere Zahl 3 ſolche Theile; hat aber die Zahl 7 vier gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 7 Viertel.

Die andere Zahl muß 3 ſolche Theile haben, das iſt: 3 mal 7 Viertel oder 21 Viertel, und dieſes ſind 5 Ganze und 1 Viertel. Folglich iſt die Zahl 7 vier 3tel von 5 und 1 Viertel.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wovon iſt die Zahl 9 vier 3tel? Ant. von 6 und 3 Vierteln.
— — — — 9 fünf 3tel? — — 5 — 2 Fünfteln.
— — — — 9 fünf Hälften? Ant. —

Aufl. Wenn die Zahl 9 fünf Hälften einer andern Zahl ſeyn ſoll, ſo muß die Zahl 9 fünf gleiche Theile haben, und die andere Zahl 2 ſolche Theile ꝛc.

Folglich iſt die Zahl 9 fünf Hälften von 3 und 3 Fünfteln.

L. Wovon iſt die Zahl 8 fünf Hälften? Ant. von 3 und 1 Fünftel.
L — — — — 8 drey — ? — von 5 und 1 Drittel.
L. — — — — 12 — — ? — von 8.
L. — — — — 10 — — ? — — 6 und 2 Dritteln.
L. — — — — 10 — ſieben Viertel?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen?

Verwandlung gegebener Bruchszahlen in andere von gleichem Gehalte.

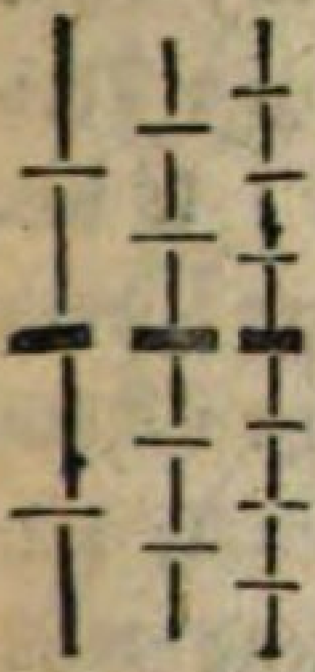
a) Es werden kleinere Bruchszahlen in größere verwandelt.

[Dieſe Anſicht braucht hier keine beſondere Abhandlung, indem ſie ſich aus dem Vorhergehenden und Nachfolgenden von ſelbſt ergibt.]

---

b) Es werden größere Bruchszahlen in kleinere verwandelt, das iſt:

Abkürzung der Brüche.



a) Mehrere Theile zuſammen als 1 Halbes betrachtet.

[Der Lehrer macht 3 gleiche Linien, jede ungefähr 2 Spannen lang, an die Tafel, theilt ſie wie hier links, und ſpricht:]

In wie viel gleiche Theile iſt jede dieſer Linien getheilt?

Ant. Die 1ſte iſt in 4 gleiche Theile getheilt, die 2te in 6, und die dritte in 8 gleiche Theile.

L. Wie heißen alle Theile der 1ten Linie? Ant. Viertel.
L. — — — — — 2ten — ? — Sechstel.
L. — — — — — 3ten — ? — Achtel.

[Der Lehrer deutet nach und nach auf jede Linie, während er ſpricht:]

Wenn man 2 Viertel zuſammen als einen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 2 ſolche Theile.

L. Wenn man 3 Sechstel zuſammen als einen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? 2 ꝛc.

L. Wenn man 4 Achtel zuſammen als eiuen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 2 ſolche Theile.

L. Sagt mir eine Anzahl noch kleinere Theilchen, als die 4tel, 6tel, und 8tel ſind, welche auch zuſammen 1 Theil ausmachen, wie das Ganze 2 Theile hat! Ant. 5 Zehntel, 6 Zwölftel ꝛc. ꝛc.

L. Wenn mehrere Theilchen zuſammen 1 Theil ſind, wie ihr Ganzes 2 Theile hat, ſo ſind ſie eine Hälfte vom Ganzen; ſprecht mir daher Folgendes nach!

2 Viertel ſind zuſammen 1 Hälfte vom Ganzen; denn
2 — — — 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat.

3 Sechstel — — 1 Hälfte vom Ganzen; denn
3 — — — 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat.

4 Achtel — — 1 Hälfte vom Ganzen; denn
4 — — — 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat.

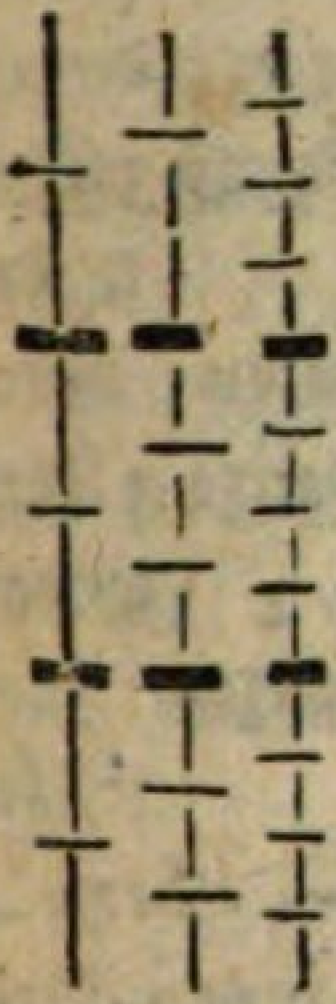
5 Zehntel — — 1 Hälfte vom Ganzen; denn
5 — — — 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat.

6 Zwölftel — — 1 Hälfte vom Ganzen; denn ꝛc. bis
10 Zwanzigſtel ſind — 1 — — — denn
10 — — — 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat.

L. Sprecht mir auch Folgendes nach!

2 Viertel ſind 1 Halbes.
4 — — 2 Halbe, oder ein Ganzes.

3 Sechstel ſind 1 Halbes.
6 — — 2 Halbe oder ein Ganzes.
4 Achtel — 1 Halbes.
8 — — 2 Halbe, oder ein Ganzes ꝛc. ꝛc. bis
10 Zwanzigſtel ſind 1 Halbes.
20 — — 2 Halbe, oder 1 Ganzes.



b) Mehrere Theile zuſammen als ein Drittel betrachtet.

[Der Lehrer macht wieder 3 Linien an die Tafel, theilt ſie ab, wie hier links, deutet, und ſpricht:]

In wie viel gleiche Theile iſt jede dieſer Linien getheilt?

Ant. Die 1ſte iſt in 6 gl. Theile, die zweyte in 9, und die 3te in 12 gl. Theile getheilt.

L. Wie heißen alle Theile der 1ſten Linie? Ant. Sechstel.
L. — — — — — 2ten — ? — Neuntel.
L. — — — — — 3ten — ? — Zwölftel.

L. Wenn man 2 Sechstel zuſammen als einen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 3 ſolche Theile.

L. Wenn man 3 Neuntel zuſammen als einen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 3 ſolche Theile.

L. Wenn man 4 Zwölftel zuſammen als einen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 3 ſolche Theile.

L. Sagt mir eine Anzahl noch kleinere Theilchen, welche zuſammen einen einzigen Theil ausmachen, wie das Ganze 3 Theile hat!

Ant. Fünf Fünfzehntel, ſechs Achtzehntel, ſieben 21tel ꝛc.

L. Wenn mehrere Theilchen zuſammen 1 Theil ſind, wie ihr Ganzes 3 Theile hat, ſo ſind ſie 1 Drittel vom Ganzen; ſprecht mir daher Folgendes nach!

2 Sechstel ſind zuſammen 1 Drittel vom Ganzen; denn
2 — — — 1 Theil, wie das Ganze 3 Theile hat.
3 Neuntel — — 1 Drittel vom Ganzen; denn
3 — — — 1 Theil, wie das Ganze 3 Theile hat.
4 Zwölftel — — 1 Drittel vom Ganzen; denn
4 — — — 1 Theil, wie das Ganze 3 Theile hat.
5 15tel — — 1 Drittel vom Ganzen; denn ꝛc. bis
10 30ſtel — — 1 — — — denn
10 — — — 1 Theil, wie das Ganze 3 Theile hat.

[Der Lehrer deutet wieder auf die 3 Linien, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

2 Sechstel ſind 1 Drittel. 4 Sechstel ſind 2 Drittel.
6 — — 3 — oder 1 Ganzes.
3 Neuntel — 1 — . 6 Neuntel ſind 2 Drittel.
9 — — 3 — oder 1 Ganzes.
4 12tel — 1 — . 8 12tel ſind 2 Drittel.
12 — — 3 — oder 1 Ganzes ꝛc. bis
10 30ſtel — 1 — . 20 30ſtel ſind 2 Drittel
30 — — 3 — oder 1 Ganzes.

c) Mehrere Theile zuſammen als 1 Viertel betrachtet.

[Der Lehrer macht wieder 3 Linien an die Tafel, theilt jede durch 3 ſtarke Querſtrichlein in 4 gleiche Theile, alsdann aber jedes dieſer 4tel durch feinere Querſtrichlein ſo, daß die erſte Linie 8 gleiche Theile erhält, die 2te 12, und die 3te 16 gleiche Theile. Nun deutet er wieder, und ſpricht:]

L. In wie viel gleiche Theile iſt jede dieſer Linien getheilt? —

L. Wie heißen alle Theile dieſer Linien? Ant. 8tel, 12tel, 16tel.

L. Wenn man 2 Achtel zuſammen als einen einzigen Theil betrachtet, wie viel ſolche Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 4 ſolche Theile.

L. Wenn man 3 Zwölftel zuſammen als einen einzigen ꝛc. ꝛc.

L. Sagt mir noch kleinere Theilchen, die zuſammen 1 Theil ſind, wie ihr Ganzes 4 Theile hat? Ant. Fünf 20ſtel, 6 24ſtel, 7 28ſtel ꝛc.

L. Wenn mehrere Theilchen zuſammen 1 Theil ſind, wie ihr Ganzes 4 Theile hat, ſo ſind ſie 1 Viertel vom Ganzen; ſprecht mir daher Folgendes nach!

2 Achtel ſind zuſammen 1 Viertel vom Ganzen; denn
2 — — — 1 Theil, wie das Ganze 4 Theile hat.
3 12tel — — 1 Viertel vom Ganzen; denn
3 — — — 1 Theil, wie das Ganze 4 Theile hat.
4 16tel — — 1 Viertel vom Ganzen; denn ꝛc. bis.
10 40tel — — 1 — — — denn
10 — — — 1 Theil, wie das Ganze 4 Theile hat.

L. 2 Viertel ſind zuſammen 1 Theil, wie das Ganze 2 Theile hat, folglich ſind 2 Viertel ſo viel, als 1 Hälfte vom Ganzen; ſprecht mir daher Folgendes nach:

2 Achtel ſind 1 Viertel. 4 Achtel ſind 2 Viertel oder ein Halbes.

6 — — 3 — . 8 — — 4 Viertel oder 1 Ganzes.

3 12tel — 1 — . 6 12tel — 2 Viertel oder 1 Halbes.

9 — — 3 — . 12 — — 4 Viertel oder 1 Ganzes.

4 16tel — 1 — . 8 16tel — 2 Viertel oder 1 Halbes.

12 — — 3 — . 16 — — 4 Viertel oder 1 Ganzes.

5 20ſtel — 1 — . 10 20ſtel — 2 Viertel oder 1 Halbes.

15 20ſtel ſind 3 Viertel. 20 20ſtel ſind 4 Viertel oder 1 ꝛc. bis:

10 40ſtel — 1 — . 20 40ſtel — 2 Viertel oder 1 Halbes.

30 — — 3 — . 40 — — 4 Viertel oder 1 Ganzes.

[Eben ſo können mehrere Theile zuſammen als Fünftel, als Sechstel ꝛc. bis 10tel betrachtet werden.]

---

c) Es werden ungleichnamige Theile eines Ganzen in gleichnamigen angegeben.

Das iſt:

Es werden Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerley Nennern verwandelt.

L. Macht einen Strich (welcher euch ein Band, oder

Holz, oder ein anderes Ding, vorſtellen mag) auf die Tafel, und theilt ihn in 2 gleiche Theile!

L. Theilt jetzt jede Hälfte in 3 gleiche Theile!

L. Nun hat das Ganze 2 mal 3 oder 6 gleiche Theile, welchen Namen haben alle dieſe Theile? Ant. 6tel.

L. Sondert die untere Hälfte davon (durch einen gekrümmten Querſtrich) wie viel 6tel iſt die Hälfte? Ant. drey 6tel.

L. Theilt das Ganze durch ſtärkere Querſtriche in 3 gleiche Theile!

L. Sondert das unterſte 3tel durch einen gekrümmten Querſtrich!

L. Wie viel 6tel iſt das 3tel vom Ganzen? Ant. zwey 6tel.

[Der Strich muß jetzt ausſehen wie hier links.]

L. Wie könnt ihr nun mit andern Worten ſagen, anſtatt: eine Hälfte und ein Drittel? Ant. Drey 6tel, und zwey 6tel.

L. Wiſcht dieſes Ganze weg, macht ein anderes hin, und theilt es in 3 gleiche Theile!

L. Theilt jedes 3tel in 4 gleiche Theile!

L. Nun hat das Ganze 3 mal 4 oder 12 Theile, welchen Namen haben dieſe? Ant. 12tel.

L. Theilt das Ganze durch ſtärkere Querſtriche wieder in ſeine 3 gleiche Theile!

L. Sondert das unterſte 3tel davon ab!

L. Wie viel 12tel hat alſo ein Drittel? Ant. Vier 12tel.

L. Theilt jetzt das Ganze durch noch ſtärkere Querſtriche in 4 gleiche Theile, und ſondert das unterſte Viertel ab!

L. Wie viel 12tel iſt alſo ein 4tel? Ant. drey 12tel.

L. Wie kann man jetzt wieder mit andern Worten ſagen, anſtatt: ein Drittel und ein 4tel? Ant. Vier 12tel und Drey 12tel.

L. Um ein Halbes und ein 3tel unter einerley Namen angeben zu können, haben wir vorhin das Ganze in 2 mal 3 oder 6 gleiche Theile getheit;
um alsdann auch ein 3tel und ein 4tel unter einerley Namen anzugeben, haben wir das Ganze in 3 mal 4 oder 12 gleiche Theile getheilt;
in wie viel gl. Theile wird man demnach 1 Ganzes theilen, um ein 4tel, und ein 5tel unter einerley Namen zu bringen? Ant. In 4mal 5 oder 20 gleiche Theile.

L. So macht noch ein Ganzes (einen Strich) hin, und theilt es in 4 gleiche Theile!

L. Theilt jetzt jedes 4tel in 5 gleiche Theile!

L. Theilt das Ganze durch ſtärkere Querſtriche wieder in ſeine 4 gleichen Theile, und ſondert das unterſte 4tel davon ab!

L. Wie viel 20ſtel iſt das 4tel vom Ganzen? Ant. Fünf 20ſtel.

L. Theilt das Ganze durch ſtärkere Querſtriche auch in 5 gleiche Theile!

L. Sondert das unterſte 5tel ab!

L. Wie viel 20ſtel iſt dieſes? Ant. Vier 20ſtel.

L. Wie kann man nun hier mit andern Worten ſagen, anſtatt: ein 4tel und ein 5tel? Ant. Fünf 20ſtel und vier 20ſtel.

L. So wie wir jetzt ein Halbes und ein 3tel unter einerley Namen gebracht haben, alsdann ein 3tel und ein 4tel, und dann wieder ein 4tel und ein 5tel; ſo kann man auch ein 5tel und ein 6tel und alle ungleichnamige Theile eines Ganzen unter einerley Namen bringen; damit ihr dieſes recht lernt, ſo ſprecht mir Folgendes nach!

Um ein Halbes und ein 3tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man ein Ganzes zuerſt in 2 gleiche Theile, alsdann wieder jeden Theil in 3 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 2 mal 3 gleiche Theile, das iſt: 6 gleiche Theile oder 6 Sechstel.

Der halbe Theil von Sechsteln oder vom Ganzen iſt 3 Sechstel, und der 3te Theil von 6 Sechsteln oder vom Ganzen iſt 2 Sechstel.

Um ein 3tel und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man ein Ganzes in 3 gleiche Theile, alsdann wieder jeden Theil in 4 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 3 mal 4 gleiche Theile, das iſt: 12 gleiche Theile, oder 12 Zwölftel.

Der 3te Theil von 12 Zwölfteln oder vom Ganzen iſt 4 Zwölftel, und der 4te Theil von 12 Zwölfteln oder vom Ganzen iſt 3 Zwölftel.

Um ein 4tel und ein 5tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes zuerſt in 4 gleiche Theile, alsdann wieder jeden Theil in 5 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 4 mal 5 gleiche Theile, das iſt: 20 gleiche Theile oder 20 Zwanzigſtel.

Der 4te Theil von 20 Zwanzigſteln oder vom Ganzen iſt $\frac{5}{20}$tel und der 5te Theil von 20 Zwanzigſteln oder vom Ganzen iſt $\frac{4}{20}$tel.

Um ein 5tel und ein 6tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes zuerſt in 5 gleiche Theile, alsdann wieder jeden Theil in 6 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 5 mal 6 gleiche Theile, das iſt: 30 gleiche Theile, oder 30 Dreyſigſtel. Der 5te Theil von 30 Dreyſigſteln oder vom Ganzen iſt 6 Dreyſigſtel, und der 6te Theil von 30 Dreyſigſteln oder vom Ganzen iſt 5 Dreyſigſtel.

Um ein 6tel und ein 7tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes zuerſt in 6 gleiche Theile, alsdann wieder jeden Theil ꝛc. bis:

Um ein 9tel und ein 10tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes zuerſt in 9 gleiche Theile, alsdann wieder jeden Theil in 10 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 9 mal 10 gleiche Theile, das iſt: 90 gleiche Theile oder 90 Neunzigſtel. Der 9te Theil von 90 Neunzigſteln oder vom Ganzen iſt 10 90ſtel, und der 10te Theil von 90 Neunzigſteln oder vom Ganzen iſt 9 90ſtel.

[Eben ſo kann man noch folgende Theile mit oder auch ohne Striche unter einerley Namen bringen laſſen:]

Ein Halbes und ein 5tel. Das iſt: fünf 10tel und zwey 10tel
— — — — 7tel. — —: ſieben 14tel — — 14tel
— — — — 9tel. — —: neun 18tel — — 18tel
Ein 3tel — — 5tel. — —: fünf 15tel — drey 15tel
— — — — 7tel. — —! ſieben 21ſtel — — 21ſtel

Ein 3tel und ein 8tel. Das iſt: acht 24ſtel und drey 24ſtel
— — — — 10tel. — —: zehn 30ſtel — — 30ſtel
Ein 4tel — — 7tel. — —: ſieben 28ſtel — vier 28ſtel
— — — — 9tel. — —: neun 36ſtel — — 36ſtel
— 5tel — — 7tel. — —: ſieben 35ſtel — fünf 35ſtel
— — — — 8tel. — —: acht 40ſtel — — 40ſtel
— — — — 9tel. — —: neun 45ſtel — — 45ſtel
— 7tel — — 9tel. — —: neun 63ſtel — ſieben 63ſtel
— — — — 10tel. — —: zehn 72ſtel — — 70ſtel

L. Um ein Halbes und ein 3tel unter einerley Namen zu bringen, haben wir vorhin 1 Ganzes in 2 mal 3 oder 6 gleiche Theile getheilt; in wie viel gleiche Theile werdet ihr demnach 1 Ganzes theilen, um ein Halbes und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen?

Ant. In 2 mal 4 oder 8 gleiche Theile.

L. So macht 1 Ganzes, und theilt es in 2 gleiche Theile!

L. Theilt jetzt jeden Theil in 4 gleiche Theile!

L. Sondert die untere Hälfte vom Ganzen ab! Wie viel 8tel iſt es? Ant. 4 Achtel.

L. Theilt das Ganze durch ſtärkere Querſtriche in 4 gleiche Theile!

L. Sondert das unterſte 4tel davon ab!

L. Wie viel 8tel iſt dieſes 4tel? Ant. 2 Achtel.

L. Wie kann man nun ſagen, anſtatt: ein Halbes und ein 4tel?

Ant. 4 Achtel und 2 Achtel.

L. 4 Achtel ſind auch 2 Viertel, und 2 Achtel ſind 1 Viertel, hätte man daher das Ganze nicht auch gleich in 4 gleiche Theile theilen können, um 1 Halbes und ein 4tel unter einnerley Namen zu bringen?

L. Wiſcht dieſes Ganze aus, macht ein anders hin, und theilt es gleich in 4 gleiche Theile!

L. Sondert die untere Hälfte davon ab! Wie viel 4tel iſt ſie? Ant. 2 Viertel.

L. Sondert auch das unterſte 4tel ab!

L. Wie könnt ihr jetzt hier ſagen, anſtatt: ein Halbes und ein Viertel?

Ant. 2 Viertel und 1 Viertel.

Alſo kann man auch 1 Halbes und ein Viertel unter einerley Namen bringen, wenn man ein Ganzes, ſtatt: in 8 gleiche Theile, nur in 4 gleiche Theile theilt. Wenn man aber ein Ganzes, ſtatt: in 4 oder 8 gleiche Theile zu theilen, gar in 12 gleiche Theile theilt, kann man alsdann auch wieder ein Halbes und ein 4tel unter einerley Namen angeben? Ant. —

L. Wie viel 12tel iſt eine Hälfte vom Ganzen? Ant. 6 Zwölftel.

L. Wie viel 12tel iſt aber ein 4tel vom Ganzen? Ant. 3 Zwölftel.

L. Wie kann man alſo bey dieſer Theilung des Ganzen ſagen, anſtatt: ein Halbes und ein 4tel? Ant. 6 Zwölftel und 3 Zwölftel.

L. Was für größere Anzahlen Theile gibt es wohl noch, in die man ein Ganzes theilen kann, um ein Halbes und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen? Ant. 16 gleiche Theile, 20 gleiche Theile, 24 gleiche Theile ꝛc.

L. Welches iſt aber die geringſte Anzahl Theile, in die man ein Ganzes theilen kann, um ein Halbes und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen? Ant. 4 gleiche Theile.

L. In die geringſte Anzahl Theile pflegt man gewöhnlich ein Ganzes zu theilen, um verſchiedene Theile unter einerley Namen zu bringen; damit ihr aber auch hiermit recht bekannt werdet, ſo merkt euch ein Halbes und ein 4tel! ein 3tel und ein 6tel! ein 4tel und ein 8tel! ein 5tel und ein 10tel! ein 6tel und ein 12tel! ꝛc. und ſprecht mir Folgendes nach: Um ein Halbes und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes in 4 gleiche Theile, das ſind 4 Viertel. Der halbe Theil von 4 Vierteln oder vom Ganzen iſt 2 Viertel, und
der 4te — — 4 — — — — iſt 1 Viertel.

Um ein 3tel und ein 6tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes in 6 gleiche Theile, das ſind 6 Sechstel.

Der 3te Theil von 6 Sechsteln oder vom Ganzen iſt 2 Sechstel, und
der 6te — — 6 — — — Ganzen iſt 1 Sechstel.

Um ein 4tel und ein 8tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes in 8 gleiche Theile, das ſind 8 Achtel.

Der 4te Theil von 8 Achteln oder vom Ganzen iſt 2 Achtel, und
der 8te — — 8 — — — — — 1 Achtel.

Um ein 5tel und ein 10tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man ein Ganzes in 10 gleiche Theile, das ſind 10 Zehntel.

Der 5te Theil von 10 Zehnteln oder vom Ganzen iſt 2 Zehntel, und
der 10te — — 10 — — — — iſt 1 Zehntel.

Um ein 6tel und ein 12tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes in 12 gleiche Theile, das ſind 12 Zwölftel.

Der 6te Theil von 12 Zwölfteln oder vom Ganzen iſt 2 Zwölftel, und
der 12te — — 12 — — — Ganzen iſt 1 Zwölftel ꝛc. bis:

Um ein 7tel und ein 14tel ꝛc. das iſt zwey 14tel und ein 14tel
— — 8tel — — 16tel — — —: — 16tel und ein 16tel
— — 9tel — — 18tel — — —: — 18tel und ein 18tel
— — 10tel — — 20tel — — —: — 20ſtel und ein 20ſtel.

L. In Zukunft könnt ihr, um verſchiedene Theile unter einerley Namen zu bringen, 1 Ganzes in eine geringere oder größere Anzahl Theile theilen, wie es auch am bequemſten iſt. Berechnet mir daher Folgendes!

Fr. Wie kann man mit einerley Namen ſagen, anſtatt: 1 Halbes und 1 Achtel? Ant. Vier 8tel und ein 8tel
— — — 1 Zehntel? — Fünf 10tel — — 10tel

1 Halbes	und	1 Zwölftel?	Ant. Sechs 12tel	und	ein 12tel
— 3tel	—	1 9tel ?	— Drey 9tel	—	— 9tel
— —	—	1 12tel ?	— Vier 12tel	—	— 12tel
— —	—	1 15tel ?	— Fünf 15tel	—	— 15tel
— 4tel	—	1 12tel ?	— Drey 12tel	—	— 12tel
— —	—	1 16tel ?	— Vier 16tel	—	— 16tel
— —	—	1 20ſtel ?	— Fünf 20ſtel	—	— 20ſtel
— 5tel	—	1 15tel ?	— Drey 15tel	—	— 15tel
— —	—	1 20ſtel ?	— Vier 20ſtel	—	— 20ſtel
— —	—	1 25ſtel ?	— Fünf 25ſtel	—	— 25ſtel
— 6tel	—	1 9tel ?	— Neun 54ſtel	—	6 54ſtel oder
			Drey 18tel	—	2 18tel

u. ſ. w.

[Nun kann man vollſtändig durchnehmen, was ſchon oben zum Theil vorgekommen iſt, nämlich:]

Die 4 Grundrechnungen in Brüchen.

Zuſammenzählung.

[Haben die Theile, welche zuſammengezählt werden ſollen, einerley Namen (Nenner) ſo werden ſie ohne Umſtände, wie ſchon oben geſchehen iſt, zuſammengezählt; haben ſie aber verſchiedene Namen, ſo müſſen ſie zuerſt unter einerley Namen gebracht werden.]

L. Wenn man ein Halbes und 1 Drittel zuſammen zählen will, kann man da wohl nur kurz und richtig hin ſagen: ein Halbes und ein Drittel ſind zwey Drittel? Ant. Nein.

L. Da man alſo dieſe 2 Theile mit ihren ungleichen Namen nicht richtig zuſammen zählen kann, was wird man thun müſſen? Ant. —

Man muß ſie unter einerley Namen bringen.

L. Wir wollen ſie in lauter 6teln nehmen;

Wie viel 6tel hat das Halbe? Ant. 3 Sechstel.

L. Wie viel 6tel hat das 3tel? Ant. 2 Sechstel.

L. Wenn man nun ſagt: 3 Sechstel und 2 Sechstel ſind zuſammen 5 Sechstel; zählt man da richtig zuſammen?

Ant. Ja.

L. So wie ein Halbes und 1 Drittel können natürlicher Weiſe auch alle andere Theile nicht zuſammen gezählt werden, ſo lang ſie nicht unter einerley Namen gebracht ſind. Damit ihr euch daher in dieſem Zuſammenzählen recht übt, ſo ſprecht mir Folgendes nach!

Um ein Halbes und ein 3tel zuſammen zu zählen, theilt man 1 Ganzes in 2 gleiche Theile, und jeden Theil in 3 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 2 mal 3 gleiche Theile, das iſt: 6 gleiche Theile oder 6 Sechstel.

Nun beſteht das Halbe aus 3 Sechsteln, und das 3tel aus 2 Sechsteln. 3 Sechstel und zwey Sechstel ſind alſo 5 Sechstel.

Um ein 3tel und ein 4tel zuſammen zu zählen, theilt man 1 Ganzes in 3 gleiche Theile, und jeden Theil in 4 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 3 mal 4 gleiche Theile, das iſt: 12 gleiche Theile oder 12 Zwölftel.

Nun beſteht das 3tel aus 4 Zwölfteln, und das 4tel aus 3 Zwölfteln. 4 Zwölftel und 3 Zwölftel ſind 7 Zwölftel.

Um ein 4tel und ein 5tel zuſammen zu zählen, theilt man 1 Ganzes in 4 gleiche Theile, und jeden Theil in 5 gleiche Theile ꝛc. bis:

Um ein 9tel und 10 zuſammen zu zählen, theilt man 1 Ganzes in 9 gleiche Theile, und jeden Theil in 10 gleiche Theile, ſo hat das Ganze 9 mal 10 das iſt: 90 gleiche Theile, oder 90 Neunzigſtel. Nun beſteht das 9tel aus zehn 90ſteln, und das 10tel aus neun 90ſteln. Zehn 90ſtel und neun 90ſtel ſind 19 Neunzigſtel.

L. Berechnet eben ſo Folgendes:

Wie viel iſt ein Halbes und ein 5tel zuſammen?

Aufl. Um ein Halbes und ein 5tel ꝛc. alſo 7 Zehntel.

Wie viel iſt ein Halbes und ein 7tel? Ant. 9 Vierzehntel

— — — — — — — 9tel? — Elf 18tel

— — — — Drittel — — 5tel? — Acht 15tel

— — — — — — — 7tel? — Zehn 21ſtel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über 2 verſchiedene Theile!

Abziehung.

L. Um ein Halbes und ein 3tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man, wie ihr ſchon gelernt habt, ein Ganzes in 6 gleiche Theile; um ein Halbes und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen, theilt man 1 Ganzes in 8, oder auch nur in 4 gleiche Theile;

In wie viel gleiche Theile theilt man aber ein Ganzes, um ein 3tel und ein 4tel unter einerley Namen zu bringen?

Ant. In 12 gleiche Theile.

L. In wie viel ꝛc. um ein 3tel und ein 5tel unter einerley Namen zu bringen? Ant. In 15 gleiche Theile.

L. In wie viel ꝛc. um ein 3tel und ein 6tel unter einerley Namen zu bringen? Ant. In 18, oder 12, oder auch nur in 6 gleiche Theile.

u. ſ. w.

L. Wenn man ein 3tel von einer Hälfte wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. —

L. Macht einen Strich und theilt ihn in 6 gleiche Theile!

L. Söndert die untere Hälfte ab!

L. Wie viel 6tel beträgt ſie? Ant. 3 Sechstel.

L. Theilt jetzt das Ganze durch ſtärkere Querſtriche in 3 gleiche Theile!

L. Sondert das unterſte 3tel ab!

L. Wie viel 6tel beträgt es? Ant. 2 Sechstel.

L. Wiſcht dieſes 3tel, das iſt: 2 Sechstel weg!

L. Was habt ihr jetzt noch von der Hälfte oder von den 3 Sechsteln übrig? Ant. 1 Sechstel.

L. Was bleibt alſo übrig, wenn man ein 3tel von einem Halben wegnimmt? Ant. 1 Sechstel.

L. Ihr ſeht alſo auch hier wieder, daß die Theile zuerſt einerley Namen haben müſſen, um angeben zu können, was übrig bleibt, wenn man den einen von dem andern wegnimmt.

Merkt euch nun zum voraus ein 3tel und ein Halbes; alsdann ein 4tel und ein 3tel; ein 5tel und ein 4tel rc. und ſprecht mir Folgendes nach!

Um ein 3tel von einem Halben wegzunehmen, theilt man 1 Ganzes in 6 gleiche Theile, das ſind 6 Sechstel. Nun iſt das 3tel 2 Sechstel, und das Halbe iſt 3 Sechstel, 2 Sechstel von 3 Sechsteln bleibt 1 Sechstel.

Um ein 4tel von einem 3tel wegzunehmen, theilt man 1 Ganzes in 12 gleiche Theile, das ſind 12 Zwölftel.

Nun iſt das 4tel 3 Zwölftel, und das 3tel iſt 4 Zwölftel, 3 Zwölftel von 4 Zwölfteln bleibt 1 Zwölftel.

Um ein 5tel von einem Ganzen wegzunehmen, theilt man 1 Ganzes in 20 gleiche Theile, das ſind 20 Zwanzigſtel.

Nun iſt das 5tel 4 Zwanzigſtel, und das 4tel iſt 5 Zwanzigſtel, 4 Zwanzigſtel von 5 Zwanzigſteln bleibt 1 Zwanzigſtel.

Um ein 6tel von einem 5tel rc. rc. — es bleibt ein 30ſtel

Um — 7tel — — 6tel rc. rc. — — — ein 40ſtel

u. ſ. w.

[Eben ſo Folgendes:]

L. Was bleibt übrig:

Wenn man ein 5tel von einem Halben wegnimmt? Ant.
Drey 10tel.

— — — 7tel — — — — ? Ant.
Fünf 14tel.

— — — 9tel — — — — ? Ant.
Sieben 18tel

— — — 4tel — — — — ? —*

[* Hier kann man das Ganze in 8tel oder nur in 4 gleiche Theile theilen, und hat alſo 2 Achtel oder 1 Viertel übrig.]

[Eben ſo kann auch bey den 3 folgenden Fragen, das Ganze auf eine 2 fache Art getheilt werden:]

L. Was bleibt übrig:

Wenn man ein 6tel von einem Halben wegnimmt? Ant.
Zwey 6tel.

— — — 8tel — — — — ? Ant.
Drey 8tel.

— — — 10tel — — — — ? Ant.
Vier 10tel.

L. Was bleibt übrig:

Wenn man ein 5tel von einem 3tel wegnimmt? Ant.
Zwey 15tel.

— — — 7tel — — 3tel — ? Ant.
Vier 21ſtel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über ein 3tel!

L. Was bleibt übrig, wenn man ein 5tel von einem 4tel wegnimmt? Ant. Ein 20tel.

L. Was ꝛc. wenn man ein 6tel von einem 4tel wegnimmt?
Ant. Ein 12tel

L. Was ꝛc. — — — 7tel — — 4tel wegnimmt?
Ant. Drey 28tel

L. — — — — — 8tel — — 4tel wegnimmt?
Ant. Ein 8tel

L. — — — — — 7tel — — 5tel wegnimmt?
Ant. Zwey 35tel

L. — — — — — 8tel — — 5tel wegnimmt?
Ant. Drey 40tel

L. Gebt einander eben ſolche Fragen!

Vergleichung 2er Theile in Hinſicht ihres Unterſchiedes.

L. 3 Fünftel ſind mehr als 2 Fünftel, um wie viel?
Ant. Um 1 Fünftel.

L. 5 Achtel — — — 3 Achtel, um wie viel?
Ant. Um 2 Achtel.

L. 2 Siebentel ſind weniger als 5 Siebentel, um wie viel?
Ant. Um 3 Siebentel.

L. 2 Drittel ſind mehr als 1 Drittel, um wie viel?
Um 1 Drittel.

L. 1 Halbes iſt auch mehr als 1 Drittel, um wie viel?
Ant. —

L. Was bleibt übrig, wenn man von einem Halben 1 Drittel wegnimmt? Ant. 1 Sechstel (denn, um 1 Drittel von einem Halben wegzunehmen, theilt man das Ganze in 6 gleiche Theile ꝛc.)

L. Um wie viel iſt alſo ein Halbes mehr als ein 3tel? Ant. Um 1 Sechstel.

L. Wenn ihr alſo wiſſen wollt, um wie viel ein Theil mehr oder weniger als ein anderer iſt, ſo dürfet ihr nur den

einen von dem andern wegdenken; haben aber die angegebenen Theile verſchiedene Namen, ſo müßt ihr ſie zuerſt unter einerley Namen bringen.

Sagt mir noch ein Mal:

Um wie viel iſt 1 Halbes mehr als 1 Drittel? Ant. Um 1 Sechstel.

L. Um wie viel iſt aber 1 Halbes mehr als 1 Fünftel: Auflöſung:

Um dieſes zu finden, theile ich ein Ganzes in 10 gleiche Theile, das ſind 10 Zehntel.

Das Halbe hat 5 Zehntel, und das Fünftel hat 2 Zehntel; 5 Zehntel ſind aber um 3 Zehntel mehr, als 2 Zehntel.

Eben ſo Folgendes:

Ein Halbes iſt mehr als ein 7tel, um wie viel? Ant. Um fünf 14tel

— — — — — — 9tel, — — viel? Ant. Um ſieben 18tel

Ein Drittel iſt weniger als 1 Halbes, um wie viel? Ant. Um ein Sechstel.

— 4tel — — — 1 Halbes, — — viel? Ant. Um ein 4tel.

— 5tel — — — 1 Halbes, — — viel? Ant. Um drey 10tel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über ein Halbes!

L. Ein 3tel iſt mehr als ein 4tel, um wie viel? Ant. Um ein 12tel

— 3tel — — — — 5tel, — wie viel? Ant. Um zwey 15tel

— 3tel — — — — 7tel, — wie viel? Ant. Um vier 21tel

Ein 4tel iſt weniger als ein 3tel, um wie viel? Ant.
Um ein 12tel

— 5tel — — — — 3tel, — wie viel? Ant.
Um zwey 15tel

— 6tel — — — — 3tel, — wie viel? Ant.
Um ein 6tel

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über ein 3tel!

L. — — — — — — — 4tel!

L. — — — — — — — 5tel!

u. ſ. w.

Vervielfältigung.

[Wie beym Zuſammenzählen und Abziehen ungleichnamige Brüche zuerſt unter einerley Nenner gebracht werden müſſen, ſo kann dieſes auch wieder beym Theilen geſchehen, aber nicht beym Vervielfältigen; denn in letzterm Falle iſt es einerley, ob die Brüche gleiche oder verſchiedene Nenner haben z. B. $\frac{2}{3}$ mal $\frac{4}{5}$ wird eben ſo berechnet wie $\frac{2}{7}$ mal $\frac{4}{7}$. Wir nehmen daher zuerſt die

Theilung.

Haben die Brüche einerley Nenner, ſo wird blos unterſucht, wie vielmal ein Zähler in dem andern enthalten ſey — dieſes iſt ſchon oben geübt worden. Haben aber Brüche verſchiedene Nenner, ſo werden ſie, wie ſchon gemeldet, zuerſt unter einerley Nenner gebracht.

L. Wenn man 1 Drittel von einem Halben wegnehmen und wiſſen will, was für ein Theil vom Ganzen übrig bleibt, ſo theilt man zuerſt 1 Ganzes in 6 gleiche Theile, das ſind 6 Sechstel;

Wie viel 6tel enthält das Halbe, Ant. 3 Sechstel.

L. — — 6tel — — 3tel? — 2 —

L. Wie vielmal kann man 1 Drittel oder 2 Sechstel dort wegnehmen, wo 3 Sechstel ſind? Ant. Einmal, und 1 Sechstel bleibt noch übrig.

L. Wie viel mal iſt alſo 1 Drittel in einem Halben enthalten?

Ant. 1 mal, nebſt einem Sechstel *

* Eigentlich 1 und 1 halb mal, doch hiervon iſt jetzt noch keine Rede.

L. Wenn man 1 Fünftel von 1 Halben wegnehmen will, in wie viel gleiche Theile theilt man zuerſt 1 Ganzes?

Ant. In 10 gleiche Theile.

L. Wie viel 10tel enthält das Halbe? Ant. 5 Zehntel.

L. — — 10tel — — 5tel? — 2 —

L. Wie viel mal kann man aber 2 Zehntel oder 1 Fünftel dort wegnehmen, wo 5 Zehntel ſind? Ant. 2 mal, und 1 Zehntel bleibt übrig.

L. Wie vielmal iſt alſo 1 Fünftel in einem Halben enthalten?

Ant. 2 mal, nebſt einem Zehntel.

L. Wenn man ein 4tel von einem 3tel wegnehmen will, in wie viel gleiche Theile theilt man da zuerſt das Ganze?

Ant. In 12 gleiche Theile.

L. Wie viel 12tel enthält das 3tel? Ant. Vier 12tel.

L. — — 12tel — — 4tel? — Drey 12tel.

L. Wie viel mal kann man aber drey 12tel oder 1 Viertel dort wegnehmen, wo 4 Zwölftel ſind? Ant. 1 mal, und ein 12tel bleibt übrig.

L. Wie viel mal iſt alſo ein Viertel in einem 3tel enthalten?

Ant. 1 mal, nebſt einem 12tel.

L. Wenn ihr alſo wiſſen wollt, wie vielmal 1 Theil eines Ganzen in einem andern enthalten iſt, und die Theile ver-

ſchiedene Namen haben, ſo dürfet ihr ſie nur zuerſt wieder unter einerley Namen bringen, und Acht geben, wie viel jeder beträgt.

Damit ihr nun auch hiermit recht bekannt werdet, ſo ſprecht mir Folgendes nach!

Um zu finden, wie viel mal 1 Drittel in einem Halben enthalten iſt, theilt man ein Ganzes in 6 gleiche Theile, das ſind 6 Sechstel.

Nun enthält das Drittel 2 Sechstel, nnd das Halbe 3 Sechstel.

2 Sechstel kann man aber von 3 Sechsteln einmal wegnehmen, und 1 Sechstel bleibt übrig, folglich iſt

1 Drittel in einem Halben einmal enthalten, nebſt einem Sechstel.

Um zu finden, wie viel mal ein Viertel in 1 Drittel enthalten iſt, theilt man ein Ganzes in 12 gleiche Theile, das ſind 12 Zwölftel.

Nun enthält das Viertel 3 Zwölftel und das Drittel 4 Zwölftel.

3 Zwölftel kann man aber von 4 Zwölfteln einmal wegnehmen, und 1 Zwölftel bleibt übrig, folglich iſt

1 Viertel in einem Drittel einmal enthalten, nebſt 1 Zwölftel:

[Eben ſo Folgendes.]

Um zu finden, wie viel mal 1 Fünftel in einem Viertel enthalten iſt ꝛc.

— — — — — — 1 Sechstel in 1 Fünftel enthalten iſt ꝛc.

— — — — — — 1 Siebentel in 1 Sechstel ꝛc. bis:

— — — — — — 1 Zehntel in 1 Neuntel enthalten iſt ꝛc.

L. Sagt mir noch einmal kurz heraus: Wie viel mal iſt ein 3tel in einem Halben enthalten? Ant. 1 mal nebſt einem Sechstel. *

L. Wie viel mal iſt ein Fünftel in 1 Halben enthalten?
Ant. 2 mal nebſt 1 Zehntel

L. — — — — — 7tel in 1 Halben enthalten?
Ant. 3 mal nebſt 1 Vierzehntel

L. — — — — — 9tel in 1 Halben enthalten?
Ant. 4 mal nebſt einem Achzehntel.

[* Sollte bey dieſen Fragen eine Antwort gar nicht, oder unrichtig erfolgen, ſo läßt man ſie mit obiger Ueberlegung löſen, nemlich: Um zu finden, wie viel mal ꝛc.]

L. Wie viel mal iſt ein Viertel in 1 Halben enthalten?
Ant. 2 mal.

L. Wie — — — 1 Sechstel in 1 — enthalten?
Ant. 3 mal.

L. Wie — — — 1 Achtel in 1 — enthalten?
Ant. 4 mal.

L. Wie — — — 1 Zehntel in 1 — enthalten?
Ant. 5 mal.

L. Wie — — — 1 Viertel in 1 Drittel enthalten?
Ant. 1 mal nebſt einem 12tel

L. Wie — — — 1 Fünftel in 1 Drittel enthalten?
Ant. 1 mal nebſt zwey 15teln

L. Wie — — — 1 Siebentel in 1 Drittel enthalten?
Ant. 2 mal nebſt einem 21ſtel

L. Wie — — — 1 Achtel in Drittel enthalten?
Ant. 2 mal, nebſt zwey 24ſteln *

L. Wie — — — 1 Zehntel in 1 Drittel enthalten?
Ant. 3 mal nebſt einem 30ſtel

L. Wie — — — 1 Sechstel in Drittel enthalten?
Ant. 2 mal

L. Wie viel mal iſt 1 Neuntel in 1 Drittel enthalten?
Ant. 3 mal

L. Wie — — — 1 Fünftel in 1 Viertel enthalten?
Ant. 1 mal, nebſt einem 20ſtel

L. Wie — — — 1 Sechstel in 1 Viertel enthalten?
Ant. 1 mal, nebſt zwey24ſteln*

u. ſ. w.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über einen Theil, der im andern enthalten iſt!

* Oder 1 Zwölftel, werden fähigere Schüler ſagen. Eben ſolche Abkürzungen werden auch in andern Aufgaben noch vorkommen; welche man jedoch hier nicht ſo ſtreng nehmen muß.

Man nehme jetzt die Vervielfältigung in Brüchen vor!

Die Vervielfältigung in Brüchen iſt, beſonders wenn man mehr auf den Innhalt als auf die Form ſieht, in manchem Falle eine eigentliche Theilung, und muß, wenn ſie nicht einſt in Ziffern zu einem Formelſpiel werden ſoll, auf folgende Art vorgenommen werden.

A) Es wird ein Bruch durch eine ganze Zahl genommen.

[Z. B. 8 mal 3 Viertel, wie viel iſt dieſes? Ant. 24 Viertel oder 6 Ganze.

Dieß iſt eine eigentliche Vermehrung, welche ſchon oben vorkam.]

B) Es wird eine ganze Zahl durch einen Bruch genommen.

---

1) Uebungen, wobey keine einzelne Einheit getheilt wird.

[Auch dieſe Uebung iſt ſchon oben bey der Theilung gan= zer Zahlen (Seite 80) vorgekommen, und erhält hier blos noch die Form des Vervielfältigens]

a.

[Der Lehrer deutet auf die 4 erſten ſenkrechten Reihen der Einheitentabelle, und läßt ſich wieder Folgendes nachſpre= chen:]

Der halbe Theil von 2 iſt 1. Der halbe Theil von 4 iſt 2.
— — — — 6 iſt 3. — — — von 8 iſt 4.
— — — — 10 iſt 5. ꝛc. bis
— — — — 20 iſt 10.

b. Anſtatt daß man ſagt: der halbe Theil von ei= ner Zahl, ſagt man auch: 1 halbmal eine Zahl, ſprecht mir daher über die vorigen Zahlen Folgendes nach!

Ein halbmal 2 heißt ſo viel als: der halbe Theil von 2
der — — — 2 iſt 1.
— — — 4 — — — — der — — von 4
der — — von 4 iſt 2
— — — 6 — — — — der — — von 6
der — — von 6 iſt 3.
— — — 8 — — — — der — — von 8
der — — — 8 iſt 4.
— — — 10 — — — — der — — von 10 ꝛc. bis
— — — 20 — — — — der — — von 20
der — — von 20 iſt 10.

b.

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten Reihen der Einheitentabelle, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 3te Theil von 3 iſt 1. Der 3te Theil von 6 iſt 2.
— 3te — — 9 iſt 3. — 3te — — 12 iſt 4.
ꝛc. bis
— 3te — — 30 iſt 10.

L. Anſtatt daß man ſagt: der dritte Theil von einer Zahl, ſagt man auch: 1 drittelmal eine Zahl; ſprecht mir daher folgendes nach!

Ein drittel mal 3 heißt ſo viel als: der 3te Theil von
— 3te — — 3
iſt 1
Ein — — 6 — — — — — 3te — von 6
— 3te — — 6
iſt 2
Ein — — 9 — — — — — 3te — von 9
ꝛc. bis
Ein — — 30 — — — — — 3te — von 30
der 3te — — 30
iſt 10.

L. Sprecht mir jetzt auch Folgendes nach!

2 drittel mal 3 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 3.
1 mal der 3te Theil von 3 iſt 1 mal 1 oder 1, alſo iſt
2 — — 3te — — 3 2 — 1 — 2.
2 drittel mal 6 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 6,
1 mal der 3te Theil von 6 iſt 1 mal 2 oder 2, alſo iſt
2 — — 3te — — 6 2 — 2 — 4.

2 drittel mal 9 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 9.

1 mal der 3te Theil von 9 iſt 1 mal 3 oder 3, alſo iſt

2 — — 3te — — 9 2 — 3 oder 6.

ꝛc. bis

2 drittel mal 30 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 30

1 mal der 3te Theil von 30 iſt einmal 10 oder 10, alſo iſt

2 — — 3te — — 30 — 2 mal 10 od. 20.

---

c.

[Der Lehrer deutet auf die 4 erſten ſenkrechten Reihen der Einheitentabelle, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 4te Theil von 4 iſt 1. Der vierte Theil von 8 iſt 2

— 4te — — 12 iſt 3. Der 4te Theil von 16 iſt 4.

ꝛc. bis

— 4te — — 40 iſt 10.

L. Anſtatt daß man ſagt: der vierte Theil von einer Zahl, ſagt man auch: 1 viertelmal eine Zahl; ſprecht mir daher Folgendes nach!

1 viertel mal 4 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 4

der 4te — — 4 iſt 1.

1 — — 8 — — — — der 4te — von 8

der 4te — — 8 iſt 2.

1 — — 12 — — — — der 4te — von 12

ꝛc. bis

1 — — 40 — — — — der 4te — von 40

der 4te — — 40 iſt 10.

L. 2 viertel mal eine Zahl heißt ſo viel als 1 halb mal eine Zahl, oder der halbe Theil von einer Zahl; dieß haben wir ſchon gehabt, ſprecht mir daher Folgendes nach!

3 viertel mal 4 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 4,
1 mal der 4te Theil von 4 iſt 1 mal 1 oder 1, alſo iſt
3 — — 4te — — 4 3 — 1 oder 3.

3 viertel mal 8 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 8,
1 mal der 4te Theil von 8 iſt 1 mal 2 oder 2, alſo iſt
3 — — 4te — — 8 3 — 2 oder 6.

3 viertel mal 12 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 12,
1 mal der 4te Theil von 12 iſt einmal 3 oder 3, alſo iſt
3 — — 4te — — 12 3 mal 3 oder 9.
ꝛc. bis

3 viertel mal 40 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 40,
1 mal der 4te Theil von 40 iſt einmal 10 oder 10, alſo iſt
3 — — 4te — — 40 3 mal 10 od. 30.

L. Anſtatt daß man ſagt: der halbe Theil von einer Zahl, ſagt man: ein halb mal eine Zahl.

Wie ſagt man anſtatt: der 3te Theil von einer Zahl?

Ant 1 drittel mal eine Zahl.

L. Wie ſagt man anſtatt: der 5te Theil von einer Zahl?
Ant. 1 fünftelmal eine Zahl.

L. Wie ſagt man anſtatt: der 6te Theil von einer Zahl? u. ſ. w.

L. Berechnet mir wie vorhin Folgendes!
2 fünftel mal 10, wie viel iſt dieſes? Auflöſung.
2 fünftel mal 10 heißt ſo viel als: 2 mal der 5te Theil von 10,
1 mal der 5te Theil von 10 iſt 1 mal 2 oder 2 alſo iſt
2 — — 5te — — 10 2 — 2 oder 4.

L. 2 fünftel mal 25, wie viel iſt dieſes? Auflöſung.
2 — — 25 heißt ſo viel als: 2 mal der 5te Theil von 25
1 mal der 5te Theil von 25 ꝛc. 10.

L. 3 fünftel mal 10, wie viel iſt dieſes? Ant.
3 fünftel mal 10 heißt ſo viel als: 3 mal der 5te Theil von 10,
1 mal der 5te Theil von 10 iſt einmal 2 ꝛc. alſo 6.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 5ten Theil einer Zahl; nehmet aber nur ſolche Zahlen, welche man in 5 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen!

[Eben ſo kann man Fragen über den 6ten Theil beantworten laſſen. (Kömmt 2 ſechstelmal vor, oder 4 ſechstelmal, ſo nimmt man es mit dem Abkürzen nicht ſo genau.) Alsdann Fragen über den 7ten, 8ten, 9ten u. 10ten Theil einer Zahl.]

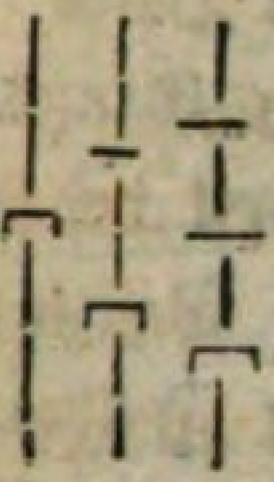
---

2. Uebungen wobey jede Einheit getheilt wird.

a) Es wird 1 Ganzes getheilt.

[L. Wir haben bisher nur ſolche Berechnungen gehabt,

wobey keine Einheit getheilt wurde; nun nehmen wir auch ſolche, wobey jede Einheit getheilt wird.



[Er macht 3 gleiche Striche an die Tafel, theilt den erſten in 2 gleiche Theile, den 2ten in 3, den 3ten in 4 gleiche Theile, wie hier links, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 halb mal Eins heißt ſo viel als: der halbe Theil von 1 Ganzen,
der halbe Theil von einem Ganzen iſt ein Halbes.
1 drittel mal 1 heißt ſo viel als: der 3te Theil von einem Ganzen,
der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel.
1 viertel mal 1 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 1 Ganzen,
der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel.
1 fünftel mal 1 heißt ſo viel als: der 5te Theil von 1 Ganzen ꝛc. bis
1 zehntel mal 1 heißt ſo viel als: der 10te Theil von 1 Ganzen,
der 10te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Zehntel.

---

b) Es werden mehrere Ganze getheilt.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Striche weg, macht wie oben (Seite 111) zwey Striche an die Tafel, alsdann 3, alsdann 4, theilt jeden in 2 gleiche Theile, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 halb mal 2 heißt ſo viel als: der halbe Theil von 2 Ganzen,

der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 2 — 2 Halbe oder 1 Ganzes.

1 halb mal 3 heißt ſo viel als: der halbe Theil von 3 Ganzen;
der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 3 — 3 Halbe, oder 1 Ganzes u. 1 Halbes.

1 halb mal 4 heißt ſo viel als: der halbe Theil von 4 Ganzen,
der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 4 — 4 Halbe od. 2 Ganze.

1 halb mal 5 heißt ſo viel als: der halbe Theil von 5 Ganzen,
der halbe Theil von einem Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 5 — 5 Halbe ꝛc. bis

1 halb mal 10 heißt ſo viel als: der halbe Theil von 10 Ganzen,
der halbe Theil von einem Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 10 — 10 Halbe od. 5 Ganze.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

L. 1 halb mal 13, wie viel iſt dieſes? Ant. 1 halb mal 13 heißt ꝛc.

L. 1 halb mal 17, — — — — ?

L. 1 halb mal 12, — — — — ?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den halben Theil einer Zahl!

[Der Lehrer macht wie oben (Seite 112) zwey Striche, alsdann 3, alsdann 4, an die Tafel, theilt jeden in 3 gleiche Theile, und läßt ſich Folgendes (während er deutet) nachſprechen:]

1 drittel mal 2 heißt ſo viel als: der 3te Theil von 2 Ganzen,
 der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
 — 3te — — 2 — 2 —.

1 drittel mal 3 heißt ſo viel als: der 3te Theil von 3 Ganzen,
 der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
 — 3te — — 3 — 3 — oder 1 Ganzes.

1 drittel mal 4 heißt ſo viel als: der 3te Theil von 4 Ganzen,
 der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
 — 3te — — 4 — 4 — oder 1 Ganzes und 1 Drittel.

1 drittel mal 5 heißt ſo viel als: der 3te Theil von 5 Ganzen ꝛc. bis
1 — — 10 — — — — der 3te — von 10 Ganzen,
 der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
 — 3te — — 10 — 10 — oder 3 Ganze und 1 Drittel.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel iſt 1 drittel mal 14? Ant. 1 drittel mal 14 heißt ꝛc. 4 Ganze 2 Drittel.

L. Wie viel iſt 1 — — 19?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 3ten Theil einer Zahl!

L. Sprecht mir jetzt auch Folgendes nach!

2 drittel mal 2 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 2 Ganzen,
1 — der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
1 — — 3te — — 2 — 2 Drittel, mithin iſt
2 — — 3te — — 2 — 2 mal 2 Drittel oder 4 Drittel.

2 drittel mal 3 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 3 Ganzen,
1 mal der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
1 — — 3te — — 3 — 3 Drittel, mithin iſt
2 — — 3te — — 3 — 2 mal 3 Drittel oder 6 Drittel.

2 drittel mal 4 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 4 Ganzen,
1 mal der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
1 — — 3te — — 4 — 4 Drittel, mithin iſt
2 — — 3te — — 4 — 2 mal 4 Drittel oder 8 Drittel.

2 drittel mal 5 heißt ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 5 Ganzen,
1 mal der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
1 — — 3te — — 5 — 5 Drittel, mithin iſt

2 mal der 3te Theil von 5 Ganzen = 2 mal ſ5 Drittel oder 10 Drittel

u. ſ. w.

[Der Lehrer macht wieder zwey Striche, alsdann 3, alsdann 4 ꝛc. theilt jeden in 4 gleiche Theile, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

1 viertel mal 2 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 2 Ganzen,
der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
— 4te — — 2 — 2 — oder ein Halbes.

1 viertel mal 3 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 3 Ganzen,
der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
— 4te — — 3 — 3 —

1 viertel mal 4 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 4 Ganzen,
der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
— 4te — — 4 — 4 — oder 1 Ganzes.

1 viertel mal 5 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 5 ꝛc. bis
1 — — 10 — — — —: der 4te Theil von 10 Ganzen,
der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
— 4te — — 10 — 10 — oder 2 Ganze und 2 Viertel ꝛc.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

L. Wie viel iſt 1 Viertel mal 13? Ant.

1 viertel mal 13 heißt ſo viel als: der 4te Theil von 13 Ganzen,
der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
— 4te — — 13 — 13 — oder 3 Ganze und 1 Viertel.

L. Wie viel iſt 1 viertel mal 11 Ant. ꝛc. 11 Viertel ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 4ten Theil einer Zahl!

L. Sprecht mir Folgendes nach!

3 viertel mal 2 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 3 Ganzen,
1 mal der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
1 — — 4te — — 2 — 2 — , mithin iſt
3 — — 4te — — 2 — 3 mal 2 Viertel oder 6 Viertel.

3 viertel mal 3 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 3 Ganzen,
1 mal der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
1 — — 4te — — 3 — 3 — , mithin iſt
3 — — 4te — — 3 — 3 mal 3 Viertel oder 9 Viertel.

3 viertel mal 4 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 4 Ganzen,
1 mal der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
1 — — 4te — — 4 — 4 — , mithin iſt
3 — — 4te — — 4 — 3 mal 4 Viertel oder 12 Viertel.

3 viertel mal 5 heißt ſo viel als: 3 mal der 4te Theil von 5 Ganzen,

1 mal der 4te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Viertel, alſo iſt
1 — — 4te — — 5 — 5 — , mithin iſt
3 — — 4te — — 5 — 3 mal 5 Viertel oder 15 Viertel.

u. ſ. w.

[Wie bisher kann man jede ganze Zahl jetzt 1 fünftelmal nehmen laſſen, alsdann 2 fünftelmal, 3 fünftelmal und endlich 4 fünftelmal. Dieſes kann wieder in Reihenfolgen, wie vorhin, oder auch in einzelnen Fragen geſchehen, wobey es ſehr gut iſt, wenn die Berechnung von den Schülern öfters zugleich in Strichen dargeſtellt wird z. B.]

L. 2 füntelmal 9, ſtellt mir dieſes mit Strichen dar!

L. Wie viel iſt 2 fünftelmal 9? Ant.

2 fünftelmal 9 heißt ſo viel als 2 mal der 5te Theil von 9 Ganzen,

1 mal der 5te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Fünftel, alſo iſt
1 — — 5te — — 9 — 9 — mithin iſt
2 — — 5te — — 9 — 2 mal 9 Fünftel oder 18 Fünftel.

L. 2 fünftel mal 8, ſtellt mir dieſes mit Strichen dar!

L. Wie viel iſt 2 fünftel mal 8? Ant. 16 Fünftel oder ꝛc.

L. 3 fünftel mal 7; ſtellt mir dieſes mit Strichen dar!

L. Wie viel iſt 3 fünftel mal 7? Ant. 21 Fünftel ꝛc.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den fünften Theil einer Zahl!

[Eben ſo kann der 6te, 7te ꝛc. bis 10te Theil noch behandelt werden. Will man hier nicht beſonders auf die vorkom-

menden Abkürzungen ſehen, z. B. ſtatt 2 ſechstel mal, 1 drittelmal nehmen, ſo ſchadet es auch nichts.]

C) Es wird ein Bruch durch einen Bruch genommen.

1) Uebung wobey kein einzelner Theil getheilt wird.

[Dieſe Uebung iſt ganz dieſelbe wie bey den Ganzen (Seite 80) Sogar die Einheiten-Tabelle kann hier wieder eben ſo benutzt werden, wie folgt:]

a.

[Der Lehrer deutet über alle Striche der Einheiten-Tabelle hin, und ſpricht:] Denkt euch alle dieſe Striche als lauter Halbe, und ſprecht mir Folgendes nach! (Er deutet auf die 2 erſten ſenkrechten Reihen:)

Der halbe Theil von 2 Halben iſt 1 Halbes.
— — — — 4 — iſt 2 Halbe.
— — — — 6 — iſt 3 —
— — — — 8 — iſt 4 —
— — — — 10 — iſt 5 —
u. ſ. w.

L. Wie viel Halbe iſt der halbe Theil von 8 Halben?
Ant. 4 Halbe

L. — — — — — — — — 7 Halben?
Ant. —

L. Hier müßte ein Halbes beſonders getheilt werden; allein wir wollen jetzt immer nur eine ſolche Anzahl Theile nehmen, wobey kein einzelner Theil getheilt wird.

Sagt mir daher!

Wie viel Halbe iſt der halbe Theil von 12 Halben? Ant. 6 Halbe.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 halb mal 2 Halbe heißt ſo viel als:
der halbe Theil von 2 Halben,
— — — — 2 — iſt 1 Halbes.
1 halbmal 4 Halbe heißt ſo viel als:
der halbe Theil von 4 Halben,
— — — — 4 — iſt 2 Halbe.
1 halbmal 6 Halbe heißt ſo viel als:
der halbe Theil von 6 Halben,
— — — — 6 — iſt 3 Halbe.
1 halbmal 8 Halbe heißt ſo viel als:
der halbe Theil von 8 Halben,
— — — — 8 — iſt 16 Halbe.
u. ſ. w.

---

b.

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten ſenkrechten Reihen, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 3te Theil von 3 Halben iſt 1 Halbes.
— 3te — — 6 — iſt 2 Halbe
— 3te — — 9 — iſt 3 —
— 3te — — 12 — iſt 4 —;
u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!
1 drittel mal 3 Halbe heißt ſo viel als:
der 3te Theil von 3 Halben,
— 3te — — 3 — iſt 1 Halbes.
1 drittel mal 6 Halbe heißt ſo viel als:
der 3te Theil von 6 Halben,
— 3te — — 6 — iſt 2 Halbe.
1 drittel mal 9 Halbe heißt ſo viel als:
der 3te Theil von 9 Halben,
— 3te — — 9 — iſt 3 Halbe.
1 drittel mal 12 Halbe heißt ſo viel als:

der 3te Theil von 12 Halben,
— 3te — — 12 — iſt 4 Halbe.
u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!
2 drittel mal 3 Halbe heißt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 3 Halben.
1 mal der 3te Theil von 3 Halben iſt 1 Halbes, alſo iſt
2 — — 3te — — 3 — 2 Halbe.
2 drittel mal 6 Halbe heißt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 6 Halben.
1 — — 3te — — 6 — iſt 1 mal 2 Halbe, alſo iſt
2 — — 3te — — 6 — 2 — 2 Halbe oder 4 Halbe.
2 Drittel mal 9 Halbe heißt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 9 Halben.
1 — — 3te — — 9 — iſt 1 mal 3 Halbe, alſo iſt
2 — — 3te — — 9 — 2 — 3 Halbe, oder 6 Halbe.
u. ſ. w.

---

c.

[Der Lehrer deutet auf die 4 erſten ſenkrechten Reihen, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 4te Theil von 4 Halben iſt 1 Halbes. Der 4te Theil von 8 Halben iſt 2 Halbe.
Der 4te — — 12 Halben iſt 3 Halbe. Der 4te Theil von 16 Halben iſt 4 Halbe.
u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

1 viertel mal 4 Halbe heiſt ſo viel als:
der 4te Theil von 4 Halben,
— 4te — — 4 — iſt 1 Halbes.

1 viertel mal 8 Halbe heiſt ſo viel als:
der 4te Theil von 8 Halben,
— 4te — — 8 — iſt 2 Halbe.

1 viertel mal 12 Halbe heiſt ſo viel als:
der 4te Theil von 12 Halben,
— 4te — — 12 — iſt 3 Halbe.

1 viertel mal 16 Halbe heiſt ſo viel als:
der 4te Theil von 16 Halben,
— 4te — — 16 — iſt 4 Halbe.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir auch Folgendes nach!

3 viertel mal 4 Halbe heiſt ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 4 Halben,
1 — — 4te — — 4 — iſt 1 Halbes, alſo iſt
3 — — 4te — — 4 — 3 Halbe.

3 viertel mal 8 Halbe heiſt ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 8 Halben,
1 — — 4te — — 8 — iſt 1 mal 2 Halbe, alſo iſt
3 — — 4te — — 8 — 3 mal 2 Halbe oder 6 Halbe.

3 viertel mal 12 Halbe heiſt ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 12 Halben,
1 — — 4te — — 12 — iſt 1 mal 3 Halbe, alſo iſt

3 mal der 4te Theil von 12 Halben   3 mal 3 Halbe
oder 9 Halbe.

u. ſ. w.

Eben ſo kann man noch den 5ten Theil von einer Anzahl Halben 1 mal, 2, 3 und 4 mal nehmen.

---

b.

L. Ihr habt bisher geſehen, daß man mit den Halben gerad ſo verfahren kann, wie mit den Ganzen. Eben ſo geht es, wenn man es mit lauter Dritteln, oder Vierteln, oder überhaupt mit lauter gleichen Theilen zu thun hat. Seht daher jetzt alle Striche auf der Tabelle als lauter Drittel an, und ſprecht mir Folgendes nach!

[Er deutet wieder auf die 2 erſten ſenkrechten Reihen.]

Der halbe Theil von 2 Dritteln iſt 1 Drittel.
— — — — 4 — — 2 —
— — — — 6 — — 3 —
u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

1 halb mal 2 Drittel heist ſo viel als:
der halbe Theil von 2 Dritteln,
— — — — 2 Dritteln iſt 1 Drittel.
1 halb mal 4 Drittel heist ſo viel als:
der halbe Theil von 4 Dritteln,
— — — — 4 — iſt 2 Drittel.
1 halb mal 6 Drittel heist ſo viel als:
der halbe Theil von 6 Dritteln,
— — — — 6 — iſt 3 Drittel.

1 halb mal 8 Drittel heiſt ſo viel als:
der halbe Theil von 8 Dritteln,
— — — — 8 — iſt 4 Drittel.
u. ſ. w.

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten ſenkrechten Reihen, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

Der 3te Theil von 3 Dritteln iſt 1 Drittel. Der 3te Theil von 6 Dritteln iſt 2 Drittel.
— 3te — — 9 Dritteln iſt 3 Drittel. Der 3te Theil von 12 Dritteln iſt 4 Drittel.
u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 drittel mal 3 Drittel heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 3 Dritteln,
— 3te — — 3 — iſt 1 Drittel.
1 drittel mal 6 Drittel heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 6 Dritteln,
— 3te — — 6 — iſt 2 Drittel.
1 drittel mal 9 Drittel heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 9 Dritteln,
— 3te — — 9 — iſt 3 Drittel.
u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

2 drittel mal 3 Drittel heiſt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 3 Dritteln,
1 — — 3te — — 3 — iſt 1 Drittel, alſo iſt
2 — — 3te — — 3 — 2 —.

2 drittel mal 6 Drittel heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 6 Dritteln,
1 — — 3te — — 6 — iſt 1 mal 2 Drittel,
alſo iſt
2 — — 3te — — 6 — 2 mal 2 Drittel
oder 4 Drittel.

2 drittel mal 9 Drittel heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 9 Dritteln,
1 — — 3te — — 9 — iſt 1 mal 3 Drittel,
alſo iſt
2 — — 3te — — 9 — 2 mal 3 Drittel,
oder 6 —

2 drittel mal 12 Drittel heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 12 Dritteln,
1 — — 3te — — 12 — iſt 1 mal 4 Drittel,
alſo iſt
2 — — 3te — — 12 — 2 — 4 Drittel
oder 8 —

u. ſ. w.

[Der Lehrer deutet auf die 4 erſten ſenkrechten Reihen, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 4te Theil von 4 Dritteln iſt 1 Drittel.
— 4te — — 8 — iſt 2 —
— 4te — — 12 — iſt 3 —
— 4te — — 16 — iſt 4 —

u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

1 viertel mal 4 Drittel heist ſo viel als:
der 4te Theil von 4 Dritteln,
— 4te — — 4 — iſt 1 Drittel.

1 viertel mal 8 Drittel heist ſo viel als:
der 4te Theil von 8 Dritteln,
— 4te — — 8 — iſt 2 Drittel.
1 viertel mal 12 Drittel heist ſo viel als:
der 4te Theil von 12 Dritteln,
— 4te — — 12 — iſt 3 Drittel.
u. ſ. w.

L. Sprecht mir auch Folgendes nach!
3 viertel mal 4 Drittel heist ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 4 Dritteln,
1 mal der 4te — — 4 — iſt 1 Drittel, alſo iſt
3 — — 4te — — 4 — 3 —
3 viertel mal 8 Drittel heist ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 8 Dritteln,
1 — — 4te — — 8 — iſt 1 mal 2 Drittel, alſo iſt
3 — — 4te — — 8 — 3 — 2 Drittel oder 6 —
3 viertel mal 12 Drittel heist ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 12 Dritteln,
1 — — 4te — — 12 — iſt 1 mal 3 Drittel, alſo iſt
3 — — 4te — — 12 — 3 — 3 Drittel oder 9 —
3 viertel mal 16 Drittel heist ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 16 Dritteln,
1 — — 4te — — 16 — iſt 1 mal 4 Drittel, alſo iſt
3 — — 4te — — 16 — 3 — 4 Drittel, oder 12 Drittel.
u. ſ. w.

[Eben ſo kann man jetzt auf die 5 erſten ſenkrechten Reihen deuten, und den 5ten Theil von jeder darin vorkommenden Anzahl: 1, 2, 3 bis 4 mal nehmen laſſen.]

[Wie wir alle Striche der Einheiten-Tabelle als lauter Halbe und Drittel behandelt haben, ſo laſſen ſie ſich auch als lauter Viertel, Fünftel ꝛc. behandeln; doch die Hauptſache wird nun ſchon begriffen ſeyn, weßwegen ich eine weitere Ausführung dem Gutdünken des Lehrers überlaſſe.]

---

2) Uebungen, wobey jeder Theil getheilt wird.

a) Es wird 1 Theil getheilt.

L. Wir haben bisher nur ſolche Berechnungen gehabt, wobey kein einzelner Theil getheilt wurde; jetzt aber müßt ihr auch ſolche lernen, wobey jeder einzelne Theil getheilt wird.

[Der Lehrer macht einen Strich an die Tafel, theilt ihn durch einen ſtarken Punkt in 2 Hälften, und ſpricht:]

Um den halben Theil von einem Ganzen zu bekommen, theilt man das Ganze in 2 gleiche Theile; was muß man demnach thun, um den halben Theil von einem Halben zu bekommen?

Ant. Man theilt das Halbe in 2 gleiche Theile.

[Der Lehrer theilt die untere Hälfte eines Striches in 2 gleiche Theile, wie hier links, und ſpricht:]

Wenn man aber jedes Halbe in 2 gleiche Theile vertheilt, wie viel ſolche Theile hat dann das Ganze? Ant. 4 gleiche Theile.

L. Wie heißen die 4 gleichen Theile? Ant. Viertel.

[Der Lehrer deutet auf das unterſte Viertel und ſpricht:]

L. Wie viel iſt alſo der halbe Theil von einem Halben? Ant. 1 Viertel.

L. Macht jetzt auch einen Strich, theilt ihn in 2 gleiche Theile, und trennt wieder durch ein feines Strichlein den halben Theil von der untern Hälfte!

L. Zeigt mir eure Theilung!

L. Macht neben den vorigen Strich wieder einen ſolchen, theilt ihn in lauter Drittel!

L. Nehmt jetzt den halben Theil vom unterſten Drittel (durch ein feines Strichlein)! (die Darſtellung muß ausſehen, wie hier links)

L. Wie viel iſt alſo der halbe Theil von einem Drittel! Ant. 1 Sechstel.

L. Beantwortet mir eben ſo (mit oder ohne Strich) Folgendes!

Wie viel iſt der halbe Theil von einem Viertel? Ant. 1 Achtel.

L. Wie — — — — — — — Fünftel? Ant. 1 Zehntel.

L. Wie — — — — — — — Sechstel? Ant. 1 Zwölftel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den halben Theil von einem Theile!

L. Vorhin haben wir jedes Mal den halben Theil von einem Theile genommen; jetzt wollen wir immer den 3ten Theil davon nehmen. Sagt mir daher:

L. Wie viel iſt der 3te Theil von 1 Halben? Ant. 1 Sechstel.

L. — — — — 3te — — 1 Drittel? Ant. 1 Neuntel.

L. — — — — 3te — — einem 4tel? Ant. 1 Zwölftel.

L. — — — — 3te — — — 5tel? Ant. 1 Fünfzehntel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 3ten Theil von einem Theile!

L. Wie viel iſt wohl der 4te Theil von einem Halben? Ant. Ein Achtel.

L. — — — aber der 4te — — — 3tel? Ant. Ein 12tel.

L. — — — — — 4te — — — 4tel? Ant. Ein 16tel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 4ten Theil eines Theiles!

[Eben ſo kann man auch den 5ten, 6ten ꝛc. bis 10ten Theil eines Theiles bald mit, bald ohne Striche nehmen laſſen. Alsdann läßt ſich der Lehrer Folgendes nachſprechen:]

Der halbe Theil von einem 3tel iſt ein 6tel
Der 3te — — — 4tel — — 12tel
— 4te — — — 5tel — — 20tel
— 5te — — — 6tel — — 30tel
— 6te — — — 7tel — — 42tel
— 7te — — — 8tel — — 56tel
— 8te — — — 9tel — — 72tel
— 9te — — — 10tel — — 90tel

Der 3te Theil von einem Halben iſt ein					6tel
— 4te	— — —	3tel	— —		12tel
— 5te	— — —	4tel	— —		20tel
— 6te	— — —	5tel	— —		30tel
— 7te	— — —	6tel	— —		42tel
— 8te	— — —	7tel	— —		56tel
— 9te	— — —	8tel	— —		72tel
— 10te	— — —	9tel	— —		90tel.

Ein halbmal ein Drittel heist ſo viel als: der halbe Theil von einem Drittel; der halbe Theil von einem Drittel iſt 1 Sechstel.

Ein 3tel mal ein 4tel heist ſo viel als:
der 3te Theil von einem 4tel
— 3te — — — 4tel iſt ein 12tel
Ein 4tel mal ein 5tel heist ſo viel als:
der 4te Theil von einem 5tel
— 4te — — — 5tel iſt ein 20tel
Ein 5tel mal ein 6tel heist ſo viel als:
der 5te Theil von einem 6tel
— 5te — — — 6tel iſt ein 30tel
Ein 6tel mal ein 7tel heist ſo viel als:
der 6te Theil von einem 7tel
— 6te — — — 7tel iſt ein 42tel.

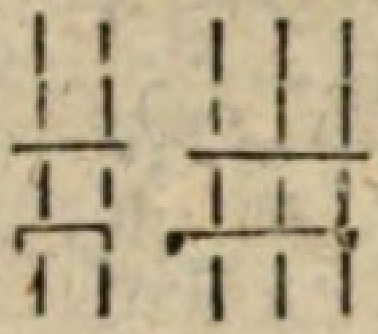
u. ſ. w.

---

b) Es werden mehrere Theile getheilt.

a) Lauter Halbe.

[Der Lehrer macht fünf gleiche Striche an die Tafel, theilt ſie ab, wie folgt, und ſpricht:]



Vorhin haben wir immer einen Theil von einem einzelnen Theile genommen; jetzt wollen wir auch einen Theil von mehreren (gleichen) Theilen nehmen. Sprecht mir daher Folgendes nach!

[Er deutet immer auf die unterſten Theile ſeiner Striche.]

Der halbe Theil von 1 Halben iſt 1 Viertel, alſo iſt
— — — — 2 — 2 —
— — — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— — — — 3 — 3 —
— — — — 1 — iſt 1 — — —
— — — — 4 — 4 —
— — — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— — — — 5 — 5 — 2c. bis
— — — — 1 — iſt 1 —, alſo iſt
— — — — 10 — 10 —

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

1 halb mal 2 Halbe heiſt ſo viel als:
der halbe Theil von 2 Halben,
— — — — 1 — iſt 1 Viertel, alſo iſt
— — — — 2 — 2 —.

1 halb mal 3 Halbe heiſt ſo viel als:
der halbe Theil von 3 Halben,
— — — — 1 — iſt 1 Viertel, alſo iſt
— — — — 3 — 3 —.

1 halb mal 4 Halbe heiſt ſo viel als!
der halbe Theil von 4 Halben,
— — — — 1 — iſt 1 Viertel, alſo iſt
— — — — 4 — 4 —.

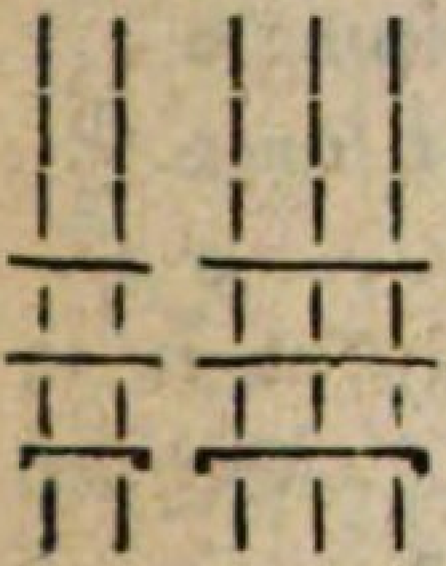
1 halb mal 5 Halbe heißt ſo viel als:
der halbe Theil von 5 Halben,
— — — — 1 — iſt 1 Viertel, alſo iſt
— — — — 5 — 5 —.
u. ſ. w.

L. Berechnet mir (mit od. ohne Striche) eben ſo Folgendes!

1 halb mal 11 Halbe; wie viel iſt dieß? Ant. ꝛc. 11 Viertel.

1 — — 15 — ; — — — — ? — ꝛc. 15 Viertel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den Halben Theil einer Anzahl Halbe!



[Der Lehrer macht 5 gleiche Striche an die Tafel, theilt ſie ab, wie hier links, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 3te Theil von 1 Halben iſt 1 Sechstel, alſo iſt
— 3te — — 2 — 2 —
— 3te — — 1 — iſt 1 —, — —
— 3te — — 3 — 3 —.
— 3te — — 1 — iſt 1 —, — —
— 3te — — 4 — 4 — ꝛc. bis
— 3te — — 1 — iſt 1 —, alſo iſt
— 3te — — 10 — 10 —.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

1 drittel mal 2 Halbe heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 2 Halben,
— 3te — — 1 — iſt 1 Sechstel, alſo iſt
— 3te — — 2 — 2 —.

1 drittel mal 3 Halbe heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 3 Halben,
— 3te — — 1 — iſt 1 Sechstel, alſo iſt
— 3te — — 3 — 3 —

1 drittel mal 4 Halbe heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 4 Halben,
— 3te — — 1 — iſt 1 Sechstel, alſo iſt
— 3te — — 4 — 4 — ꝛc. bis.

1 drittel mal 10 Halbe heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 10 Halben,
— 3te — — 1 — iſt 1 Sechstel, alſo iſt
— 3te — — 10 — 10 —.

L. Berechnet mir eben ſo Folgendes!
1 drittel mal 13 Halbe; wie viel iſt dieß? Ant. ꝛc. 13 Sechstel.

L. 1 — — 17 — ; — — — —? — ꝛc. 17 Sechstel.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über den 3ten Theil einer Anzahl Halbe!

L. Sprecht mir Folgendes nach!
2 drittel mal 2 Halbe heiſt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 2 Halben,
1 — — 3te — — 1 — iſt 1 Sechstel, alſo iſt
1 — — 3te — — 2 — 2 —, mithin iſt

2 mal der 3te Theil von 2 Halben 2 mal 2 Sechstel
oder 4 Sechstel.

2 drittel mal 3 Halbe heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 3 Halben,
1 — — 3te — — 1 — iſt 1 Sechstel, alſo iſt
1 — — 3te — — 3 — 3 — , mithin iſt
2 — — 3te — — 3 — 2 mal 3 Sechstel
oder 6 Sechstel.

2 drittel mal 4 Halbe heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 4 Halben,
1 — — 3te — — 1 — iſt ein Sechstel, alſo iſt
1 — — 3te — — 4 — 4 Sechstel, mithin iſt
2 — — 3te — — 4 — 2 mal 4 Sechstel od.
8 Sechstel.

2 drittel mal 5 Halbe heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 5 Halben,
1 — — 3te — — einem Halben iſt 1 Sechstel, alſo iſt
1 — — 3te — — 5 Halben 5 —, mithin iſt
2 — — 3te — — 5 — 2 mal 5 Sechstel
oder 10 Sechstel.

u. ſ. w.

[Der Lehrer macht wie vorhin wieder 5 gleiche Striche an die Tafel, theilt jeden durch ein ſtarkes Querſtrichlein in 2 Hälften, dann jede Hälfte durch 3 feinere Querſtrichlein in 4 gleiche Theile, und laßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Der 4te Theil von 1 Halben iſt ein Achtel, alſo iſt
— 4te — — 2 — 2 —.
— 4te — — 1 — iſt 1 —, alſo iſt

der 4te Theil von 3 Halben 3 Achtel.
Der 4te — — 1 — iſt 1 — , alſo iſt
— 4te — — 4 — 4 —
— 4te — — 1 — iſt 1 — , alſo iſt
— 4te — — 5 — 5 — ꝛc. bis
— 4te — — 1 — iſt 1 — , alſo iſt
— 4te — — 10 — 10 —.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 viertel mal 2 Halbe heist ſo viel als:
der 4te Theil von 2 Halben,
— 4te — — einem Halben iſt 1 Achtel, alſo iſt
— 4te — — 2 — 2 —.

1 viertel mal 3 Halbe heist ſo viel als:
der 4te Theil von 3 Halben,
— 4te — — 1 — , iſt ein Achtel, alſo iſt
— 4te — — 3 — , 3 —.

1 viertel mal 4 Halbe heist ſo viel als:
der 4te Theil von 4 Halben,
— 4te — — 1 — iſt 1 Achtel, alſo iſt
— 4te — — 4 — 4 — , u. ſ. w.

L. Sprecht mir auch Folgendes nach!

3 viertel mal 2 Halbe heist ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 2 Halben,
1 — — 4te — — 1 — iſt ein Achtel, alſo iſt
1 — — 4te — — 2 — 2 —, mithin iſt
3 — — 4te — — 2 — 3 mal 2 Achtel od.
6 Achtel.

3 viertel mal 3 Halbe heist ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 3 Halben,
1 — — 4te — — 1 — iſt 1 Achtel, alſo iſt

1 mal der 4te Theil von 3 Halben 3 Achtel, mithin iſt
3 — — 4te — — 3 — 3 mal 3 Achtel od.
9 Achtel.

3 viertel mal 4 Halbe heiſt ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 4 Halben,
1 — — 4te — — 1 — iſt ein Achtel, alſo iſt
1 — — 4te — — 4 — 4 Achtel, mithin iſt
3 — — 4te — — 4 — 3 mal 4 Achtel od.
12 Achtel.

3 viertel mal 5 Halbe heiſt ſo viel als:
3 mal der 4te Theil von 5 Halben,
1 — — 4te — — 1 — iſt ein Achtel, alſo iſt
1 — — 4te — — 5 — 5 Achtel, mithin iſt
3 — — 4te — — 5 — 3 mal 5 Achtel oder
15 Achtel.

u. ſ. w.

[So wie bis daher der halbe, 3te und 4te Theil von einer Anzahl Halben genommen wurde, könnte man auch den 5ten, 6ten Theil ꝛc. nehmen, alsdann eben ſo von einer Anzahl 3tel und 4tel; allein dieſes braucht jetzt nicht mehr ſo umſtändlich zu geſchehen. Wir wollen daher nur noch eine Uebung mit dem 3ten Theile von mehreren 5teln machen.]

Der Lehrer macht wieder wie vorhin 5 gleiche Striche an die Tafel, theilt jeden durch 4 ſtarke Querſtrichlein in 5tel, alsdann jedes unterſte Fünftel durch feinere Querſtrichlein in 3 gleiche Theile wie hier links, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:

Der 3te Theil von 1 Fünftel iſt ein Fünfzehntel, alſo iſt
— 3te — — 2 — 2 —
— 3te — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— 3te — — 3 — 3 —
— 3te — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— 3te — — 4 — 4 —
— 3te — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— 3te — — 5 — 5 —
— 3te — — 1 — iſt 1 — alſo iſt
— 3te — — 6 — 6 —.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 drittel mal 2 Fünftel heist ſo viel als:
der 3te Theil von 2 Fünfteln,
— 3te — — 1 — iſt 1 Fünfzehntel, alſo iſt
— 3te — — 2 — 2 —

1 drittel mal 3 Fünftel heist ſo viel als:
der 3te Theil von 3 Fünfteln,
— 3te — — 1 — iſt 1 Fünfzehntel, alſo iſt
— 3te — — 3 — 3 —.

1 drittel mal 4 Fünftel heist ſo viel als:
der 3te Theil von 4 Fünfteln,
— 3te — — 1 — iſt 1 Fünfzehntel, alſo iſt
— 3te — — 4 — 4 —.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

2 drittel mal 2 Fünftel heist ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 2 Fünfteln,

1 mal der 3te Theil von 1 Fünftel iſt 1 Fünfzehntel,
also iſt
1 — — 3te — — 2 — 2 Fünfzehntel,
mithin iſt
2 — — 3te — — 2 — 2 mal 2 Fünfzehntel oder 4 Fünfzehntel.

2 drittel mal 3 Fünftel heiſt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 3 Fünfteln,
1 — — 3te — — 1 — iſt 1 Fünfzehntel,
alſo iſt
1 — — 3te — — 3 — 3 Fünfzehntel, mithin iſt
2 — — 3te — — 3 — 2 mal 3 Fünfzehntel oder 6 Fünfzehntel.

2 drittel mal 4 Fünftel heiſt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von 4 Fünfteln,
1 — — 3te — — 1 — iſt 1 Fünfzehntel,
alſo iſt
1 — — 3te — — 4 — 4 Fünfzehntel, mithin iſt
2 — — 3te — — 4 — 2 mal 4 Fünfzehntel od. 8 Fünfzehntel.

u. ſ. w.

L. Berechnet mir noch einmal, wie vorhin Folgendes!

2 drittel mal 4 Fünftel, wie viel iſt dieſes? Ant. ꝛc. 8 Fünfzehntel.

L. Berechnet jetzt eben ſo Folgendes! [Hier kann die Auflöſung immer zugleich in Strichen dargeſtellt werden.]

Wie viel iſt 3 viertelmal 5 Siebentel?
Ant. ꝛc. 15 Achtundzwanzigſtel.

Wie viel iſt 4 fünftel mal 7 Neuntel? Ant ꝛc. 28 Fünfund-vierzigſtel.

— — — 5 ſechstel mal 5 Siebentel?	—	ꝛc.	25	42ſtel
— — — 6 ſiebentel mal 3 Fünftel?	—	ꝛc.	18	35ſtel
— — — 7 achtel mal 5 Sechstel?	—	ꝛc.	35	48ſtel
— — — 8 neuntel mal 7 Neuntel?	—	ꝛc.	56	81ſtel
— — — 9 zehntel mal 3 Viertel?	—	ꝛc.	27	40ſtel.

Vergleichung

aer gebrochenen Zahlen in Hinſicht ihrer

Theil-Verhältniſſe.

[Dieſe Anſicht könnte, da ſie mit jener oben (in ganzen Zahlen,) durchaus einerley iſt, von jedem Lehrer ſelbſt ausgeführt werden; allein um auch hier allen möglichen Mißgriffen vorzubeugen, will ich ſie vollends herſetzen:]

1) Ohne daß ein einzelner Theil getheilt zu werden braucht:

aa) Die eine Zahl als ein Theil der andern betrachtet.

(a Die kleinere Zahl mit der größern verglichen.

[Der Lehrer deutet über alle Striche der Einheiten Tabelle hin, und ſpricht:] Sehet alle dieſe Striche als lauter Halbe an!

[Er deutet auf die 2 erſten Reihen oben herab, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 Halbes iſt 1 Theil, wie 2 Halbe 2 Theile ſind.
2 Halbe ſind zuſammen 1 Theil, wie 4 Halbe 2 Theile ſind.
3 — — — 1 — — 6 — 2 — —
4 — — — 1 — — 8 — 2 — ꝛc. bis
10 — — — 1 — —20 — 4 — —

L. So wie man alſo 1 Ganzes allein, oder mehrere Ganze zuſammen als einen Theil von mehreren Ganzen betrachten kann, ſo kann man auch 1 Theil allein, oder mehrere gleiche Theile zuſammen als einen Theil von einer Anzahl Theile betrachten. Wenn alſo 1 Halbes oder eine Anzahl Halbe 1 Theil iſt, wie eine größere Anzahl 2 Theile ausmacht, ſo iſt das 1 Halbe, oder die eine Anzahl Halbe eine Hälfte der größern.

Sprecht mir daher Folgendes nach!

1 Halbes iſt die Hälfte von 2 Halben; denn
1 Halbes iſt 1 Theil, wie 2 Halbe 2 Theile ſind.
2 Halbe ſind zuſammen eine Hälfte von 4 Halben; denn
2 — — — 1 Theil, wie 4 Halbe 2 Theile ſind.
3 — — — 1 Hälfte von 6 Halben; denn
3 — — — 1 Theil, wie 6 Halbe 2 Theile ſind.
4 — — — 1 Hälfte von 8 Halben; denn ꝛc. bis
10 — — — 1 Hälfte von 20 Halben; denn
10 — — — 1 Theil, wie 20 Halbe 2 Theile ſind.

[Der Lehrer deutet auf die 3 erſten Reihen herab, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

1 Halbes iſt 1 Theil, wie 3 Halbe 3 Theile ſind.
2 Halbe ſind 1 Theil, wie 6 — 3 — —
3 — — 1 —, — 9 — 3 — — ꝛc. bis
10 — — 1 —, — 30 — 3 — —.

L. Wenn 1 Halbes, oder eine Anzahl Halbe 1 Theil

iſt, wie mehrere Halbe 3 Theile bilden, ſo iſt das Halbe, oder die Anzahl Halbe 1 Drittel davon. Sprecht mir daher Folgendes nach!

1 Halbes iſt 1 Drittel von 3 Halben; denn
1 — — 1 Theil, wie 3 Halbe 3 Theile ſind.
2 Halben ſind 1 Drittel von 6 Halben; denn
2 — — 1 Theil, wie 6 Halbe 3 Theile ſind.
3 — — 1 Drittel von 9 Halben; denn ꝛc bis
10 — — 1 — — 30 — ; denn ꝛc.

L. So wie man 1 Halbes oder mehrere Halbe zuſammen als eine Hälfte oder als 1 Drittel von noch mehreren Halben anſehen kann, ſo kann man 1 Halbes oder mehrere Halbe als 1 Viertel, 1 Fünftel od. als einen andern benennten Theil von noch mehreren Halben anſehen; ihr dürfet euch hier nur wieder an die ſchon gehabte Uebung erinnern, nämlich:

Wenn eine Zahl eine Hälfte einer andern ſeyn ſoll, ſo muß ꝛc.

Wenn eine Zahl ein Drittel einer andern ſeyn ſoll, ſo muß ꝛc.
— — — — 4tel — — — ſoll, ſo muß ꝛc.

u. ſ. w.

L. Wie müſſen ſich demnach 3 Halbe zu einer unbekannten Zahl verhalten, wenn die 3 Halben 1 Siebentel der unbekannten Zahl ſeyn ſollen?

Ant. Die 3 Halben müſſen zuſammen 1 Theil ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 7 ſolche Theile haben.

L. Hat aber die unbekannte Zahl 7 ſolche Theile, wie die 3 Halben zuſammen 1 Theil ſind, wie viel iſt da die unbekannte Zahl?

Ant. 7 mal 3 Halbe oder 21 Halbe, das iſt: 10 Ganze und 1 Halbes.

L. Sagt mir alſo kurz: von welcher Zahl ſind 3 Halbe 1 Siebentel? Ant. von $10\frac{1}{2}$.

L. Ich will euch dieſe Auflöſung noch einmal ganz ſagen: Wenn 3 Halbe ein 7tel von einer unbekannten Zahl ſeyn ſollen, ſo müſſen die 3 Halben ein Theil ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 7 ſolche Theile haben; ſind aber 3 Halbe ein Theil, ſo iſt dieſer 1 mal 3 Halbe. Die unbekannte Zahl muß 7 ſolche Theile haben, d. i. 7 mal 3 Halbe oder 21 Halbe, oder 10 und 1 Halbes.

L. Sage jeder dieſe Auflöſung eben ſo her!

L. Berechnet auf die nämliche Art, von welcher unbekannten Zahl 5 Halbe ein Siebentel ſind!

[Auflöſung.] Wenn 5 Halbe ein Siebentel einer unbekannten Zahl ſeyn ſollen, ſo müſſen die 5 Halben ein Theil ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 7 ſolche Theile haben ſind aber 5 Halbe ein Theil, ſo ſind ſie 1 mal 5 Halbe. Die unbekannte Zahl muß 7 ſolche haben, d. i. 7 mal 5 Halbe oder 35 Halbe, oder 17 und 1 Halbes.

Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:

Von welcher Zahl ſind 3 Halbe 1 Viertel?
— — — — 3 — 1 Achtel?
— — — — 7 — 1 Drittel?
— — — iſt 1 Halbes 1 Fünftel?
— — — — 1 — 1 Viertel?
— — — ſind 9 Halbe 1 Hälfte?

Gebet einander ähnliche Aufgaben über die Halben!

L. Gerade ſo wie man 1 Halbes oder mehrere Halbe als eine Hälfte, 1 Drittel, 4tel ꝛc. von mehreren Halben anſehen kann, ſo kann man auch 3tel, 4tel und alle andere

Theile als eine Hälfte, 1 Drittel, 4tel, und als jeden beliebigen Theil von mehrern gleichnamigen Theilen betrachten.

Berechnet mir daher, von welcher Zahl 2 Drittel 1 Fünftel ſind!

Aufl. Wenn 2 Drittel 1 Fünftel von einer unbekannten Zahl ſeyn ſollen, ſo müſſen die 2 Drittel 1 Theil ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 5 ſolche Theile haben;

ſind aber 2 Drittel 1 Theil, ſo iſt dieſer 1 mal 2 Drittel. Die unbekannte Zahl muß 5 ſolche Theile haben, das iſt: 5 mal 2 Drittel oder 10 Drittel, oder 3 und 1 Drittel.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:]

Von welcher Zahl ſind 4 Drittel eine Hälfte?
— — — — 4 — ein Fünftel?
— — — — 5 — — 4tel?
— — — — 5 — — 5tel?
— — — iſt 1 — — 7tel?
— — — — 1 — — 9tel?
— — — ſind 7 — — 9tel?
— — — — 7 Viertel — 9tel?
— — — — 3 — — 9tel?
— — — — 3 — — 5tel?
— — — — 3 — — 3tel?

L. Gebt einander ähnliche Fragen über die 4tel, auch über 5tel, und andere benannte Theile!

---

b) Die größere Zahl mit der kleinern verglichen.

L. Wenn eine Zahl 2 mal ſo groß ſeyn ſoll, als eine andere, ſo muß die eine Zahl 2 gleiche Theile haben, und die andere Zahl muß 1 ſolcher Theil ſeyn; wie müſſen ſich aber 2 Zahlen zuſammen verhalten, wenn die eine 3 mal ſo groß ſeyn ſoll, als die andere?

Ant. Die eine muß 3 gleiche Theile haben, und ꝛc.

L. Wie ꝛc. wenn die eine 4 mal ſo groß ſeyn ſoll, als die andere?

Wie ꝛc. — — — 5 — — — ſeyn ſoll, als die andere?

L. Wie muß ſich demnach eine unbekannte Zahl zu 2 Dritteln verhalten, wenn ſie 17 mal ſo groß ſeyn ſoll als 2 Drittel?

L. Sagt mir nun auf die vorige Art die Zahl, welche 17 mal ſo groß iſt als 2 Drittel!

Aufl. Wenn eine Zahl 17 mal ſo groß ſeyn ſoll als 2 Drittel, ſo muß die eine Zahl 17 ſolche Theile haben, wie 2 Drittel zuſammen ein Theil ſind, das iſt: 17 mal 2 Drittel oder 34 Drittel, oder 11 Ganze und 1 Drittel. [Eben ſo werden folgende Aufgaben gemacht:]

Welche Zahl iſt 9 mal ſo groß als 3 Viertel?
— — — 8 — — — — 3 — ?
— — — 8 — — — — 5 — ?
— — — 8 — — — — 1 — ?
— — — 7 — — — — 3 — ?
— — — 7 — — — — 4 Siebentel?

L. Gebt einander ähnliche Fragen!

L. Wie müſſen ſich 20 Drittel zu einer unbekannten Zahl verhalten, wenn die 20 Drittel 10 mal ſo viel ſeyn ſollen als die unbekannte Zahl?

L. Berechnet mir alſo dieſe Aufgabe, nämlich:

20 Drittel ſind 10 mal ſo viel als welche Zahl?

Ant. Wenn 20 Drittel 10 mal ſo viel ſeyn ſollen als eine unbekannte Zahl, ſo ꝛc.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gemacht:]

20 Drittel ſind 2 mal ſo viel als welche Zahl?
18 — — 2 — — — — — — ?
18 — — 6 — — — — — — ?
18 — — 3 — — — — — — ?
15 — — 3 — — — — — — ?
15 Viertel — 3 — — — — — — ?
15 — — 5 — — — — — — ?
20 — — 5 — — — — — — ?
20 Fünftel — 5 — — — — — — ?
20 — — 2 — — — — — — ?
L. Gebt einander ähnliche Beyſpiele!

---

bb) Die eine Zahl als mehrere benannte Theile der andern betrachtet.

a) Die kleinere Zahl mit der größern verglichen.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:]
2 Halbe ſind 2 Theile, wie 3 Halbe 3 Theile ſind.
4 — — 2 — — 6 — 3 — —
6 — — 2 — — 9 — 3 — —
8 — — 2 — — 12 — 3 — ꝛc. bis
20 — — 2 — — 30 — 3 — ſind.

L. Wenn eine Anzahl Halbe 2 Theile hat, wie eine andere Anzahl Halbe 3 Theile enthält, ſo iſt die eine Anzahl Halbe 2 Drittel der andern; ſprecht mir daher Folgendes nach!

2 Halbe ſind 2 Drittel von 3 Halben; denn
2 — — 2 Theile, wie 3 Halbe 3 Theile ſind.
4 — — 2 Drittel von 6 Halben; denn
4 — — 2 Theile, wie 6 Halbe 3 Theile ſind ꝛc. bis
20 — — 2 Drittel von 30 Halben; denn ꝛc.

L. So wie eine Anzahl Halbe 2 Drittel einer andern ſeyn kann., ſo kann ſie auch 2 Viertel, 2 Fünftel und überhaupt 2 benannte Theile einer andern Anzahl Halben ſeyn!

Berechnet mir daher: von welcher Zahl 6 Halbe 2 Fünftel ſind!

Aufl. Wen 6 Halbe zwey 5tel einer unbekannten Zahl ſeyn ſollen, ſo müſſen die 6 Halben zwey gleiche Theile ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 5 ſolche Theile haben;

ſind aber 6 Halbe zwey Theile, ſo iſt 1 Theil 3 Halbe. Nun muß die unbekannte Zahl 5 ſolche Theile haben, das iſt: 5 mal 3 Halbe oder 15 Halbe, oder 7 Ganze und 1 Halbes. Folglich ſind 6 Halbe 2 Fünftel von 7 Ganzen und 1 Halben. [Eben ſo werden folgende Aufgaben gemacht:]

Von welcher Zahl ſind 6 Halbe zwey 5tel?
— — — — 8 — — 5tel?
— — — — 8 — — 7tel?
— — — —10 — — 7tel?
— — — —10 — — 9tel?
— — — — 8 — — 9tel?
— — — —14 — — 9tel?

L. So wie eine Anzahl Halbe 2 benannte Theile einer andern Zahl ſeyn kann, ſo kann ſie auch 3, 4, und mehr benannte Theile einer andern Zahl ſeyn; eben ſo verhält es ſich mit lauter 3teln, 4teln, und andern Theilen.

Löst mir daher folgende Aufgaben!

Von welcher Zahl ſind 6 Halbe 3 Viertel?

Ant. Wenn 6 Halbe 3 Viertel einer andern Zahl ſeyn ſollen, ſo müſſen dieſe 6 Halbe drey gleiche Theile ſeyn, und die andere Zahl muß 4 ſolche Theile haben; ſind aber 6 Halbe drey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 2 Halbe. Nun ſoll die andere Zahl 4 ſolche Theile haben, das iſt: 4 mal 2 Halbe

oder 8 Halbe, oder 4 Ganze. Folglich ſind 6 Halbe drey Viertel von 4 Ganzen.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gemacht:]

Von	welcher	Zahl	ſind	6	Halbe	3	Fünftel?
—	—	—	—	6	—	3	Siebentel?
—	—	—	—	9	—	3	—
—	—	—	—	9	—	3	Zehntel?
—	—	—	—	8	—	4	Siebentel?
—	—	—	—	8	Drittel	4	—
—	—	—	—	8	—	4	Fünftel?
—	—	—	—	8	—	2	Drittel?
—	—	—	—	10	—	2	—
—	—	—	—	10	—	2	Fünftel?
—	—	—	—	4	—	2	—
—	—	—	—	2	—	2	—
—	—	—	—	6	Viertel	2	—
—	—	—	—	10	—	2	Siebentel?

L. Gebt einander ähnliche Fragen! Gebt aber Acht, daß ihr immer eine ſolche Anzahl Theile nehmet, bey welcher kein einzelner Theil getheilt werden darf!

---

b) Die größere Zahl mit der kleinern verglichen.

L. Wenn eine Zahl ſo groß ſeyn ſoll, als 3 Hälften einer andern Zahl, ſo muß die eine Zahl 3 gleiche Theile haben, und die andere Zahl 2 ſolche Theile; wie müſſen ſich aber 2 Zahlen zuſammen verhalten, wenn die eine ſo groß ſeyn ſoll, als 4 Drittel einer andern? Ant. Wenn eine Zahl ſo groß ſeyn ſoll, als 4 Drittel einer andern, ſo muß die eine Zahl 4 gleiche Theile haben, und die andere Zahl 3 ſolche Theile.

L. Wie müſſen ſich 2 Zahlen zuſammen verhalten, wenn die eine 5 Viertel der andern ſeyn ſoll?

8. Wie ꝛc. wenn die eine 6 Fünftel der andern ſeyn ſoll?
u. ſ. w.

Berechnet mir folgende Aufgaben!

10 Drittel ſind ſo viel als 5 Hälften von welcher unbekannten Zahl?

Aufl. Wenn 10 Drittel ſo viel ſeyn ſollen, als 5 Hälften einer unbekannten Zahl, ſo müſſen die 10 Drittel fünf gleiche Theile ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 2 ſolche Theile haben, ſind aber 10 Drittel 5 gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 2 Drittel. Nun muß die unbekannte Zahl 2 ſolche Theile haben, das ſind 2 mal 2 Drittel oder 4 Drittel, oder 1 Ganzes und 1 Drittel. Folglich ſind 10 Drittel ſoviel als 5 Hälften von einem Ganzen und 1 Halben.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

10 Drittel ſind 5 Viertel von welcher Zahl? Ant. von 8 Dritteln od. von 2 Ganzen u. 2 Dritteln.

10 — — 5 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 4 Ganzen u. 2 Dritteln.

20 — — 5 Hälften von welcher Zahl? Ant. von 2 Ganzen u. 2 Dritteln.

20 — — 5 Drittel von welcher Zahl? Ant. von 4 Ganzen.

20 — — 4 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 11 Ganzen u. 2 Dritteln.

12 — — 4 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 7 Ganzen u. 1 Drittel.

8 — — 4 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 4 Ganzen u. 2 Dritteln.

6 — — 3 Fünftel von welcher Zahl? Ant. von 3 Ganzen u. 1 Drittel.

18 — — 3 Fünftel von welcher Zahl? Ant. von 10 Ganzen

18 Drittel ſind 3 Achtel von welcher Zahl? Ant. von 16 Ganzen.

15 Halbe ſind 3 Achtel von welcher Zahl? Ant. von 20 Ganzen.

15 — — 5 Achtel von welcher Zahl? Ant. von 12 Ganzen.

15 — — 3 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 17 Ganzen u. 1 Halben.

9 — — 3 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 10 Ganzen und 1 Halben.

9 — — 3 Zehntel von welcher Zahl? Ant. von 15 Ganzen.

3 — — 3 Zehntel von welcher Zahl? Ant. von 5 Ganzen.

21 — — 3 Viertel von welcher Zahl? Ant. von 14 Ganzen.

21 — — 3 Achtel von welcher Zahl? Ant. von 28 Ganzen.

21 — — 7 Zehntel von welcher Zahl? Ant. von 15 Ganzen.

21 Viertel ſind 7 Zehntel von welcher Zahl? Ant. von 7 Ganzen u. 2 Vierteln.

7 — — 7 Zehntel von welcher Zahl? Ant. von 2 Ganzen u. 2 Vierteln.

7 — — 7 Neuntel von welcher Zahl? Ant. von 2 Ganzen u. 1 Viertel.

9 — — 3 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 5 Ganzen u. 1 Viertel.

9 Fünftel ſind 3 Siebentel von welcher Zahl? Ant. von 4 Ganzen u. 1 Viertel.

u. ſ. w.

2) So daß auch einzelne Theile getheilt werden.

L. Wie müſſen ſich wohl 5 Halbe zu einer unbekannten Zahl verhalten, wenn ſie 2 Drittel der unbekannten Zahl ſeyn ſollen?

Ant. Sie müſſen 2 gleiche Theile ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 3 ſolche Theile haben.

L. Sind aber 5 Halbe 2 gleiche Theile, wie viel iſt da einer von dieſen 2 Theilen? Ant. 5 Viertel.

L. Die unbekannte Zahl muß 3 ſolche Theile haben; wie viel iſt dieſes alſo? Ant. 3 mal 5 Viertel, das iſt: 15 Viertel oder 3 Ganze und 3 Viertel.

L. Ich will euch dieſe Auflöſung noch einmal herſagen, wie ſichs gehört:

Wenn 5 Halbe 2 Drittel einer unbekannten Zahl ſeyn ſollen, ſo müſſen dieſe 5 Halbe 2 gleiche Theile ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 3 ſolche Theile haben;

ſind aber 5 Halbe 2 gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der halbe Theil davon, d. i. der halbe Theil von 5 Halben,

der halbe Theil von 1 Halben iſt ein Viertel, alſo iſt

— — — — 5 — 5 Viertel.

Nun muß die unbekannte Zahl 3 ſolche Theile haben, das iſt alſo: 3 mal 5 Viertel oder 15 Viertel, oder 3 Ganze und 3 Viertel. Folglich ſind 5 Halbe 2 Drittel von 3 Ganzen und 3 Vierteln. Sage jeder dieſe Auflöſung auch ſo her!

[Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:]

Von welcher Zahl ſind 9 Halbe 2 Drittel? Ant. Von 6 u. 3 Vierteln.

— — — — 7 — 2 — ? — Von 5 u. 1 Viertel.

— — — — 7 — 2 — ? Ant. Von 8 u. 3 Vierteln.

— — — — 9 — 2 — ? — Von 11 u. 1 Viertel.

— — — — 3 — 2 — ? — Von 3 u. 3 Vierteln.

— — — — 5 — 2 — ? — Von 6 u. 1 Viertel.

— — — — 5 — 3 — ? — Von 4 u. 1 Sechstel.

— — — — 5 — 3 Viertel ? — Von 3 u. 2 Sechsteln.

Von welcher Zahl ſind 7 Halbe 3 Fünftel? — Von 4 u. 4 Sechsteln.
— — — — 5 — 3 — ? — Von 3 Ganzen u. 2 Sechsteln.
— — — — 3 — 5 — ? — Von 2 u. 2 Zehnteln.
— — — iſt 1 Halbes 5 — ? — Von 4 Zehnteln od. 2 Fünfteln.
— — — — 1 — 5 Sechstel? Ant. Von 6 Zehnteln od. 3 Fünfteln.
— — — — 1 — 4 Fünftel? Ant. Von 5 Achteln.
— — — — 1 Drittel 4 — ? — Von 5 Zwölfteln.
— — — — 1 — 4 Siebentel? — Von 7 Zwölfteln.
— — — — 1 — 5 Achtel? — Von Acht 15teln.
— — — ſind 2 — 5 — ? — Von 1 Ganzen u. einem 15tel.
— — — — 4 — 7 — ? Ant. Von 1 Ganzen u. elf 21teln.
Von welcher Zahl ſind 5 Drittel 7 Achtel? Ant. Von 1 Ganzen u. 19 21teln.
— — — — 7 — 7 — ? — Von 2 Ganzen u. 2 Dritteln.
— — — — 7 Viertel 7 — ? Ant. Von 2 Ganzen.
— — — — 7 — 5 Drittel? Ant. Von 1 Ganzem u. ein 21tel.

Ende des reinen Kopfrechnens.

Einheiten-Tabelle.

I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
II	II	II	II	II	II	II	II	II	II
III	III	III	III	III	III	III	III	III	III
IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII
IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIII
IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII	IIIIIIIIII

Bruch-Tabelle.

Methode des Rechnens.

Reines Zifferrechnen,

das iſt:

Rechnen in unbenannten Zahlen mit Ziffern.

IItes Heft.

Inhalt.

Ganze Zahlen.

Seite

Zifferkenntniß 1

Die 4 Grundrechnungen oder Species.

Zuſammenzählung 15

Abziehung 25

Vervielfältigung 37

Theilung 61

Von den Prob. Arten der 4 Species 120

Gebrochene Zahlen.

Gemeine Brüche.

Erklärungen — Bezeichnung 127

Verwandlung ganzer Zahlen in gebrochene 132

— gebrochener Zahlen in ganze 137

— kleinerer Bruchszahlen in größere 139

— größerer Bruchszahlen in kleinere, das iſt: Abkürzung der Brüche 142

— mehrerer Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerley Nennern 150

Die 4 Species in gemeinen Brüchen 161

Dezimal- oder zehntheilige Brüche.

Erklärungen — Bezeichnung 195

Verwandlung der Dezimal-Brüche in gemeine 201

— der gemeinen Br. in Dezimal-Brüche . . . 203

Die 4 Species in Dezimal-Brüchen 205

Würde oder Potenz der Zahlen.

Erhöhung oder Potenzirung 217

Wurzel-Ausziehung oder Depotenzirung 230

Verhältniſſe.

Unterſchieds = oder arithmetiſche Verhältniſſe 262
Theil = oder geometriſche Verhältniſſe 263

Ebenmaße oder Proportionen.

Arithmetiſche Proportionen 276
Geometriſche Proportionen 285

Zahlenſtaffeln oder Progreſſionen.

Arithmetiſche Progreſſionen 306
Geometriſche Progreſſionen 317

Druckfehler.

Seite 15, Zeile 4, muß ſtehen: Zuſammenzählen, ſtatt zuſammenz.
— 59 — 7 — — : leere Zeichen, ſt. lehre.
— 71 — 18 — es heiſen: 4 ſind in 8.
— 159 — 11 — — — : $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{12}$. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$ $\frac{7}{10}$ u. $\frac{9}{20}$.
— 173 — 26 — — — : 7 kleinere, ſtatt gleichere.
— 181 — 9 — — — : Wie viel mal ſind ꝛc.?
— 191 — 27 — — — : Was heist ꝛc.?
— 193 — 6 — — — : Multiplicand.
— 205 — 20 — — — : zählt (bey der ꝛc.
— 226 — 24 — — — : das iſt:
— 246 — 14 — — — : = 0, 866 ꝛc. ſtatt 0, 273 ꝛc.
— 19 — — — : = 0, 866 ꝛc. — 0, 273 ꝛc.
— 262 — 4 — — — : dieſen abſtracten
— 234 müſſen die 28er nebſt 16 um eine Stelle weiter links.
— 304 von unten, Zeile 5, muß es heiſen: die mittlere Ebenmaßzahl oder Proportional = Zahl. Demnach iſt 6 hier die mittlere Proportional = Zahl
— 322, Zeile 21, muß 2^{10} ſtatt 2^{1} ſtehen.
— 330, von unten, Zeile 3, muß a) ſtatt b) ſtehen.

Reines Zifferrechnen.

Ganze Zahlen.

Zifferkenntniß.

1 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Ziffern un-
2 ter einander, und ſpricht:] „Dieſe Zeichen heißt man
3 Ziffern.
4 Wie heißt man dieſe Zeichen? Ant. Ziffern.
5 [Der Lehrer deutet, und läßt ſich Folgendes nachſpre-
6 chen:]
7 a) Dieſe Ziffer bedeutet einen Einer, dieſe Ziffer bedeu-
8 tet 2 Einer,
9 — — — 3 —, — Ziffer bedeu-
0 tet 4 Einer,
— — — 5 —, — Ziffer bedeu- tet 6 Einer,
— — — 7 —, — Ziffer bedeu- tet 8 Einer,
— — — 9 —, — Ziffer bedeu- tet keinen Einer, oder nichts.

b) Dieß iſt ein Einſer, dieß iſt ein Zweyer, dieß iſt ein Dreyer,
— — — Vierer, — — — Fünſer, — — — Sechſer,
— — — Siebener — — — Achter, — — — Neuner
— — — Keiner, oder eine Nulle.

[Nun lernen die Schüler dieſe Ziffern ſauber ſchreiben, jedoch ohne Zierereyen und unnöthige Beyfügungen. Der Einſer braucht alſo keinen Tupfen über ſich; der Fünfer wird in einem Zug gemacht, und der Siebener beſteht, wie im Drucke, blos aus einem etwas ſtarken Querſtrich und einem feinen ſchrägen Strich.]

[Die Verfahrungsart hiebey mag folgende ſeyn:]

L. Macht eine ganze Reihe Einſer, wie der hier an der Tafel!

L. Zeigt eure Einſer! Wiſcht ſie weg, und macht andere!

L. Macht eben ſo lauter Vierer!

Jetzt lauter Siebener! — Eben ſo lauter Zweyer, alsdann lauter 3er, 5er, 8er, Nullen, 6er und zuletzt 9er.

[Dieſe Schreibübungen können auch in der Folge noch öfters vorgenommen werden. Der Lehrer fahre alſo, ſobald die Ziffern erträglich ausfallen, weiter fort, wie folgt:]

L. Ein Zeichen, welches 8 Einer oder 8 Einheiten bedeutet, heißt man einen Achter; ein Zeichen, welches 9 Einheiten bedeutet, heißt man einen Neuner; wie kann man demnach ein Zeichen heißen, welches zehn Einheiten bedeutet? Ant. Einen Zehner.

L. Ich will euch zeigen, wie man 1 Zehner, 2 Zehner und noch mehrere Zehner mit Ziffern ſchreibt.

10 [Er verändert die obigen Ziffern durch Beyſetzung der
20 Nulle wie hier links und ſpricht:]
30 Wenn ein Einſer auf der linken Seite einer andern
40 Ziffer ſteht, ſo bedeutet er einen Zehner.
50 Wenn ein Zweyer auf der linken Seite einer andern
60 Ziffer ſteht, ſo bedeutet er 2 Zehner; was wird wohl
70 ein 3er bedeuten, wenn er auf der linken Seite einer
80 andern Ziffer ſteht?
90 Ant. 3 Zehner.

L. Was bedeutet demnach ein 4er auf der linken Seite einer andern Ziffer? Ant. 4 Zehner.

L. Was bedeutet ein 5er auf der linken Seite einer andern Ziffer? Ant. 5 Zehner.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

Ein Zehner iſt 10. 2 Zehner ſind 20. 3 Zehner ſind 30.
4 — ſind 40. 5 — — 50. 6 — — 60.
7 — — 70. 8 — — 80. 9 — — 90.

L. Sprecht mir jetzt alle dieſe Ziffern kurz aus, wie ſie von unten hinauf folgen! Ant. Neunzig, achtzig, ſiebenzig ꝛc.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, und ſpricht:]

Schreibt folgende Zahlen mit Ziffern unter einander!

10! 40! 70! 20! 30! 50! 80! 60! 90!

L. Zeigt eure geſchriebenen Zahlen!

---

11 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Ziffern
22 unter einander, und ſpricht:]
33 Wenn 2 Ziffern neben einander ſtehen, ſo bedeutet die
44 Ziffer rechts einen oder mehrere Einer, und die Ziffer
55 links einen oder mehrere Zehner, wie ihr ſchon wißt.
66 Sagt mir daher noch einmal: bedeuten dieſe Ziffern auf
77 der rechten Seite hier lauter Einer oder lauter Zehner?
88 Ant. Lauter Einer.
99

L. Was bedeuten aber alle dieſe Ziffern auf der linken Seite hier? Ant. Lauter Zehner.

L. Die Ziffern, welche Einer bedeuten, heißt man mit einem gemeinſchaftlichen Namen Einer, und die Ziffern, ewlche Zehner bedeuten, heißt man Zehner.

Wie heißt man alſo dieſe Ziffern rechts? Ant. Einer.

Wie heißt man aber alle dieſe Ziffern links? Ant. Zehner.

[Der Lehrer deutet jedes Mal zuerſt auf die Ziffer rechts, alsdann auf die Ziffer links, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Ein Einer, 1 Zehner. 2 Einer, 2 Zehner. 3 Einer, 3 Zehner.
4 — ,4 — .5 — ,5 — .6 — ,6 —.
7 — ,7 — .8 — ,8 — .9 — ,9 —.

[Soll die Bedeutung dieſer Ziffern vollends recht begriffen werden, ſo nimmt man folgende Uebung durch, welche eigentlich ſchon Addition iſt:]

Ein Einer iſt Eins, 1 Zehner iſt 10, das Eins dazu gibt elf.

2	— ſind 2,		2	—	ſind 20,	die	2	—	—	22
3	— —	3,	3	—	— 30,	—	3	—	—	33
4	— —	4,	4	—	— 40,	—	4	—	—	44
5	— —	5,	5	—	— 50,	—	5	—	—	55
6	— —	6,	6	—	— 60,	—	6	—	—	66
7	— —	7,	7	—	— 70,	—	7	—	—	77
8	— —	8,	8	—	— 80,	—	8	—	—	88
9	— —	9,	9	—	— 90,	—	9	—	—	99.

L. Sprecht mir dieſe Zahlen kurz aus, wie ſie von unten hinauf folgen!

Ant. Neun und neunzig. Acht und achtzig. Sieben und ſiebenzig ꝛc.

19 [Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, ſchreibt die unter
28 einander, welche hier links ſtehen, und ſpricht:]
37 Wie ihr die vorigen Ziffern ausgeſprochen habt, ſo
16 könnt ihr auch dieſe ausſprechen!
45 [Er deutet wie vorhin, und läßt ſich Folgendes nach-
54 ſprechen:]
13 a) 9 Einer, 1 Zehner. 8 Einer, 2 Zehner. 7 Einer,
62 3 Zehner.
71 6 Einer, 1 Zehner. 5 Einer, 4 Zehner. 4 Einer,
12 5 Zehner.
83 u. ſ. w.
94

b) 9 Einer ſind 9, 1 Zehner iſt 10, die 9 dazu, iſt 19
8 — — 8, 2 — ſind 20, — 8 — — 28
7 — — 7, 3 — — 30, — 7 — — 37.

u. ſ. w.

L. Sprecht dieſe Ziffern kurz aus, wie ſie von unten hinauf folgen!

Ant. Vier und neunzig. Drey und achtzig ꝛc.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, und nimmt folgende Schreibübungen vor:]

L. Schreibt die Zahlen 10, 11, 12 ꝛc. bis 19 mit Ziffern unter einander, ſo aber, daß Einer unter Einer, und Zehner unter Zehner kommen!

L. Zeigt eure geſchriebenen Zahlen!

L. Schreibt eben ſo 20, 21 ꝛc. bis 29!

L. — — — 30, 31 ꝛc. — 40!

u. ſ. w. bis 99.

L. Ich will euch zeigen, wie man 1 Hundert, 2 Hundert und mehrere Hunderte mit Ziffern ſchreibt.

100 [Er ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen unter
200 einander, und ſpricht:]
300 Wenn 3 Ziffern neben einander ſtehen, ſo bedeutet
400 die 3te Ziffer links 1 oder mehrere Hundert. Sprecht
500 mir dieſe Ziffern alſo gleich aus, wie ſie von unten
600 hinauf folgen! Ant. 9 hundert. 8 hundert ꝛc.
700 [Der Lehrer verändert dieſe Zahlen, wie weiter un-
800 ten links zu ſehen iſt, und ſpricht:]
900 Die Ziffern auf der 1ten Stelle rechts bedeuten lauter Einer.

Was bedeuten die Ziffern auf der 2ten Stelle? Ant. Lauter Zehner.

L. — — — — — — 3ten — links? Ant. Lauter Hunderte.

L. Weil dieſe Ziffern auf der 3ten Stelle links lauter Hunderte bedeuten, ſo heißt man ſie mit einem gemeinſchaftlichen Namen: Hunderter.

111 Wie heißt man die Ziffern auf der 2ten Stelle?
222 Ant. Zehner.
333 — — — — — — — 1ten Stelle
444 rechts? Ant. Einer.
555 [Der Lehrer deutet, und läßt ſich Folgendes nach-
666 ſprechen:]
777 a) [Von der rechten Seite gegen die Linke:]
888 Eins, zehn, hundert. 2, zwanzig, 2 hundert.
999 3, dreyſig, 3 hundert. 4, vierzig, 4 hundert.
5, fünfzig, 5 — . 6, ſechzig, 6 — .
7, ſiebzig, 7 — . 8, achtzig, 8 — .
9, neunzig, 9 — .

b) [Von der linken Seite gegen die rechte:]

Hundert, zehn, 1. 2 hundert, zwanzig, 2.
3 — , dreyſig, 3. 4 — , vierzig, 4.
5 — , fünfzig, 5. 6 — , ſechzig, 6.
7 — , ſiebzig, 7. 8 — , achtzig, 8.
2 — , neunzig, 9.

c) [Wie gewöhnlich, das heißt: die Zehner zuletzt:]

Ein hundert und elf. 2 hundert 2 und zwanzig.
3 — 3 und dreiſig 4 hundert 4 und vierzig.
u. ſ. w.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, ſchreibt die hier

975 links ſtehenden, und läßt ſich wie vorhin Folgendes
642 nachſprechen:]
831 a) [Von der rechten Seite gegen die linke:]
597 5, ſiebenzig, 9 hundert. 2 vierzig, 6 hundert.
264 1, dreyſig, 8 — . u. ſ. w.
183 b) [Von der linken Seite gegen die rechte:]
759 9 hundert, ſiebenzig, 5. 6 hundert, vierzig 2.
426 8 — , dreyſig, 1. 5 — , neunzig 7.
318 u. ſ. w.

c) [Wie gewöhnlich:]
9 hundert, 5 und ſiebenzig. 6 hundert, 2 und vierzig.
8 — ein und dreyſig. 5 — , 7 — neunzig.
u. ſ. w.

---

790 [Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, ſchreibt die
402 hier links ſtehenden, und läßt ſich Folgendes nachſpre-
300 chen:]
950 a) [Von der rechten Seite gegen die linke:]
604 Nichts, neunzig, 7 hundert.
800 2, Nichts, 4 —
570 Nichts, Nichts, 3 —
206 Nichts, fünfzig, 9 —
100 4, Nichts, 6 —
u. ſ. w.

b) [Von der linken gegen die rechte:]

7 hundert, neunzig, nichts. 4 hundert, nichts, 2
3 — , nichts, nichts. 9 — , fünfzig, nichts
6 — , nichts, 4. u. ſ. w.

c) Wie gewöhnlich; das Wörtchen Nichts bleibt weg, als:]

7 hundert und neunzig. 4 hundert und 2.
3 hundert . 9 — — fünfzig.
6 — und 4. u. ſ. w.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, und nimmt folgende Schreibübungen vor:]

L. Schreibet mit Ziffern 1 hundert und Eins!

L. Schreibt unter dieſe Zahl 1 hundert und 2!

L. Schreibt weiter herunter 1 hundert und 3, u. ſ. w. bis 1 hundert und 9; ſetzt aber immer Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, und Hunderter unter Hunderter!

L. Zeigt eure Zahlen!

L. Wiſcht dieſe Zahlen weg, und ſchreibt eben ſo: 1 hundert und 10, alsdann 1 hundert und 11 u. ſ. w. bis 1 hundert und 19 unter einander!

L. Schreibt eben ſo 1 hundert und 20, 1 hundert und 21 ꝛc. bis 1 hundert und 29 unter einander!

u. ſ. w.

[Der Lehrer gibt ähnliche Beyſpiele auſſer der Ordnung, als:]

L. Schreibt wie vorhin folgende Zahlen unter einander: 836! 745! 694! 523! ꝛc. 370! 204! 911!

[u. ſ. w. bis alles richtig geht.]

L. Ich will euch zeigen, wie man 1 Tauſend, 2 Tauſend und mehrere Tauſende mit Ziffern ſchreibt.

1000 [Er ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen unter
2000 einander, und ſpricht:]
3000 Wenn 4 Ziffern neben einander ſtehen, ſo bedeutet
4000 die 4te links 1 Tauſend oder mehrere Tauſende, weß-
5000 wegen man auch alle dieſe Ziffern Tauſender heißen
6000 kann.
7000 Sprecht ſie alle aus, wie ſie von unten hinauf
8000 folgen!
9000 Ant. 9 tauſend. 8 tauſend, 7 tauſend ꝛc.

1,642 [Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, ſchreibt die
4,831 hier links ſtehenden, deutet und ſpricht:]
3,597 Alle Ziffern auf der 1ten Stelle rechts ſind lauter
5,264 Einer; was ſind alle Ziffern auf der 2ten Stelle?
2,975 Ant. Lauter Zehner.
6,183 L. Was ſind alle Ziffern auf der 3ten Stelle?
8,759 Ant. Lauter Hunderte.
7,426 L. Was ſind alle Ziffern auf der 4ten Stelle?
9,318 Ant. Lauter Tauſende.

L. Sprecht alle dieſe Zahlen von oben herab aus, ſo daß ihr mit den Tauſenden anfangt!

Ant. 1 tauſend, 6 hundert, 2 und vierzig.
4 — , 8 — , 1 — dreiſig ꝛc.

L. Sprecht ſie eben ſo von unten hinauf aus!

Ant. 9 tauſend, 3 hundert achtzehn.
7 — , 4 — 6 und zwanzig ꝛc.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Ziffern weg, ſchreibt die hier links ſtehenden, und ſpricht:]

5,790 Sprecht auch dieſe Zahlen von oben herab aus!
8,402 Ant. 5 tauſend, 7 hundert und 90.
6,300 8 — , 4 — — 2.
9,735 6 — , 3 — ꝛc.
7,950 L. Wenn alſo eine Ziffer Tauſend bedeuten ſoll, wie
8,601 viel Ziffern muß ſie noch gegen die rechte Seite ha-
2,800 ben? Ant. Noch 3 Ziffern.
3,579 L. Damit man die Tauſende beym Schreiben und
1,000 Ausſprechen deſto leichter trifft, ſo pflegt man ſie
durch einen Beyſtrich von den geringern Stellen abzu-
ſöndern.

Schreibt mir daher [Er wiſcht alle dieſe Ziffern weg] folgende Zahlen eben ſo unter einander:

2,975! 4,531! 3,597! ꝛc. 5,300! 8,402! ꝛc.

L. Zeigt eure Zahlen!

[Der Lehrer gebe noch mehr ſolche 4ſtellige Zahlen an, bis zur hinlänglichen Fertigkeit!]

L. Ich will euch zeigen, wie man 10 Tauſend, 11 und noch mehrere Tauſende ſchreibt.

10,000 [Er ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen und
11,000 ſpricht:]
12,000 Die oberſte Zahl hier iſt 10 tauſend, wie viel iſt
13,000 die andere? Ant. 11 tauſend

L. Wie viel iſt die 3te? Ant. 12 tauſend.

L. Wie viel iſt die folgende? Ant. 13 tauſend.

L. Wenn zwey Ziffern zuſammen Tauſende bedeuten ſollen, ſo kann man beym Schreiben gleich nach den 2 Ziffern ein Beyſtrichlein machen, damit man deſto beſſer merkt, daß noch 3 Ziffern folgen ſollen. Schreibet daher auch 10 tauſend, 11 tauſend u. ſ. w. bis 19 tauſend unter einander!

L. Zeigt eure Zahlen!

L. Wiſcht dieſe Zahlen weg, und ſchreibt 20 tauſend, 21 tauſend u. ſ. w. bis 29 tauſend! Zeigt eure Zahlen!

u. ſ. w.

L. Nun könnt ihr jede Zahl ſchreiben, wovon 2 Ziffern Tauſende bedeuten, wiſcht daher eure Zahlen weg, und ſchreibt folgende unter einander:

12,975! 31,642! 24,831! 63,529! 35,790!

L. Zeigt mir eure geſchriebenen Zahlen!

[Der Lehrer ſetzt dergleichen Schreibübungen mit 5, oder auch dann und wann mit wenigern Ziffern bis zur hinlänglichen Fertigkeit fort, und nimmt alsdann noch Folgendes vor:]

L. Schreibet 1000! Schreibet 100 darunter!

L. Schreibet unter dieſes wieder 10, und noch weiter herunter 1!

L. Um Tauſend zu ſchreiben, braucht man 4 Stellen.

Wie viel Stellen braucht man, um 100 zu ſchreiben? Ant. 3 Stellen.

L. Wie viel Stellen braucht man, um 10 zu ſchreiben? Ant. 2 Stellen.

L. Wie viel Stellen braucht man, um 1 zu ſchreiben? Eine Stelle.

L. Wiſcht eure Zahlen weg, und ſchreibt 2795!

L. Wie viel Stellen habt ihr dazu gebraucht? Ant. 4 Stellen.

L. Wiſcht dieſe Zahl weg, und ſchreibe jeder eine andere Zahl mit 4 Stellen! Sage jeder ſeine Zahl!

L. Schreibe jeder unter ſeine Zahl noch eine mit 3 Stellen!

L. Jetzt eine Zahl mit 2 Stellen, und zuletzt eine mit 1 Stelle!

L. Eine Zahl, wozu man nur eine Stelle oder Ziffer

braucht, heißt man eine 1ſtellige Zahl; wie heißt man demnach eine Zahl, wozu man beym Schreiben 2 Stellen oder 2 Ziffern braucht? Ant. Eine 2ſtellige Zahl.

L. Wie heißt man eine Zahl, wozu man beym Schreiben 3 Stellen oder 3 Ziffern braucht? Ant. Eine 3 ſtellige Zahl. u. ſ. w.

L. *Die Nulle* iſt für ſich allein nur eine leere und überhaupt *eine uneigentliche Ziffer*, und dagegen kann man alle *übrigen Ziffern eigentliche Ziffern* heißen.

Da nun die Nulle für ſich allein nichts iſt, und blos die leeren Stellen ausfüllt, ſo iſt die Zahl 1 die geringſte einſtellige Zahl.

Welches iſt die höchſte einſtellige Zahl? Ant. 9.
L. — — — geringſte 2 ſtellige — ? — 10.
L. — — — höchſte 2 — — ? — 99.
L. — — — geringſte 3 — — ? — 100.
L. — — — höchſte 3 — — ? — 999.
L. — — — geringſte 4 — — ? — 1000.
L. — — — höchſte 4 — — ? — 9999.

L. Eine 2 ſtellige Zahl enthält höchſtens Zehner,
eine 3 — — — — Hunderte; was enthält
eine 4 — — höchſtens? Ant. Tauſende.

Anmerkung.

Man ſchreite nun ſogleich zu den 4 Grundrechnungen weiter unten, und nehme alsdann erſt, wenn man dort auf eine mehr als 5ſtellige Zahl kommt, die hier fortgeſetzte Uebung vollends durch.

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden 2 Zahle und ſpricht:]

100,000 Weil hier nach 1 hundert noch 3 Stellen folgen,
200,000 ſo bedeutet dieſes: 1 mal 100 tauſend; wie viel macht alſo die 2te Zahl hier aus? Ant. 2 mal hundert tauſend.

L. Schreibt dieſe 2 Zahlen ab, und ſetzt noch 300 tauſend, 400 tauſend ꝛc. bis 900 tauſend darunter!

L. Zeigt eure geſchriebenen Zahlen!

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen, deutet auf jede einzelne Ziffer, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

a) [Von der rechten Seite gegen die linke:]

111,111 Eins, zehn, hundert; 1 tauſend, 10 tauſend,
222,222 100 tauſend.
333,333 2, 20, 200; 2 — 20 —
444,444 200 —
555,555 3, 30, 300; 3 — 30 —
666,666 300 —
777,777 u. ſ. w.
888,888 b) [Von der linken Seite gegen die rechte:]
999,999

100 tauſend, 10 tauſend, 1 tauſend; 100, 10, 1
200 — , 20 — , 2 — ; 200, 20, 2
300 — , 30 — , 3 — ; 300, 30, 3

u. ſ. w.

c) [Wie gewöhnlich:]

1 hundert, 11 tauſend; 1 hundert u. 11.
2 — , 22 — ; 2 — — 22.
3 — , 33 — ; 3 — — 33.

u. ſ. w.

[Der Lehrer kann jetzt ſtatt 6 gleicher Ziffern jedes Mal 6 ungleiche ſchreiben, z. B.; 849,752. Dieſe eben ſo ausſprechen laſſen, und zuletzt ſelbſt ſolche große Zahlen zum Schreiben vorſagen. Will er es endlich auf Millionen, oder gar auf Billionen, Trillionen ꝛc. treiben, ſo macht er die Schüler nur darauf aufmerkſam,]

1) Daß alle Ziffern über der 6ten Stelle Millionen, dann
alle — — —12ten — Billionen, und
— — — —18ten — Trillionen bedeuten.

2) Daß man eben daher in einer ſo großen Ziffernreihe von der rechten Seite gegen die linke ſo vielmal als möglich 6 Ziffern zuſammen als eine Klaſſe nimmt, und die 1te Klaſſe durch einen Punkt, die 2te durch 2 Punkte, und die 3te durch 3 von den übringen Ziffern abſöndert.

3) Daß man endlich in jeder Klaſſe die Hunderte durch einen Beyſtrich von den Tauſenden trennt. z. B.

35430,257981,905.604,582 das iſt:
⋮ :

35 Trillionen; 430 tauſend, 257 Billionen; 981 tauſend 905 Millionen, 604 tauſend 582.

Spricht man jede Ziffer einzeln aus, ſo iſt dieſe Zahl:

30 Trillionen und 5 Trillionen.

4 hundert tauſend Billionen, 30 tauſend Billionen, 2 hundert Billionen, 50 Billionen und 7 Billionen.

9 hundert tauſend Millionen, 80 tauſend Millionen, 1 Tauſend Millionen, 900 Millionen und 5 Millionen.

6 hundert tauſend, 4 tauſend, 500, 80 u. 2.

Die 4 Grundrechnungen oder Species

Zuſammenzählung oder Additio.

---

a) In kleinen Zahlen.

[Das zuſammenzählen, beſonders der großen Zahlen, geht nicht leicht vor ſich, wenn man nicht die Zahlen unter 10 auf alle Art zu verbinden weiß. Die Zuſammenzählung aller Zahlen unter 10 iſt:

Das ſogenannte Eins und eins.

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele unter einander und ſpricht:]

1 und 1 ſind 2
3 † 1 = 4
5 † 1 = 6
7 † 1 = 8
9 † 1 = 10
2 † 1 = 3
4 † 1 = 5
6 † 1 = 7
8 † 1 = 9
10 † 1 = 11

„Ein ſolches gerades Kreuzlein bedeutet hier ſo viel als und, und die 2 Querſtrichlein bedeuten iſt oder ſind; ſprechet daher alles von oben herunter, wie es da ſteht!

Ant. Eins und Eins ſind 2
3 — — — 4
5 — — — 6
7 — — — 8
9 — — — 10
2 — — — 3

u. ſ. w.

[Der Lehrer wiſcht die Reihe Einſer weg, ſchreibt lauter 2er dafür, und verändert überhaupt alles wie hier links folgt:]

1 † 2 = 3	L. Sprecht alles wieder von oben herun-
3 † 2 = 5	ter, wie es da ſteht!
5 † 2 = 7	Ant. 1 und 2 ſind 3. 3 und 2 ſind 5.
7 † 2 = 9	5 und 2 ſind 7.
9 † 2 = 11	7 — 2 — 9. 9 — 2 — 11.
2 † 2 = 4	2 — 2 — 4.
4 † 2 = 6	4 — 2 — 6. ꝛc.
u. ſ. w.	

L. Vorhin haben wir zu jeder Zahl unter 10 Eins genommen, alsdann zu jeder 2; jetzt wollen wir zu jeder Zahl unter 10, 3 nehmen. Schreibet daher die 1ſte Reihe nämlich 1, 3, 5, 7 u. ſ. w. wie hier unter einander, ſetzt neben jede auch ein ſolches Kreuzlein, und zu jedem einen 3er!
L. Zeigt eure Darſtellung!

L. Macht jetzt zu jedem 3er zwey Querſtrichlein und ſchreibt neben daran, wie viel die 2 zuſammen gehörigen Zahlen ausmachen! Zeigt eure Berechnungen!

1 † 3 = 4	[Die ganze Darſtellung muß ſeyn, wie
3 † 3 = 6	hier links angezeigt iſt.]
5 † 3 = 8	L. Leſe mir Einer allein von oben herab,
7 † 3 = 10	was er geſchrieben hat! Ant. Eins und 3
u. ſ. w.	ſind 4. 3 und 3 ſind 6. 5 und 3 ſind 8 ꝛc.

L. Wiſcht die 3te Reihe, nämlich 4, 6, 8 ꝛc. weg, und ſage mir Einer nach dem Andern von oben herab, wie viel jedes Paar Zahlen zuſammen ausmacht! Ant. Eins und 3 ſind 4. 3 und 3 ſind 6. ꝛc.

[Eben ſo läßt der Lehrer die Zahlen 1, 3, 5, 7, ꝛc. mit 4 verbinden, alsdann mit 5, alsdann mit 6 ꝛc. bis 10. Er gehe aber von keiner dieſer Verbindungen ab, bis die höchſte Fertigkeit erreicht iſt.]

L. Die Zahl 1 iſt ungerad, die Zahl 2 iſt gerad, die Zahl 3 iſt ungerad, die Zahl 4 iſt gerad; ſage mir jeder noch eine gerade Zahl!

L. Sage mir jeder auch eine ungerade Zahl!

L. Denke ſich jeder 2 gerade Zahlen!

L. Geben 2 gerade Zahlen zuſammen wieder eine gerad oder eine ungerade? Ant. Eine gerade.

L. Denke ſich jeder 2 ungerade Zahlen!

L. Geben 2 ungerade Zahlen zuſammen eine gerade oder eine ungerade? Ant. Eine gerade.

L. Denke ſich jeder eine gerade und eine ungerade Zahl zuſammen!

L. Geben dieſe eine gerade oder ungerade? Ant. Eine ungerade.

L. Merkt euch nun dieſes:

2 gerade Zahlen geben zuſammen wieder eine gerade,
2 ungerade Zahlen — — auch eine gerade, aber eine gerade und ungerade zuſammen geben immer eine ungerade.

[Nun wird das Eins und eins auf 2ſtellige Zahlen an gewendet, wie folgt:]

L. Schreibt folgende Zahlen unter einander:

11! 13! 15! 17! 19! 12! 14! 16! 18! 20!

L. Macht neben jede Zahl wieder ein Kreuzlein und einen Einſer!

L. Macht wieder zu jedem Einſer 2 Querſtrichlein, und ſchreibt nach denſelben, was jedes Mal herauskommt!

11 † 1 = 12
13 † 1 = 14
15 † 1 = 16
17 † 1 = 18
u. ſ. w.

L. Zeiget euer Geſchriebenes!

[Es muß ſeyn wie hier links]

L. Spreche mir Einer dieſes von oben herab aus!

Ant. 11 und 1 ſind 12. 13 und 1 ſind 14.
15 — 1 — 16. u. ſ. w.

L. Nun könnt ihr auch jede Zahl von 11 bis 20 mit 2 verbinden; macht daher ſtatt aller Einſer in der Mitte, lauter 2er, wiſcht die hinteren Ziffern rechts weg, und ſchreibt dafür, was jetzt herauskommt! — Zeigt euer Geſchriebenes!

11 † 2 = 13 [Dieſes muß wieder ſeyn, wie hier links.]
13 † 2 = 15 L. Spreche Einer dieß alles von oben her-
15 † 2 = 17 ab aus!
u. ſ. w. Ant. 11 und 2 ſind 13. 13 und 2 ſind 15 ꝛc.

[Eben ſo werden die Zahlen 11, 13 ꝛc. bis 20 mit 3 verbunden, alsdann mit 4, 5 ꝛc. bis 10.]

[Hierauf werden ſtatt 11, 13, 15 ꝛc., die Zahlen 21, 23, 25, 27, 29, 22, 24, 26, 28 und 30 unter einander geſchrieben, und zuerſt mit lauter Einſern, dann mit 2ern 3ern ꝛc. verbunden. Eben ſo kann man ferner mit allen Zahlen von 31 bis 40 verfahren, u. ſ. w.]

---

b) In größern Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt 6, 3, 8, 2 und 7 unter einander, macht einen Querſtrich darunter, und ſpricht:]

Wie viel Zahlen ſind hier unter einander angegeben? Ant. 5.

L. Wie viel machen wohl dieſe 5 Zahlen zuſammen aus? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

7 und 2 ſind 9, und 8 ſind 17, und 3 ſind 20, und 6 ſind 26.

6 [Er ſchreibt 26 unter den Querſtrich, daß das Ganze
3 ausſieht, wie hier links:]
8 L. Hier haben wir alſo mehrere gegebene Zahlen zu-
2 ſammen in eine einzige gebracht, welche ſo viel aus-
7 macht, als alle gegebene zuſammen genommen; wie
26 viel machen ſie zuſammen aus? Ant. 26.

L. Mehrere gegevene Zahlen zuſammen in eine einzige bringen, welche allen gegebenen zuſammen gleich iſt, heißt überhaupt: Zuſammenzählen (oder Addiren).

Was heißt: Zuſammenzählen (oder Addiren? Ant. Mehrere gegebene ꝛc.

L. Die gegebenen Zahlen, welche zuſammengezählt werden, heißt man mit einem gemeinſchaftlichen Namen Sammlungszahlen.

Wie viel Sammlungszahlen ſind in dieſem Beyſpiel? Ant. 5.

L. Diejenige Zahl, welche durch das Zuſammenzählen entſteht, heißt man die Summe.

Wie viel iſt alſo hier die Summe? Ant. 26.

L. Wie heißt man aber die andern Zahlen, welche dieſe Summe mit einander ausmachen? Ant. Sammlungszahlen.

L. So wie hier ſchreibt man jedes Mal die Sammlungszahlen unter einander, und zählt ſie von unten hinauf zuſammen (will man ſich aber zuletzt noch beſſer überzeugen, daß man recht zuſammengezählt hat, ſo zählt man ſie auch noch einmal von oben herab zuſammen.) Berechnet mir jetzt eben ſo Folgendes mit Ziffern!

Welche Summe entſteht, wenn man 7, 5, 2, 6, 1 und 8 zuſammenzählt?

— — —, — — 2, 3, 8, 4, 7 und 6 zuſammenzählt?

— — —, — — 6, 5, 7, 9, 8 und 7 zuſammenzählt?

[Die Summe dieſer 3 Beyſpiele iſt: 29. 30. 42.]

---

25 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel
14 und ſpricht:]
26 Vorhin haben wir blos lauter Einer zuſammengezählt;
32 hier ſind aber Einer und Zehner, oder lauter 2ſtellige

Zahlen. Wie viel machen hier blos die Einer, nämlich 2, 6, 4 und 5 zuſammen aus? Ant. 17.

[Er ſchreibt 7]

L. Das ſind 7 Einer und 1 Zehner, dieſen will ich einsweilen im Sinne behalten.

Wie viel machen blos die Zahlen auf der Zehnerſtelle nämlich 3, 2, 1 und 2 zuſammen aus? Ant. 8.

L. Das ſind 8 Zehner, und der vorige Zehner dazu, ſind 9 Zehner (Er ſchreibt 9) oder 90.

L. Wie viel iſt alſo hier die ganze Summe? Ant. 97.

L. Wie hier zählt man jedes Mal die Zehner, welche man aus der Einerſtelle erhält, zu den Zahlen auf der Zehnerſtelle; gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel noch einmal berechne!

[Er wiſcht die Summe 97 weg, und ſpricht:]

6 Einer und 2 Einer ſind 8 Einer, und 4 Einer ſind 12 Einer, und
5 — ſind 17 — , das ſind 7 Einer (Er ſchreibt 7) und 10 Einer, oder 1 Zehner.

1 Zehner und 3 Zehner ſind 4 Zehner, und 2 Zehner ſind 6 Zehner, und 1 Zehner ſind 7 Zehner, und 2 Zehner ſind 9 Zehner (Er ſchreibt 9) das iſt 90.

Die Summe iſt alſo 97.

L. Berechne Einer nach dem Andern dieſes Beyſpiel eben ſo mit Worten und Ziffern! Ant. 6 Einer und 2 Einer ſind ꝛc.

[Eben ſo läßt der Lehrer jedes der folgenden Beyſpiele von mehreren Schülern nach einander berechnen, und macht ſie dabey aufmerkſam, daß man immer Einer unter Einer und Zehner unter Zehner ſchreiben müſſe:]

Welche Summe entſteht, wenn man 16, 21, 13 und 25 zuſammenzählt?

— — — , — — 18, 13, 24, 12 und 17 zuſammenzählt?

Welche Summe entſteht, wenn man 14, 17, 15, 16 und 29 zuſammenzählt?

[Die Summe von dieſen Beyſpielen iſt. 75. 84. 91.]

[Der Lehrer ſchreibt 24, 26, 39 und 48 unter einander, macht einen Querſtrich darunter und ſpricht:] Gebt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

8 Einer und 9 Einer ſind 17 Einer, und 6 Einer ſind 23 Einer, und 4 Einer ſind 27 Einer, das iſt 7 Einer (Er ſchreibt 7) und 20 Einer oder 2 Zehner.

2 Zehner und 4 Zehner ſind 6 Zehner, und 3 Zehner ſind 9 Zehner, und 2 Zehner ſind 11 Zehner und 2 Zehner ſind 13 Zehner, (Er ſchreibt 13)

das iſt: 3 Zehner und 10 Zehner; 3 Zehner ſind 30, 10 Zehner ſind 100.

Die Summe iſt alſo 1 hundert 37.

L. Berechne Einer nach dem Andern dieſes Beyſpiel eben ſo mit lauten Worten und Ziffern! Ant. 8 Einer und 9 Einer ꝛc.

[Eben ſo läßt der Lehrer jedes der folgenden Beyſpiele von einzelnen Schülern laut berechnen:]

Welche Summe entſteht, wenn man 26, 19, 67, 15 u. 48 zuſammenzählt?

— — — — — 23, 46, 78, 15 u. 87 zuſammenzählt?

— — — — — 87, 69, 75, 38 u. 59 zuſammenzählt?

[Die Summen ſind: 175. 249. 328.]

[Der Lehrer ſchreibt 984. 865. 796. 879 und 752 unter einander, macht einen Querſtrich darunter und ſpricht:]

Wie beym Anſchreiben die Einer unter Einer, und Zehner unter Zehner müſſen, ſo müſſen auch Hunderte unter Hunderte. Gebt jetzt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel wieder berechne!

a) 2 Einer und 9 Einer ſind 11 Einer, und 6 Einer ſind 17 Einer,
und 5 — — 22 —, — 4 Einer ſind 26 Einer;
das ſind 6 Einer (Er ſchreibt 6) und 20 Einer oder 2 Zehner.

b) 2 Zehner und 5 Zehner ſind 7 Zehner, und 7 Zehner ſind 14 Zehner,
und 9 — — 23 —, und 6 Zehner ſind 29 Zehner,
— 8 — — 37 —, das ſind 7 Zehner (Er ſchreibt 7) und 30 Zehner oder 3 hundert.

c) 3 hundert und 7 hundert ſind 10 hundert, und 8 hundert ſind 18 hundert,
und 7 — — 25 hundert, und 8 hundert ſind 33 hundert,
und 9 — — 42 hundert, das ſind 2 hundert (Er ſchreibt 42) und 40 hundert oder 4 tauſend.

Die Summe iſt alſo 4276.

984 [Das ganze Beyſpiel muß ausſehen wie hier links.]
865 [Der Lehrer wiſcht dieſe 4276 wieder weg, laßt je-
796 den Schüler an die Tafel treten, und dieſes Bey-
879 ſpiel eben ſo mit lauten Worten berechnen.]
752
————
4276

[Hierauf wiſcht er alles weg, läßt nach und nach folgende Aufgaben anſchreiben, und jede von einzelnen Lehrlingen wie

die vorige laut löſen; beobachtet aber, was weiter unten darüber bemerkt iſt:]

a	b	c	d	e
753	981	147	875	264
246	842	510	942	503
975	679	238	750	852
368	428	801	609	970
631	831	639	493	780
	975	300	547	639
	589		784	

[Die Summen hievon ſind: a) 2973. b) 5325. c) 2635. d) 5000. e) 4008.]

Bemerkungen beym Berechnen vorſtehender Beyſpiele.

a, b) Die Aufgaben unter a und b werden ganz berechnet, wie die vorige.

c) Hier wird bemerkt, daß man bey 0 das Wörtchen Nichts ausſpricht, als:

Nichts und 9 Einer ſind 9 Einer, und 1 Einer ſind 10 Einer, und 8 — — 18 —, — Nichts ſind 18 —, — 7 — — 25 —, das ſind 5 Einer und 20 Einer oder 2 Zehner.

2 Zehner und Nichts ſind 2 Zehner, und 3 Zehner ſind 5 Zehner, und Nichts ſind 5 —, — 3 — — 8 — u. ſ. w.

d) Bey dieſer Auflöſung kommen Nullen in die Summe. Der Lehrer mache ſie zuerſt mit lauten Worten vor, als:

4 Einer und 7 Einer ſind 11 Einer, und 3 Einer ſind 14 Einer,

und 9 — — 23 —, — Nichts ſind 23 Einer,

und 2 Einer ſind 25 Einer, und 5 Einer ſind 30 Einer.
das iſt: Nichts auf der Einerſtelle (Er ſchreibt 0) und 3 Zehner im Sinn.

3 Zehner und 8 Zehner ſind 11 Zehner, und 4 Zehner ſind
15 — — 9 — — 24 — , — Nichts —
24 — — 5 — — 29 — , — 4 Zehner —
33 Zehner, und 7 Zehner ſind 40 Zehner, das iſt 400, folglich Nichts auf der Zehnerſtelle (Er ſchreibt 0)

4 hundert nnd 7 hundert ſind 11 hundert ꝛc.

Können die Lehrlinge vollends dieſe Auflöſung ohne Anſtoß machen, ſo bringen ſie auch die übrigen zwey eben ſo heraus.

Und nun werden dieſe Beyſpiele nach der gewöhnlichen (abgekürzten) Sprechart wiederholt. Der Lehrer ſchreibt daher die obige Aufgabe wieder an die Tafel, und ſpricht:

Ihr könnt jetzt die Wörter: Einer, Zehner u. ſ. w. beym Zuſammenzahlen auslaſſen, und ſo weit kürzer verfahren; gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe wieder berechne!

2 und 9 ſind 11, und 6 ſind 17, und 5 ſind 22, und 4 ſind 26.

Ich ſchreibe 6, und behalte 2 im Sinn.

2 und 5 ſind 7, und 7 ſind 14, und 9 ſind 23, und 6 ſind 29, und 8 ſind 37.

Ich ſchreibe 7 und behalte 3 im Sinn.

3 und 7 ſind 10, und 8 ſind 18, und 7 ſind 25, und 8 ſind 33, und 9 ſind 42.

Ich ſchreibe 42. Die Summe iſt alſo 4276.

Eben ſo alſo die Aufgaben unter a bis e.

Der Lehrer gebe noch verſchiedene Beyſpiele, auch in

4ſtelligen Zahlen, doch nicht in höhern, und laſſe ſie ohne viele Worte berechnen, er frage auch öfters, was man im Sinne behält, nämlich: Einer oder Zehner ꝛc.? Zuletzt gebe er den Schülern eine große Reihe Zahlen an, mit welcher ſie nicht wohl zurecht kommen werden; er zeige ihnen daher, wie man dergleichen Beyſpiele durch mehrere Querſtriche in kleinere abtheilen, und leichter berechnen könne, z. B.]

46	46	
30	30	
352	352	
579	579	
407	407	
1950	1950	
3084	3084	6448
6	6	
23	23	
28	28	
506	506	
357	357	
5723	5723	6643
789	789	
642	642	
134	134	
10	10	
117	117	
36	36	
459	459	2187
	Hauptſumme	15278

Abziehung -- Subtractio.

Beym Zifferrechnen braucht man, um in größeren Zahlen

leicht abziehen zu können, nur im Abziehen unter der Zahl 10 recht eingeübt zu ſeyn, daher folgende Uebungen

a) In kleinen Zahlen.

1 — 1 = 0
2 — 1 = 1
3 — 1 = 2
4 — 1 = 3
2 — 2 = 0
3 — 2 = 1
4 — 2 = 2
3 — 3 = 0
4 — 3 = 1

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Ziffern, deutet auf das erſte 1, alsdann auf 2, alsdann auf 3 ꝛc. und ſpricht:]

Wenn man dort, wo Eins iſt, Eins wegnimmt, ſo bleibt nichts mehr.

Wenn man dort wo 2 ſind, Eins wegnimmt, ſo bleibt noch 1; wenn man aber dort, wo 4 ſind, Eins wegnimmt, was bleibt alsdann noch übrig?

Ant. 3.

L. Wenn man dort, wo 2 ſind, 2 wegnimmt, was bleibt alsdann noch übrig? Ant. Nichts.

[Der Lehrer fängt wieder oben an zu deuten, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wenn man dort, wo 1 iſt, 1 wegnimmt, ſo bleibt Nichts.
Wenn — —, — 2 ſind 1 — , — — noch 1.
— — —, — 3 — 1 — , ſo bleiben — 2.
— — —, — 4 — 1 — , — — — 3.
— — —, — 2 — 2 — , — bleibt Nichts.
— — —, — 3 — 2 — , — — noch 1.
— — —, — 4 — 1 — , — bleiben — 3.
— — —, — 3 — 3 — , — bleibt Nichts.
— — —, — 4 — 3 — , — — noch 1.

L. Anſtatt daß man ſagt: wenn man dort, wo 1 iſt, 1 wegnimmt, ſo bleibt Nichts; ſagt man ganz kurz: 1 von 1 bleibt Nichts.

Anſtatt daß man ſagt: wenn man dort, wo 2 ſind, 1 wegnimmt, ſo bleibt 1; ſagt man ganz kurz: 1 von 2 bleibt 1.

Wie ſagt man demnach anſtatt:

Wenn man dort, wo 3 ſind, 1 wegnimmt, ſo bleiben noch 2? Ant. Eins von 3 bleiben 2.

L. Wie aber anſtatt:

Wenn man dort, wo 4 ſind, 1 wegnimmt ſo bleiben noch 3? Ant. Eins von 4 bleiben 3.

u. ſ. w.

[Der Lehrer deutet wieder blos auf die erſten Ziffern von oben herab, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Eins von 1 bleibt Nichts. 1 von 2 bleibt 1.
1 — 3 bleiben 2, 1 — 4 bleiben 3.
2 — 2 bleibt Nichts, 2 — 3 bleibt 1.
2 — 4 bleiben 2. 3 — 3 — Nichts.
3 — 4 bleibt 1.

L. Wir haben hier jedes Mal von der erſten Zahl ſo viel weggenommen, als die mittlere Zahl anzeigt.

Von einer Zahl ſo viel wegnehmen, als eine andere anzeigt, heißt beym Rechnen: Abziehen (oder Subtrahiren)

L. Was heißt: Abziehen? Ant.

Von einer Zahl ſo viel wegnehmen, als eine andere Zahl anzeigt.

L. Haben wir aber jedes Mal von der erſten oder zweiten, oder von der 3ten Zahl abgezogen?

Ant. Von der erſten Zahl.

L. Weil diejenige Zahl, von welcher man abzieht, kleiner wird, ſo heißt man ſie die Verkleinerungszahl; in welcher Reihe ſtehet alſo hier jedes Mal die Verkleinerungszahl, in der erſten, 2ten oder 3ten? Ant.

In der 1ſten.

L. Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel von der Verkleinerungszahl abgezogen werden ſoll, heißt man den Ab-

zug; in welcher Reihe ſteht alſo hier jedes Mal der Abzug? Ant. In der 2ten.

L. Das, was nach dem Abziehen übrig bleibt, heißt man *den Reſt*, (oder den Ueberſchuß)

Sagt mir noch einmal:

Wie heißt man das, was beym Abziehen übrig bleibt?

L. Wie heißt man diejenige Zahl, von welcher etwas abgezogen wird? Ant. Verkleinerungszahl.

L. Wie heißt man die Zahl, welche anzeigt, wieviel von der Verkleinerungszahl abgezogen werden ſoll? Ant. Abzug.

L. Statt des Wörtchens, *von* gebraucht man auch beym Abziehen das Wort: *weniger* und dieſes Wort bedeutet jedes Mal ein ſolcher Querſtrich zwiſchen 2 Ziffern wie hier, gebt daher Acht, wie ich dieſe Beyſpiele jetzt herunter ſage!

Eins, weniger 1 iſt Nichts.

2	—	1	ſind	1.
3	—	1	=	2.
4	—	1	=	3.
2	—	2	=	Nichts
3	—	2	=	1.
4	—	2	=	2.
3	—	3	=	Nichts.
4	—	3	=	1.

L. Sagt dieſe Beyſpiele auch ſo herunter!

[Der Lehrer wiſcht dieſe Aufgabe weg, und ſpricht:]

L. Schreibt wieder folgende Ziffern unter einander:

1! 2! 5! 8! 3! 6! 9! 4! 7! 10!

L. Macht zu jeder Ziffer ein Querſtrichlein, wie vorhin an der Tafel!

L. Von jeder dieſer Zahlen ſollt ihr nun 1 abziehen; macht daher eine Reihen Einer untereinander, alsdann neben

jeden ein doppeltes Querſtrichlein, und ſchreibt weiter rechts hin, was jedes Mal übrig bleibt, wenn man 1 von der vorſtehenden Zahl abzieht!

L. Zeigt eure Aufgabe!

1 — 1 = 0 [Die Darſtellnng muß ſeyn, wie hier
2 — 1 = 1 links.]
5 — 1 = 4 L. Sagt mir dieſe Aufgabe mit dem Wor-
8 — 1 = 7 ꝛc. te weniger herunter!

K. Eins, weniger 1 iſt Nichts
2, — 1 ſind 1 ꝛc.

L. Wiſcht dieſe Aufgabe weg, und ſchreibt folgende Ziffern unter einander: 2! 5! 8! 3! 6! 9! 4! 7! 10!

L. Zieht von jeder dieſer Zahlen gerad wie vorhin 2 ab!

L. Zeigt, ob ihr alles richtig geſchrieben habt!

2 — 2 = 0 [Die Darſtellung muß ſeyn, wie hier links.]
5 — 2 = 3
8 — 2 = 6 ꝛc.

L. Sagt dieſe Aufgaben wieder mit dem Worte weniger herunter!

[Eben ſo kann man noch folgende Aufgaben machen laſſen:]

a) Es werden 3 von 5. 8. 6. 9. 4. 7. 10 abgezogen.
b) — — 4 — 5. 8. 6. 7. 4. 7. 10 —
c) — — 5 — 5. 8. 6. 8. 7. 10
d) — — 6 — 8. 6. 9. 7. 10
e) — — 7 — 8. 9. 7. 10
f) — — 8 — 8. 9. 10
g) — — 9 — 9. 10
h) — — 10 — 10

L. Statt, daß man die Zahlen beym Abziehen neben einander mit Querſtrichen ſchreibt, ſetzt man ſie auch unter einander.

8 [Er ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und
5 ſpricht:]
3

Wen man 5 von 8 abzieht, was bleibt alsdann übrig? Ant. 3.

L. Welches iſt hier die Verkleinerungszahl? Ant. 8.

L. Wie heißt man aber die Zahl 5? Ant. Abzug.

L. Und wie heißt man die Zahl 3? Ant Reſt.

L. Auf dieſe Art verfährt man am gewöhnlichſten beym Abziehen. Man ſchreibt nämlich zuerſt die Verkleinerungszahl, alsdann unter dieſelbe den Abzug, macht unter dieſen einen Querſtrich, und ſetzt unter den Querſtrich den Reſt. Berechnet mir daher eben ſo mit Ziffern, was übrig bleibt, wenn man von 9, drey abzieht!

L. Zeigt eure Aufgabe!

L. Berechnet eben ſo, was übrig bleibt, wenn man von 7, vier abzieht!

L. Zeigt eure Aufgabe!

L. Denke ſich jeder 2 gerade Zahlen, eine größere und eine kleinere!

L. Zieht die kleinere von der größern ab!

L. Sagt mir: wenn man eine gerade Zahl von einer geraden abzieht, bleibt alsdann eine gerade oder eine ungerade? —

L. Wenn man 4 von 4 abzieht, bleibt alsdann eine gerade Zahl oder ungerade, oder was? Ant. Nichts.

L. Denke ſich jeder 2 ungerade Zahlen, eine größere und eine kleinere, und zieht die kleinere von der größern ab!

L. Wenn man eine ungerade Zahl von einer ungeraden abzieht, bleibt alsdann eine gerade übrig oder was?

L. Bleibt wohl eine gerade oder ungerade Zahl übrig, wenn man eine gerade von einer ungeraden abzieht?

L. Wenn man aber eine ungerade von einer geraden abzieht? —

L. Ihr könnt euch alſo dieſes merken:

Wenn man eine gerade Zahl von einer ungeraden abzieht, ſo bleibt allemal eine ungerade.

Wenn man eine ungerade von einer geraden abzieht, ſo bleibt ebenfalls eine ungerade.

Wenn man eine gerade Zahl von einer geraden abzieht, ſo bleibt wieder eine gerade oder Nichts.

Wenn man eine ungerade Zahl von einer ungeraden abzieht, ſo bleibt ebenfalls eine gerade oder Nichts.

---

b) In größeren Zahlen.

L. Ich will euch nun zeigen, wie man in größern Zahlen verfährt.

8697 [Er ſchreibt die hier links ſtehenden Ziffern und
3254 ſpricht:]

Wenn man das Abziehen in größern Zahlen recht lernen will, ſo muß man zuerſt jede Aufgabe überlegen. Gebt daher Acht, wie ich hier dieſe Ueberlegung mache!

[Er deutet blos auf den 7ner, alsdann auf den 9ner, 6ter und 8ter, und ſpricht:]

Dort, wo 7 Einer ſind, ſoll ich 4 Einer wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo 9 Zehner —, — — 5 Zehner wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo 6 Hundert —, — — 2 Hundert wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo 8 Tauſend ſind, ſoll ich 3 Tauſend wegnehmen, das kann ich.

Kann man alſo wirklich von der Verkleinerungszahl ſo viel wegnehmen, als die darunter ſtehenden Ziffern anzeigen? Ant. Ja.

L. Dieß wollen wir thun, doch mache mir zuerſt Jeder von euch eben ſo dieſe Ueberlegung mit lauten Worten!

[Hier läßt der Lehrer nach und nach jeden Lehrling auf die Hauptzahl deuten, und ſprechen: dort wo 7 Einer ſind, ſoll ich ꝛc.]

L. Dieſe Ueberlegung müßt ihr bey allen euern Abziehungs-Beyſpielen machen. Gebt jetzt Acht, wie ich abziehe!

4 Einer von 7 Einern, bleiben 3 Einer (er ſchreibt 3 unter 4)
5 Zehner von 9 Zehnern, bleiben 4 Zehner (er ſchreibt 4 unter 5)
2 Hundert von 6 Hundert, bleiben 4 Hundert (er ſchreibt 4 unter 2)
3 Tauſend von 8 Tauſend bleiben 5 Tauſend (er ſchreibt 5 unter 3)

8697 [Die Darſtellung muß ſeyn wie hier links]
3254
————
5443

[Der Lehrer gibt nach und nach folgende Beyſpiele zum Anſchreiben, und läßt ſie berechnen, wie weiter unten bemerkt wird:]

a	b	c	d
6427	8642	3754	5836
2314	5642	1254	2000
4113	3000	2500	3836

e	f	g	h
6000	2080	760	9780
4000	1040	423	5352
2000	1040	337	4428

i	k	l	m	n
3809	8507	3040	8063	784
3625	2413	1625	5124	426
184	6094	1415	2939	358

o	p	q	r	s
3654	9453	6000	7000	9010
1562	5786	2438	4652	5834
2092	3667	3562	2348	3176

Bemerkungen über die vorſtehenden Beyſpiele.

a) Dieſe Aufgabe wird gerad wie die vorigen berechnet, alſo zuerſt Ueberlegung, alsdann das Beyſpiel ſelbſt.

b. c. ꝛc. bis g) Die 0 wird immer durch das Wörtchen: Nichts ausgedrückt.

g) Ueberlegung: Dort wo Nichts iſt, ſoll ich 3 Einer wegnehmen, das kann ich nicht; ich nehme einen Zehner herüber, (hier wird ein Tupfen zwiſchen 6 und 0 gemacht) das ſind 10 Einer.

Dort wo jetzt 10 Einer ſind, ſoll ich 3 Einer wegnehmen, das kann ich.

Dort wo nur noch 5 Zehner ſind, ſoll ich 2 Zehner wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo 7 Hundert ſind, ſoll ich 4 Hundert wegnehmen, das kann ich.

Abziehung: 3 Einer von 10 Einern, bleiben 7 Einer.
2 Zehner von 5 Zehnern, bleiben 3 Zehner ꝛc.

h) Wie g.

i) Ueberlegung: Dort, wo 9 Einer ſind, ſoll ich 5 Einer wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo Nichts iſt, ſoll ich 2 Zehner wegnehmen, das kann ich nicht, ich nehme 1 Hundert herüber, (hier wird ein Tupfen zwiſchen 8 und 0 gemacht) das ſind 10 Zehner.

Dort, wo jetzt 10 Zehner ſind, ſoll ich 2 Zehner wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo nur noch 7 Hundert ſind, ſoll ich 6 Hundert wegnehmen, das kann ich.

Dort, wo 3 Tauſend ſind, ſoll ich 3 Tauſend wegnehmen, das kann ich.

Abziehung: 5 Einer von 9 Einern, bleiben 4 Einer.
2 Zehner von 10 Zehnern, bleiben 8 Zehner.
6 Hundert von 7 Hundert, bleibt 1 Hundert ꝛc.

k) Wie i.

l) Ueberlegung:

Dort, wo Nichts iſt, ſoll ich 5 Einer wegnehmen, das ꝛc.

Dort, wo jetzt 10 Einer ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo nur noch 3 Zehner ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo Nichts iſt, ſoll ich 6 Hundert wegnehmen, das kann ich nicht, ich nehme 1 Tauſend herüber, (hier wird ein Tupfen zwiſchen 3 und 0 gemacht) das ſind 10 Hundert.

Dort, wo jetzt 10 Hundert ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo nur noch 2 Tauſend ſind, ſoll ich 1 Tauſend wegnehmen, das kann ich.

Abziehung: [Wie bekannt.]

m) Ueberlegung.

Dort, wo nur 3 Einer ſind, ſoll ich 4 Einer wegnehmen, das kann ich nicht, ich nehme einen Zehner herüber, (hier wird ein Tupfen ꝛc.) das ſind 10 Einer, die 3 Einer dazu, ſind 13 Einer.

Dort, wo jetzt 13 Einer ſind, ſoll ich 4 Einer ꝛc.

Dort, wo nur noch 5 Einer ſind, ſoll ich ꝛc.

Abziehung: Wie vorhin — oder beſſer ſo:

4 Einer von 10 Einern, bleiben 6 Einer, die 3 Einer dazu, ſind 9 Einer.

2 Zehner von 5 Zehnern bleiben ꝛc.

n) [Wie m.]

o) Ueberlegung:

Dort, wo 4 Einer ſind, ſoll ich 2 ꝛc.

Dort, wo nur 4 Zehner ſind, ſoll ich 6 Zehner wegnehmen, das kann ich nicht, ich nehme 1 Hundert herüber, (hier wird ein Tupfen ꝛc.) das ſind 10 Zehner, die 5 Zehner dazu, ſind 15 Zehner.

Dort wo jetzt 15 Zehner ſind ꝛc. ꝛc.

Abziehung:

2 Einer von 4 Einern, bleiben 2 Einer.

6 Zehner von 10 Zehnern, bleiben 4 Zehner, die 5 Zehner dazu, ſind 9 Zehner.

5 Hundert von 5 Hundert, bleibt Nichts ꝛc.

p) Ueberlegung:—

Dort, wo 3 Einer ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo jetzt 13 Einer ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo nur noch 4 Zehner ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo jetzt 14 Zehner ſind, ſoll ich ꝛc.

Dort, wo nur noch 3 Hundert ſind, ſoll ich 7 Hundert

wegnehmen, das kann ich nicht, ich nehme 1 Tauſend herüber (hier wird 1 Tupfen ꝛc.) das ſind 10 Hundert, die 3 Hundert dazu, ſind 13 Hundert.

Dort wo jetzt 13 Hundert ſind, ſoll ich ꝛc.

Abziehung:

6 Einer von 10 Einern, bleiben 4 Einer, die 3 Einer dazu, ſind 7 Einer.

8 Zehner von 10 Zehnern, bleiben 2 Zehner, die 4 Zehner dazu, ſind 6 Zehner.

7 Hundert von 10 Hundert, bleiben 3 Hundert die 3 Hundert dazu, ſind 6 Hundert.

5 Tauſend von 8 Tauſend, bleiben 3 Tauſend.

q) Ueberlegung:

Dort wo Nichts iſt, ſoll ich 8 Einer wegnehmen, das kann ich nicht, ich nehme einen Zehner von der Zehnerſtelle, da ich aber auch nichts (hier wird ein Tupfen ꝛc.) ich nehme 1 Hundert von der Hundertſtelle, da iſt wieder nichts, (hier wird 1 Tupfen ꝛc.) ich nehme 1 Tauſend von der Tauſendſtelle (hier wird 1 Tupfen ꝛc.) das ſind 10 Hundert; davon laſſe ich 9 Hundert auf der Hundertſtelle, dann habe ich noch 1 Hundert, das ſind 10 Zehner, davon laſſe ich 9 Zehner auf der Zehnerſtelle, und habe noch einen Zehner, das ſind 10 Einer für die Einerſtelle.

Abziehung:

8 Einer von 10 Einern, bleiben 2 Einer.
3 Zehner von 9 Zehnern — 6 Zehner.
4 Hundert von 9 Hundert — 5 Hundert.
2 Tauſend von 5 Tauſend — 3 Tauſend.

r und s) [Wie q.]

Können die Schüler auf dieſe Art fertig abziehen, ſo läßt der Lehrer alle Beyſpiele von a) bis s) noch einmal nach

der gewöhnlichen, abgekürzten Verfahrungsart wiederholen, wie folgt:

a) 4 von 7 bleiben 3: (Es wird 3 unter 4 geſchrieben.
1 — 2 bleibt 1: (— — 1 — 2 —
3 — 4 — 1: ꝛc.
2 — 6 — 4: ꝛc.

Eben ſo werden die übrigen Beyſpiele berechnet.

Bey g) ſagt der Lehrer: Wenn man von der nächſten Stelle etwas herüber nehmen muß, ſo ſpricht man immer: ich nehme 10 herüber; dieß mögen nun 10 Einer, 10 Zehner oder 10 Hunderte ſeyn.

Bey q) ſagt der Lehrer: Merkt euch jetzt dieſe Regel:

Wenn man zu einer Nulle etwas nimmt, ſo denkt man ſich 10 auf ihre Stelle; wenn man aber über die Nulle 10 nehmem muß, ſo läßt man in Gedanken 9 auf ihrer Stelle liegen.

Daher ſpricht man in dieſem Beyſpiele jetzt kurz:
8 von 10 bleiben 2 (Man ſchreibt alſo 2.
3 — 9 — 6 (Man ſchreibt 6.
4 — 9 — 5 ꝛc.
2 — 5 — 3 ꝛc.

Vervielfältigung — Multiplicatio.

a) In kleinen Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt vier 2er unter einander, macht einen Querſtrich darunter, und ſpricht:]

Welche Zahl entſteht, wenn man vier 2er zuſammenzählt?

Ant. Die Zahl 8. [Er ſchreibt 8 unter den Querſtrich]

[Der Lehrer ſchreibt weiter rechts eben ſo fünf 3er unter einander, macht einen Querſtrich darunter, und ſpricht:]

Welche Zahl entſteht, wenn man fünf 3er zuſammenzählt?

Ant. Die Zahl 15. (Er ſchreibt 15 unter den Querſtrich)

[Der Lehrer ſchreibt noch weiter rechts eben ſo ſechs 4er unter einander, macht einen Querſtrich darunter, und ſpricht:]

Welche Zahl entſteht, wenn man ſechs 4er zuſammenzählt?

Ant. Die Zahl 24. [Er ſchreibt 24 unter den Querſtrich, und die drey Beyſpiele müſſen an der Tafel ſtehen, wie hier links.]

[Der Lehrer wiſcht dieſe Beyſpiele wieder alle weg, ſchreibt 4 × 2, und ſpricht:]

		4
	3	4
2	3	4
2	3	4
2	3	4
2	3	4
8	15	24

Statt, daß man die Zahl 2 viermal anſchreibt, kann man ſie auch nur einmal anſchreiben, und einen 4er nebſt einem ſchrägen Kreuz davor ſetzen. Dieſes Kreuz bedeutet nun das Wörtchen m a l.

Wie kann man demnach auch verfahren, ſtatt daß man die Zahl 3 fünfmal anſchreibt? Ant. Man ſchreibt nur einen 3er hin, und ſetzt einen 5er nebſt einem ſchrägen Kreutz davor.

[Er ſchreibt 5 × 3 unter das vorige Beyſpiel.]

L. Wie kann man eben ſo ſchreiben, anſtatt daß man die Zahl 4 ſechsmal anſchreibt? Ant. Man ſchreibt nur einen 4er hin, und ſetzt einen 6er nebſt einem ſchrägen Kreuz davor.

[Er ſchreibt auch 6 × 4 unter das Vorige.]

L. Die Zahl 4 zeigt alſo hier an, daß man die Zahl 2, viermal zuſammen nehmen ſoll. Was bedeutet aber die Zahl 5 hier? Ant. Daß man die Zahl 3 fünfmal zuſammen nehmen ſoll.

L. Was zeigt die Zahl 6 hier an? Ant. Daß man die Zahl 4 ſechsmal zuſammen nehmen ſoll.

L. Eine Zahl ſo vielmal zuſammen nehmen, als eine andere anzeigt, heißt: eine Zahl durch eine andere vervielfältigen, (oder multiplizіren.)

Was heißt eine Zahl durch eine andere vervielfältigen?

L. In dieſem erſten Beyſpiel hier ſoll alſo die Zahl 2 vervielfältiget werden, durch welche Zahl? Ant. Durch 4.

L. Welche Zahl ſoll aber in dem 2ten Beyſpiele vervielfältiget werden? Ant. Die Zahl 3.

L. Welche Zahl ſoll im 3ten Beyſpiele vervielfältiget werden? Ant. Die Zahl 4.

L. Welche Zahl entſteht aber, wenn man die Zahl 2 durch die Zahl 4 vervielfältiget, oder 4 mal zuſammen nimmt? Ant. die Zahl 8.

[Er ſchreibt zum 1ten Beyſpiel = 8]

L. Welche Zahl entſteht wenn man die Zahl 3 durch 5 vervielfältiget? Ant. Die Zahl 15.

[Er ſchreibt = 15]

L. Welche Zahl entſteht, wenn man die Zahl 4 durch 6 vervielfältigel?

Ant. die Zahl 24. [Er ſchreibt = 24, und die drey Beyſpiele müſſen zuletzt an der Tafel ſtehen, wie hier links.]

4 × 2 = 8
5 × 3 = 15
6 × 4 = 24

L. Wenn man im Vervielfältigen großer Zahlen recht fortkommen will, ſo muß man es zuerſt mit allen Zahlen unter 10 können. Die Vervielfältigung aller Zahlen unter 10 iſt das ſogenannte Einmaleins, womit ihr jetzt beſonders bekannt werden ſollt.

1	mal	1	iſt	1
2	×	1	ſind	2
3	×	1	=	3
4	×	1	=	4
5	×	1	=	5
6	×	1	=	6
7	×	1	=	7
8	×	1	=	8
9	×	1	=	9
10	×	1	=	10

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele, und läßt ſie herunter ſagen, wie folgt:]

Einmal Eins iſt Eins. 2 mal 1 ſind 2. 3 mal 1 ſind 3. 4 mal 1 ſind 4. 5 mal 1 ſind 5. u. ſ. w. bis 10 mal 1 ſind 10.

L. Wenn man die Zahl Eins einmal nimmt, ſo bekommt man die Zahl Eins; wenn man die Zahl Eins 2 mal zuſammen nimmt, ſo bekommt man die Zahl 2.

Was bekommt man, wenn man die Zahl 1. 3 mal zuſammen nimmt? Ant. die Zahl 3.

L. Welche Zahl bekommt man, wenn man die Zahl 1, 5 mal zuſammen nimmt? Ant. die Zahl 5.

L. Welche Zahl bekommt man, wenn man die Zahl 1, 7 mal zuſammen nimmt? Ant. die Zahl 7.

L. Wie wir die Zahl 1, 1 mal, 2 mal, 3 mal u. ſ. w. bis 10 mal genommen haben, wollen wir jetzt auch die Zahl 2, einmal, 2 mal, 3 mal ꝛc bis 10 mal nehmen.

Schreibet daher die Ziffern 1, 2, 3 ꝛc. bis 10 unter einander, macht neben jede ein ſchräges Kreuz, und eine Reihe 2er unter einander! Macht jetzt neben jeden 2er zwey Querſtrichlein, und ſetzt die Zahl dazu, welche jedes Mal heraus kommt!

L. Zeigt eure Beyſpiele!

1	×	2	=	2
2	×	2	=	4
3	×	2	=	6
4	×	2	=	8

u. ſ. w.

[Dieſe müſſen unter einander ſtehen, wie hier links angezeigt iſt.]

L. Sagt alles, was ihr geſchrieben habt!

Ant. 1 mal 2 ſind 2. 2 mal 2 ſind 4.
3 — 2 — 6. 4 — 2 — 8.
5 — 2 — 10. u. ſ. w. bis
10 — 2 — 20.

L. Wenn man die Zahl 2, 2 mal zuſammen nimmt, ſo bekommt man die Zahl 4.

Welche Zahl bekommt man, wenn man die Zahl 2, 3 mal zuſammen nimmt? Ant. die Zahl 6.

L. Welche Zahl bekommt man, wenn man die Zahl 2, 5 mal zuſammen nimmt? Ant. Die Zahl 10.

L. Stellt jetzt eben ſo mit Ziffern dar, welche Zahlen heraus kommen, wenn man die Zahl 3, 1 mal, 2 mal, 3 mal ꝛc. bis 10 mal nimmt!

Zeigt eure Darſtellung! [Dieſe muß ſeyn, wie hier links angezeigt iſt.]

1 × 3 = 3
2 × 3 = 6
3 × 3 = 9
4 × 3 = 12
u. ſ. w.

L. Sagt alles, was ihr geſchrieben habt, auswendig her!

[Eben ſo werden auch die Zahlen 4, 5 ꝛc. bis 10 behandelt. Daß dann die Schüler das Einmaleins völlig auswendig wiſſen müſſen, verſteht ſich von ſelbſt.]

[Der Lehrer ſchreibt 4 × 6 an die Tafel, und ſpricht:] Sind dieß zwey gerade Zahlen, oder zwey ungerade?

Ant. Zwey gerade.

L. Welche Zahl entſteht, wenn man die Zahl 6, 4 mal zuſammen nimmt? Ant 24.

L. Iſt die Zahl 24 eine gerade Zahl oder eine ungerade? Ant. Eine gerade.

L. Denke ſich jeder zwey andere gerade Zahlen, und vervielfältige ſie mit einander!

L. Wenn man 2 gerade Zahlen mit einander vervielfälti-

get, entſteht da wieder eine gerade Zahl, oder eine ungerade? —

L. Denke ſich jeder 2 ungerade Zahlen und vervielfältige ſie mit einander!

L. Wenn man alſo 2 ungerade Zahlen mit einander vervielfältiget, entſteht da eine gerade oder ungerade Zahl? —

L. Vervielfältiget jetzt auch eine gerade und ungerade Zahl mit einander, und ſagt, ob dadurch eine gerade oder ungerade entſtehe!

---

b) In größern Zahlen.

a) Der Vervielfältiger iſt einſtellig.

79 ×
4

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Welche Zahl entſteht wohl, wenn man die Zahl 79 durch die Zahl 4 vervielfältigt! —

L. Wenn man eine große Zahl durch eine kleine zu vervielfältigen hat, ſo iſt es wie beym Zuſammenzählen und Abziehen bequemer, wenn man die größere über die kleinere ſchreibt. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

4 mal 79 ſind 4 mal 9 Einer, und 4 mal 7 Zehner.

4 mal 9 Einer ſind 36 Einer, das ſind 6 Einer (Er ſchreibt 6 unter 4) und 3 Zehner — dieſe behalte ich im Sinn.

4 mal 7 Zehner ſind 28 Zehner, die 3 Zehner dazu, ſind 31 Zehner.

31 Zehner ſind 1 Zehner (Er ſchreibt 1 unter 7) und 30 Zehner, oder 3 Hundert (Er ſchreibt weiter links 3)

Es ſind alſo 3 Hundert und 16.

79 [Das Beyſpiel muß zuletzt ausſehen, wie hier
4 links:]
316 [Der Lehrer läßt dieſes Beyſpiel von einzelnen Schülern eben ſo mit lauten Worten noch einige Mal berechnen, und alsdann folgende:]

Welche Zahl entſteht, wenn man 87 dreymal nimmt?

Ant. 261.

— — —, — — 68 neunmal nimmt?

Ant. 612.

— — —, — — 29 ſechsmal nimmt?

Ant. 174.

L. Welche Zahl entſteht, wenn 2, 98 mal nimmt? —

L. Es iſt einerley, ob man eine kleine Zahl durch eine größere, oder die größere durch die kleinere vervielfältiget; gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne! (Er ſchreibt 98, alsdann 2 darunter, und macht unter dieſes einen Querſtrich.)

98 mal 2 iſt ſoviel als 2 mal 98.

2 mal 98 iſt 2 mal 8 Einer, und 2 mal 9 Zehner.

2 mal 8 Einer ſind 16 Einer, das ſind 6 Einer (Er ſchreibt 6 ꝛc. Es iſt alſo 196.

[Der Lehrer läßt dieſes Beyſpiel noch einige Mal von einzelnen Schülern eben ſo mit lauten Worten berechnen, und alsdann folgende:]

Welche Zahl entſteht, wenn man 7, 38 mal nimmt?

Ant. 266.

— — —, — — 4, 76 — nimmt?

Ant. 304.

— — —, — — 8, 75 — nimmt?

Ant 600.

8. Welche Zahl entſteht, wenn man 279, 4 mal nimmt? Aufl. 4 mal 279 ſind: 4 mal 9 Einer, 4 mal 7 Zehner und 4 mal 2 hundert.

4 mal 9 Einer ſind 36 Einer, das ſind 6 Einer (Man ſchreibt 6) und 30 Einer oder 3 Zehner im Sinn.

4 mal 7 Zehner ſind 28 Zehner, die 3 Zehner dazu, ſind 31 Zehner, das iſt: 1 Zehner (Man ſchreibt 1) und 30 Zehner oder 3 hundert im Sinn.

4 mal 2 hundert ſind 8 hundert, die 3 hundert dazu, ſind 11 hundert (Man ſchreibt 11) das iſt 1 hundert und 10 hundert oder 1 tauſend.

Es iſt alſo 1,116.

[Der Lehrer laſſe dieſes Beyſpiel von einzelnen Schülern noch einige Mal mit eben denſelben lauten Worten berechnen, und alsdann folgende:]

Welche Zahl entſteht, wenn man 937, 8 mal nimmt?
Ant. 7496.
— — — — — 287, 9 mal nimmt?
Ant. 2583.
— — — — — 389, 6 mal nimmt?
Ant. 2334.
— — — — — 948, 3 mal nimmt?
Ant. 2844.
— — — — — 5937, 8 mal nimmt?
Ant. 47496.
— — — — — 4287, 9 mal nimmt?
Ant. 38583.
— — — — — 1389, 6 mal nimmt?
Ant. 8334
— — — — — 5948, 3 mal nimmt?
Ant. 17844

Welche Zahl entſteht, wenn man 4875, 6 mal nimmt?
Ant. 29250.

— — — — — 3281, 5 mal nimmt?
Ant. 16405.

— — — — — 9467, 6 mal nimmt?
Ant. 56802.

Welche Zahl entſteht, wenn man 2000, 4 mal nimmt?
Aufl.

4 mal 2000 ſind 4 mal Nichts auf der Einerſtelle (Man ſchreibt 0)

4 mal Nichts auf der Zehnerſtelle (Man ſchreibt 0)

4 mal Nichts auf der Hundertſtelle (Man ſchreibt 0)

4 mal 2 Tauſend, das iſt: 8 Tauſend. (Man ſchreibt 8, und das Beyſpiel muß ausſehen, wie hier links.

2000
4
8,000

Eben ſo folgende Beyſpiele:

Welche Zahl entſteht, wenn man 5000, 3 mal nimmt?
Ant. 15000.

— — — — — 7000, 8 mal nimmt?
Ant. 56000.

L. Welche Zahl entſteht, wenn man 5907 viermal nimmt?
Aufl.

4 mal 7 Einer ſind 28 Einer, das ſind 8 Einer (Man ſchreibt 8) und 20 Einer, oder 2 Zehner im Sinn.

4 mal nichts iſt nichts, die 2 Zehner dazu, ſind 2 Zehner (Man ſchreibt 2)

4 mal 9 hundert ſind 36 hundert ꝛc. Es iſt alſo 23628.

Welche Zahl entſteht, wenn man 8074. 9 mal nimmt? Ant. 72666.

— — — — — 6080. 7 mal nimmt? Ant. 42,560.

— — — — — 9050. 7 mal nimmt? Ant. 63,350.

---

6 3 18	[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:] Welche Zahl muß durch 3 vervielfältiget werden, wenn die Zahl 18 entſtehen ſoll? Ant. 6.

L. Diejenige Zahl, welche vervielfältiget wird, heißt man Vervielfältigungszahl; welches iſt alſo hier die Vervielfältigungszahl? Ant. 6.

L. Durch welche Zahl muß die Zahl 6 vervielfältiget werden, wenn die Zahl 18 entſtehen ſoll? Ant. durch 3.

L. Diejenige Zahl, durch welche eine andere vervielfältiget wird, heißt der Vervielfältiger; welchen beſondern Namen hat alſo die Zahl 3 hier? Ant. Vervielfältiger.

L. Welchen beſondern Namen hat aber die Zahl 6 hier? Ant. Vervielfältigungszahl.

L. Weil die Vervielfältigungszahl und der Vervielfältiger eine andere Zahl hervorbringen, das heißt: weil ſie die Urſache oder der Grund einer andern Zahl ſind, ſo heißt man ſie mit einem gemeinſchaftlichen Namen Grundzahlen (oder Factores). Welches ſind alſo hier die 2 Grundzahlen? Ant. 6 und 3.

L. So viel mal die Zahl 6 genommen werden muß, um 18 zu geben, ſo viel mal iſt ſie eben daher auch in 18 enthalten; wie viel mal? Ant. 3 mal. — —

L. Wie viel mal iſt aber die Zahl 3 in 18 enthalten? Ant. 6 mal.

Weil in jeder Zahl, die durch das Vervielfältigen entſteht, die eine Grundzahl immer ſo vielmal enthalten iſt, als die andere anzeigt, ſo heißt man eben ſolche Zahl, die durch das Vervielfältigen entſteht, den Inhalt.

Welches iſt alſo der Inhalt in dieſem Beyſpiel? Ant. 18.

L. Berechnet mir geſchwind, welcher Inhalt entſteht, wenn man die Zahl 79, 4 mal nimmt! Ant. 316.

L. Welches ſind hier die 2 Grundzahlen? Ant. 79 u. 4.

L. Und wie nennt man die herausgekommene Zahl 316? Ant. Inhalt.

L. Beym Vervielfältigen kann man wieder eben ſo, wie beym Zuſammenzählen und Abziehen viele Worte, die wir vorhin gebrauchten, ſparen. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel noch einmal ganz kurz berechne!

(Er ſchreibt 79, und 4 nebſt einem Querſtrich darunter.)

4 mal 9 ſind 36, ich ſchreibe 6 und behalte 3 im Sinn.

4 mal 7 ſind 28, und 3 im Sinn ſind 31, ich ſchreibe 31.

Berechnet eben ſo kurz Folgendes!

Welcher Inhalt entſteht, wenn man 87. 3 mal nimmt? Ant. 261.

— — — — — 68. 9 mal nimmt? Ant. 612.

— — — — — 29. 6 mal nimmt? Ant. 174.

— — — — — 279. 4 mal nimmt? Ant. 1116.

Welcher Inhalt entſteht, wenn man 937. 8 mal nimmt?
Ant. 7496.

— — — — — 287. 9 mal nimmt?
Ant. 2583.

[Eben nach dieſer kurzen (ſonſt üblichen) Art können jetzt alle obige Beyſpiele vollends wiederholt, und alsdann auch noch andere, jedoch nicht über Tauſende, mit einem 1 ſtelligen Vervielfältiger bearbeitet werden. Hierauf wird mit einem 2ſtelligen Vervielfältiger verfahren, wie folgt:]

---

b) Der Vervielfältiger iſt mehrſtellig.

[Der Lehrer ſchreibt 222, und unter dieſe Zahl 10 nebſt einem Querſtrich.]

L. Welchen Inhalt gibt wohl 10 mal 222? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

10 mal 222 iſt: 10 mal 2 Einer, 10 mal 2 Zehner und 10 mal 2 hundert.

10 mal 2 Einer ſind 20 Einer, das ſind 2 Zehner (Er ſchreibt 20)

10 mal 2 Zehner ſind 20 Zehner, das ſind 2 hundert (Er ſchreibt 2)

10 mal 2 hundert ſind 20 hundert, das ſind 2 tauſend (Er ſchreibt 2) und das ganze Beyſpiel muß ausſehen, wie hier links)

222	Der Inhalt iſt alſo 2,220.
10	[Er laſſe dieſe Berechnung von einzelnen Schülern
2,220	eben ſo mit lauten Worten wiederholen, und dann auf gleiche Weiſe folgende machen:]

Welchen Inhalt gibt 10 mal 333? Ant. 3330.
— — — 10 — 444? — 4440.
— — — 10 — 555? — 5550.
u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt 724, und unter dieſe Zahl wieder 10 nebſt einem Querſtrich.]

L. Wie vorhin könnt ihr auch mit 10 vervielfältigen, wenn die Vervielfältigungszahl aus verſchiedenen Ziffern beſteht.

Wieviel gibt alſo 10 mal 724? —

Aufl. 10 mal 724 iſt 10 mal 4 Einer, 10 mal 2 Zehner und 10 mal 7 hundert.
10 mal 4 Einer ſind 40 Einer (Man ſchreibt 40). 10 mal 2 Zehner ſind ꝛc.

Der Inhalt iſt alſo 7,240.

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben, als:]

Welchen Inhalt gibt 10 mal 236? Ant. 2,360
— — — 10 — 842? — 8 420
— — — 10 — 973? — 9,730.

L. Welchen Inhalt gibt 10 mal 486? Ant. 4,860.

486 [Er ſchreibt dieſe ganze Berechnung, wie ſie hier
10 links ſteht, an die Tafel und ſpricht:]
4860

Wenn man eine Zahl durch 10 vervielfältiget, ſo bekommt der Inhalt nebſt einer Nulle gerad wieder eben dieſelben Ziffern, wie ſie die Vervielfältigungszahl hat.

Was aber die Vervielfältigungszahl auf der Einerſtelle hat, kommt im Inhalte auf die Zehnerſtelle, (weil Einer, 10 mal genommen, Zehner geben).

Was die Vervielfältigungszahl auf der Zehnerſtelle hat, kommt im Inhalte auf die Hundertſtelle, (weil Zehner, 10 mal genommen, Hunderte geben).

Was die Vervielfältigungszahl auf der Hundertſtelle hat, kommt im Inhalte auf die Tauſendſtelle (weil Hunderte, 10 mal genommen, Tauſende geben.)

Daher kann man, wenn man mit 10 zu vervielfältigen hat, kürzer verfahren, wenn man gleich auch eine Nulle in die Einerſtelle des Inhaltes ſetzt, und dann den Zehner wie einen einfachen Einer behandelt. Gebt demnach Acht, wie ich jetzt dieſes Beyſpiel berechne! (Er wiſcht 4860 weg).

Weil hier durch keinen Einer vervielfältiget wird, ſo kommt auch kein Einer auf die 1ſte Stelle des Inhaltes, ſondern eine Nulle, (Er ſchreibt 0).

1 mal 6 iſt 6 (Er ſchreibt 6). 1 mal 8 iſt 8 (Er ſchreibt 8). 1 mal 4 iſt 4 (Er ſchreibt 4). Der Inhalt iſt alſo wie der 4860.

[Eben ſo werden noch folgende Beyſpiele von einzelnen Schülern mit lauten Worten berechnet:]

Welcher Inhalt entſteht, wenn man 236 zehnmal nimmt?
— — —, — — 842 — — ?
— — —, — — 973 — — ?
— — —, — — 502 — — ?
— — —, — — 410 — — ?
— — —, — — 7426 — — ?
— — —, — — 5423 — — ? ꝛc.

[Der Lehrer ſchreibt 658, und unter dieſe Zahl 13 nebſt einem Querſtrich.]

L. Bisher haben wir nichts mit Einern ſondern alles blos mit einem Zehner vervielfältiget, weßwegen auch der Inhalt in der Einerſtelle immer eine Nulle bekam. In dieſem Beyſpiele hier wird mit einem Einer und Zehner zugleich vervielfältiget, daher entſtehen zwey beſondere Inhalte, die man zuletzt zuſammenzählen muß.

Gebt alſo Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

13 mal 658 iſt 3 mal 658 und 10 mal 658.

3 mal 8 iſt 24; ich ſchreibe 4 und behalte 2 im Sinn. 3 mal 5 iſt 15 und die 2 dazu iſt 17; ich ſchreibe 7 und behalte 1 im Sinn. 3 mal 6 iſt 18 und 1 iſt 19; ich ſchreibe 19. 1 mal 8 iſt 8 (Er ſchreibt 8) auf die Zehnerſtelle). 1 mal 5 iſt 5 (Er ſchreibt 5)

1 mal 6 iſt 6 (Er ſchreibt 6, macht einen Querſtrich unter das Ganze, und zählt beyde Inhalte zuſammen, als:)

4 ſind 4; ich ſchreibe 4. 8 und 7 ſind 15; ich ſchreibe 5 und behalte 1 im Sinn. 1 und 5 ſind 6 und 9 ſind 15; ich ſchreibe 5 und behalte 1. 1 und 6 ſind 7 und 1 ſind 8; ich ſchreibe 8. (Das ganze Beyſpiel muß ausſehen, wie hier links.

```
 658
  13
----
1974
658
----
8,554
```

[Der Lehrer deutet auf den Vervielfältiger 13 und ſpricht:]

Hier habe ich geſagt: 1 mal 8 iſt 8; iſt dieſes eigentlich nur 1 mal 8, oder iſt es 10 mal 8? Ant. 10 mal 8.

L. Das iſt: 80 oder 8 Zehner, darum ſchrieb ich auch den 8er gerad von dem Einſer herunter in die Zehnerſtelle, und brauche eben deßwegen keine Nulle; folglich iſt hier der beſondere Inhalt aus der Zehnerſtelle allein 6,580.

Wie viel iſt aber der beſondere Inhalt aus der Einerſtelle? Ant. 1974.

L. Und wieviel iſt der geſammte Inhalt aus beyden? Ant. 8.554.

L. Wenn ihr alſo mit einem 2ſtelligen Vervielfältiger rechnet, ſo dürfet ihr nur immer Acht geben, daß ihr die 1ſte Ziffer, die ihr mit der Einerſtelle des Vervielfältigers erhaltet, auch gerad unter die Einerſtelle des Vervielfältigers ſchreibt, und eben ſo die 1ſte Ziffer, die ihr mit der Zehnerſtelle des

Vervielfältigers erhaltet, unter die Zehnerſtelle des Vervielfältigers, ſo gibt ſich das Uebrige von ſelbſt.

[Der Lehrer laſſe dieſes Beyſpiel noch einige Mal von einzelnen Schülern laut berechnen, und alsdann eben ſo folgende:]

Welchen Inhalt gibt 14 mal 253? 15 mal 463? 16 mal 307? 17 mal 402? 12 mal 333? 13 mal 232? 14 mal 111? 11 mal 111? 11 mal 101?

Welchen Inhalt gibt 12 mal 3456? Ant. 41472.
— — — 17 — 4023? — 68391.

[Der Lehrer ſchreibt 273, und 29 nebſt einem Querſtrich darunter.]

L. In den vorigen Beyſpielen hatte der Vervielfältiger nur einen einfachen Zehner nebſt den Einern, jetzt ſoll er einen mehrfachen Zehner haben.

Welchen Inhalt wird wohl 29 mal 273 geben? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

29 mal 273 iſt 9 mal 273 und 20 mal 273.

9 mal 3 iſt 27; ich ſchreibe 7 und behalte 2 im Sinn. 9 mal 7 iſt 63, und 2 iſt 65 ꝛc.

2 mal 3 iſt 6; ich ſchreibe 6 auf die Zehnerſtelle. 2 mal 7 iſt 14; ich ſchreibe 4 ꝛc. Der geſammte Inhalt iſt alſo 7917.

L. Ich habe geſagt: 2 mal 3 iſt 6; ſind dieß alſo nur 6 Einer, oder 6 Zehner, da ich 3 durch die Zehnerſtelle 2 vervielfältiget habe? Ant. 6 Zehner.

L. Eben ſo habe ich geſagt: 2 mal 7 iſt 14; ſind das 14 Einer, Zehner, oder Hunderte, da ich Zehner mit Zehner vervielfältiget habe? Ant 14 Hunderte.

L. Mache jeder dieſe Aufgabe noch einmal, ob ſie recht iſt!

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

270	937	287	389	948
24	28	39	46	63

4,287	1,389	5,948	4,875
92	75	51	82

7,632	3,287	4,876
17	12	11

1342 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel,
378 und ſpricht:]

Es wird euch nun leicht ſein, auch eine Zahl durch einen dreiſtelligen Vervielfältiger zu vervielfältigen.

Merkt nur wieder folgende Regel: Wenn man Hunderte durch Einer vervielfältiget, ſo gibt es Hunderte.

Wenn man Hunderte durch Zehner vervielfältiget, ſo gibt es Tauſende.

Wenn man Hunderte durch Hunderte vervielfältiget, ſo gibt es Zehentauſende ꝛc.

L. Mann kann auch hier wieder mit wenigen Worten wie vorhin verfahren, gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

L. 8 mal 2 ſind 16, ich ſchreibe 6 und behalte 1 Zehner im Sinn; 8 mal 4 ſind 32 und 1 im Sinn ſind 33 ꝛc.

[Bis 8 mal 1.]

L. Jetzt durch den 7fachen Zehner: 7 mal 2 ſind 14; ſind dieß 14 mal 1 oder 14 mal 10? Wohin muß alſo der 4er? Ant. Unter 3. [Er ſchreibt 4 und fährt fort, wie oben ꝛc. bis 7 mal 1.]

L. Jetzt durch 3 hundert: 3 mal 2 ſind 6; iſt das 6 mal 1 oder 6 mal hundert? Ant. 6 mal 100.

```
  1,342
    378
 ------
  10736
  9394
 4026
 ------
507,276
```

[Er ſchreibt 6 und fährt ſo fort, bis 3 mal 1, ſo daß zuletzt die ganze Berechnung an der Tafel ſteht, wie hier links.]

L. Rechne auch jeder von euch dieſe Aufgabe!

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele gemacht:]

```
8,532   9,768   3,250   7,400   9,000
  247     635     943     684     325
-----   -----   -----   -----   -----

        3,020
          843
        -----
```

L. Rechnet heraus, welche Zahl entſteht, wenn man 4732 durch 40 vervielfältigt!

```
  4,732
     40
 -------
   0000
 18,928
 -------
189,280
```

[Hier kommen die Lehrlinge wahrſcheinlich auf folgende Auflöſung, wie hier links. Der Lehrer laſſe ſie ſogleich auch eben ſo die weiter unten folgenden Beyſpiele berechnen, und zeige ihnen alsdann, wie man dieſe und ähnliche Aufgaben auf eine kürzere Art löst.]

[Er ſchreibt daher ſelbſt 4,732 an die Tafel, ſetzt 40 darunter, und ſpricht:]

4732 mit 40 vervielfältigen, heißt ſo viel als: 4732 keinmal mit Einern nehmen (Er ſchreibt eine 0 auf die Einerſtelle) ſondern nur mit einem 4fachen Zehner.

Was heißt 4732 mit 40 vervielfältigen? Ant. ſo viel als ꝛc.

L. Ich ſage alſo: 4 mal 2 ſind 8, ſind das wohl 8 Einer oder 8 Zehner? Ant 8 Zehner.

4,732
40
189,280

[Er ſchreibt 8 unter 4, macht rechts 0, und fährt fort, wie gewöhnlich bis auf 4 mal 4, ſo daß zuletzt die Berechnung an der Tafel ſteht, wie hier links.]

L. Weil hier der Vervielfältiger keinen Einer hat; ſo entſteht nur ein einziger Inhalt.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

8,746	7,562	9,835	6,384
90	80	20	70

2,222	4,444
30	10

ꝛc.

L. Auf dieſe Art könnt ihr auch Aufgaben machen, wenn der Vervielfältiger nebſt den Zehnern noch Hunderte enthält. Gebt daher Acht auf folgendes Beyſpiel!

4732
240

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

4 mal 2 ſind 8 (Er ſchreibt 8 unter 4 mit der 0)
4 — 3 — 12 ꝛc.
2 — 2 — 4 (Er ſchreibt 4 unter 2 ꝛc.

4,732
240
189,280
9464
1,,135,680

[Die Berechnung ſieht zuletzt ſo aus, wie hier links:]

L. Weil man hier nicht mit Einern, ſondern nur mit Zehnern und Hundertern vervielfältiget, ſo entſtehen nur 2 Inhalte, die man zuletzt zuſammenzählt.

[Er läßt folgende Beyſpiele berechnen:]

8,746	7,562	9,835
390	480	820

6,384	2,222	4,445
570	730	110

4,732 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Bey-
200 ſpiel und ſpricht:]

4,732 mit 200 vervielfältigen, heißt ſo viel als: 4,732 keinmal mit einem Einer nehmen [Er ſchreibt eine o in die Einerſtelle] auch keinmal mit einem Zehner, [Er ſchreibt auch eine o in die Zehnerſtelle,] ſondern nur mit einem 2fachen Hundert. Ich ſage alſo:

2 mal 2 ſind 4; ſind dieß wohl 4 Einer, 4 Zehner oder 4 hundert? Ant. 4 hundert (Er ſchreibt 4).

L. 2 mal 3 ſind 6.

4,732 [Er ſchreibt 6, und vollendet die Aufgabe nach
200 der gewöhnlichen Art, ſo wird ſie zuletzt an
946,400 der Tafel ſtehen, wie hier links:]

L. Mache jeder dieſe Aufgabe eben ſo!

L. Bey den vorigen Aufgaben hatte der Vervielfältiger eine o in der Einerſtelle, daher kam auch eine o in dieſe Stelle des Inhaltes; bey dieſer Aufgabe aber hat der Vervielfältiger eine o in der Einerſtelle und zugleich eine in der Zehnerſtelle, daher kommt jetzt auch eine o in die Einerſtelle und eine in die Zehnerſtelle des Inhaltes.

Wenn alſo der Vervielfältiger ſolche 2 Nullen hat, ſo ſetzt man gleich auch in den Inhalt zwey Nullen.

[Er läßt folgende Aufgaben machen:]

8,746	5,739	9,374
300	500	700

4,791	6,782	4,231
800	600	100

7162 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Bey-
2000 ſpiel und ſpricht:]

7,162 mit 2,000 vervielfältigen, heißt ſo viel als: 7,162 keinmal mit einem Einer nehmen, [Er ſchreibt 0 in die Einerſtelle] auch keinmal mit einem Zehner, [Er ſchreibt eine 0 in die Zehnerſtelle] und keinmal mit hundert, [Er ſchreibt eine 0 in die Hundertſtelle,] ſondern blos mit einem 2fachen Tauſend; ich ſage alſo:

2 mal 2 ſind 4; ſind dieß 4 Einer, oder 4 Tauſende? Ant 4 tauſend [er ſchreibt 4 in die Tauſendſtelle] 2 mal 6 ſind 12, [Er ſchreibt ꝛc.]

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

5,834	7,036	9,807
7,000	4,000	8,000

4,372 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Bey-
6,020 ſpiel und ſpricht:]

4,372 mit 6,020 vervielfältigen, heißt ſo viel als:

4,372 keinmal mit einem Einer nehmen; [Er ſchreibt eine Nulle in die Einerſtelle] aber mit einem 2 fachen Zehner, dann wieder keinmal mit hundert, ſondern mit einem ſechsfachen Tauſend.

2 mal 2 ſind 4 (Er ſchreibt 4)

2 — 7 — 14 ꝛc. bis 2 mal 4.

Jetzt ſoll keinmal mit hundert vervielfältiget werden [Er ſchreibt eine o in die Hundertſtelle des 2ten Inhalts und ſpricht weiter:] 6 mal 2 ſind 12. [Er ſchreibt 2 ꝛc. bis 6 mal 4.]

```
    4,372
    6,020
    -----
    87440
   262320
---------
26,,319,440
```

[Zuletzt wird die Berechnung an der Tafel ſtehen, wie hier links:]

[Es werden folgende Aufgaben gemacht:]

```
 8,346      5,384      9,421
 2,070      9,207      6,084
 -----      -----      -----
```

```
7,400
  200
-----
```

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

7,400 mit 200 vervielfältigen heißt ſo viel als:

7,400 keinmal mit einem Einer nehmen [Er ſchreibt eine o in die Einerſtelle] auch keinmal mit einem Zehner, [Er ſchreibt eine o in die Zehnerſtelle,]
ſondern nur mit einem zweyfachen hundert; ich ſage alſo:

2 mal Nichts iſt Nichts [Er ſchreibt o in die Hundertſtelle]
2 — — — — [Er ſchreibt o in die Tauſendſtelle]
2 — 4 — 8 ꝛc. [Die Berechnung ſieht zuletzt ſo aus, wie hier links:]

```
     7,400
       200
----------
1,,480 000
```

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele gemacht:]

```
 8,700      8,700      9,306
   300      3,000      4,000
 -----      -----      -----
```

4,320	7,904	4,001
7,060	5,302	7,002

Anm. Der Lehrer mache die Schüler jetzt noch auf Folgendes aufmerkſam:

Wenn ſich die geringſten Stellen einer Grundzahl, oder beyder zugleich auf Nullen endigen, ſo kann man ſogleich blos die eigentlichen Ziffern (Nullen ſind lehre Zeichen) mit einander vervielfältigen, und dem daraus entſtandenen Inhalte zuletzt ſo viele Nullen rechts beyſetzen, als beyde Grundzahlen auf ihren geringſten Stellen zuſammen haben.

[Demnach wird die obige Aufgabe jetzt ſo berechnet:]

2 mal 4 iſt 8 * (Man ſchreibt 8 unter den 2er). 2 mal 7 iſt 14 (Man ſchreibt 14) Und nun ſetzt man noch die 4 Nullen zu 8, ſo ſieht die ganze Berechnung ſo aus, wie hier links.)

7400
200
1480000

* Dieß iſt eigentlich 8 mal 10 tauſend, weil man 100te mit 100ten vervielfältiget, welches 10 Tauſende gibt.

Da alſo der 8er lauter Zehntauſende bedeutet, ſo gehören ihm noch 4 Stellen rechts, welche er eben durch die Beyſetzung der 4 Nullen zuletzt erhält.

Man laſſe nun die 4 übrigen Aufgaben noch einmal, und wenn es nöthig iſt, auch noch ähnliche auf dieſe kurze Art berechnen.

Iſt der Vervielfältiger gar nur ein Einſer mit einer, 2 oder 3 Nullen u. ſ. w., ſo kann man noch kürzer verfahren, wenn man der Vervielfältigungszahl ohne weiters ſo viele Nullen rechts beyſetzt, als der Einſer bey ſich hat. Z. B.

Welchen Inhalt gibt 10 mal 4379? * Ant. 43,790
— — — 100 — 2463? — 246300
— — — 1000 — 5798? — 5,,798,000

* Hier erhält man alſo ſogleich: 43790 an Statt der

4379 hier links ſtehenden Darſtellung.
10
———
43,790

Denn die Zahl 4379 ſoll 10 mal genommen werden, das heißt: ſie ſoll 10 mal ſo groß werden, als ſie wirklich iſt. Nun aber wird durch dieſe Beyſetzung der Nulle ihre Einerſtelle in eine Zehnerſtelle verwandelt, ihre Zehnerſtelle in eine Hundertſtelle, und ihre Hundertſtelle in eine Tauſendſtelle ꝛc., das iſt: jede Stelle wird 10 mal größer, folglich auch die ganze Zahl.

Eben ſo erklärt ſich auch die kurze Vervielfältigungsart mit 100, 1000, u. ſ. w.

Ein beſonderer Vortheil ergibt ſich noch beym Vervielfältigen mit 11, womit man die Schüler wenigſt ſpäterhin bekannt machen kann.

Soll nämlich eine Zahl mit 11 vervielfältiget werden, ſo ſchreibt man die gegebene Zahl blos zweymal unter einander, doch ſo, daß das 2te Mal die Einer unter die Zehner, und die Zehner unter die Hunderte kommen, u. ſ. w., ſo hat man die beyden beſondern Inhalte, welche man nun zuſammenzählt und ſomit den geſammten Inhalt erhält. Z. B. Welchen Inhalt gibt 11 mal 327? —

327	327	Dieſe Berechnung wird gemacht, wie
327 oder	327	hier links.
3597	3597	Denn 11 iſt 1 und 10, alſo iſt

11 mal eine Zahl, 1 mal die Zahl und 10 mal die Zahl.

1 mal iſt die Zahl angegeben, und 10 mal die Zahl deute ich an, wenn ich ihre Einerſtelle auf die Zehnerſtelle ſetze, und die Zehnerſtelle auf die Hundertſtelle, u. ſ. w.

Geringer iſt folgender Vortheil:

Wenn man eine 2ſtellige Zahl durch 11 zu vervielfältigen hat, ſo zählt man ſogleich die Einer und Zehner zuſammen, ſetzt die Summe zwiſchen beyde Stellen, und hat ſomit den Inhalt. z. B.;

Welcher Inhalt entſteht, wenn man 27 elfmal nimmt? Aufl.

7 und 2 ſind 9 dieſe 9 zwiſchen 7 und 2 geſetzt gibt 297.

Mithin braucht man auch 27 hier nicht zweymal anzuſchreiben.

Die Urſache hievon liegt in der vorigen Erklärung. Weil aber dieſe Verfahrungsart ſchon eine Ausnahme findet, ſobald die Summe der Einer- und Zehnerſtelle über 9 ausmacht, ſo kann leicht ein Irrthum entſtehen, weßwegen ich ſie für ungeübte Rechner gar nicht anrathe. Z. B.; Wieviel iſt 11mal 37? Ant. 407.

Theilung. Diviſio.

A) Ohne die vorkommenden Reſte in Brüchen anzugeben.

A) Es wird angegeben, in was für geringere Zahlen eine größere getheilt werden ſoll, und geſucht, wie viel ſolche Theile die größere enthalte.

---

a) Der Theiler iſt 1ſtellig.

a) Theilung geringer Zahlen.

2 | 10([Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden
2 | 14(Beyſpiele, deutet und ſpricht:]
3 | 18(Wieviel mal kann man 2 dort wegnehmen,
3 | 24(wo 10 ſind? Ant. 5 mal.
4 | 36(L. Wieviel mal kann man 2 dort wegnehmen,
wo 14 ſind? Ant. 7 mal.

L. Wieviel mal kann man 3 von 18 wegnehnen? Ant. 6 mal.

L. Wieviel mal kann man 3 von 24 wegnehmen? Ant. 8 mal.

I. — — — — 4 — 36 — ? Ant. 9 mal.

L. So viel mal man eine Zahl von einer andern wegnehmen kann, ſoviel mal muß ſie in ihr enthalten ſeyn.

Wieviel mal iſt die Zahl 2 in 10 enthalten? Ant. 5 mal
L. — — — — — 2 — 14 — ? — 7 —
L. — — — — — 3 — 18 — ? — 6 — ꝛc.

L. Dadurch, daß man die Zahl 2 von der Zahl 10 ſoviel mal wegnimmt, als ſie in ihr enthalten iſt, wird die Zahl 10 in lauter 2er getheilt.

Dadurch, daß man die Zahl 2 von der Zahl 14 ſoviel mal wegnimmt, als ſie in ihr enthalten iſt, wird die Zahl 14 ebenfalls in lauter 2er getheilt.

L. Wodurch wird auf dieſe Art die Zahl 18 in lauter 3er getheilt? Ant. Dadurch, daß man die Zahl 3 ſoviel mal von ihr wegnimmt, als ſie in ihr enthalten iſt.

L. Wodurch wird eben ſo die Zahl 24 in lauter 3er getheilt? Ant. Dadurch daß man die Zahl 3 ſoviel mal von ihr wegnimmt, als ſie in ihr enthalten iſt.

L. Wodurch wird eben ſo die Zahl 36 in lauter 4er getheilt? Ant. Dadurch ꝛc.

L. Wenn man alſo eine größere Zahl in lauter ſolche Theile theilen will, wie eine gegebene kleinere einer iſt, ſo darf man nur unterſuchen, wieviel mal die kleinere in der größern enthalten iſt, und eben daher heißt überhaupt

unterſuchen, wieviel mal eine Zahl in einer andern enthalten iſt, durch eine Zahl eine andere theilen (oder Dividiren).

Was heißt: durch eine Zahl eine andere theilen? Ant. Unterſuchen ꝛc.

L. Durch die Zahl 2 die Zahl 10 theilen, heißt alſo: unterſuchen, wieviel mal die Zahl 2 in 10 enthalten iſt. Was heißt eben ſo: Durch die Zahl 2 die Zahl 14 theilen? Ant. Unterſuchen, wieviel mal die Zahl 2 in 14 ꝛc.

L. Was heißt: Durch die Zahl 3 die Zahl 18 theilen? Ant. Unterſuchen — ꝛc.

u. ſ. w.

[Der Lehrer deutet wieder auf die obigen Beyſpiele und ſpricht:]

Wieviel mal iſt die Zahl 2 in der Zahl 10 enthalten? Ant. 5 mal (Er ſchreibt 5)

L. Welche Zahl entſteht alſo, wenn man die Zahl 10 durch 2 theilt? Ant. 5.

L. Wieviel mal iſt die Zahl 2 in der Zahl 14 enthalten? Ant. 7 mal (Er ſchreibt 7)

L. Welche Zahl entſteht alſo, wenn man die Zahl 14 durch 2 theilt? Ant 7.

L. Wieviel mal iſt die Zahl 3 in der Zahl 18 enthalten? Ant. 6 mal (Er ſchreibt 6)

L. Welche Zahl entſteht alſo, wenn man die Zahl 18 durch 3 theilt? Ant. 6.

u. ſ. w.

2 | 10(5 [Die Beyſpiele müſſen ſeyn, wie hier links.]
2 | 14(7 [Der Lehrer deutet wieder auf jedes und ſpricht:]
3 | 18(6 Hier im 1ſten Beyſpiel haben wir die Zahl 10
3 | 24(8 durch 2 getheilt
4 | 36(9

Welche Zahl haben wir alsdann wieder durch 2 getheilt? Ant. die Zahl 14.

L. Welche Zahl haben wir alsdann durch 3 getheilt? Ant. Die Zahl 18.

L. Welche Zahl haben wir noch durch 3 getheilt? Ant. Die Zahl 24.

L. Welche Zahl haben wir durch 4 getheilt? Ant. Die Zahl 36.

L. Diejenige Zahl, welche getheilt wird, heißt man Theilungszahl; welches iſt alſo die Theilungszahl im erſten Beyſpiel hier? Ant. die Zahl 10.

L. Welches iſt die Theilungszahl im 2ten Beyſpiel? Ant. Die Zahl 14.

L. Welches — — — — — 3ten Beyſpiel? Ant. Die Zahl 18.

u. ſ. w.

L. Durch welche Zahl haben wir die Zahl 10 getheilt? Ant. Durch 2.

L. Durch — — — — — Zahl 14 getheilt? Ant. Durch 2.

L. — — — — — — Zahl 18 getheilt? Ant. Durch 3. ꝛc.

L. Diejenige Zahl, durch welche eine andere getheilt wird, heißt man Theiler.

Welches iſt alſo der Theiler in unſerm erſten Beyſpiel? Ant. 2.

L. Wie heißt man aber in dieſem Beyſpiel die Zahl 10? Ant. Theilungszahl.

L. Welches iſt der Theiler in dem 2ten Beyſpiel? Ant 2.

L. Wie heißt man aber die Zahl 14? Ant. Theilungszahl.

L. Welches iſt der Theiler in dem 3ten Beyſpiel? Ant. 3 ꝛc. u. ſ. w.

L. In dem erſten Beyſpiel hier zeigt der 5er an, wie viel mal die Zahl 2 in der Zahl 10 enthalten iſt; in dem 2ten Beyſpiel zeigt der 7er an, wie viel mal die Zahl 2 in der Zahl 14 enthalten iſt.

Was zeigt der 6er in dem 3ten Beyſpiel an? Ant. Wie viel mal die Zahl 3 in 18 enthalten iſt.

L. Was zeigt der 8er in dem 4ten Beyſpiel an?

L. Was — — 9er — — 5ten — —?

L. Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel mal eine Zahl in einer andern enthalten iſt, heißt man Anzeiger.

Wie heißt man alſo den 5er in unſerm erſten Beyſpiel? Ant. Anzeiger.

L. Wie heißt man aber den 10er in dieſem Beyſpiel? Ant. Theilungszahl.

L. Wie heißt man aber den 2er in dieſem Beyſpiel? Ant. Theiler.

L. Welches iſt die Theilungszahl im 2ten Beyſpiel? Ant. 14.

L. Welches iſt der Theiler in dieſem Beyſpiel? Ant. 2. u. ſ. w.

3 | 27([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Gebt Acht, wie ich die Zahl 27 durch 3 theile!

3 ſind in 27 neunmal enthalten (Er ſchreibt 9 in die Anzeigerſtelle). Denn 9 mal 3 ſind 27 (Er ſchreibt 27 unter die Theilungszahl, macht einen Querſtrich darunter und zieht ab) 27 von 27 bleibt nichts.

3 | 27(9
  27
 ——
  - -

(Das ganze Beyſpiel wird ausſehen, wie hier links:]

L. Berechne mir jetzt Einer nach dem Andern eben ſo mit Ziffern und Worten Folgendes!

Wie viel mal ſind 3 in 21 enthalten?
Wie — — — 4 — 20 — ?
— — — — 2 — 18 — ?
— — — — 5 — 40 — ?
— — — — 6 — 42 — ?
— — — — 7 — 28 — ?
u. ſ. w.

———

3 | 17([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Gebt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

3 ſind in 17 fünfmal enthalten, (Er ſchreibt 5 in die Anzeigerſtelle). Denn 5 mal 3 ſind 15. (Er ſchreibt 15 unter 17 mit einem Querſtrich.) 15 von 17 bleiben 2 (Er ſchreibt 2 unter den Querſtrich.)

3 | 17(5
  15
 ——
   2

[Das Beyſpiel muß jetzt ausſehen wie hier links:]

L. Wie heißt man die Zahl, welche beym Abziehen übrig bleibt? Ant. Reſt.

L. Wie viel mal ſind alſo 3 in 17 enthalten? Ant. 5 mal nebſt dem Reſt 2.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind	3 in 25	enthalten?	8 mal,	nebſt 1.
Wie — — —	4 in 27	— ?	6 mal,	— 3.
— — — —	2 in 15	— ?		
— — — —	5 in 29	— ?		
— — — —	6 in 31	— ?		

u. ſ. w.

---

b) Theilung größerer Zahlen.

8888 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Zah-
6666 len an die Tafel und ſpricht:]
4444 Wie man beym Theilen mit kleinern Zahlen ver-
6842 fährt, eben ſo verfährt man auch mit großen Zahlen; doch muß man bey dieſen vorzüglich Acht geben, was jede Ziffer auf ihrer Stelle bedeutet. Sprecht daher jede dieſer Zahlen links herüber aus! (Er deutet auf jede Ziffer)

Ant. Acht. Achtzig.	8 Hundert.	8 Tauſend.
Sechs. Sechzig.	6 —	6 —
Vier. Vierzig.	4 —	4 —
Zwey. Vierzig.	8 —	6 —

L. Jetzt auch rechts hinüber! Ant.

8 Tauſend.	8. Hundert.	80.	8.
6 —	6 —	60.	6.
4 —	4 —	40.	4.
6 —	8 —	40.	2.

[Der Lehrer deutet wieder auf jede Ziffer links herüber, und läßt ſie ausſprechen, wie folgt:]

8 ſind 1 mal 8. 80 ſind 10 mal 8. 800 ſind 100 mal 8. 8000 ſind tauſendmal 8.

6 ſind 1 mal 6. 60 ſind 10 mal 6. 600 ſind 100 mal 6. 6000 ſind tauſendmal 6.

4 ſind 1 mal 4. 40 ſind 10 mal 4. 400 ſind 100 mal 4. 4000 ſind tauſendmal 4.

2 ſind 1 mal 2. 40 ſind 10 mal 4. 800 ſind 100 mal 8. 6000 ſind tauſendmal 6.

[Eben ſo rechts hinüber als:]

8000 ſind tauſendmal 8. 800 ſind hundertmal 8. 80 ſind 10 mal 8. 8 ſind 1 mal 8.

6000 ſind tauſendmal 6. 600 ſind hundertmal 6. 60 ſind 10 mal 6. 6 ſind 1 mal 6.

4000 ſind tauſendmal 4. 400 ſind hundertmal 4. 40 ſind 10 mal 4. 4 ſind 1 mal 4.

6000 ſind tauſendmal 6. 800 ſind hundertmal 8. 40 ſind 10 mal 4. 2 ſind 1 mal 2.

4 | 87([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

4 ſind in 8 zweymal enthalten (Er ſchreibt 2 in die Anzeigerſtelle)

L. Sind aber hier nur 1 mal 8, oder 10 mal 8? Ant. 10 mal 8.

L. Sind alſo 4 nur 1 mal 2 mal, oder 10 mal 2 mal darin enthalten? Ant. 10 mal 2 mal.

L. Das iſt alſo 20 mal.

[Er macht nach dem Anzeiger einen Tupfen, indem er ſpricht:]

Damit man leicht merkt, daß dieſer 2er auf die Zehnerſtelle gehört, ſo will ich einsweilen einen Tupfen auf die Einerſtelle machen.

Wie vielmal ſind 4 noch in 7 enthalten? Ant. Einmal, nebſt 3. (Er ſchreibt 1 auf den Tupfen.)

L. Ihr könnt euch ſchon bey dieſem einzigen Beyſpiel folgende Regel merken:

Hat man eine 2ſtellige Theilungszahl, und der Theiler iſt

auf ihrer Zehnerſtelle enthalten, ſo kommt auch der Anzeiger in die Zehnerſtelle.

L Gebt jetzt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel noch einmal ganz berechne!

4 | 87(21	[Er wiſcht 21 weg, und ſchreibt nach und nach alles wie hier links, indem er ſpricht:]
8	
·7	4 ſind in 8 zweymal enthalten. 2 mal 4 ſind
4	8 — von 8 bleibt nichts. Ich ſetze 7 herab.
3	

4 ſind in 7 einmal enthalten. 1 mal 4 iſt 4 — von 7 bleiben 3.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 3 in 67 enthalten? Ant. 22 mal nebſt 1 Reſt.

Wie — — — 2 in 85 — ? Ant. 42 mal nebſt 1 Reſt.

— — — — 4 in 47 — ? Ant. 11 mal nebſt 1 Reſt.

— — — — 3 in 96 — ? Ant. 32 mal ohne Reſt.

— — — — 2 in 28 — ? Ant. 14 mal.

---

4 | 83([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:] Gebt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

4 | 83(20	[Er ſchreibt alles wie hier links indem er ſpricht:]
8	
·3	4 ſind in 8 zweymal enthalten. 2 mal 4 ſind 8 — von 8 bleibt nichts. Ich ſetze 3 herab.

4 ſind in 3 nicht enthalten, ich ſchreibe eine Nulle in die Anzeigerſtelle.

L. Wie vielmal ſind alſo 4 in 83 enthalten? Ant. 20 mal nebſt 3 Reſt.

L. Merkt euch jetzt wieder dieſes!

Wenn man nach dem Abziehen eine Zahl herabgeſetzt hat, und der Theiler iſt in dem unten Stehenden nicht enthalten, ſo ſetzt man eine Nulle in die Anzeigerſtelle. Berechnet jetzt Folgendes!

Wie viel mal ſind 3 in 62 enthalten? Ant. 20 mal nebſt 2 Reſt.

— — — — 2 in 81 — ? Ant. 40 mal nebſt 1 Reſt.

— — — — 4 in 42 — ? Ant. 10 mal nebſt 2 Reſt.

---

2 | 97([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Wie vielmal ſind 2 in 9 enthalten? Ant. 4 mal (Er ſchreibt 4 in die Anzeigerſtelle.) 4 mal 2 ſind 8. 8 von 9 bleibt 1 (Er ſchreibt 1.)

L. Bedeutet dieſer 9er nur 9 Einſer oder bedeutet er 9 Zehner! Ant. 9 Zehner.

L. Haben wir alſo nur Eins oder 10 übrig behalten? Ant. 10.

[Er ſchreibt 7 herab, und ſpricht:] 10 und 7 ſind 17. Wie vielmal iſt die Zahl 2 in 17 enthalten? Ant. 8 mal nebſt 1.

[Er ſchreibt 8 in die Anzeigerſtelle und ſpricht:]

Nun könnt ihr euch für immer Folgendes merken:

Wenn der Theiler in einer Zahl auf der Zehnerſtelle nicht enthalten iſt, ſo nimmt man dieſe zur Einerſtelle.

L. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel noch einmal berechne!

2 | 97(48	[Er wiſcht alles weg bis auf 2 und 97, ſchreibt
8	nach und nach alles wieder dazu wie hier links,
17	und ſpricht:]
16	2 ſind in 9 vier mal enthalten; 4 mal 2 ſind 8.
1	8 von 9 bleibt 1: ich ſetze 7 herab.

2 ſind in 17 achtmal enthalten; 8 mal 2 ſind 16. 16 von 17 bleibt 1.

L. Wie viel mal ſind alſo 2 in 97 enthalten? Ant. 48 mal nebſt 1 Reſt.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 2 in 75 enthalten? Ant. 37 mal nebſt 1 Reſt.

Wie viel mal ſind 3 in 87 — ? Ant. 29 mal ohne Reſt.

Wie viel mal ſind 4 in 78 — ? Ant. 19 mal nebſt 2 Reſt.

Wie viel mal ſind 5 in 93 — ? Ant. 18 mal nebſt 3 Reſt.

Wie viel mal ſind 8 in 96 — ? Ant. 12 mal ohne Reſt.

---

4 | 875([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

4 ſind 8 zweymal enthalten; (Er ſchreibt 2 in die Anzeigerſtelle) ſind aber hier nur 1 mal 8, oder 100 mal 8? Ant. 100 mal 8.

L. Sind alſo 4 nur 1 mal 2 mal, oder 100 mal 2 mal in dieſen 8 enthalten? Ant. Hundert mal 2 mal.

L. Das iſt: 200 mal; ich mache alſo 2 Tupfen nach dem 2er, zum Zeichen, daß noch 2 Ziffern folgen müſſen. (Er macht 2 Tupfen) Ihr ſeht hier wieder Folgendes ein:

Hat man eine 3ſtellige Theilungszahl, und der Theiler iſt in ihrer Hundertſtelle enthalten, ſo kommt auch der Anzeiger auf die Hundertſtelle.

Ich will jetzt die Berechnung dieſes Beyſpiels nochmals vorn anfangen, und vollends ausmachen:

```
4 | 875(218
    8
    —
    ·7
    4
    —
    35
    32
    ——
    ·3
```

[Er ſchreibt alles nach und nach wie hier links, indem er ſpricht:]

4 ſind in 8 zweymal enthalten; 2 mal 4 ſind 8. 8 von 8 bleibt nichts. Ich ſetze 7 herab.

4 ſind in 7 einmal enthalten; 1 mal 4 iſt 4. 4 von 7 bleiben 3. Ich ſetze 5 herab.

4 ſind in 35 acht mal enthalten; 8 mal 4 ſind 32. 32 von 35, bleiben 3.

L. Wie vielmal ſind alſo 4 in 857 enthalten? Ant. 218 mal nebſt 3 Reſt.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 2 in 695 enthalten? Ant. 347 mal nebſt 1 Reſt.

Wie viel mal ſind 3 in 972 — ? Ant. 324 mal

Wie viel mal ſind 4 in 486 — ? Ant. 121 mal nebſt 2 Reſt.

Wie viel mal ſind 5 in 580 — ? Ant 116 mal

Wie viel mal ſind 4 in 860 — ? Ant. 215 mal

2 | 167([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Die Zahl 2 iſt in der Zahl 1 nicht enthalten; iſt aber die Zahl 2 in 16 enthalten? Ant. Ja.

L. Wie viel mal? Ant. 8 mal (Er ſchreibt 8)

L. Zeigen dieſe 2 Ziffern hier nur 16 an, oder 160? Ant. 160.

L. 100 ſind 10 mal 10. 60 ſind 6 mal 10.

10 mal 10 und 6 mal 10 ſind zuſammen 16 mal 10, oder 10 mal 16.

Da wir alſo 10 mal 16 hier haben, iſt daher die Zahl 2 nur 1 mal 8 mal, oder 10 mal 8 mal darin enthalten? Ant. 10 mal 8 mal.

L. Das iſt 80 mal, darum kann man auch hier nach dem 8er einen Tupfen machen, zum Zeichen, daß er auf die Zehnerſtelle gehört, und ihr könnt euch dabey Folgendes merken:

Wenn der Theiler auf der Hundertſtelle nicht enthalten iſt; ſo nimmt man dieſe zur Zehnerſtelle (Er macht einen Punkt zwiſchen 6 und 7)

L. Ich will daher dieſes Beyſpiel wieder ganz von vorn an berechnen:

[Er ſchreibt wieder alles, wie bekannt, indem er ſpricht]

2 ſind in 1 nicht enthalten, aber in 16.

2 ſind in 16 acht mal enthalten; 8 mal 2 ſind 16.

16 von 16, bleibt nichts. Ich ſetze 7 herab ꝛc.

L. Wie vielmal ſind alſo 2 in 167 enthalten? Ant. 83 mal nebſt 1.

L. Berechnet eben ſo Folgendes! Nehmt aber auch die Tupfen in Acht!

Wie viel mal ſind 2 in 159 enthalten? Ant. 79 mal nebſt 1.
— — — — 3 — 208 — ? Ant. 69 mal nebſt 1.
— — — — 4 — 370 — ? Ant. 92 mal nebſt 2.
— — — — 5 — 218 — ? Ant. 43 mal nebſt 3.
— — — — 6 — 409 — ? Ant. 68 mal nebſt 1.
— — — — 7 — 100 — ? Ant. 14 mal nebſt 2.
— — — — 8 — 427 — ? Ant. 53 mal nebſt 3.
— — — — 9 — 111 — ? Ant. 12 mal nebſt 3.

Wie viel mal ſind 4 in 835 enthalten? Ant. 208 mal nebſt 3.

— — — — 3 — 242 — ? Ant. 80 mal nebſt 2.

— — — — 2 — 406 — ? Ant. 203 mal.

---

4 | 8957([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

4 ſind in 8 zweymal enthalten; haben wir hier aber nur 1 mal 8 oder tauſend mal 8.? Ant. 1000 mal 8.

L. Sind alſo 4 nur 1 mal 2 mal, oder tauſendmal 2 mal darin enthalten? Ant. 1000 mal 2 mal.

L. Das iſt 2000 mal, man ſchreibt daher 2 auf die Anzeigerſtelle, und kann 3 Tupfen folgen laſſen; berechnet jetzt dieſes Beyſpiel ſelbſt!

L. Wie viel mal ſind alſo 4 in 8957 enthalten? Ant. 2239 mal nebſt 1.

L. Merkt euch alſo wieder Folgendes!

Hat man eine 4ſtellige Zahl zu theilen, und der Theiler iſt in der Tauſendſtelle enthalten, ſo kommt auch die erſte Ziffer des Anzeigers in die Tauſendſtelle.

Berechnet noch Folgendes!

Wie viel mal ſind 3 in 6742 enthalten? Ant. 2247 mal nebſt 1.

— — — — 2 in 8053 — ? Ant. 4026 mal nebſt 1.

— — — — 5 in 5208 — ? Ant. 1041 mal nebſt 3.

---

2 | 1493([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Die Zahl 2 iſt in der Zahl 1 nicht enthalten; iſt aber die Zahl 2 in 14 enthalten? Ant. Ja (Er macht einen Punkt zwiſchen 4 und 9.)

L. Wie viel mal? Ant. 7 mal (Er ſchreibt 7)

L. Zeigen aber dieſe 2 Ziffern hier nur 14 an, oder 1 Tauſend und 400? Ant. 1400.

L. 1 Tauſend iſt 10 Hundert, und 400 dazu, ſind 14 Hundert oder hundertmal 14. Da wir alſo hundertmal 14 hier haben; iſt daher die Zahl 2 nur 1 mal 7 mal, oder 100 mal 7 mal darin enthalten? Ant. Hundert mal 7 mal.

L. Das iſt 700 mal, und man kann daher wieder 2 Tupfen nach dem 7er ſetzen, zum Zeichen, daß er auf die Hundertſtelle gehört. Ich will euch dieſes Beyſpiel nun ganz von vorn an berechnen:

2 ſind in der Zahl 1 nicht enthalten, aber in 14, und zwar 7 mal. 7 mal 2 ſind 14. 14 von 14 bleibt nichts. Ich ſetze 9 herab ꝛc.

L. Wie viel mal ſind alſo 2 in 1493 enthalten? 746 mal nebſt 1.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind	3 in 1527	enthalten?	Ant. 509 mal.
Wie — — —	4 in 3010	— ?	Ant. 752 mal nebſt 2 Reſt.
— — — —	5 in 2702	— ?	Ant. 540 mal nebſt 2 Reſt.
— — — —	6 in 4002	— ?	Ant. 667 mal.
— — — —	7 in 2805	— ?	Ant. 400 mal nebſt 5 Reſt.
— — — —	8 in 2426	— ?	Ant. 303 mal nebſt 2 Reſt.
— — — —	9 in 3000	— ?	Ant. 333 mal nebſt 3 Reſt.

L. Auf dieſe Art könnt ihr jetzt auch jede Zahl theilen, welche mehr als 4 Stellen hat; ihr dürfet nur immer vorzüglich Folgendes merken:

Iſt der Theiler in der höchſten Stelle der Theilungszahl enthalten, ſo kommt auch die erſte Ziffer des Anzeigers in eben dieſe Stelle; iſt aber der Theiler nicht in der höchſten Stelle der Theilungszahl enthalten, ſo nimmt man dieſe höchſte Stelle zur nächſten.

Berechnet alſo noch Folgendes!

Wie viel mal ſind 7 in 45,841 enthalten? Ant. 6548 mal nebſt 5.

— — — — 8 in 50,794 — ? Ant. 6349 mal nebſt 2.

— — — — 5 in 43,628 — ? Ant. 8725 mal nebſt 3.

— — — — 3 in 28,604 — ? Ant. 9534 mal nebſt 2.

— — — — 2 in 85,030 — ? Ant. 42,515 mal

— — — — 3 in 62,504 — ? Ant. 20,834 mal nebſt 2.

— — — — 4 in 40,065 — ? Ant. 10,016 mal nebſt 1.

u. ſ. w.

---

b) Der Theiler iſt mehrſtellig.

11 | 49,852([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Wie wir bisher mit einem einſtelligen Theiler verfahren ſind, eben ſo verfährt man auch mit einem mehrſtelligen; man darf nur gleich anfangs ſo viel Stellen von der Theilungszahl zum Theilen nehmen, als ſelbſt der Theiler hat, und unterſuchen, wie viel mal der Theiler darin enthalten ſey. —

Wie viel mal iſt wohl die Zahl 11 in 49 enthalten? Ant. —

L. Damit ihr in Zukunft gleich wißt, wie viel mal die Zahl 11 in jeder höhern Zahl enthalten iſt, ſo gebt Acht, was ich ſage:

1 mal 11 iſt 11. 2 mal 11 ſind 22. 3 mal 11 ſind 33.
Wie viel ſind 4 mal 11? Ant. 44.

L. Wie viel ſind 5 mal 11? Ant. 55.
Wie — — 6 — 11? — 66.
— — — 7 — 11? — 77.
— — — 8 — 11? — 88.
— — — 9 — 11? — 99.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 11 in 100 enthalten? Ant. 9 mal nebſt 1.

L. Wie — — — — — 11 in 90 enthalten? Ant. 8 mal nebſt 2.

— — — — — — 11 in 80 enthalten? Ant. 7 mal nebſt 3.

— — — — — — 11 in 70 enthalten? Ant. 6 mal nebſt 4.

u. ſ. w.

Berechnet jetzt, wie viel mal die Zahl 11 in 49,852 enthalten iſt!

[Auflöſung.] 11 ſind in 49 viermal enthalten; denn 4 mal 11 ſind 44. 44 von 49 bleiben 5. Ich ſetze 8 herab.

11 ſind in 58 fünf mal enthalten; denn 5 mal 11 ſind 55 ꝛc.

L. Wie viel mal iſt alſo die Zahl 11 in 49,852 enthalten? Ant. 4532 mal.

L. Berechnet mir eben ſo folgende Aufgaben!

Wie viel mal ſind 11 in 58,973 enthalten? Ant. 5361 mal nebſt 2.

— — — — 11 in 89,784 enthalten? Ant. 8162 mal nebſt 2.

— — — — 11 in 70,101 enthalten? Ant. 6372 mal nebſt 9.

— — — — 11 in 179 enthalten? Ant. 16 mal nebſt 3.

---

12 | 105([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Iſt die Zahl 12 in 10 enthalten? Ant. Nein.

L. Iſt die Zahl 12 aber in 105 enthalten? Ant. Ja.

L. Wie vielmal? Ant. —

L. Merkt euch jetzt wieder dieſes:

Hat der Theiler mehrere Stellen, und iſt in eben ſo vielen Zahlen auf den höchſten Stellen der Theilungszahl nicht enthalten, ſo nimmt man in der Theilungszahl noch eine Stelle dazu, und ſetzt in die Anzeigerſtelle, wenn man nichts anders weiß, — die Zahl 9, kommt nun zu viel zum Abziehen heraus, ſo nimmt man nur 8 mal, oder 7 mal, und ſo weiter. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

12 ſind in 10 nicht enthalten, aber in 105; ich unterſuche, wie viel mal. 12 ſind in 105 vielleicht 9 mal enthalten. (Er ſchreibt 9 in die Anzeigerſtelle).

Wenn dieſes wahr iſt, ſo ſind 9 mal 12 gerad 105 oder weniger, und ich kann alsdann abziehen;

9 mal 2 ſind 18; ich ſchreibe 8 und behalte 1 im Sinn.

9 mal 1 ſind 9 und 1 ſind 10.

Ich habe zu viel mal genommen, und nehme nur 8 mal (Er wiſcht 9 und 108 weg, und ſchreibt 8 in die Anzeigerſtelle.)

8 mal 2 ſind 16, ich ſchreibe 6 und behalte 1 im Sinn. 8 mal 1 ſind 8 und 1 ſind 9. 96 von 105 bleiben ꝛc.

Wie viel mal ſind alſo 12 in 105 enthalten? Ant. 8 mal nebſt 9 Reſt.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 13 in 116 enthalten? Ant. 8 mal nebſt 12 Reſt.
Wie — — — 14 in 125 — ? Ant. 8 mal nebſt 13 Reſt.
— — — — 15 in 109 — ? Ant. 7 mal nebſt 4 Reſt.
— — — — 16 in 147 — ? Ant. 9 mal nebſt 3 Reſt.
— — — — 17 in 153 — ? Ant. 9 mal.

L. Wenn ihr voraus ſchon wißt, wie viel mal der Theiler in einer Zahl enthalten iſt, ſo braucht ihr natürlicher Weiſe nicht zu ſagen vielleicht; berechnet jetzt Folgendes!

Wie viel mal ſind 11 in 1673 enthalten? Ant. 152 mal nebſt 1.
Wie — — — 12 in 2489 — ? Ant. 207 mal nebſt 5.
— — — — 13 in 1576 — ? Ant. 121 mal nebſt 3.

16 | 1583 1([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Die Zahl 16 iſt in der Zahl 15 nicht enthalten; iſt ſie aber in 158 enthalten? Ant. Ja.

[Er macht einen Punkt zwiſchen 8 und 3, und ſpricht:]

Wenn man mehrere Stellen der Theilungszahl zuſammen nehmen muß, ſo kann man dieſelben durch einen Tupfen von

den übrigen Stellen abſondern oder abſchneiden, damit man gleich ſieht, unter welche Stellen man den Abzug ſchreiben muß.

Berechne jetzt Einer von Euch dieſe Aufgabe hier an der Tafel!

16 | 158.31(989 [Die Berechnung muß zuletzt ausſehen,
144 : wie hier links angezeigt iſt.]
-14 3
ꝛc. L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 12 in 10705 enthalten? Ant. 892 mal, nebſt 1.

19 in 14958 — ? Ant. 787 mal nebſt 5.

17 in 16679 — ? Ant. 981 mal nebſt 2.

15 in 14703 — ? Ant. 980 mal nebſt 3.

13 in 1200 — ? Ant. 92 mal nebſt 4.

---

23 | 96,898 Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Wenn man einen mehrſtelligen Theiler hat, und die Zahl auf ſeiner höchſten Stelle mehr als ein Einſer iſt, ſo unterſucht man ſogleich, wie viel mal dieſelbe in der höchſten oder erſten Stelle der Theilungszahl enthalten iſt; denn ſo viel mal iſt vielleicht auch der ganze Theiler in dem ganzen Abſchnitte der Theilungszahl enthalten, gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

23 ſind in 96 enthalten; ich unterſuche, wie viel mal:

2 ſind in 9 viermal enthalten; ſo ſind vielleicht auch 23 in 96 viermal enthalten, und wenn dieſes wahr iſt, ſo ſind 4 mal 23 gerad 96 oder weniger, und ich kann abziehen ꝛc.

L. Wie viel mal ſind alſo 23 in 96,898 enthalten? Ant. 4212 mal nebſt 22.

L. Berechnet mit eben dieſen Worten Folgendes!

Wie viel mal ſind 21 in 50,673 enthalten? Ant. 2413 mal.

— — — — 32 in 73,985 — ? Ant. 2312 mal nebſt 1.

— — — — 31 in 69,192 — ? Ant. 2232 mal.

— — — — 42 in 88,625 — ? Ant. 2110 mal nebſt 5 Reſt.

— — — — 27 in 87,301 — ? Ant. 3233 mal nebſt 9 Reſt.

---

47 | 23984([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Gebt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

47 ſind in 23 nicht enthalten, aber in 239; ich unterſuche, wie viel mal:

4 ſind in 23 fünfmal enthalten, ſo ſind vielleicht auch 47 in 239 fünfmal enthalten, und wenn dieſes wahr iſt, ſo ſind 5 mal 47 gerad 239 oder weniger, und ich kann abziehen ꝛc.

Wie viel mal ſind alſo 47 in 23,984 enthalten? Ant. 510 mal nebſt 14 Reſt.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 43 in 14983 enthalten? Ant. 348 mal nebſt 19 Reſt.

— — — — 38 in 19789 — ? Ant. 520 mal nebſt 29 Reſt.

— — — — 26 in 18993 — ? Ant. 730 mal nebſt 13 Reſt.

— — — — 48 in 27264 — ? Ant. 568 mal

— — — — 27 in 10806 — ? Ant. 400 mal nebſt 6 Reſt.

Wie viel mal ſind 36 in 20070 enthalten? Ant. 573 mal nebſt 15 Reſt.

u. ſ. w.

---

213 | 89685([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Hier iſt eine Aufgabe mit einem 3ſtelligen Theiler; gebt Acht, wie ich ſie berechne!

213 ſind in 896 enthalten; ich unterſuche, wie viel mal.

2 ſind in 8 vier mal enthalten; ſo ſind vielleicht auch

213 in 896 vier mal enthalten, und wenn dieſes wahr iſt, ſo ſind 3 mal 213 gerad 896, oder weniger ꝛc.

Wie viel mal ſind alſo 213 in 89685 enthalten? Ant. 421 mal nebſt 12.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 234 in 77564 enthalten? Ant. 331 mal nebſt 110.

— — — — 386 in 81070 — ? Ant. 210 mal nebſt 10.

— — — — 472 in 73201 — ? Ant. 155 mal nebſt 41.

— — — — 531 in 20709 — ? Ant. 39 mal.

— — — — 503 in 21126 — ? Ant. 42 mal.

— — — — 354 in 21948 — ? Ant. 62 mal.

[Der Lehrer kann noch beliebige Beyſpiele mit einem 3 ſtelligen, und endlich auch mit einem 4ſtelligen Theiler berechnen laſſen; jedoch ſo, daß der Theiler jetzt noch keine Nulle auf der Einerſtelle enthält.]

Theiler mit Nullen auf den geringſten Stellen.

10 | 4327([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Berechnet mir, ſo wie wir bisher verfahren ſind, wie viel mal die Zahl 10 in 4327 enthalten iſt!

L. Wie viel mal? Ant. 432 mal nebſt 7.

L. Hier habt ihr eben dieſelben Zahlen im Anzeiger wie in der Theilungszahl bis auf die Einerſtelle; welches iſt dieſe übrige? Ant. 7.

L. So wie hier kommen jedes Mal alle Ziffern einer mehrſtelligen Theilungszahl bis auf die Einerſtelle auch wieder in den Anzeiger, wenn durch 10 getheilt wird. Denn alle Stellen auſſer der Einerſtelle enthalten lauter Zehner, weil auch die Hunderte und Tauſende aus Zehnern beſtehen. Daher kann jede mehrſtellige Zahl ganz kurz getheilt werden, wenn man die Ziffer auf der Einerſtelle durch einen Beyſtrich abſondert. Gebt alſo Acht, wie ichs hier mache!

10 | 432,7 [Er verändert das Beyſpiel ſo wie hier links.]

L. Berechnet eben ſo kurz, wie viel mal die Zahl 10 in 8643 enthalten iſt! Zeigt eure Berechnung! Dieſe muß ſeyn

10 | 864,3 wie hier links.

L. Wie viel mal iſt alſo die Zahl 10 in 8643 enthalten? Ant. 864 mal nebſt 3 Reſt.

L. Berechet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal iſt die Zahl 10 in 35971 enthalten? Ant. 3597 mal nebſt 1 Reſt.

— — — — — — 10 in 40320 enthalten? Ant. 4032,0 mal, das iſt 4032 mal.

— — — — — — 10 in 75030 enthalten? Ant. 7503,0 mal.

Der Lehrer zeige eben ſo, wie man eine mehr als 2ſtellige Zahl durch 100, und eine mehr als 3ſtellige Zahl durch 1000 theilt; nämlich im 1ſten Falle durch Abſonderung der 2 ge-

ringſten Stellen, und im 2ten Falle durch Abſonderung der 3 geringſten, weil ſich alle Ziffern auſſer den 2 geringſten Stellen als lauter Hunderte, und alle auſſer den 3 geringſten Stellen als lauter Tauſende betrachten laſſen.

Beyſpiele ſind:

Wie viel mal iſt die Zahl 100 in 35683 enthalten? Ant. 356 mal nebſt 83 Reſt.

— — — — — — 100 in 87300 enthalten? Ant. 873 mal.

u. ſ. w.

Wie viel mal iſt die Zahl 1000 in 58947 enthalten? Ant. 58 mal nebſt 947 Reſt.

— — — — — — 1000 in 46200 enthalten? Ant. 46 mal nebſt 200 Reſt.

u. ſ. w.

L. Wie viel mal ſind 20 in 86,497 enthalten?

[Hier iſt vielleicht einer oder der andere Schüler ſo gut, und ſondert wie vorhin die Einerſtelle ab. Der Lehrer erkläre daher noch einmal, daß ſolche Abſonderungen nur dann gelten, wenn der Theiler 10, oder 100, oder 1000 iſt, u. ſ. w.; denn alle Ziffern, auſſer der Einerſtelle laſſen ſich wohl als lauter Zehner, aber nicht als lauter Zwanziger oder Dreiſiger ꝛc. anſehen.

```
20 | 86497(4324
     80
     --
      64
      60
      --
       49
       40
       --
        97
        80
        --
        17
```

Dieſe Berechnung wird daher wieder ganz gemacht, wie hier links.

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben, als:]

Wie viel mal ſind 20 in 58763 enthalten? Ant. 2938 mal nebſt 3 Reſt.

Wie viel mal ſind 30 in 87064 enthalten? Ant. 2902 mal
nebſt 4 Reſt.
— — — — 40 in 38052 — ? Ant. 951 mal
nebſt 12 Reſt.

u. ſ. w.

Anm. Bey dieſen Aufgaben werden mehrere Lehrlinge von ſelbſt darauf aufmerkſam werden, daß jedes Mal die Einerſtelle der Theilungszahl zum Reſte kommt, weßwegen man auch dieſe Theilungen etwas kürzer machen kann, wenn man nämlich gleich die Nulle des Theilers durchſtreicht, die Einerſtelle der Theilungszahl abſondert, und blos mit den übrigen Ziffern theilt. Demnach wird obige Berechnung ſo ausſehen wie hier links, wo alſo wieder der Anzeiger 4324 nebſt dem getrennten Reſt 17 iſt. Allein man halte die Lehrlinge wenigſtens jetzt noch nicht zu dieſem Vortheile an, weil er leicht Verwirrung verurſachen kann.

```
20 | 8649\7 ( 4324
      8 ::
      -6::
       6::
       -4:
        4:
        -9
         8
         1
```

Eben dieſes gilt auch, wenn ein mehrſtelliger Theiler auf 2 Nullen, 3 Nullen ꝛc. in ſeinen geringern Stellen ausgeht, wo man gleich die Nullen ſtreichen und eben ſo viel Stellen in der Theilungszahl rechts abſondern kann.

[Man laſſe nun noch folgende Aufgaben berechnen:]

Wie viel mal ſind 200 in 86,493 enthalten? Ant. 432 mal nebſt 93 Reſt.
— — — — 300 in 59,328 enthalten? Ant. 197 mal nebſt 228 Reſt.
— — — — 400 in 6,106 enthalten? Ant. 15 mal nebſt 106 Reſt.

Wie viel mal ſind 2000 in 17,639 enthalten? Ant. 8 mal nebſt 1639 Reſt.

— — — — 3000 in 83,248 enthalten? Ant. 27 mal nebſt 2248 Reſt.

u. ſ. w.

Kürzere Art, durch einen einſtelligen Theiler zu theilen.

3 | 7418 ([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Hat man nur einen einſtelligen Theiler, ſo kann man weit kürzer verfahren, wenn man ohne viel zu ſchreiben, abzieht, und jedes Mal den allenfallſigen Reſt über die Stelle ſchreibt, auf welcher getheilt worden iſt; gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

3 ſind in 7 zweymal enthalten; denn 2 mal 3 ſind 6 — von 7 bleibt 1.

[Er ſtreicht 7 durch, und ſchreibt 1 darüber.]

3 ſind in 14 viermal enthalten; denn 4 mal 3 ſind 12 — von 14 bleiben 2. (Er ſtreicht 14 durch, und ſchreibt 2 über 4.)

3 ſind in 21 ſiebenmal enthalten; denn 7 mal 3 ſind 21 — von 21 bleibt nichts. (Er ſtreicht 21 durch.)

3 ſind in 8 zweymal enthalten; denn 2 mal 3 ſind 6 — von 8 bleiben 2. (Er ſtreicht 8 durch und ſchreibt 2 darüber, und dies ganze Beyſpiel muß zuletzt ausſehen, wie hier links.)

 1 2 2
3 | 7418 (2472

L. Wie viel mal ſind alſo 3 in 7418 enthalten? Ant. 2472 mal nebſt 2.

L. Berechne Einer nach dem Andern dieſes Beyſpiel eben ſo!

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind 2 in 9347 enthalten? Ant. 4673 mal nebſt Eins Reſt.

— — — — 3 in 8577 — ? Ant. 2859 mal

— — — — 4 in 15742 — ? Ant. 3935 mal nebſt 2.

— — — — 5 in 3201 — ? Ant. 640 mal nebſt 1.

— — — — 6 in 18425 — ? Ant. 3070 mal nebſt 5.

— — — — 7 in 14042 — ? Ant. 2006 mal.

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben, wobey der Theiler 2, 3, 4 ꝛc. bis 9 auch 11 iſt. Daß ſich dieſer Vortheil auch anwenden läßt, wenn der Theiler 20, 30, 40 ꝛc. iſt, oder 200, 300, ꝛc. oder 2000, 3000 ꝛc. verſteht ſich von ſelbſt.]

B) Es wird angegeben, in wie viel gleiche Theile oder geringere Zahlen eine höhere Zahl getheilt werden ſoll, und geſucht, was für eine Zahl jeder ſolcher Theile ſey.

Entſtehung der Brüche.

a) Theilung in 2, 3, 4 ꝛc. bis 11 gleiche Theile.

L. Die Zahl 2 kann man in 2 gleiche Theile theilen, ohne eine Einheit zu theilen.

Die Zahl 3 kann man nicht in 2 gleiche Theile theilen, ohne eine Einheit zu theilen;

kann man aber die Zahl 4 in 2 gleiche Theile theilen, ohne eine Einheit zu theilen? Ant. Ja.

L. Sagt mir alle Zahlen von 2 bis 20, welche man in 2 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen!

Ant. 2, 4, 6, 8 ꝛc.

L. Sagt alle Zahlen von 3 bis 30, welche man in 3 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen! Ant. 3, 6, 9, 12 ꝛc.

L. Sagt alle Zahlen von 4 bis 40, welche man in 4 gleiche Theile ꝛc.!

L. — — — — 5 — 50, welche man in 5 gleiche Theile ꝛc.!

— — — — 6 — 60, welche man in 6 gleiche Theile ꝛc.!

— — — — 7 — 70, welche man in 7 gleiche Theile ꝛc.!

— — — — 8 — 80, welche man in 8 gleiche Theile ꝛc.!

— — — — 9 — 90, welche man in 9 gleiche Theile ꝛc.!

— — — — 10 — 100, welche man in 10 gleiche Theile ꝛc.!

— — — — 11 — 110, welche man in 11 gleiche Theile ꝛc.!

---

b) Beſondere Uebung über die Theile.

L. Jeder der 2 gleichen Theile einer Zahl iſt der halbe Theil ſolcher Zahl.

Jeder — 3 — — — — — der dritte Theil ſolcher Zahl.

Was iſt jeder der 4 gleichen Theile einer Zahl? Ant. Der 4te Theil ſolcher Zahl.

L. Was iſt jeder der 5 gleichen Theile einer Zahl? Ant. der 5te Theil ꝛc.

Was iſt jeder der 6 gleichen Theile einer Zahl? Ant. der 6te Theil ꝛc.

u. ſ. w.

L. Sagt mir, wie viel der halbe Theil jeder Zahl von 2 bis 20 iſt, welche man in 2 gleiche Theile theilen kann, ohne eine Einheit zu theilen!

Ant. der halbe Theil von 2 iſt 1. Der halbe Theil von 4 iſt 2
— — — — 6 — 3. — — Theil von 8 iſt 4
— — — — 10 — 5. — — Theil von 12 iſt 6.

u. ſ. w.

L. Sagt mir, wie viel der 3te Theil von 3, 6, 9 ꝛc. bis 30 iſt!

Ant. der 3te Theil von 3 iſt 1. Der 3te Theil von 6 iſt 2.
der 3te — — 9 iſt 3. — 3te — — 12 iſt 4.

u. ſ. w.

L. Sagt mir, wie viel der 4te Theil von 4, 8, 12 ꝛc. bis 40 iſt!

L. Sagt —, — — — 5te — — 5, 10, 15 ꝛc. bis 50 iſt!

u. ſ. w.

L. Den halben Theil einer Zahl heißt man auch die Hälfte einer Zahl.

Den 3ten Theil einer Zahl heißt man ein Drittel einer Zahl.

Den 4ten — — — — — — Viertel einer Zahl.

Wie heißt man demnach den 5ten Theil einer Zahl?
Ant. Ein Fünftel einer Zahl.

Wie heißt man eben ſo den 6ten Theil einer Zahl? Ant. 1 Sechstel einer Zahl.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

Eine Hälfte von 2 iſt 1. Ein 3tel von 3 iſt 1.
Ein 4tel — 4 — 1. — 5tel — 5 — 1.
— 6tel — 6 — 1. — 7tel — 7 — 1.
— 8tel — 8 — 1. — 9tel — 9 — 1.
— 10tel — 10 — 1.

L. Statt daß man ſagt: 1 Hälfte von einer Zahl, ſagt man auch: 1 halb mal eine Zahl.

Statt daß man ſagt: 1 Drittel von einer Zahl, ſagt man auch: 1 Drittel mal eine Zahl.

Wie ſagt man demnach ſtatt: 1 Viertel von einer Zahl? Ant. 1 viertel mal eine Zahl.

L. Wie ſagt man eben ſo ſtatt 1 Fünftel von einer Zahl? Ant. 1 fünftel mal eine Zahl.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir daher Folgendes nach!

Ein halb mal 2 iſt 1. Ein Drittel mal 3 iſt 1
— 4tel — 4 — 1. — fünftel — 5 iſt 1
— 6tel — 6 — 1. — 7tel — 7 iſt 1 ꝛc.

---

2 | 1 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Thei-
3 | 1 lungsformeln an die Tafel, und ſpricht:]
4 | 1 Kann man 2 dort, wo nur Eins iſt, ein ganzes
5 | 1 Mal oder nur ein halbes Mal wegnehmen? Ant.
6 | 1 Nur 1 halbes Mal.

7 | 1 L. Kann man 3 dort, wo nur 1 iſt, ein gan-
8 | 1 zes Mal oder nur ein 3tel mal wegnehmen? Ant.
9 | 1 Nur 1 drittel mal.
20 | 1 L. Wie viel mal kann man aber 4 dort wegnehmen, wo nur 1 iſt?

Ant. 1 viertelmal.

L. Wie viel mal kann man 5 dort wegnehmen, wo nur 1 iſt?

Ant. 1 fünftelmal.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

Die Zahl 2 iſt in der Zahl 1 kein ganzes Mal, ſondern nur ein halbmal enthalten.

Die — 3 iſt in der Zahl 1 kein ganzes Mal, ſondern nur ein 3tel mal enthalten.

Die — 4 iſt in der Zahl 1 kein ganzes Mal, ſondern nur ein 4tel mal enthalten.

Die — 5 iſt in der Zahl 1 kein ganzes Mal, ſondern nur ein 5tel mal enthalten.

u. ſ. w.

3 | 2 [Der Lehrer wiſcht die oberſte Formel weg, ver-
4 | 3 wandelt die übrigen in ſolche wie hier links, deu-
5 | 4 tet und ſpricht:]
6 | 5 Iſt die Zahl 3 in der Zahl Eins 1 drittelmal ent-
7 | 6 halten, ſo iſt ſie
8 | 7 in — — Zwey 2 drittelmal ent-
9 | 8 halten.
10 | 9

Iſt die Zahl 4 in der Zahl Eins 1 viertelmal enthalten, ſo iſt ſie in der Zahl Drey 3 — enthalten.

Wie viel mal iſt demnach die Zahl 5 in der Zahl 4 enthalten? —

L. Sprecht mir wieder Folgendes nach!

Die Zahl 3 iſt in der Zahl Eins 1 drittelmal enthalten, alſo iſt
— — 3 in — — Zwey 2 — enthalten.
— — 4 iſt in — — Eins 1 viertelmal — , alſo iſt
— — 4 in — — Drey 3 — enthalten.
— — 5 iſt in — — Eins 1 fünftelmal enthalten, alſo iſt
— — 5 in — — Vier 4 — enthalten.
— — 6 iſt in — — Eins 1 sechstelmal — , alſo iſt
— — 6 in — — Fünf 5 — enthalten.

u. ſ. w.

[Der Lehrer wiſcht die Theilungsformeln von der Tafel und ſpricht:] Ich will euch zeigen, wie man 1 halb, 1 drittel und 1 viertel ſchreibt! [Er ſchreibt: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, und ſpricht:] Schreibt mir eben ſo 1 Fünftel, 1 Sechstel, 1 Siebentel ꝛc. bis 1 Zehntel neben einander!

L. Zeigt euer Geſchriebenes! Dieſes muß ſo ſeyn: $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$.

L. Wiſcht dieſe Zahlen weg, und ſchreibt eben ſo 2 Drittel, 3 Viertel und 4 Fünftel!

L. Zeigt euer Geſchriebenes! Dieſes wird ſeyn: $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$.

L. Solche 2 Zahlen, welche mit einander anzeigen, daß

etwas kein ganzes Mal vorhanden iſt, heißt man zuſammen eine gebrochene Zahl oder einen Bruch; und dagegen alle übrige Zahlen: ganze Zahlen —

Welche Zahlen heißt man zuſammen einen Bruch?

Ant. 2 Zahlen, welche mit einander ꝛc.

L. Die Zahl 3 iſt in der Zahl 2 kein ganzes Mal ſondern nur 2 drittel Mal enthalten; wie vielmal iſt die Zahl 7 in der Zahl 4 enthalten? Ant. Kein ganzes Mal ſondern nur vier 7tel Mal.

L. So ſchreibt den Bruch: vier 7tel, mit Ziffern!

L. Wie viel mal iſt die Zahl 12 in der Zahl 5 enthalten?

Ant. Kein ganzes mal, ſondern nur fünf 12tel mal.

L. Schreibt den Bruch: fünf 12tel, neben den vorigen!

L. Wie viel mal iſt die Zahl 23 in der Zahl 14 enthalten?

Ant. Kein ganzes Mal ſondern nur vierzehn 23ſtel mal.

L. Schreibt auch dieſen Bruch neben den vorigen!

u. ſ. w.

L. Zeigt eure geſchriebenen Brüche! Dieſe ſind: $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{14}{23}$ u. ſ. w.

B) So daß die vorkommenden Reſte in Brüchen angegeben werden.

3 | 107([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Wenn man eine Zahl theilt, und es bleibt zuletzt ein Reſt, ſo ſchreibt man dieſen gewöhnlich noch in die Anzeigerſtelle über einen Querſtrich und unter denſelben den Theiler, und erhält ſomit eine gebrochene Zahl; gebt daher Acht, wie ich dieſes berechne!

3 ſind in 10 dreymal enthalten, denn 3 mal 3 ſind 9 — von 10 bleibt 1; ich ſetze 7 herab.

3 ſind in 17 fünfmal enthalten; denn 5 mal 3 ſind 15 — von 17 bleiben 2.

3 ſind in 2 kein ganzes Mal enthalten, ſondern nur zwey 3tel mal.

3 | 107 ($35\frac{2}{3}$	[Die Formel wird ausſehen wie hier links]
9	L. Wie viel mal iſt alſo die Zahl 3 in
17	107 enthalten?
15	Ant. 35 und 2 drittelmal.
2	

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind	5 in	462	enthalten?	$92\frac{2}{5}$	mal.
— — — —	4 in	935	—	?	$233\frac{3}{4}$	—
— — — —	7 in	376	—	?	$53\frac{5}{7}$	—
— — — —	3 in	826	—	?	$275\frac{1}{3}$	—
— — — —	2 in	917	—	?	$458\frac{1}{2}$	—
— — — —	6 in	287	—	?	$47\frac{5}{6}$	—
— — — —	11 in	798	—	?	$72\frac{6}{11}$	—
— — — —	20 in	1493	—	?	$74\frac{13}{20}$	—
— — — —	34 in	7865	—	?	$231\frac{11}{34}$	—

[Nun kann man auch wieder wie vorhin bey b) theilen, und die Reſte in Brüchen angeben laſſen; jedoch nimmt man zuerſt noch einige Theilungen größerer Zahlen ohne Brüche, als:]

2 | 8624([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Ihr habt ſchon den halben Theil, dann den 3ten, 4ten und andere Theile von kleinen Zahlen angegeben; damit ihr

jetzt auch ſolche Theile bey großen Zahlen finden lernt, ſo gebt Acht, wie ich den halben Theil von 8624 nehme!

Der halbe Theil von 8 Tauſend iſt 4 Tauſend (Er ſchreibt, wie oben 4 mit 3 Tupfen in die Anzeigerſtelle und ſtreicht den 8ter durch)

Der halbe Theil von 6 Hundert iſt 3 Hundert (Er ſchreibt 3 ꝛc.)

— — — — 2 Zehnern iſt 1 Zehner (Er ſchreibt 1)

— — — — 4 Einern iſt 2 Einer (Er ſchreibt 2 ꝛc.

2 | 8624 (4312 [Die Formel muß zuletzt ſo ausſehen wie hier links.]

L. Wie viel iſt alſo der halbe Theil von 8,624? Ant. 4312.

L. Wer von euch will dieſes Beyſpiel eben ſo mit Worten berechnen?

[Eben ſo mit Worten und Ziffern — werden folgende Aufgaben gemacht:]

Wie viel iſt der halbe Theil von 6842?

— — — — — — — 4682?

— — — — — — — 2864?

— — — — dritte — — 6963?

— — — — — — — 9633?

— — — — vierte — — 8480?

— — — — — — — 4800?

2 | 8624 ([Der Lehrer ſchreibt wieder wie hier links, deutet auf 8 und ſpricht:].

Wenn man eine Zahl auf der 4ten Stelle theilet, ſo weiß man ſchon von ſelbſt, daß die Rede von Tauſend iſt, folglich braucht man das Wort Tauſend nicht auszuſprechen, und eben ſo kann man auch wieder bey den andern Stellen ohne viele

Worte verfahren. Gebt alſo Acht, wie ich jetzt den halben Theil von 8624 nehme!

Der halbe Theil von 8 iſt 4 (Er ſchreibt 4 mit 3 Tupfen in die Anzeigerſtelle ꝛc.)

Der halbe Theil von 6 iſt 3 (Er ſchreibt 3 in die Anzeigerſtelle ꝛc.)

L. Berechnet eben ſo ohne viele Worte Folgendes!

Wie viel iſt der halbe Theil von 6428?
— — — — 3te — — 9636?
— — — — 4te — — 4884?

3 | 1752 ([Der Lehrer ſchreibt wie links und ſpricht:]

Wenn der Theiler größer iſt als die Zahl auf der höchſten Stelle der Theilungszahl, ſo nimmt man mehrere Stellen der Theilungszahl zuſammen, und bleibt ein Reſt, ſo nimmt man dieſen mit der folgenden Stelle. Gebt daher Acht, wie ich den 3ten Theil von 1752 nehme!

Der 3te Theil von 17 iſt 5 (Er ſchreibt 5 mit 2 Tupfen in die Anzeigerſtelle; denn man nimmt hier eigentlich den 3ten Theil von 15 Hundert) und 2 bleiben übrig (Er ſchreibt 2 über 7).

Der 3te Theil von 25 iſt 8 (Er ſchreibt 8 in die Anzeigerſtelle ꝛc.)

L. Wie viel iſt alſo der 3te Theil von 1752? Ant. 584.
L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel iſt der 3te Theil von 1947? Ant. 649.
— — — — 4te — — 1548? — 387.
— — — — 4te — — 3472? — 868.
— — — — halbe — — 1370? — 685.
— — — — — — — 1008? — 504.

Jetzt mit Brüchen.

L. Bisher haben wir immer wieder ſolche Zahlen getheilt, wobey keine Einheit zu theilen übrig blieb; jetzt aber nehmen wir auch ſolche, wobey einzelne Einheiten getheilt werden. Sagt mir noch einmal:

Wie viel iſt der halbe Theil von 2? Ant. 1.

L. Wie viel iſt aber der halbe Theil von 1? Ant. —

L. Um den halben Theil von einem ganzen Band oder von einem andern Dinge zu bekommen, theilt man das Ganze in 2 gleiche Theile, und nimmt einen davon.

Um den 3ten Theil von einem Ganzen zu bekommen, theilt man das Ganze in 3 gleiche Theile, und nimmt einen davon.

Was thut man demnach, um den 4ten Theil von einem Ganzen zu bekommen? Ant. Man theilt es in 4 gleiche Theile, und nimmt einen davon.

L. Wie bekommt man den 5ten Theil von einem Ganzen?

L. Wie — — — 6ten — — — — ?

u. ſ. w.

L. Den halben Theil von einem Ganzen heißt man 1 Halbes oder eine Hälfte;

— dritten — — — Ganzen heißt man 1 Drittel.

Wie heißt man den 4ten Theil von 1 Ganzen? Ant. 1 Viertel.

L. Wie — — — 5ten — — 1 — ? Ant. 1 Fünftel.

L. Wie man 1 Halbes, 1 Drittel und andere Theile oder Brüche ſchreibt, iſt euch bekannt —

3 | 1640 ([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Gebt Acht, wie ich den 3ten Theil von 1640 nehme!

Der 3te Theil von 16 iſt 5 (Er ſchreibt 5 in die Anzeigerſtelle mit 2 Tupfen) denn 3 mal 5 ſind 15 — von 16 bleibt 1 (Er ſtreicht 16 durch, und ſchreibt 1 über 6.)

Der 3te Theil von 14 iſt 4. (Er ſchreibt 4 ꝛc.) Denn 3 mal 4 ſind 12 — von 14 bleiben 2 (Er ſtreicht 14 durch, und ſchreibt 2 darüber).

Der 3te Theil von 20 iſt 6; (Er ſchreibt 6 ꝛc.) Denn 3 mal 6 ſind 18 — von 20, bleiben 2. (Er ſtreicht 20 durch ꝛc.)

Nun nehme ich den 3ten Theil auch noch von 2 das iſt: von 2 Ganzen:

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
Der 3te — — 2 — 2 — . (Er ſchreibt $\frac{2}{3}$ in die Anzeigerſtelle)

L. Wie viel iſt alſo der 3te Theil von 1640? Ant. $546\frac{2}{3}$.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel iſt der 3te Theil von 1427? Ant. $475\frac{2}{3}$.
Wie — — — 4te — — 2635? — $658\frac{3}{4}$.
— — — — 5te — — 2798? — $559\frac{3}{5}$.
— — — — halbe — — 1587? — $793\frac{1}{2}$.

L. Dieſe Art, den halben, 3ten oder einen andern Theil einer Zahl zu finden, iſt oft leicht, oft aber (beſonders bey großen Zahlen) auch ſchwer. Man verfährt daher noch auf eine andere Art, womit ihr jetzt bekannt werden ſollt. Sagt mir nun:

Wie viel mal iſt die Zahl 2 in der Zahl 10 enthalten? Ant. 5 mal.

L. Der halbe Theil von 1 mal 2 iſt 1 mal 1; wie viel iſt alſo
Der — — — 5 — 2 oder von 10? Ant. 5 mal 1 oder 5.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 2 in der Zahl 14 enthalten? Ant. 7 mal.

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 7 mal 2 oder von 14? Ant 7 — 1 — 7.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 2 in der Zahl 18 enthalten? Ant. 9 mal.

L. Wie viel iſt der halbe Theil von 9 mal 2 oder von 18? Ant. 9 — 1 — 9.

L. Wenn man alſo den halben Theil einer Zahl finden will, ſo darf man nur unterſuchen, wie viel mal die Zahl 2 darin enthalten iſt; denn ſo viel mal 2 eine Zahl enthält, ſo viel mal 1 iſt der halbe Theil von ihr. Sagt mir noch einmal, was man auf dieſe Art thun muß, um den halben Theil einer Zahl zu finden?

Ant. Man unterſucht, wie viel mal die Zahl 2 darin enthalten iſt.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 3 in der Zahl 21 enthalten? Ant. 7 mal.

L. Der 3te Theil von 1 mal 3 iſt 1 mal 1; wie viel iſt alſo der 3te Theil von 7 mal 3, oder von 21? Ant. 7 mal 1 oder 7.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 3 in der Zahl 18 enthalten? Ant. 6 mal.

L. Wie viel iſt der 3te Theil von 6 mal 3 oder von 18? Ant. 6 mal 1 oder 6.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 3 in der Zahl 27 enthalten? Ant. 9 mal.

L. Wie viel iſt der 3te Theil von 9 mal 3, oder von 27? Ant. 9 mal 1 oder 9.

L. Hier ſeht ihr alſo auch, wie man den 3ten Theil einer Zahl finden kann; man unterſucht nämlich nur, wie viel mal die Zahl 3 darin enthalten iſt; denn ſo viel mal 1 iſt der 3te Theil von ihr.

Eben ſo findet man den 4ten, 5ten und jeden andern Theil einer Zahl; damit ihr dieſes recht behaltet, ſo ſagt Folgendes durch!

Um den halben Theil einer Zahl zu finden, unterſucht man, wie viel mal die Zahl 2 darin enthalten iſt; denn ſo viel mal die Zahl 2 darin enthalten iſt, ſo viel mal 1 iſt der halbe Theil von ihr.

Um den 3ten Theil einer Zahl zu finden, unterſucht man, wie viel mal die Zahl 3 darin enthalten iſt; denn ſo viel mal die Zahl 3 darin enthalten iſt, ſo viel mal 1 iſt der 3te Theil von ihr.

Um den 4ten Theil einer Zahl zu finden, unterſucht man, wie viel mal die Zahl 4 darin enthalten iſt; denn ſo viel mal die Zahl 4 darin enthalten iſt, ſo viel mal 1 iſt der 4te Theil von ihr. ꝛc. bis:

Um den 10ten Theil einer Zahl zu finden, unterſucht man, wie viel mal die Zahl 10 darin enthalten iſt; denn ſo viel mal die Zahl 10 darin enthalten iſt, ſo viel mal 1 iſt der 10te Theil von ihr.

---

3 | 107 ([Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

Gebt jetzt Acht, wie ich den 3ten Theil von 107 ſuche!

Der 3te Theil von 3 iſt 1, folglich iſt der 3te Theil von 107, ſo viel mal 1, als die Zahl 3 darin enthalten iſt.

3 ſind in 10 dreymal enthalten (Er ſchreibt 3 in die Anzeigerſtelle) denn 3 mal 3 ſind 9 — von 10 bleibt 1. ꝛc.

3 ſind in 17 fünfmal enthalten (Er ſchreibt 5) denn 5 mal 3 ſind 15 — von 17 bleiben 2 *

Nun muß ich noch den 3ten Theil von 2 Ganzen nehmen:

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt

Der 3te — — 2 — 2 — (Er ſchreibt $\frac{2}{3}$,

3 | 107 ($35\frac{2}{3}$	und die ganze Darſtellung muß ausſehen,
9	wie hier links.)
17	L. Wie viel iſt alſo der 3te Theil von 107?
15	Ant. 35 und 2 Drittel.
2	

L. Berechne mir Einer nach dem Andern dieſe Aufgabe eben ſo mit lauten Worten!

* Hier könnte es nach der ſo eben vorgekommenen Uebung heißen:

3 ſind in 2 kein ganzes Mal enthalten, ſondern nur 2 drittel mal, folglich iſt der 3te Theil von 2, zwey Drittel, und der 3te Theil von 107 iſt 35 und 2 Drittel.

Allein man laſſe dieſe Auflöſungsart noch immer weg!

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel iſt der	5te	Theil von	342?	Ant	$68\frac{2}{5}$
— — — —	5te	— —	463?	—	$92\frac{3}{5}$
— — — —	4te	— —	231?	—	$57\frac{3}{4}$
— — — —	6te	— —	209?	—	$34\frac{5}{6}$
— — — —	7te	— —	172?	—	$24\frac{4}{7}$
— — — —	3te	— —	724?	—	$241\frac{1}{3}$
— — — —	4te	— —	321?	—	$80\frac{1}{4}$
— — — —	halbe	— —	517?	—	$258\frac{1}{2}$
— — — —	halbe	— —	7384?	—	3692
— — — —	8te	— —	1709?	—	$213\frac{5}{8}$
— — — —	11te	— —	4983?	—	453
— — — —	20ſte	— —	167?	—	$8\frac{7}{20}$
— — — —	32ſte	— —	2893?	—	$90\frac{13}{32}$
— — — —	46ſte	— —	325?	—	$7\frac{3}{46}$

u. ſ. w.

Beſondere Bemerkungen über die Zahlen beym Theilen.

a) Von den geraden und ungeraden Zahlen.

L. Jede Zahl, welche ſich ohne Reſt in 2 gleiche Theile oder durch 2 theilen läßt, iſt eine gerade Zahl, und jede andere eine ungerade. Iſt die Zahl 8 eine gerade oder ungerade Zahl? Ant. Eine gerade.

L. Welches iſt die geringſte gerade Zahl? Ant. die Zahl 2.

L. Iſt die Zahl 4 eine gerade oder ungerade? Ant. Eine gerade.

L. Die Zahl 4 läßt ſich durch die Zahl 2 ohne Reſt theilen; durch welche Zahl noch? Ant. durch 4 ſelbſt.

L. Durch welche gerade Zahlen läßt ſich die Zahl 8 ohne Reſt theilen? Ant. durch 2, 4 und 8 ſelbſt.

L. Läßt ſich die Zahl 8 auch durch eine ungerade ohne Reſt theilen? (Die Theilung durch 1 ſoll nicht gelten!) Ant. Nein.

L. Iſt die Zahl 16 eine gerade oder ungerade? Ant. Eine gerade.

L. Durch welche gerade Zahlen läßt ſich die Zahl 16 ohne Reſt theilen? Ant. Durch 2, 4, 8 und 16 ſelbſt.

L. Läßt ſich die Zahl 16 auch durch eine ungerade Zahl theilen? Ant. Nein.

L. Iſt die Zahl 12 eine gerade oder ungerade? Ant. Eine gerade.

L. Durch welche gerade Zahlen läßt ſich die Zahl 12 ohne Reſt theilen? Ant. durch 2, 4, 6 und 12 ſelbſt.

L. Läßt ſich die Zahl 12 auch durch eine ungerade Zahl ohne Reſt theilen? Ant. Ja, durch 3.

L. Sagt mir noch andere gerade Zahlen, welche ſich auch

durch gerade und ungerade zugleich ohne Reſt theilen laſſen! Ant. 6. 18. 24 ꝛc.

L. Iſt die Zahl 27 eine gerade oder ungerade? Ant. Eine ungerade.

L. Läßt ſich die Zahl 27 durch irgend eine gerade Zahl ohne Reſt theilen? Ant. Nein.

L. Läßt ſie ſich aber durch eine ungerade theilen? Ant. Ja.

L. Durch welche? Ant. durch 3, 9 und 27 ſelbſt.

L. Beſinnt euch auf andere ungerade Zahlen, und ſeht, ob ſich keine durch irgend eine gerade Zahl ohne Reſt theilen laſſe!

L. Gibt es wohl eine ungerade Zahl, welche ſich durch eine gerade Zahl ohne Reſt theilen läßt? Ant. —

L. Nein, denn ſonſt müßte ſie ſich wenigſtens durch die gerade Zahl 2 ohne Reſt theilen laſſen, und wäre alſo keine ungerade. Merkt euch alſo Folgendes!

Jede gerade Zahl läßt ſich wieder durch eine gerade, manche aber auch zugleich durch eine ungerade ohne Reſt theilen; jede ungerade Zahl aber läßt ſich nur immer wieder durch eine ungerade theilen (nämlich ohne Reſt.)

L. Wie kommt es aber, daß ſich die Zahl 12, und noch manche gerade Zahl durch eine ungerade ohne Reſt theilen läßt? Ant. —

L. Antwort: Eine gerade Zahl, welche ſich durch eine ungerade ohne Reſt theilen läßt, iſt aus je zwey und zwey gleichen ungeraden zuſammengeſetzt, und jedes Paar derſelben läßt ſich wieder in 2 gleiche zerlegen, das iſt: wenigſtens durch 2 theilen. Z. B. die gerade Zahl 6 beſteht aus einem Paar Dreyer, oder aus 2 mal 3; das iſt: Die ungerade Zahl 3 iſt 2 mal darin enthalten.

b) Kennzeichen der mehrſtelligen Zahlen, welche ſich durch andere ohne Reſt theilen laſſen.

Anm. Der Lehrer durchgeht Folgendes zuerſt für ſich allein:

1) Jede Zahl läßt ſich durch 1 oder durch ſich ſelbſt theilen.

2) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 2 ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihrer Einerſtelle eine Nulle oder gerade Zahl befindet; z. B. 730, wie auch 736. Warum? —

3) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 3 ohne Reſt theilen, wenn alle die beſondern Zahlen, woraus ſie beſteht, als Einer betrachtet, zuſammen eine ſolche Summe geben, welche ſich durch 3 ohne Reſt theilen läßt. Z. B. 147. Eins und 4 iſt 5 und 7 iſt 12.

Die Zahl 12 läßt ſich durch 3 ohne Reſt theilen, folglich auch die Zahl 147 nach ihrem eigentlichen Gehalt. Eben ſo 5274. Wie kommt dieſes? —

4) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 4 ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihrer Einer- und Zehnerſtelle 2 Nullen oder 2 ſolche Zahlen befinden, welche ſich zuſammen durch 4 ohne Reſt theilen laſſen. z. B. 1736. Die Zahl 36 läßt ſich durch 4 ꝛc. Wie kommt dieſes?

5) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 5 ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihrer Einerſtelle eine Nulle oder die Zahl 5 befindet. Z. B. 730., wie auch 735. Warum?

6) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 6 ohne Reſt theilen, wenn ſie ſich durch 3 ohne Reſt theilen läßt, und ſich auf ihrer Einerſtelle eine Nulle oder gerade Zahl befindet. Z. B. 1470, wie auch 174. Wie kommt dieſes?

7) Für die Theilung durch 7 gibt es kein ſolches einfache Kennzeichen. Warum? —

8) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 8 ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihrer Einer- Zehner- und Hundertſtelle 3

Nullen oder 3 ſolche Zahlen befinden, welche ſich zuſammen durch 8 ohne Reſt theilen laſſen. Z. B. 97,000 wie auch 97136. Hier läßt ſich die Zahl 136 durch 8 ohne Reſt theilen, folglich auch die ganze Zahl 97136. Warum? —

9) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 9 ohne Reſt theilen, wenn alle die beſondern Zahlen, woraus ſie beſteht, als Einer betrachtet, zuſammen eine ſolche Summe geben, welche ſich durch 9 ohne Reſt theilen läßt. Z. B. 765. 7 und 6 ſind 13 und 5 ſind 18. Die Zahl 18 läßt ſich durch 9 ohne Reſt theilen, folglich auch die Zahl 765 nach ihrem eigentlichen Gehalte. Wie kommt dieſes?

10) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 10 ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihrer Einerſtelle eine Nulle befindet.

Z. B. 730 oder 7300 oder 73000 ꝛc. Warum?

11) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 11 ohne Reſt theilen, wenn nichts übrig bleibt, da man ihre erſte beſondere Zahl von der 2ten abzieht, alsdann den Reſt der 2ten von der 3 u. ſ. w. Z. B. 4697. 7 von 9 bleiben 2, 2 von 6 bleiben 4, 4 von 4 bleibt Nichts. Oder 4 von 6 bleiben 2, 2 von 9 bleiben 7, 7 von 7 bleibt nichts. Wie kommt dieſes?

12) Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 100, 1000 u. ſ. w. ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihren zwey, drey ꝛc. geringſten Stellen 2 Nullen, 3 Nullen ꝛc. befinden. Warum? —

Antworten auf obige 12 Sätze.

Nro. 1) Denn eine (ganze) Zahl iſt entweder eine einzelne oder zuſammengeſetzte Einheit ꝛc., jedoch iſt von dieſer Theilung hier eigentlich nicht die Rede.

Nro. 2) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einerſtelle ſind lauter Zehner, und jeder Zehner läßt ſich durch 2 ohne Reſt theilen; befindet ſich nun auch noch auf der Einer,

ſtelle eine gerade Zahl, ſo läßt ſich auch dieſe, und folglich die ganze Zahl durch 2 ohne Reſt theilen.

Nro. 3) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einerſtelle ſind lauter Zehner; ſo viel Zehner aber eine Zahl hat, ſo viel 9er und 1er hat ſie, und denkt man alle dieſe 9er weg, ſo ſind eben dieſelben Zahlen noch lauter Einer.

Die weggedachten 9er nun laſſen ſich durch 3 ohne Reſt theilen; machen alſo auch alle übrige Einer eine ſolche Summe aus, die ſich durch 3 ohne Reſt theilen läßt, ſo läßt ſich die ganze Zahl durch 3 ohne Reſt theilen.

Welches Kind, das bisher richtig geleitet wurde, wird dieſes, beſonders wenn man ihm die Sache (wie weiter unten) nur ein wenig umſtändlicher erklärt, nicht begreifen können?

Nro. 4) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einer- und Zehnerſtelle ſind Hunderte, und jedes Hundert läßt ſich durch 4 ohne Reſt theilen.

Nro. 5) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einerſtelle, ſind lauter Zehner, und jeder Zehner läßt ſich durch 5 ohne Reſt theilen; befindet ſich nun auf der Einerſtelle ein 5er, ſo läßt ſich auch dieſer, und folglich die ganze Zahl durch 5 ohne Reſt theilen.

Nro. 6) Denn läßt ſich eine Zahl durch 3 ohne Reſt theilen, ſo iſt ſie aus lauter 3ern zuſammengeſetzt, und befindet ſich auf ihrer Einerſtelle eine gerade Zahl, ſo iſt, da alle übrige einzelne Zahlen lauter Zehner ſind, die ganze Zahl gerad, folglich aus je zwey und zwey 3ern, das iſt: aus lauter 6ern zuſammengeſetzt. Nun läßt ſich jeder 6er durch 6 ohne Reſt theilen, folglich auch die ganze Zahl.

Nro. 7) Denn die Zahl 7 hat zu wenig Verwandſchaft oder Annäherung zur Zahl 10, worauf ſich, wie man aus dem Bisherigen ſieht, das Hauptweſen der oben gegebenen Kennt zeichen gründet.

Mit der Zahl 10 nämlich ſteht die Zahl 5, und weil 10 gerad iſt, auch die Zahl 2, 4, 6 und 8 in Verwandſchaft. Die Zahl 11 iſt nur um 1 mehr als 10, und läßt ſich daher leicht auf die Zahl 10 zurückbringen, ſo wie die Zahl 9, welche nur um 1 weniger iſt, als 10. Die Zahl 9 aber ſteht wieder in genaueſter Verwandſchaft mit 3 und 6. Folglich ſteht die Zahl 7 unter allen Zahlen von 2 bis 11 gleichſam ganz abgeſondert da.

Nro. 8) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer den 3 geringſten Stellen ſind lauter Tauſende, und jedes Tauſend läßt ſich durch 8 ohne Reſt theilen.

Nro. 9) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einerſtelle ſind lauter Zehner; ſo viel Zehner aber eine Zahl hat, ſo viel 9er und 1er hat ſie, und denkt man alle dieſe 9er weg, ſo ſind eben dieſelben Zahlen noch lauter Einer.

Die weggedachten 9er nun laſſen ſich durch 9 ohne Reſt theilen; machen alſo auch alle übrige Einer eine ſolche Summe aus, die ſich durch 9 ohne Reſt theilen läßt, ſo läßt ſich die ganze Zahl durch 9 ohne Reſt theilen.

Nro. 10) Denn alle Zahlen auſſer der Einerſtelle ſind lauter Zehner, und jeder Zehner läßt ſich durch 10 ohne Reſt theilen.

Nro. 11) Denn jede Zahl, von welcher man auf dieſe Art abziehen kann, hat ſo viel Zehner als 1ner, oder wenn ſie 3ſtellig iſt, ſo viel Hunderte als 10ner u. ſ. w. und iſt daher ein 11er, oder aus mehreren 11ern zuſammen geſetzt; jeder 11er aber läßt ſich durch 11 ohne Reſt theilen. Z. B.

27 mal 11 iſt 27 mal 1, das iſt: 27 und
27 — 10, — — 270
297

Hier hebt ſich 7 auf der Einerſtelle von 7 auf der Zehnerſtelle, und 2 auf der Zehnerſtelle von 2 auf der Hundertſtelle. auf.

Nro. 12) Denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer den 2 geringſten Stellen ſind lauter Hunderte, und jedes 100 läßt ſich durch 100 ohne Reſt theilen.

Eben ſo erklärt ſich die Theilung durch 1000, oder 10000 ꝛc. ſelbſt.

Unter allen dieſen Kenntzeichen mögen ſich die Schüler einstweilen nur die für die Zahl 2, 5, 10, 100 und 1000, und dann für 3 und 11 merken; denn ſtatt mit 4 oder 8 auf einmal zu heben, hebt man mehrmal mit 2, und eben ſo iſt es mit 3 ſtatt 6 und 9 ꝛc. Der Lehrer kann daher verfahren, wie folgt.

Kenntzeichen für die Zahl 2 beym Theilen.

[Der Lehrer ſchreibt 1730 an die Tafel, und ſpricht:]

Eine mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 2 ohne Reſt theilen, wenn ſich auf ihrer Einerſtelle eine Nulle befindet — Wie mag dieſes wohl kommen? Ant. —

L. Weil alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einerſtelle lauter 10er ſind, und ſich dieſe durch 2 ohne Reſt theilen laſſen.

So ſchreibt dieſe Zahl ab, und unterſucht, wie viel mal die Zahl 2 darin enthalten iſt! Wie viel mal? Ant. 865 mal.

L. Schreibe ſich jeder eine andere 4ſtellige Zahl auf, welche auf ihrer Einerſtelle eine Nulle hat, und theile ſie durch 2!

L. Sage Einer nach dem Andern ſeine 4ſtellige Zahl!

Der Lehrer wiſcht das vorige Beyſpiel weg, ſchreibt 1536 und ſpricht:

Auch eine ſolche mehrſtellige Zahl, welche auf ihrer Einer-

ſtelle eine gerade Zahl hat, läßt ſich durch 2 ohne Reſt theilen; wie mag dieſes kommen? Ant. —

[Anm. Sollten hier die Schüler den Grund nicht gehörig angeben können, ſo erklärt er ihnen, was oben in den Antworten Nro. 2 ſteht.]

L. Wie viel mal iſt alſo die Zahl 2 in 1536 enthalten? Ant. 768 mal.

L. Schreibe auch jeder von euch eine 4ſtellige Zahl auf, welche auf ihrer Einerſtelle eine gerade Zahl hat, und theile ſie durch 2!

L. Sage Einer nach dem Andern ſeine 4ſtellige Zahl!

[Eben ſo wird mit den Kenntzeichen für 5, 10, 100 ꝛc. verfahren.]

Kenntzeichen für die Zahl 3 beym Theilen.

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt 147 und ſpricht:]

Wenn jede dieſer einzelnen Zahlen auf der Einerſtelle wäre, ſo hätten wir hier 7 Einer, 4 Einer und einen Einer; wie viel Einer alſo zuſammen? Ant. 12 Einer.

L. Läßt ſich die Zahl 12 durch 3 ohne Reſt theilen? Ant. Ja.

L. Weil dieſes iſt, ſo läßt ſich auch dieſe ganze Zahl, nämlich: ein Hundert ſieben und vierzig durch 3 ohne Reſt theilen — unterſucht alſo, wie viel mal die Zahl 3 darin enthalten iſt! Wie viel mal? Ant. 49 mal.

L. Nun merkt euch dieſes!

Jede mehrſtellige Zahl läßt ſich durch 3 ohne Reſt theilen, wenn alle ihre einzelnen Zahlen, als lauter Einer betrachtet, zuſammen eine ſolche Summe geben, welche ſich durch 3 ohne

Reſt theilen läßt; aber wie kommt dieſes? — Hier erkläre er die obige Antwort Nro. 3.

L. Betrachtet noch einmal die Zahl 147!

Dieſe Zahl enthält 14 Zehner und 7 Einer.

14 Zehner ſind 14 Neuner und 14 Einer, und denkt man die 14 Neuner weg, ſo bedeutet 14 nur noch 14 Einer.

Dieſe 14 Einer ſind wieder 1 Zehner und 4 Einer

1 Zehner aber iſt 1 Neuner und 1 Einer, und denken wir auch dieſen 9ner vollends weg, ſo haben wir nur noch 1 Einer, 4 Einer und 7 Einer, alſo zuſammen 12 Einer oder die Zahl 12 übrig.

Nun läßt ſich jeder der weggedachten Neuner durch 3 ohne Reſt theilen, und die Zahl 12 ebenfalls, folglich läßt ſich die ganze Zahl 147 durch 3 ohne Reſt theilen.

Wer will mir eben ſo in Gedanken alle Neuner bis auf 12 Einer von der Zahl 147 wegſchaffen, und auf dieſe Art zeigen, daß ſich die Zahl 147 durch 3 ohne Reſt theilen läßt? —

L. Ihr ſeht nun aus dieſem einzigen Beyſpiel, daß ſich auch jede andere Zahl, welche dieſe Eigenſchaft hat, durch 3 ohne Reſt theilen läßt; denn alle ihre einzelnen Zahlen auſſer der Einerſtelle ꝛc. Ant. Nro. 3.

Schreibe jetzt jeder eine 4ſtellige Zahl, welche ſich durch 3 ohne Reſt theilen läßt! Z. B. 5211 oder 4620 ꝛc.

L. Sage jeder ſeine 4ſtellige Zahl!

Kenntzeichen für die Zahl 11 beym Theilen.

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt 297 und ſpricht:]

7 von 9, bleibt 2. 2 von 2 bleibt nichts. Weil man hier ſo abziehen kann, daß nichts übrig bleibt, ſo läßt ſich dieſe

Zahl durch 11 ohne Reſt theilen — unterſucht alſo, wie viel mal die Zahl 11 in 297 enthalten!

L. Wie viel mal? Ant 27 mal.

L. Wie dieſe Zahl läßt ſich auch jede andere mehrſtellige Zahl durch 11 ohne Reſt theilen, wenn nichts übrig bleibt, da ꝛc. Nro. 11.

Denn jede Zahl, von welcher man auf dieſe Art abziehen kann, hat ſo viel Zehner ꝛc. Ant. Nro. 11.

Schreibe jetzt jeder eine 4ſtellige Zahl, welche ſich durch 11 ohne Reſt theilen läßt!

L. Sage jeder ſeine 4ſtellige Zahl!

---

c) Von dem gemeinſchaftlichen Theiler 2er Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt 46 | 322 und ſpricht:]

Jede Zahl läßt ſich durch 1 und durch ſich ſelbſt ohne Reſt theilen, von dieſer Theilung ſoll hier keine Rede ſeyn. Sagt mir daher, läßt ſich die Zahl 46 durch irgend eine Zahl auſſer 1 und ſich ſelbſt ohne Reſt theilen? Ant. Ja.

L. Durch welche Zahl? Ant. Durch 2.

L. Läßt ſich auch die Zahl 322 durch 2 ohne Reſt theilen? Ant. Ja.

L. So ſchreibt dieſe beyden Zahlen ab, theilt ſie durch 2, und ſetzt unter jede, was herauskommt!

L. Zeigt eure Berechnung!

46 | 322 [Dieſe muß ausſehen wie hier links:]
23 | 161 L. Durch welche Zahl habt ihr alſo dieſe 2 Zahlen getheilt? Ant. Durch 2.

L. Eine ſolche Zahl durch welche ſich mehrere andere Zahlen zugleich ohne Reſt theilen laſſen, heißt man einen gemeinſchaftlichen Theiler.

Schreibt jetzt ſelbſt 2 mehrſtellige Zahlen hin, welche den gemeinſchaftlichen Theiler 2 haben!

L. Sage jeder ſeine 2 Zahlen!

L. Theilt eure Zahlen durch die Zahl 2, und ſchreibt unter jede, was herauskommt!

L. Zeigt eure Berechnungen!

[Der Lehrer ſchreibt 95 | 3420 und ſpricht:]

Die Zahl 95 läßt ſich durch 5 ohne Reſt theilen; läßt ſich auch die Zahl 3420 ſo durch 5 theilen? Ant Ja.

L. Welches iſt alſo der gemeinſchaftliche Theiler für dieſe beyden Zahlen? Ant. 5.

L. So ſchreibt dieſe Zahlen ab, theilt ſie durch 5, und ſetzt unter jede, was heraus kommt!

L. Zeigt eure Berechnung!

95 | 3420 [Dieſe muß ausſehen, wie hier links.]
19 | 684 L. Schreibe jeder 2 andere mehrſtellige Zahlen, welche den gemeinſchaftlichen Theiler 5 haben, und theile ſie durch 5!

L. Zeigt eure Berechnungen!

L. Wiſcht dieſe Zahlen weg, ſchreibt 2 andere mehrſtellige Zahlen hin, die ſich durch 10 ohne Reſt theilen laſſen!

L. Sage jeder ſeine Zahlen! — Theilt ſie durch 10 und ſchreibt unter jede, was herauskommt! — Zeigt eure Berechnungen!

[Eben ſo kann man die Zahlen behandeln, welche ſich durch 100, 1000, oder 10,000 ꝛc. ohne Reſt theilen laſſen, und endlich die, welche 3 oder 11 als gemeinſchaftlichen Theiler haben.

L. Die Zahlen 2, 4, 6 und noch andere haben den gemeinſchaftlichen Theiler 2; die Zahlen 3, 6, 9 und noch an-

dere Zahlen haben den gemeinſchaftlichen Theiler 3; ſagt mir die 3 geringſten Zahlen, die den gemeinſchaftlichen Theiler 4 haben! Ant. 4, 8 und 12.

L. Sagt mir die 3 geringſten Zahlen, welche den gem. Theiler 5 haben! Ant. 5, 10 und 15.

L. Zahlen, welche auſſer 1 einen gemeinſchaftlichen Theiler haben, heißt man verwandte Zahlen — Sagt mir die 4 geringſten verwandten Zahlen, welche den gemeinſchaftlichen Theiler 2 haben? Ant. 2, 4, 6 und 8.

L. Sagt mir die 4 ger. verwandten Zahlen, welche den gem. Theiler 3 haben! Ant. 3, 6, 9 und 12.

u. ſ. w.

Anwendung des Vorigen auf das Theilen.

12 | 48 ([Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel.]

L. Wie viel mal iſt die Zahl 12 in 48 enthalten?

Ant. 4 mal. [Er ſchreibt 4 in die Anzeiger-Stelle.]

L. Ich will den Theiler und die Theilungszahl 2 mal nehmen [Er macht unter beyde einen kleinen 2er und einen Querſtrich darunter.]

Wie viel iſt 2 mal 12? 24 [Er ſchreibt 24.]

L. Wie viel iſt 2 mal 48? — [Er ſchreibt 96]

L. Wie viel mal iſt wohl der 2fache Theiler, nämlich 24, in der 2fachen Theilungszahl, nämlich in 96 enthalten?

Ant. Auch 4 mal. [Er ſchreibt wieder 4 in die Anzeigerſtelle, wie hier links.]

12 | 48 | (4
2 | 2
24 | 96 (4

L. Schreibet jetzt eben ſo, wie ich vorhin, 12 und 48 auf eure Tafeln, ſetzet unter beyde Zahlen einen kleinen 3er, und vervielfältiget 12 und 48 damit!

L. Wie viel iſt 3 mal 12? Ant. 36.

L. Wie viel iſt 3 mal 48? Ant. 144.

L. Wie viel mal iſt jetzt der 3 fache Theiler, nämlich 36, in der 3fachen Theilungszahl, nämlich in 144 enthalten? Ant. Auch 4 mal.

L. Wenn man aber den Theiler 12 und die Theilungszahl 48 mit 4 vervielfältigt, werden alsdann die vergrößerten Zahlen auch wieder denſelben Anzeiger haben, wie die einfachen? Ant. — Ja.

L. Und dieß wird auch der Fall ſeyn, wenn man beyde mit 5, oder mit jeder andern Zahl vervielfältigt, und ſo wie es mit der Zahl 12 und 48 iſt, ſo iſt es mit allen Zahlen. Ihr könnt euch daher bey der Theilung im Allgemeinen folgende Wahrheit merken:

Wenn man Theiler und Theilungszahl mit einerley Zahl vervielfältigt, ſo haben die zwey herauskommenden Zahlen eben denſelben Anzeiger, wie die beyden gegebenen Zahlen.

L. Saget mir dieſe Wahrheit noch einmal ſo her!

L. Dafür kann man auch ſo ſagen:

Der mehrfache Theiler iſt in der eben ſo vielfachen Theilungszahl gerad ſo vielmal enthalten, als der einfache Theiler in der einfachen Theilungszahl.

L. Saget auch dieſes noch einmal ſo her!

---

12 | 48 ([Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, und ſchreibt wieder das neben ſtehende Beyſpiel an.]

L. Saget mir wieder! Wie viel mal iſt die Zahl 12 in 48 enthalten?

Ant. 4 mal [Er ſchreibt 4 in die Anzeigerſtelle.]

L. Wir wollen nun den Theiler und die Theilungszahl durch 2 theilen. — Wie riel mal ſind 2 in 12 enthalten? 6 mel [Er ſchreibt 6 unter 12.]

L. Wie viel mal ſind 2 in 48 enthalten? 24 mal [Er ſchreibt 24 unter 48.]

L. Wenn man eine Zahl durch 2 theilt, ſo erhält man den halben Theil von ihr —

Wie viel iſt alſo der halbe Theil des Theilers 12? Ant. 6.

L. Wie viel iſt der halbe Theil der Theilungszahl 48? Ant 24.

L. Wie viel mal iſt nun der halbe Theil des Theilers 12, nämlich 6, in dem halben Theile der Theilungszahl 48, nämlich in 24 enthalten?

12 | 48(4 Ant. 4 mal. [Er ſchreibt wieder 4 wie hier
6 | 24(4 links.]

L. Saget mir noch einmal: Wie viel mal iſt der ganze Theiler 12 in der ganzen Theilungszahl 48 enthalten? Ant. 4 mal.

L. Wie viel mal iſt aber hier der halbe Theil des Theilers in dem halben Theile der Theilungszahl enthalten? Auch 4 mal.

12 | 48(4 [Der Lehrer wiſcht wieder alles weg bis auf 12 ꝛc. wie neben.]

L. Wir wollen jetzt 12 und 48 durch 3 theilen! —

Wie viel mal iſt die Zahl 3 in dem Theiler 12 enthalten? Ant. 4 mal [Er ſchreibt 4 unter 12]

L. Wie viel mal iſt die Zahl 3 in der Theilungszahl 48 enthalten?

Ant. 16 mal [Er ſchreibt 16 unter 48.]

L. Wenn man eine Zahl durch 3 theilt, ſo erhält man den 3ten Theil von ihr —

Wie viel iſt alſo der 3te Theil des Theilers 12? Ant. 4.

L. Wie viel iſt aber der 3te Theil der Theilungszahl 48?

16

L. Wie viel mal iſt hier der 3te Theil des Theilers, nämlich 4, in dem 3ten Theil der Theilungszahl, nämlich in 16 enthalten? 4 mal [Er ſchreibt wieder 4 in die Anzeigerſtelle.]

12 | 48(4 L. Saget mir noch einmal: Wie viel mal iſt
4 | 16(4 der ganze Theiler 12 in der ganzen Theilungszahl 48 enthalten? 4 mal.

L. Wie viel mal iſt aber hier der 3te Theil des Theilers in dem 3ten Theil der Theilungszahl enthalten? Auch 4 mal.

L. Wenn wir endlich den Theiler 12 und die Theilungszahl 48 durch 4 theilen: Wie viel mal wird wohl der 4te Theil des Theilers in dem 4ten Theile der Theilungszahl enthalten ſeyn? Ant. Auch 4 mal.

L. Eben ſo viel mal iſt auch jeder andere Theil des Theilers in dem eben ſo vielten Theile der Theilungszahl enthalten — und ſo wie es ſich auch hier beym Theilen wieder mit der Zahl 12 und 48 verhält, ſo verhält es ſich mit allen Zahlen. Ihr könnt euch daher wieder Folgendes im Allgemeinen merken:

Wenn man Theiler und Theilungszahl durch einerley Zahl theilt, ſo haben die herauskommenden Zahlen, wieder eben denſelben Anzeiger, wie die beyden angegebenen Zahlen.

Saget dieſe Wahrheit eben ſo her!

L. Dafür kann man auch ſo ſagen:

Ein Theil des Theilers iſt in dem eben ſo vielten Theile der Theilungszahl gerad ſo vielmal enthalten, als der ganze Theiler in der ganzen Theilungszahl.

Saget auch dieſes eben ſo her!

L. Nun wollen wir alles, was wir bisher bey der Zahl 12 und 48 über das Theilen aufgefunden haben, durch einen einzigen Satz ausdrücken, nämlich:

Wenn man Theiler und Theilungszahl durch einerley Zahl vervielfältigt oder theilt, ſo haben die herauskommenden Zah-

len eben denſelben Anzeiger, wie die beyden gegebenen Zahlen.

Sage jeder dieſen Satz eben ſo her!

L. Weil alſo ein Theil des Theilers in dem eben ſo vielten Theile der Theilungszahl ſo viel mal enthalten iſt, als der ganze Theiler in der ganzen Theilungszahl, ſo pflegt man oft die zwey angegebenen Zahlen einer Theilung bis auf den halben, 3ten, oder einen andern Theil zu verkleinern, und dann blos mit ſolchen Theilen zu rechnen.

14 | 35,952 [Er ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel:]

L. Wenn ihr nun von jeder dieſer zwey Zahlen den halben Theil nehmen wollt, durch welche Zahl müßt ihr jede theilen? Ant. Durch 2.

L. So ſchreibt dieſe Zahlen ab, wie ſie hier ſtehen! Schreibet den halben Theil von 14 unter 14, ſucht alsdann den halben Theil von 35,952, und ſchreibt ihn unten hin, ſo habt ihr kleinere Zahlen!

```
   1111
14 | 35952
 7 | 17976
```

L. Zeigt eure verkleinerten Zahlen! [Die Berechnung muß ſeyn wie hier links; jedoch können die angegebenen Zahlen 14 359 ꝛc. und die aufgeſetzten Reſte jedes Mal durchſtrichen werden.]

L. Sehet nun, wie viel mal die Zahl 7 in 17976 enthalten ſey!

[Die Schüler müſſen 2568 herausbringen.]

L. Schreibt die Aufgabe: 14 in 35,952 auf die andere Seite, und ſeht, ob die ganze Zahl 14 wirklich auch ſo oft in der Zahl 35952 enthalten ſey!

L. Zeigt eure Berechnung!

L. Saget mir noch einmal, durch welche Zahl man

und 35.052 theilen müſſe, um den halben Theil von beyden zu bekommen! Ant. Durch 2.

L. Laſſen ſich alle Zahlen durch 2 ohne Reſt theilen? Ant. Nein.

L. Wenn kann man ſagen, daß ſich eine große Zahl durch 2 ohne Reſt theilen laſſe? Ant. Wenn ſie gerad iſt (Wenn ſie auf der Einerſte eine o oder gerade Zahl enthält.)

L. Merkt euch alſo dieſes:

S o o f t d e r T h e i l e r eine gerade Zahl iſt, und die Theilungszahl auch, ſo oft kann man beyde Zahlen zuerſt durch 2 verkleinern, und hernach theilen.

[Der Lehrer kann jetzt noch folgende Zahlen abkürzen, und ausarbeiten laſſen:]

Wie viel mal ſind 34 in	14178	enthalten?	Ant.	417	mal.
— — — — 26 in	138866	— ?	—	5341	—
— — — — 38 in	199082	— ?	—	5239	—

---

15 | 130,500([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Läßt ſich wohl auch hier der Theiler und die Theilungszahl durch 2 verkleinern? Ant. Nein.

L. Warum nicht? Ant. Weil der Theiler auf der Einerſtelle keine gerade Zahl und keine o hat.

L. Laſſen ſich aber beyde Zahlen vielleicht durch 5 verkleinern? —

L. So verkleinert ſie, und theilt alsdann mit den verkleinerten Zahlen!

L. Zeigt eure Berechnung? [Dieſe muß ſeyn, wie hier links; jedoch zugleich ſo, daß die gegebenen Zahlen durchſtrichen ſind:]

```
    3
15 | 130500(
 3 |  26100(
```

[Der Lehrer laſſe eben ſo noch folgende Beyſpiele zuerſt verkleinern und alsdann ausarbeiten:]

a) Aufgaben, welche ſich durch 5 verkleinern laſſen.

Wie viel mal ſind 35 in 15225 enthalten? Ant. 435 mal.
— — — — 35 in 33950 — ? — 970 —
— — — — 245 in 90650 — ? — 370 —

b) Aufgaben, welche ſich durch 10, 100, und 1000 verkleinern laſſen.

Wie viel mal ſind 20 in 75,360 enthalten? Ant. 3768 mal.
— — — — 300 in 289200 — ? Ant. 964 mal
— — — — 2000 in 72000 — ? Ant. 36 mal.

c) Aufgaben, welche ſich durch 2, 4 und 8 verkleinern laſſen.

Wie viel mal ſind 168 in 24192 enthalten? Ant. 144 mal.
— — — — 192 in 72576 — ? — 378 —
— — — — 480 in 155520 — ? — 324 —

d) Aufgaben, welche ſich durch 3, 6 und 9 verkleinern laſſen.

Wie viel mal ſind 234 in 204282 enthalten? Ant. 873 mal.
— — — — 342 in 299250 — ? — 875 —
— — — — 432 in 293328 — ? — 679 —

e) Aufgaben, welche ſich durch 11 verkleinern laſſen.

Wie viel mal ſind 143 in 23166 enthalten? Ant. 162 mal.
— — — — 231 in 30954 — ? — 134 —
— — — — 264 in 84744 — ? — 321 —

Von den Proben im Rechnen.

1) Die gewöhnliche Probe.

a) Probe der Addition.

78 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel
39 und ſpricht:]
65 Zählt dieſe Zahlen zuſammen, und ſchreibt die Sum-
53 me unter den Querſtrich!

L. Zeigt eure Berechnung! [Die Summe iſt 235.]

L. Streicht eine der Sammlungszahlen durch, z. B. 39! Zählt die übrigen wieder zuſammen, ſchreibt dieſe zweyte Summe unter die erſte und zieht die kleinere Summe von der größern ab!

L. Wie viel bleibt? Ant. 39.

L. Alſo eben die Zahl, die ihr vorhin ausgeſtrichen habt.

78 [Die Berechnung muß dargeſtellt ſeyn wie hier links.]
39 L. Berechnet eben ſo Folgendes mit der Probe!
65 Wie viel geben folgende Zahlen zuſammen? nämlich:
53 52 + 98 + 60 + 71 + 30 + 47? Ant. 358.
235 Jetzt 16 + 8 + 700 + 24 + 80 u. 7? Ant. 835.
196 u. ſ. w.
-39

---

b) Probe der Subtraktion.

L. Schreibet 8594, und zieht 3762 davon ab!

L. Wie viel bleibt noch übrig? Ant. 4832.

L. Schreibet dieſen Reſt auf die andere Seite euerer Tafel!

L. Was habt ihr von 8594 abgezogen? Ant. 3762.

L. Setzet dieſen Abzug auch auf die andere Seite unter den Reſt, und zählt beyde zuſammen, ſo muß die Verkleinerungszahl wieder herauskommen, wenn ihr recht gerechnet habt!

[Denn wenn man das, was man irgendwo hinweg genommen hat, wieder hin thut, ſo muß wieder dort ſeyn, was anfangs dort war.]

L. Auf dieſe Art kann man über alle Abziehungsaufgaben die Probe machen; jedoch braucht man den Reſt und Abzug nicht gerad auf einen andern Platz zu ſetzen. Gebt daher nur Acht, wie ich verfahre!

8594 3762 4832 8594	[Er berechnet, und ſchreibt das ganze Beyſpiel ſammt der Probe wie hier links.] L. Berechnet eben ſo Folgendes mit der Probe! Wie viel bleibt übrig, wenn man von 8642 die Zahl 5642 abzieht? Ant. 3000.

Wie viel ꝛc. wenn man von 3040 d. Z. 1625 abz.? Ant. 1415.

u. ſ. w.

c) Probe der Multiplikation.

L. Schreibet 7983, alsdann unter dieſe Zahl 24, und ſehet, welcher Inhalt entſteht, wenn man beyde Zahlen mit einander vervielfältigt! Ant. 191,592.

L. Theilt dieſen Inhalt durch 7983, ſo muß wieder der Vervielfältiger 24 herauskommen, wenn ihr recht gerechnet habt!

[Denn ſo viel mal die eine Zahl zuſammen genommen worden iſt, um den Inhalt zu geben, ſo viel mal muß ſie auch wieder von dem Inhalte weggenommen werden können.]

```
        7983
          24
     ---------
       31932
      15966
     ---------
7983 | 191592 (24
     | 15966
     ---------
     - 31932
        ꝛc.
```

[Das ganze Beyſpiel kann geſchrieben werden, wie hier links.]

L. Theilt man aber 191,592 durch 24, was für eine Zahl wird man alsdann als Anzeiger bekommen? Ant. 7983.

L. Mithin iſt es einerley, durch welche der beyden gegebenen Grundzahlen man ihren Inhalt theilt.

L. Berechnet eben ſo noch Folgendes mit der Probe!

Wie viel gibt es, wenn man 276 mit 23 vervielfältigt? Ant. 6348.

Wie viel ꝛc., wenn man 387 mit 18 vervielfältigt? Ant. 6966.

— — — — — 7324 — 36 — ? Ant. 263664.

u. ſ. w.

---

d) Probe der Diviſion.

L. Unterſuchet, wie viel mal die Zahl 983 in 26,541 enthalten iſt! Ant. 27 mal.

L. Schreibet den Theiler 983 auf einen andern Platz, ſetzt den Anzeiger 27 darunter, und vervielfältiget beyde mit einander, ſo muß die Theilungszahl wieder herauskommen, wenn ihr recht gerechnet habt!

[Denn wenn der Theiler von der Theilungszahl wirklich ſo viel mal weggenommen worden iſt, als der herausgekommene Anzeiger Einheiten hat, ſo muß er, wenn man ihn wieder eben ſo viel mal zuſammen nimmt, auch wieder die Theilungszahl geben.]

L. Auf dieſe Art kann man über jede Berechnung einer Theilungs-Aufgabe die Probe machen, nämlich: man vervielfältigt den Theiler und Anzeiger mit einander; zählt aber den Reſt, wenn einer beym Theilen geblieben iſt, noch zu dem Inhalte.

Berechnet daher noch Folgendes mit der Probe!

Wie viel mal ſind 38 in 19789 enthalten? Ant. ꝛc.
— — — — 26 — 18923 — ? —
— — — —313 — 896857 — ? —
— — — —306 — 920701 — ? —
u. ſ. w.

L. Die Probe für das Zuſammenzählen iſt alſo das Abziehen,
— — — — Abziehen iſt das Zuſammenzählen.
— — — — Vervielfältigen iſt das Theilen,
— — — — Theilen iſt das Vervielfältigen.

Anmerkung.

[Es gibt noch andere Proben für die vier Rechnungs-Arten. Eine der merkwürdigſten iſt:]

2) Die ſogenannte Neunerprobe.

[Mit dieſer brauchen indeſſen die Schüler noch nicht bekannt gemacht zu werden.]

a) Neunerprobe der Addition.

Um ſich zu überzeugen, ob man mehrere Zahlen richtig zuſammen gezählt habe, betrachtet man zuerſt alle Ziffern der Sammlungszahlen als Einheiten, zählt dieſe Einheiten nach und nach zuſammen, denkt ſo viel mal 9 hinweg, als möglich iſt, und merkt ſich, was zuletzt übrig bleibt.

Hierauf zählt man auch alle Ziffern der Summe (als Ein-

heiten) zuſammen, und denkt ſo viel mal 9 hinweg, als möglich iſt; bleibt hier eben derſelbe Reſt, wie bey den Sammlungszahlen, ſo kann man (ſo ziemlich!) auf die Richtigkeit der Summe ſchließen.

Denn alle Zahlen auſſer der Einerſtelle können als lauter Zehner betrachtet werden: Denkt man nun von jedem dieſer Zehner 9 weg, ſo zeigen alle die Ziffern lauter Einer an; zählt man jetzt auch vollends dieſe Einer zuſammen, und denkt eben ſo alle mögliche 9er weg, ſo muß eben derſelbe Reſt bleiben, welcher bleibt, wenn man auf gleiche Art alle 9er von der Hauptſumme wegdenkt. Z. B.

Die drey Zahlen hier links über dem Strich ſind die Sammlungszahlen, und die unter dem Strich iſt die Hauptſumme.

176	1 und 7 ſind 8 und 6 ſind 14, 9 davon! bleiben 5.
759	Dieſe 5 zu 7 geben 12, 9 weg! bleiben 3. 3 und
348	5 ſind 8. (Der folgende 9er fällt ohnehin weg.)
1283	Alſo 8 und 3 ſind 11, 9 weg! bleiben 2. 2 und 4 ſind 6 und 8 ſind 14, 9 weg! bleiben 5. Dieß iſt der Reſt von den Sammlungszahlen.

Nun wird eben ſo mit der Summe verfahren, als:

1 und 2 ſind 3 und 8 ſind 11, 9 weg! bleiben 2. 2 und 3 ſind 5.

Die Zahl 5 iſt alſo auch der Reſt von der Summe.

---

b) Neunerprobe der Subtraction.

Um ſich zu überzeugen, ob man von einer Zahl wirklich ſo viel abgezogen habe, als eine andere anzeigt, betrachtet man alle Ziffern als Einheiten, zählt zuerſt die Ziffern der Verkleinerungszahl zuſammen, denkt ſo viel mal 9 hinweg, als möglich iſt, und merkt ſich den Reſt.

Hierauf zählt man auch alle Ziffern des Abzuges und Reſtes zuſammen, und denkt ſo viel mal 9 hinweg als möglich iſt: bleibt nun aus beyden letztern eben derſelbe Reſt, wie aus der Verkleinerungszahl, ſo kann man (ſo ziemlich) auf die Richtigkeit der gemachten Abziehung ſchließen.

Denn der Abzug und Reſt machen zuſammen ſo viel als die Verkleinerungszahl aus. So viel Zehner (oder 9er und 1er) alſo in der Verkleinerungszahl ſind, ſo viel müſſen auch im Abzug- und Reſt zuſammen ſeyn. Z. B.

Die oberſte Zahl hier links iſt die Verkleinerungszahl, die 2te der Abzug, und die unter dem Strich der Reſt.

4076 4 und 7 ſind 11, 9 weg! bleiben 2. 2 und 6 ſind
2453 8 = Reſt.
1623 Jetzt: 2 und 4 ſind 6 und 5 ſind 11, 9 weg! bleiben 2. 2 und 3 ſind 5 und 1 ſind 6 und 6 ſind 12, 9 weg! bleiben 3. 3 und 2 ſind 5 und 3 ſind 8 = Reſt.

---

c) Neunerprobe der Multiplikation.

Um ſich zu überzeugen, ob man zwey Zahlen mit einander richtig vervielfältigt habe, ſieht man alle Ziffern als Einheiten an, zählt zuerſt alle Ziffern der Vervielfältigungszahl zuſammen, denkt alle 9er davon weg, und merkt ſich den allenfallſigen Reſt; alsdann verfährt man eben ſo mit dem Vervielfältiger, und merkt ſich den allenfallſigen Reſt. Nun vervielfältigt man dieſe beyden Reſte, die auch o ſeyn können, denkt von dieſem kleinern Inhalte wieder ſo viele Neuner weg, als vorhanden ſind, und bemerkt abermal den Reſt.

Hierauf denkt man auch alle Neuner von dem Hauptinhalte weg, und bemerkt den allenfallſigen Reſt.

Iſt dieſer Reſt dem aus den beyden Grundzahlen erhaltenen gleich, ſo kann man auf die Richtigkeit der gemachten Rechnung ſchließen.

Denn in den zwey Grundzahlen werden, nebſt den darin befindlichen Neunern, auch die beyden Reſte mit vervielfältigt, folglich muß auch der Reſt aus dem Inhalte dieſer beyden Reſte ſo groß ſeyn, als der Reſt des Hauptinhaltes.

	Beyſpiel.		Probe.	
Grund-	476	. . Reſt =	8	
			×	= 24 . . Reſt = 6
zahlen	84	. . Reſt	3	
	1904			
	3808			
Inhalt =	39984	. . . .		Reſt = 6

	Anderes Beyſp.		Probe.	
Grund-	684	. . Reſt =	0	
			×	= 0. Reſt = 0.
zahlen	84	. . Reſt =	3	
	2736			
	5472			
	57456	. . . .		Reſt = 0.

---

d) Neunerprobe der Diviſion.

Man betrachtet alle Zahlen einer gemachten Theilung als lauter Einheiten, zählt die Zahlen des Theilers zuſammen, denkt ſo viel Neuner weg, als möglich iſt, und bemerkt den Reſt.

Hierauf verfährt man eben ſo mit dem Anzeiger, vervielfältigt alsdann die beyden Reſte des Theilers und Anzeigers, zählt zu dem daraus gefundenen Inhalte noch den Reſt von der Theilung (wenn einer geblieben iſt) denkt von dieſer Summe alle Neuner weg, und bemerkt den Reſt.

Nun zählt man alle Zahlen der Theilungszahl zuſammen, denkt alle Neuner weg, und bemerkt ebenfalls den Reſt. Iſt dieſer Reſt dem aus dem Theiler und Anzeiger ꝛc. erhaltenen gleich, ſo iſt die gemachte Theilung richtig.

Denn der Theiler und Anzeiger geben, wenn ſie mit einander vervielfältigt werden, die Theilungszahl als folglich iſt hier der Fall wie bey der Neunerprobe im Vervielfältigen. Z. B.

Theiler	Theilungszahl	Anz.	Probe.	
245	20587	84	245..Reſt = 2	× = 6
	1960			
	987		84..Reſt = 3	7 dazu
	980			13..Reſt = 4
	7		20587	Reſt = 4

Gebrochene Zahlen oder Brüche.

1) Gemeine Brüche.

Erklärungen.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, deutet nach und nach auf jeden dieſer Brüche, und ſpricht:]

Dieſe zwey Ziffern bedeuten mit einander 1 Halbes oder 1 Zweytel; dieſe zwey Ziffern bedeuten 2 Drittel; was bedeuten die letztern zwey Ziffern mit einander? Ant 3 Viertel.

[Der Lehrer deutet wieder auf jeden, und ſpricht:]

Ein Halbes iſt 1 Theil von 1 Ganzen, und wird eben daher *ein Halbes* oder *ein Zweytel* genennt, weil das Ganze 2 ſolche Theile; 2 Drittel ſind 2 Theile von 1 Ganzen, und werden eben daher *Drittel* genennt, weil das Ganze 3 ſolche Theile hat. —

Wie viel Theile von 1 Ganzen ſind 3 Viertel? Ant. 3 Theile.

L. Warum werden dieſe Theile Viertel genennt? Ant. Weil das Ganze 4 ſolche Theile hat.

[Er deutet wieder auf den erſten Bruch ꝛc.]

L. Dieſe zwey Zahlen ſind zuſammen als eine einzige Zahl zu betrachten, welche einen Theil von 1 Ganzen anzeigt, und ihn zugleich nach den 2 Theilen des Ganzen benennt; wie heißt dieſer Theil? Ant. Ein Halbes, oder ein Zweytel.

L. Eben ſo ſind die andern zwey Zahlen als eine einzige zu betrachten, welche 2 Theile von 1 Ganzen anzeigt, und ſie zugleich nach der Anzahl aller Theile des Ganzen benennt; wie heißen dieſe 2 Theile? Ant. Drittel.

L. Eben ſo ſind auch die letztern zwey Zahlen hier zuſammen als eine einzige Zahl zu betrachten, welche 3 Theile von 1 Ganzen anzeigt, und ſie zugleich nach der Anzahl aller Theile des Ganzen benennt; wie heißen dieſe Theile? Ant. Viertel.

L. Eine ſolche Zahl, welche kein Ganzes, ſondern nur einen oder mehrere Theile von einem Ganzen anzeigt, und zugleich nach der Anzahl aller Theile des Ganzen benennt, iſt eine gebrochene Zahl oder ein Bruch.

Was iſt eine gebrochene Zahl, oder ein Bruch? —

L. Da nun eine gebrochene Zahl oder ein Bruch eine ſolche Zahl iſt, welche einen oder mehrere Theile von einem Ganzen anzeigt; was wird demnach eine ganze Zahl ſeyn? —

Ant. Eine ſolche Zahl, welche eins oder mehrere Ganze anzeigt.

L. Eben daher, weil ein Bruch anzeigt, wie viel Theile von einem Ganzen genommen werden ſollen, und wie viel ſol-

che Theile das Ganze hat, ſo beſteht er aus zwey beſondern Zahlen, welche gewöhnlich unter einander geſchrieben, und durch einen Querſtrich unterſchieden werden.

Aus wie viel beſondern Zahlen beſteht ein Bruch? —

L. Was zeigt jede der zwey beſondern Zahlen eines Bruches an? —

Ant. Die eine zeigt an, wie viel Theile von einem Ganzen genommen werden ſollen, und die andere zeigt an, wie viel Theile das Ganze hat.

L. Diejenige von den zwey Zahlen eines Bruches, welche anzeigt, wie viele Theile von einem Ganzen genommen werden ſollen, wird immer über den Querſtrich geſchrieben, und heißt der Zähler.

Daher iſt der Einſer hier im erſten Bruche der Zähler; welches iſt aber der Zähler in $\frac{2}{3}$? Ant. der 2er.

L. Welches iſt der Zähler in $\frac{3}{4}$? Ant. Der 3er.

L. Diejenige von den zwey Zahlen eines Bruches, welche anzeigt, wie viel gleiche Theile ein Ganzes hat, und wie dieſe Theile genennt werden, heißt der Nenner des Bruches.

Welches iſt alſo der Nenner hier in dem erſten Bruche? Ant. Der 2er.

L. Wie heißt aber der Einſer in dieſem Bruche? Ant. Zähler.

L. Welches iſt der Nenner in $\frac{2}{3}$ Ant. Der 3er.

L. Wie heißt aber der 2er, in dieſem Bruche? Ant. Zähler.

u. ſ. w.

L. Saget mir noch einmal: Was zeigt der Zähler eines Bruches an? —

Ant. Wie viel Theile von einem Ganzen genommen werden ſollen.

L. Was zeigt aber der Nenner eines Bruches an? — Ant. Wie viel gleiche Theile ein Ganzes hat, und wie dieſe Theile genennt werden.

Eigentliche und uneigentliche Brüche.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brü-
$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{3}$ che an die Tafel und ſpricht:]
$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$ Saget mir jeden von dieſen Brüchen, deſſen Zähler kleiner als ſein Nenner iſt! Ant. $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$.

L. Saget mir auch jeden von dieſen Brüchen, deſſen Zähler eben ſo groß als ſein Nenner iſt! Ant. $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$.

L. Saget mir auch jeden von dieſen Brüchen, deſſen Zähler größer als ſein Nenner iſt! Ant. $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$.

L. Wenn man 1 Halbes hat, hat man da mehr oder weniger, als zu einem Ganzen gehört? Ant. Weniger.

L. Wenn man 2 Halbe hat, hat man da mehr oder weniger Theile, als zum Ganzen gehören? Ant. Gerad ſo viel Theile.

L. Wenn man 3 Halbe hat, hat man da mehr oder weniger Theile, als zum Ganzen gehören? Ant. Mehr Theile.

L. Wenn man 2 Drittel hat, hat man da ꝛc.

u. ſ. w.

L. Zeigt alſo ein Bruch, deſſen Zähler kleiner als ſein Nenner iſt, mehr oder weniger Theile an, als das Ganze hat? Ant. Weniger.

L. Was zeigt aber ein Bruch an, deſſen Zähler gerad ſo groß iſt als ſein Nenner? Ant. Gerad ſo viel Theile, als das Ganze hat.

L. Und was zeigt ein Bruch an, deſſen Zähler größer als ſein Nenner iſt? Ant. Mehr Theile als das Ganze hat.

L. Solchen Bruch, deſſen Zähler kleiner als ſein Nenner iſt, heißt man einen eigentlichen Bruch.

Solchen Bruch aber, deſſen Zähler eben ſo groß oder größer als ſein Nenner iſt, heißt man einen uneigentlichen Bruch.

Noch einmal! Was iſt ein eigentlicher Bruch? Ant. Ein ſolcher Bruch, deſſen ꝛc.

L. Was iſt aber ein uneigentlicher Bruch?

L. Sagt mir alle eigentliche Brüche, die ihr hier ſeht!

Ant. Ein Halb, 2 Drittel, 3 Viertel.

L. Sagt mir auch alle uneigentliche Brüche, die ihr hier ſeht! Ant. 2 Halbe, 3 Drittel, 4 Viertel. 3 Halbe, 4 Drittel, und 5 Viertel.

L Schreibe jeder einen uneigentlichen Bruch auf ſeine Tafel!

L. Sage mir jeder ſeinen geſchriebenen Bruch!

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, und ſpricht:]

Welche Zahl iſt wohl der kleinſte Zähler, den ein Bruch haben kann? Ant. 1, z. B. 1 Halb, 1 Drittel ꝛc.

L. Welche Zahl iſt wohl der kleinſte Nenner, den ein Bruch haben kann? Ant. 2.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$, und ſpricht:]

Könnte denn nicht die Zahl 1 auch der Nenner eines Bruches ſeyn? Ant. —

L. Eigentlich nicht; denn in dieſem Falle wäre der Nenner 1 Ganzes, und der Zähler zeigte an, daß eins oder mehrere ſolche Ganze vorhanden wären. Folglich wären zwey Eintel ſo viel als 2 Ganze, 3 Eintel ſo viel als 3 Ganze ꝛc.

Verwandlung ganzer Zahlen in (uneigentliche) Brüche.

a) Lauter Ganze.

L. 1 Ganzes iſt 1 mal 2 Halbe, alſo ſind 2 Ganze 2 mal 2 Halbe oder 4 Halbe.
1 — — 1 — 2 Halbe, alſo ſind 3 Ganze 3 mal 2 Halbe oder 6 Halbe.

Wie viel Halbe ſind aber 8 Ganze? Ant. 8 mal 2 Halbe oder 16 Halbe.

L. Wie viel Halbe ſind 49 Ganze? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mit Ziffern berechne!

49
×
2 Halbe

[Er ſchreibt dieſe Aufgabe an, wie hier links, und ſpricht:]

1 Ganzes iſt 1 mal 2 Halbe, alſo ſind
49 Ganze 49 mal 2 Halbe, oder 2 mal 49 Halbe.

2 mal 9 ſind 18; ich ſchreibe 8, und behalte ꝛc.

L. Wie viel Halbe ſind alſo 49 Ganze? Ant. 98 Halbe.

[Er macht einen Querſtrich unter 98, und ſetzt 2 darunter, ſo wird alles ausſehen, wie hier links:]

49
×
2 Halbe

$\frac{98}{2}$

L. Berechnet eben ſo mit Worten und Ziffern Folgendes!

73 Ganze, wie viel Halbe ſind ſie? Ant. 146 H.
85 —, — — — — —? Ant. 170 H.
91 —, — — — — —? Ant. 182 H.

L. 1 Ganzes iſt 1 mal 3 Drittel, alſo ſind
2 — 2 — 3 — oder 6 Drittel.
1 — iſt 1 — 3 — alſo ſind
3 — 3 — 3 — oder 9 Drittel.

Wie viel Drittel ſind 5 Ganze? Ant. 5 mal 3 Drittel oder 15 Drittel.

L. Wie viel Drittel ſind 49 Ganze? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mit Ziffern berechne!

49
×
3 Drittel

[Er ſchreibt das Beyſpiel wie hier links, und ſpricht:]

1 Ganzes iſt 1 mal 3 Drittel, alſo ſind
49 — 49 — 3 —, oder 3 mal 49 Drittel.

3 mal 9 ſind 27. Ich ſchreibe 7 ꝛc.

L. Wie viel Drittel ſind alſo 49 Ganze? Ant. 147 Drittel.

49
×
3 Drittel.

147
———
3

[Er macht einen Querſtrich unter 147, und ſchreibt 3 darunter, wie hier links:]

L. Berechnet eben ſo mit Worten und Ziffern Folgendes!

64 Ganze, wie viel Drittel ſind ſie? Ant. 192 Drittel.
78 — , — — — — — ? Ant. 234 —
86 — , — — — — — ? Ant. 258 —

L. Um mehrere Ganze in lauter Halbe zu verwandeln, vervielfältiget man ſie mit der Zahl 2.

Um mehrere Ganze in lauter Drittel zu verwandeln, vervielfältiget man ſie mit der Zahl 3.

Mit was wird man demnach mehrere Ganze vervielfältigen, um ſie in lauter 4tel zu verwandeln? Ant. Mit der Zahl 4.

L. Mit was vervielfältiget man aber mehrere Ganze, um ſie in lauter 5tel zu verwandeln? Ant. Mit der Zahl 5.

L. Mit was, um ſie in lauter 6tel zu verwandeln? Ant. Mit der Zahl 6.

u. ſ. w.

L. Ihr könnt euch nun im Allgemeinen folgende Regel merken:

Um jede ganze Zahl in einen Bruch zu verwandeln, deſſen Nenner bekannt iſt, vervielfältiget man ſie mit einer Zahl, welche dem gegebenen Nenner gleich iſt, und ſetzt den Nenner unter den Inhalt.

Berechnet daher wie vorhin mit Worten und Ziffern Folgendes!

37 Ganze, wie viel 4tel ſind ſie? Ant. 148 Viertel.
283 — , — — 4tel — —? — 1132 —
67 — , — — 5tel — —? — 335 Fünftel.
283 — , — — 6tel — —? — 1698 6tel.
628 — , — — 13tel — —? — 8264 13tel.
584 — , — — 29ſtel — —? — 16936 29ſtel.
834 — , — — 10tel — —? — 8340 10tel.

u. ſ. w.

---

b) Gemiſchte Zahlen.

Der Lehrer ſchreibt $3\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$ $4\frac{2}{3}$ $5\frac{3}{4}$, und ſpricht:

Dieſe Ziffern bedeuten 3 Ganze und 1 Halbes, 4 Ganze und 1 Halbes, 4 Ganze und 2 Drittel; was bedeuten die letztern zuſammen? Ant. 5 Ganze und 3 Viertel.

L. Eine ganze Zahl, mit einem Bruch verbunden, heißt man eine gemiſchte Zahl.

Wie viel gemiſchte Zahlen ſeht ihr hier? Ant. Vier gemiſchte Zahlen.

L. Wie viel Halbe ſind 3 Ganze? Ant. 6 Halbe.

L. Wie viel Halbe ſind alſo 3 Ganze und 1 Halbes? Ant. 7 Halbe.

[Er macht unter $3\frac{1}{2}$ einen Querſtrich, und ſchreibt $\frac{7}{2}$ darunter, wie hier links:]

$3\frac{1}{2}$
$\frac{7}{2}$

L. Schreibet jetzt $4\frac{1}{2}$, und macht einen Querſtrich darunter!

L. Wie viel Halbe ſind 4 Ganze? Ant. 8 Halbe.

L. Wie viel Halbe ſind alſo 4 Ganze und 1 Halbes? Ant. 9 Halbe.

L. Schreibt $\frac{9}{2}$ unter euern Querſtrich!

L. Wie viel 3tel ſind 4 Ganze? Ant. 12 Drittel.

L. Wie viel 3tel ſind aber 4 Ganze und 2 Drittel? Ant. 14 Drittel

L. Macht unter $4\frac{2}{3}$ wie vorhin einen Querſtrich, und ſetzt $\frac{14}{3}$ darunter!

L. Wenn man alſo $3\frac{1}{2}$ in einen Bruch verwandelt, ſo erhält man 7 Halbe.

L. Was erhält man aber, wenn man $4\frac{1}{2}$ in einen Bruch verwandelt? Ant. 9 Halbe.

L. Und was erhält man, wenn man $4\frac{2}{3}$ in einen Bruch verwandelt? Ant. 14 Drittel.

[Der Lehrer ſchreibt $95\frac{3}{4}$ an die Tafel.]

L. Was erhält man, wenn $95\frac{3}{4}$ in einen Bruch verwandelt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

[Er ſetzt noch einen kleinen 4er unter 5 und ſpricht:]

1 Ganzes iſt 1 mal 4 Viertel, alſo ſind
95 Ganze 95 mal 4 Viertel, oder 4 mal 95 Viertel.
4 mal 5 Viertel ſind 20 Viertel, und 3 Viertel ſind
23 Viertel. Ich ſchreibe 3, und behalte 2 im Sinn.
4 mal 9 ſind 36, und 2 ſind 38 ꝛc.

$$\begin{array}{r} 95\frac{3}{4} \\ 4 \\ \hline 383 \\ \hline 4 \end{array}$$

[Das Beyſpiel wird jetzt ausſehen, wie hier links.]

L. Wie viel 4tel ſind alſo $95\frac{3}{4}$? Ant. 283 Viertel

L. Damit ihr auch ſolche Beyſpiele recht leicht berechnen könnt, ſo dürfet ihr euch nur folgende Regel merken:

Um eine gemiſchte Zahl in einen Bruch zu verwandeln, vervielfältiget man die ganze mit einer Zahl, welche dem gegebenen Nenner gleich iſt, zählt den Zähler zum Inhalte, und ſetzt den Nenner darunter.

Berechnet daher eben ſo mit Worten und Ziffern Folgendes!

$86\frac{1}{4}$, wie viel 4tel macht dieſes? Ant. 347 Viertel.
$97\frac{2}{3}$, — — 3tel — — ? — 293 Drittel.
$97\frac{4}{5}$, — — 5tel — — ? — 489 Fünftel.
$78\frac{1}{2}$, — — Halbe — — ? — 157 Halbe.
$423\frac{1}{2}$, — — — — — ? — 847 —
$704\frac{5}{8}$, — — 8tel — — ? — 5637 Achtel.
$9\frac{5}{12}$, — — 12tel — — ? — *)

* Hier und in jedem Falle, wo die ganze Zahl kleiner iſt, als der Nenner, kann man den Vervielfältiger über die ganze ſetzen wie hier links.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 9\frac{5}{12} \\ \hline 113 \\ \hline 12 \end{array}$$

$8\frac{7}{12}$, wie viel 12tel macht dieſes? Ant. $\frac{103}{12}$.
$6\frac{3}{29}$, — — 29ſtel — — ? — $\frac{177}{29}$
$7\frac{8}{35}$, — — 35ſtel — — ? — $\frac{253}{35}$.
$9\frac{7}{10}$, — — 10tel — — ? — $\frac{97}{10}$

L. Wenn man $49\frac{17}{23}$ in einen Bruch verwandelt, wie viel 23ſtel erhält man da? Ant. —

L. Hier und in jedem Falle, wo der Zähler aus mehr als einer Ziffer beſteht, könnt ihr zuerſt blos die ganze Zahl in einen Bruch verwandeln, alsdann den Zähler unter den Inhalt ſetzen, und dazu zählen.

[Die ganze Darſtellung wird ſeyn wie hier links:]

$$\begin{array}{r} 49\frac{17}{23} \\ 23 \\ \hline 147 \\ 98 \\ \hline 1127 \\ 17 \\ \hline 1144 \\ \hline 23 \end{array}$$

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

$63\frac{27}{38}$, wie viel 38ſtel macht dieſes? Ant. $\frac{2421}{38}$
$78\frac{35}{49}$, — — 49ſtel — — ? — $\frac{3857}{49}$

Verwandlung der (uneigentlichen) Brüche in ganze oder gemiſchte Zahlen.

L. 2 Halbe ſind 1 Ganzes, und ſo viel mal 2 Halbe man hat, ſo viel Ganze hat man.

Wie viel mal kann man 2 Halbe dort wegnehmen, wo 10 Halbe ſind? Ant. 5 mal.

L. Wie viel Ganze ſind alſo 10 Halbe? Ant. 5 Ganze.

L. Wie viel mal kann man 2 Halbe dort wegnehmen, wo 11 Halbe ſind? Ant. 5 mal, und 1 Halbes bleibt übrig.

L. Wie viel Ganze ſind alſo 11 Halbe? Ant. 5 Ganze und 1 Halbes.

L. Wie viel mal 2 Halbe kann man dort wegnehmen, wo 18 Halbe ſind? Ant. 9 mal.

L. Wie viel Ganze ſind alſo 18 Halbe? Ant. 9 Ganze.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{18}{2} = 9$.]

L. 3 Drittel ſind 1 Ganzes, und ſo viel mal 3 Drittel man hat, ſo viel Ganze hat man.

Wie viel mal 3 Drittel kann man dort wegnehmen, wo 21 Drittel ſind? Ant. 7 mal.

L. Wie viel Ganze ſind alſo 21 Drittel? Ant. 7 Ganze.

L. Wie viel mal 3 Drittel kann man dort wegnehmen, wo 17 Drittel ſind? Ant. 5 mal, und 2 Drittel bleiben übrig.

L. Wie viel Ganze ſind alſo 17 Drittel? Ant. 5 Ganze und 2 Drittel.

L. Wie viel Ganze ſind 24 Drittel? Ant. 8 Ganze.

[Er ſchreibt unter das Vorige $\frac{24}{3} = 8$.]

L. Seht ihr hier eigentliche Brüche, oder uneigentliche? Ant. Uneigentliche.

L. Wie viel mal iſt hier der Nenner 2 in dem Zähler 18 enthalten? Ant. 9 mal.

L. Und wie viel Ganze beträgt dieſer Bruch? Ant. 9 Ganze.

L. Wie viel mal iſt aber der Nenner 3 in dem Zähler 24 enthalten? Ant. 8 mal.

L. Wie viel Ganze beträgt dieſer Bruch? Ant. 8 Ganze.

L. Wie ſichs hier mit den Nennern verhält, ſo verhält ſich's in allen dergleichen Fällen, und ihr könnt euch daher wieder Folgendes merken:

So vielmal der Nenner eines uneigentlichen Bruches in ſeinem Zähler enthalten iſt, ſo viel Ganze beträgt der uneigentliche Bruch.

[Er wiſcht die vorigen Beyſpiele weg, ſchreibt $\frac{74}{3}$, und ſpricht:]

Berechnet daher, wie viel Ganze 74 Drittel ſind! — (Er wiſcht den Nenner 3, und den Querſtrich weg, richtet das Beyſpiel ein wie hier links, und ſpricht:)

Dr. | Dr.
3 | 74(

Um, beſonders bey großen Zahlen, bequem zu berechnen, wie viel Ganze ein uneigentlicher Bruch betrage, kann man den Nenner weglaſſen, und dafür eine ihm gleiche Zahl auf die linke Seite des Zählers ſetzen, wie überhaupt beym Theilen. Schreibt man noch mit Buchſtaben: Halbe, Drittel oder 4tel u. ſ. w. oben darüber, wie hier, ſo iſt es noch deutlicher.

Gebet daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

3 Drittel ſind 1 Ganzes, alſo ſind 74 Drittel ſo viel Ganze, als 3 Drittel darin enthalten ſind.

3 ſind in 7 zweymal entsalten; (Er ſchreibt 2 in die Anzeigerſtelle) denn 2 mal 3 ſind 6 — von 7 bleibt 1 ꝛc.

Wie viel Ganze ſind alſo 74 Drittel? Ant. 24 Ganze und $\frac{2}{3}$.

L. Berechnet eben ſo mit Worten und Ziffern Folgendes!

89 Drittel, wie viel Ganze ſind ſie? Aufl. 3 Drittel ſind 1 Ganzes, ꝛc. Es ſind 29 Ganze und $\frac{2}{3}$.

94 Halbe, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. 47.
125 — , — — — — — ? — $62\frac{1}{2}$.
508 Drittel, — — — — — ? — $169\frac{1}{3}$.
635 Viertel, — — — — — ? — $158\frac{3}{4}$.
398 Fünftel, — — — — — ? — $79\frac{3}{5}$.

[Eben ſo können noch beliebige Beyſpiele gegeben werden, bis die erwünſchte Fertigkeit erreicht iſt.]

Verwandlung kleinerer Bruchszahlen in größere.

L. Wenn man jedes Viertel eines Ganzen in 2 gleiche Theile zerlegt, wie viel ſolche kleinere Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 8 ſolche Theile.

L. Und wie heißen dieſe Theile? Ant. Achtel.

L. Wie viel Achtel hat alſo 1 Viertel? Ant. 2 Achtel.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{3}{4}$ an die Tafel.]

L. Hat alſo 1 Viertel 2 Achtel, ſo haben 4 Viertel 4 mal 2 Achtel, oder 8 Achtel (Er ſetzt einen kleinen 2er neben 4, und noch weiter rechts 8) und haben 4 Viertel 4 mal 2 Achtel, ſo haben 3 Viertel — wie viel mal 2 Achtel? Ant. 3 mal 2 Achtel.

[Er ſetzt auch einen kleinen 2er neben 3, und noch weiter rechts 6, ſo daß alles ſteht, wie hier links, und ſpricht:]

$\frac{3}{4}\,\frac{2}{2} = \frac{6}{8}$

Das ſind alſo 6 Achtel.

[Er wiſcht die kleinen 2er wieder weg, und ſpricht:] Welcher dieſer Brüche beträgt wohl mehr, $\frac{3}{4}$ oder $\frac{6}{8}$?
Ant. —
Es beträgt einer ſo viel als der andere.

L. Wie kann man dieſes erklären? Ant. —

6 Achtel ſind gleichwohl (2 mal) mehr Theile als 3 Viertel; aber dieſe 6 Theile ſind auch (2 mal) kleiner als 3 Viertel.

L. Sage mir noch einmal Einer, wie es komme, daß 6 Achtel uur eben ſo viel betragen als 3 Viertel!

L. Wir haben hier den Nenner 4 und den Zähler 3 mit 2 vervielfältigt, und dadurch einen Bruch mit größern Zahlen erhalten, der nur eben ſo viel beträgt, als der mit den kleinern Zahlen. Wir wollen nun ſehen, ob dieſes auch der Fall ſey, wenn wir den Nenner und Zähler mit einer andern Zahl vervielfältigen. (Er wiſcht alles von der Tafel).

L. Wenn man jedes Viertel eines Ganzen in 3 gleiche Theile zerlegt, wie viel ſolche kleinere Theile hat alsdann das Ganze?

Ant. 12 ſolche Theile.

L. Wie heißen alle dieſe Theile? Ant. 12tel.

L. Wie viel 12tel hat alſo 1 Viertel? Ant. 3 Zwölftel.

[Er ſchreibt wieder $\frac{3}{4}$]

L. Hat 1 Viertel 3 Zwölftel, ſo haben 4 Viertel 4 mal $\frac{3}{12}$ oder 12 Zwölftel. [Er ſetzt einen kleinen 3er neben 4, und noch weiter rechts 12.] Wie viel mal 3 Zwölftel haben aber 3 Viertel?

Ant. 3 mal 3 Zwölftel.

$\frac{3}{4}\,\frac{3}{3} = \frac{9}{12}$ [Er ſetzt auch einen kleinen 3er neben den Zähler 3, und noch weiter rechts 9, und ſpricht:]

Das ſind alſo 9 Zwölftel.

[Er wiſcht die kleinen 3er wieder weg.]

L. Betragen alſo auch 9 Zwölftel eben ſo viel als 3 Viertel? —

L. Wie läßt ſich dieſes erklären? Ant. —

9 Zwölftel ſind zwar (3 mal) mehr Theile als 3 Viertel; aber auch (3 mal) kleinere Theile als 3 Viertel.

L. Wir haben dieſes Mal in dem Bruche $\frac{3}{4}$ den Nenner und Zähler mit 3 vervielfältigt, und dadurch einen neuen Bruch erhalten, der nur eben ſo viel als 3 Viertel beträgt. Wenn wir nun den Nenner und Zähler mit einer noch größern Zahl vervielfältigen, wird alsdann der neue Bruch auch wieder nur eben ſo viel betragen, als 3 Viertel? Ant. Ja.

L. Und ſo wie hier mit dieſem Bruche verhält ſichs auch mit jedem andern, das heißt:

Wenn man den Nenner und Zähler eines Bruches mit einerley Zahl vervielfältigt, ſo bleibt der Betrag oder Werth des Bruches unverändert.

[Denn in ſo viel mal mehr Theile jeder der gegebenen Theile zerfällt, in eben ſo viel mal kleinere Theile zerfällt das Ganze.]

L. Was muß man alſo thun, um einen Bruch zu vergrößern, ohne ſeinen Betrag zu verändern? —

L. So ſchreibet $\frac{2}{3}$ auf eure Tafeln, ſetzt neben den Nenner eine beliebige Zahl, und verwandle jeder dieſen Bruch in einen andern, mit größern Zahlen!

L. Wiſchet die 2 gleichen Zahlen, womit ihr vervielfältigt habet, wieder weg, und ſage mir jeder ſeinen neuen Bruch: ich will ihm dann ſagen, womit er $\frac{2}{3}$ vervielfältigt hat!

Anm. Hier kann der Lehrer immer einen der neuen Brüche anſchreiben, den gemeinſchaftlichen Theiler (oder Vervielfältiger) ganz klein vor den Nenner und Zähler ſetzen, ſo werden die Schüler ſchon von ſelbſt darauf kommen, wie man

auch einen größern Bruch wieder in einen kleinern verwandeln könne.

Z, B. Es ſagt ein Schüler 8 Zwölftel, ſo ſchreibt er alles $\frac{4}{4}$ $\frac{8}{12}$ wie hier links, und ſpricht:

Hier iſt der Nenner und Zahler mit 4 vervielfältigt worden:

Jedoch muß das Verkleinern oder Abkürzen der Brüche noch beſonders vorgenommen werden, wie folgt.

Verwandlung größerer Bruchszahlen in kleinere,

das iſt:

Abkürzung der Brüche.

L. Wenn 1 Ganzes in 8 gleiche Theile getheilt iſt, wie heißen alle dieſe Theile? Ant. Achtel.

L. Wenn man 2 Achtel zuſammen als einen größern Theil denkt, wie viel ſolche größere Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 4 ſolche Theile.

L. Da alſo 2 Achtel zuſammen 1 Theil ſind, wie das Ganze 4 Theile hat, ſo ſind 2 Achtel zuſammen 1 Viertel; ſind aber 2 Achtel 1 Viertel, ſo ſind 4 Achtel — wie viel Viertel? Ant. 2 Viertel.

L. Wie viel Viertel ſind aber 6 Achtel? Ant. 3 Viertel.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$]

L. Welcher dieſer Brüche beträgt mehr: $\frac{6}{8}$ oder $\frac{3}{4}$? Ant. —

Es beträgt einer ſo viel als der andere.

L. Wie läßt ſich dieſes erklären? Ant. —

6 Achtel ſind 3 Theile, wie das Ganze 4 Theile hat.

[Oder nach dem Obigen: 6 Achtel ſind wohl (2 mal) mehr Theile als 3 Viertel; aber auch (2 mal) kleinere Theile.]

L. Wie kann man alſo $\frac{6}{8}$ mit kleinern Zahlen ausdrücken?

Ant. $\frac{3}{4}$. (Er läßt dieſe Brüche ſtehen).

L. Wenn 1 Ganzes in 15 gleiche Theile getheilt iſt, wie heißen ſolche Theile? Ant. 15tel.

L. Wenn man drey 15tel zuſammen als einen größern Theil denkt, wie viel ſolche größere Theile hat alsdann das Ganze? Ant. 5 ſolche Theile.

L. Da alſo drey 15tel zuſammen 1 Theil ſind, wie das Ganze 5 Theile hat, ſo ſind drey 15tel 1 Fünftel; mithin ſind ſechs 15tel — wie viel Fünftel? Ant. 2 Fünftel.

L. Wie viel Fünftel ſind aber neun 15tel? Ant. 3 Fünftel.

L. Wie viel Fünftel ſind aber zwölf 15tel? Ant 4 Fünftel.

[Er ſchreibt $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ unter das vorige Beyſpiel]

L. Welcher dieſer beyden Brüche beträgt mehr? —

L. Wie läßt ſich dieſes erklären? — Ant. —

Zwölf 15tel ſind 4 Theile, wie das Ganze 5 Theile hat.

L. Wie kann man alſo $\frac{12}{15}$ mit kleinern Zahlen ausdrücken? Ant. $\frac{4}{5}$.

L. Wie kann man wohl $\frac{14}{21}$ mit kleinern Zahlen ausdrücken? —

$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	[Er zeige wie vorhin, wie man dieſen Bruch durch $\frac{2}{3}$ ausdrücken kann, und ſchreibe auch dieſes Beyſpiel unter die vorigen, daß zuletzt alles wie hier links an der Tafel ſteht.]
$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$	
$\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$	

L. Eben ſo läßt ſich jeder Bruch durch kleinere Zahlen ausdrücken, wenn ſich der Nenner in einerley geringere Zahlen, deren jede mehr als 1 iſt, zerlegen läßt, und der Zähler aus einer oder mehrern ſolcher Zahlen beſteht. Das iſt:

Ein Bruch läßt ſich durch kleinere Zahlen ausdrücken,

wenn ſein Nenner und Zähler durch einerley Zahl ohne Reſt theilbar ſind (oder einen gemeinſchaftlichen Theiler haben)

[Er deutet auf $\frac{6}{8}$]

L. Der Nenner und Zähler dieſes Bruches läßt ſich durch die Zahl 2 ohne Reſt theilen, (Er ſetzt einen kleinen 2er vor 8 und 6) Wie viel mal iſt die Zahl 2 in 8 enthalten? Ant. 4 mal.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 2 in 6 enthalten? Ant. 3 mal.

[Er deutet auf $\frac{12}{15}$]

L. Durch welche Zahl läßt ſich hier der Nenner und Zähler ohne Reſt theilen?

Ant. Durch 3. [Er ſetzt einen kleinen 3er vor beyde.]

L. Wie viel mal iſt die Zahl 3 in 15 enthalten? Ant. 5 mal.

L. Wie viel mal iſt die Zahl 3 in 12 enthalten? Ant. 4 mal.

[Er deutet auf $\frac{14}{21}$]

L. Durch welche Zahl läßt ſich hier der Nenner und Zähler ohne Reſt theilen? Ant. Durch 7. (Er ſetzt einen kleinen 7er vor beyde.)

L. Welche kleinere Bruchszahlen entſtehen endlich hier, wenn man den Nenner und Zähler durch 7 theilt? Ant. $\frac{2}{3}$.

[Er wiſcht die vorangeſetzten kleinen Ziffern wieder weg.]

L. Man kann alſo auch hier im Allgemeinen ſagen:

Wenn man den Nenner und Zähler eines Bruches durch einerley Zahl theilt, ſo bleibt der Betrag oder Werth des Bruches unverändert.

[Denn durch ſolches Theilen zerfällt das Ganze in wenigere, aber auch in deſto größere Theile.]

L. Was muß man alſo thun, um einen gegebenen Bruch durch kleinere Zahlen auszudrücken?

Ant. Man muß den Nenner und Zähler durch einerley Zahl theilen.

L. Einen Bruch durch kleinere Zahlen ausdrücken, heißt auch: einen Bruch abkürzen. Schreibet daher folgende Brüche unter einander!

$\frac{6}{14}$ $\frac{10}{18}$ $\frac{12}{15}$ $\frac{9}{21}$ $\frac{12}{16}$ $\frac{20}{50}$!

L. Kürzet dieſe Brüche ab, und ſchreibet jeden neuen Bruch neben hin, wie hier an der Tafel!

L. Zeiget euere Brüche!

$\frac{54}{136}$

$\frac{70}{358}$

$\frac{12}{680}$

$\frac{35}{175}$

$\frac{60}{175}$

$\frac{65}{175}$

$\frac{60}{270}$

$\frac{561}{693}$

$\frac{243}{297}$

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brüche unter einander, und ſpricht:] Bey geringen Zahlen findet man leicht, ob und durch welche Zahl ſich der Zähler und Nenner eines Bruches ohne Reſt theilen laſſe; bey größern Zahlen aber muß man ſich die Fälle merken, die ſchon beym Theilen vorgekommen ſind. Ich will euch hier die wichtigſten, auf die Brüche angewendet, wiederholen!

1ſtens. Ein Bruch läßt ſich durch das Theilen mit 2 abkürzen, wenn ſowohl ſein Zähler als auch ſein Nenner aus lauter 2ern zuſammengeſetzt iſt. Dieß zeigt eine gerade Zahl oder 0 auf der Einerſtelle an.

Welche von dieſen Brüchen an der Tafel hier laſſen ſich alſo mit 2 abkürzen? Ant. $\frac{54}{136}$, $\frac{12}{680}$ und $\frac{60}{270}$.

L. So kürzet dieſe Brüche ab, gebt aber Acht, manchmal läßt ſich ein abgekürzter Bruch noch einmal abkürzen!

L. Sage mir Einer ſeine abgekürzten Brüche her!

L. 2tens. Ein Bruch läßt ſich durch das Theilen mit 5 abkürzen, wenn ſowohl ſein Zähler als auch ſein Nenner aus

lauter Fünfern zuſammengeſetzt iſt. Dieß zeigt ein 5er oder eine 0 auf der Einerſtelle an.

Welche von dieſen Brüchen hier an der Tafel laſſen ſich alſo mit 5 abkürzen? Ant. $\frac{35}{175}$, $\frac{60}{175}$, $\frac{65}{175}$ und $\frac{60}{270}$.

L. So kürzet dieſe Brüche ab!

L. Sage Einer ſeine abgekürzten Brüche!

L. 3tens. Ein Bruch läßt ſich mit 10 abkürzen, wenn ſowohl ſein Zähler als auch ſein Nenner aus lauter Zehnern zuſammengeſetzt iſt. Dieß zeigt eine 0 auf der Einerſtelle an.

Welche von dieſen Brüchen hier laſſen ſich alſo mit 10 abkürzen? Ant. Nur $\frac{60}{270}$. (Dieſer Bruch beträgt abgekürzt zunächſt $\frac{6}{27}$.)

L. So kürzet dieſen Bruch ab!

L. 4tens. Ein Bruch läßt ſich mit 3 abkürzen, wenn ſowohl ſein Zähler als auch ſein Nenner aus lauter Dreyern zuſammen geſetzt iſt. Dieß erkennt man daran, daß ſich in ſolchem Falle die Summe aller beſondern Zahlen des Zählers, ſo wie auch der beſondern Zahlen des Nenners mit 3 ohne Reſt theilen läßt.

Welche von dieſen Brüchen hier laſſen ſich alſo mit 3 abkürzen?

Ant. $\frac{60}{270}$ und $\frac{561}{693}$.

L. So kürzet dieſe Brüche ab!

L. Zeiget eure abgekürzten Brüche!

L. 5tens. Ein Bruch läßt ſich durch 11 abkürzen, wenn ſowohl ſein Zähler als auch ſein Nenner aus lauter Elfern zuſammen geſetzt iſt. Dieß erkennt man daran, daß im Zähler wie im Nenner durch das Abziehen der erſten Ziffer rechts von der 2ten, und des (allenfallſigen) Reſtes der 2ten von der 3ten ꝛc. zuletzt kein Reſt mehr bleibt.

Welche von dieſen Brüchen laſſen ſich alſo mit 11 abkürzen? Ant. $\frac{561}{693}$ und $\frac{143}{297}$.

L. So kürzet dieſe Brüche ab!

L. Wer kann dieſe fünf Abkürzungsfälle noch einmal herſagen? —

L. Läßt ſich ein Bruch nicht nach den euch bekannten Fällen abkürzen, ſo verſucht man das Abkürzen mit 7.

Schreibet daher $\frac{65}{221}$, und ſehet, ob ihr dieſen Bruch nicht mit 7 abkürzen könnt! (Es wird nicht gehen.)

L. Nun könnt ihr euch, um jedes Mal zu finden, ob und durch welche Zahl ſich ein (vielzifferiger) Bruch abkürzen laſſe, noch folgenden Vortheil merken:

Man theilt den Nenner durch den Zähler; bleibt wieder ein Bruch, ſo theilt man ebenfalls ſeinen Nenner durch den Zähler; und bleibt abermal ein Bruch, ſo theilt man wieder den Nenner durch den Zähler, u. ſ. f. bis zuletzt 1 oder gar nichts mehr übrig bleibt. Bleibt nun 1 übrig, ſo läßt ſich der gegebene Bruch nicht abkürzen; bleibt aber nichts, ſo läßt er ſich durch diejenige Zahl abkürzen, welche der letzte Theiler war.

[Denn da man den Nenner durch den Zähler theilt, ſo zerlegt man ihn in lauter ſolche Zahlen, wie der Zähler eine iſt; bleibt nun ein Reſt, und der vorige Zähler läßt ſich dadurch ohne weitern Reſt theilen, ſo läßt ſich auch der vorige Nenner dadurch theilen, weil er ja aus lauter ſolchen Zahlen, wie der Zähler eine iſt, beſteht.]

Gebet daher Acht, wie ich den gemeinſchaftlichen Theiler für $\frac{65}{221}$ ſuche! (Er ſchreibt und berechnet alles, wie hier links.)

$\frac{65}{221}$ Welches iſt alſo hier der letzte Theiler?

65 | 221(3$\frac{26}{65}$ Ant. 13.

195 L. Dieß iſt alſo auch der gemeinſchaftliche

26 Theiler für 65 und 221.

26 | 65(2 $\frac{13}{26}$ 52 —— 13 13 | 26(2 26 —— ..	[Der Nenner 221 beſteht aus drey 65ern und einem 26er. Der Zähler 65 beſteht aus zwey 26ern und einem 13er, und der 26er beſteht aus zwey 13ern; folglich beſteht auch der Zähler 65 aus lauter 13ern, weil er aus lauter 26ern und einem 13er beſteht.

Da nun aber der Nenner 221 aus drey 65ern und einem 26er oder doppelten 13er beſteht, ſo beſteht er ebenfalls aus lauter 13ern.

Mithin beſtehen beyde, nämlich: Zähler und Nenner aus lauter 13ern, und müſſen daher auch alle beyde durch 13 ohne Reſt theilbar ſeyn.]

L. So kürzet den Bruch $\frac{65}{221}$ ab! (Er wird ſeyn: $\frac{5}{17}$.)

L. Unterſuchet eben ſo, ob und durch welche Zahl ſich der Bruch $\frac{68}{153}$ abkürzen laſſe! (Dieſer Bruch läßt ſich durch 17 abkürzen, und gibt $\frac{4}{9}$.

Anmerkung.

Die Abkürzung der Brüche läßt ſich auch nach Folgendem erklären.

1) Veränderung der Brüche durch Multiplikation.

a) Vervielfältigt man blos den Zähler eines Bruches mit irgend einer Zahl, ſo wird der Gehalt des Bruches ſo viel mal größer, als dieſelbe Zahl Einheiten hat. Z. B. $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$ Denn die Theile, die der Nenner anzeigt, bleiben unverändert; aber ihre Anzahl, die der Zähler anzeigt, wird vermehrt.

b) Vervielfältigt man blos den Nenner eines Bruches mit einer Zahl, ſo wird der Gehalt des Bruches ſo viel mal

kleiner, als dieſelbe Zahl Einheiten hat. Z. B. $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{2}{6}$ Denn der Nenner zeigt alsdann, daß das Ganze in mehr aber eben daher kleinere Theile zerfallen iſt; und der unveränderte Zähler zeigt an, daß jetzt nur eben ſo viel kleinere Theile vorhanden ſind, als vorhin größere vorhanden waren.

Da alſo der Gehalt eines Bruches ſo viel mal größer wird, als die Zahl, womit man ſeinen Zähler vervielfältigt, Einheiten hat, und gerad wieder ſo viel mal kleiner, wenn man ſeinen Nenner mit eben derſelben Zahl vervielfältigt; ſo bleibt ſein Gehalt ganz unverändert, wenn man ſeinen Zähler und Nenner zugleich mit derſelben Zahl vervielfältigt. Z. B. $\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$.

---

2) Veränderung der Brüche durch Diviſion.

a) Theilt man blos den Zähler eines Bruches durch irgend eine Zahl, ſo wird ſein Gehalt ſo viel mal kleiner, als dieſelbe Zahl Einheiten hat. Z. B. $^{2} : \frac{4}{6} = \frac{2}{6}$. Denn die Theile, die der Nenner anzeigt, bleiben in dieſem Falle unverändert; aber ihre Anzahl, die der Zähler anzeigt, wird vermindert.

b) Theilt man blos den Nenner eines Bruches durch irgend eine Zahl, ſo wird ſein Gehalt ſo viel mal größer, als dieſelbe Zahl Einheiten hat. Z. B. $_{2} : \frac{4}{6} = \frac{4}{3}$. Denn der Nenner zeigt an, daß das Ganze in weniger, aber eben daher größere Theile zerlegt iſt, und der unveränderte Zähler zeigt an, daß jetzt eben ſo viel größere Theile vorhanden ſind, als vorhin kleinere vorhanden waren.

Darum zeigt auch (wenn der Nenner durchſtrichen iſt)

$\frac{1}{\cancel{3}}$ ein Ganzes an, d. iſt: 3 mal ſo viel als $\frac{1}{3}$;

$\frac{2}{\cancel{3}}$ zwey Ganze, d. iſt: 3 mal ſo viel als $\frac{2}{3}$;

$\frac{2}{\cancel{5}}$ zwey Ganze, d. iſt: 5 mal ſo viel als $\frac{2}{5}$ ꝛc.

Da alſo der Gehalt eines Bruches ſo viel mal kleiner wird, als die Zahl, wodurch man ſeinen Zähler theilt, Einheiten hat, und gerad ſo viel mal größer, wenn man ſeinen Nenner durch eben dieſelbe Zahl theilt; ſo bleibt ſein Gehalt ganz unverändert, wenn man ſeinen Zähler und Nenner zugleich durch dieſelbe Zahl theilt. Z. B. $\frac{2}{2} : \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Folglich kann man jedes Mal einen Bruch abkurzen, wenn ſein Zahler und Nenner durch einerley Zahl ohne Reſt theilbar ſind.

Darauf, daß der Gehalt eines Bruches unverändert bleibt, wenn man ſeinen Zahler und Nenner mit einerley Zahl vervielfaltigt, gründet ſich die gewöhnliche Art, Brüche (mit verſchiedenen Nennern) unter einerley Benennung zu bringen.

$$\frac{2 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 7} = \frac{70}{105}$$

$$\frac{4 \times 3 \times 7}{5 \times 3 \times 7} = \frac{84}{105}$$

$$\frac{6 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5} = \frac{90}{105}$$

Dieſes geſchieht nämlich ſo: Man vervielfältigt den Zähler und Nenner eines jeden Bruches blos mit dem Nenner eines jeden der übrigen Brüche, wie das hier links ſtehende Beyſpiel zeigt.

Jedoch wir übergehen alle dieſe hier gezeigten Behandlungsarten der Brüche mit den Lehrlingen noch einige Zeit, und kehren wieder etwas näher zur Anſchauung zurück, wie folgt.

Verwandlung mehrerer Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerley Nenner.

$\frac{1}{2}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brüche und
$\frac{1}{3}$ ſpricht:]

Haben dieſe Brüche einerley Nenner oder verſchiedene? Ant. Verſchiedene.

L. Wenn man jede Hälfte eines Ganzen in 3 gleiche Theile zerlegt; in wie viel gleiche Theile zerfällt da das Ganze? Ant. In 6 gl. Theile.

L. Wie heißt man alle dieſe Theile? Ant. Sechstel. (Er ſchreibt oben hin 6tel.)

L. Wie viel iſt die Hälfte von 6 Sechsteln, oder vom Ganzen? Ant. 3 Sechstel. (Er ſchreibt = $\frac{3}{6}$.)

L. Wie viel iſt das 3tel von 6 Sechsteln, oder vom Ganzen?

Ant. 2 Sechstel. (Er ſchreibt auch = $\frac{2}{6}$, und das ganze Beyſpiel muß zuletzt ausſehen, wie hier links.)

6tel

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

L. Sind $\frac{3}{6}$ eines Ganzen eben ſo viel als ein Halbes, oder mehr, oder weniger? Ant. Eben ſo viel.

L. Sind $\frac{2}{6}$ eines Ganzen eben ſo viel als $\frac{1}{3}$, oder mehr, oder weniger? Ant. Eben ſo viel.

L. Haben $\frac{3}{6}$ und $\frac{2}{6}$ einerley Nenner, oder verſchiedene? Ant. Einerley.

L. Da haben wir alſo die Brüche: 1 Halbes und 1 Drittel, welche verſchiedene Nenner haben, in Brüche verwandelt, welche eben denſelben Gehalt, und einerley Nenner haben.

$\frac{1}{3}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brüche,

$\frac{1}{4}$ und ſpricht:]

Haben dieſe Brüche einerley Nenner oder verſchiedene? Ant. Verſchiedene.

L. Wenn man jedes 3tel eines Ganzen in 4 gleiche Theile zerlegt; in wie viel gleiche Theile zerfällt da das Ganze? Ant. In 12 gl. Theile.

L. Wie heißt man alle dieſe Theile? Ant. 12tel.

Der Lehrer ſchreibt über dieſe Brüche 12tel.

L. Wie viel iſt der 3te Theil von 12 Zwölfteln, oder vom Ganzen?

Ant. 4 Zwölftel. (Er ſchreibt $= \frac{4}{12}$.)

L. Wie viel iſt der 4te Theil von 12 Zwölfteln, oder vom Ganzen?

Ant. 3 Zwölftel. (Er ſchreibt $= \frac{3}{12}$.)

12tel

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

L. Sind $\frac{4}{12}$ eben ſo viel als $\frac{1}{3}$ oder mehr oder weniger?

Ant. Eben ſo viel.

L. Sind $\frac{3}{12}$ eben ſo viel als $\frac{1}{4}$, oder mehr oder weniger? Ant. Eben ſo viel.

L. Haben die Brüche: $\frac{4}{12}$ und $\frac{3}{12}$ einerley Nenner oder verſchiedene?

Ant. Einerley.

L. Da haben wir alſo wieder Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerley Nennern verwandelt.

Um aber $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ unter einerley Nenner zu bringen, haben wir jedes Halbe in 3 gleiche Theile zerlegt; um $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ unter einerley Nenner zu bringen, haben wir jedes 3tel in 4 gl. Theile zerlegt.

Was wird man nun thun müſſen, um eben ſo $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ unter eierley Nenner zu bringen?

Ant. Man zerlegt jedes 4tel in 5 gleiche Theile.

L. Was thut man aber, um eben ſo $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ unter einerley Nenner zu bringen? Ant. Man zerlegt jedes 5tel in 6 gl. Theile.

L. Was ꝛc., um eben ſo $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{7}$ ꝛc.?

— ꝛc., — — — $\frac{1}{7}$ — $\frac{1}{8}$ ꝛc.?

— ꝛc., — — — $\frac{1}{8}$ — $\frac{1}{9}$ ꝛc.?

— ꝛc., — — — $\frac{1}{9}$ — $\frac{1}{10}$ ꝛc.?

L. Auf dieſe Art kann man alle Brüche, welche verſchiedene Nenner haben, unter einerley Nenner bringen, nämlich:

Man denkt jeden Theil, den der eine Nenner anzeigt, wieder in ſo viel gleiche Theile zerlegt, als der andere Nenner anzeigt, und nimmt alsdann aus der ganzen Anzahl aller Theile ſo viel heraus, als jeder der gegebenen Brüche ausweiſt.

Wie macht man es, um überhaupt zwey Brüche, welche verſchiedene Nenner haben, unter einerley Nenner zu bringen?

Ant. Man denkt jeden ꝛc.

L. Damit ihr hiermit recht bekannt werdet, ſo will ich euch das erſte Beyſpiel noch einmal wiederholen.

$\frac{1}{2}$ [Er wiſcht alles von der Tafel bis auf die hier neben
$\frac{1}{3}$ ſtehenden Brüche, und ſpricht:]

Um Halbe und 3tel unter einerley Nenner zu bringen, theilt man jedes Halbe in 3 gleiche Theile, alsdann beſteht das Ganze aus 2 mal 3 gleichen Theilen, das ſind 6 gleiche Theile, oder 6 Sechstel. (Er ſchreibt wie vorhin 6tel über dieſe Brüche.)

Der halbe Theil von 6 Sechsteln iſt 3 Sechstel. (Er ſchreibt = $\frac{3}{6}$.)

Der 3te Theil von 6 Sechsteln iſt 2 Sechstel (Er ſchreibt = $\frac{2}{6}$, wiſcht alles wieder von der Tafel, und läßt dieſes Beyſpiel eben ſo mit denſelben Worten von einzelnen Schülern wiederholen.

L. Schreibet jetzt $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ unter einander, und bringt dieſe Brüche eben ſo mit Worten unter einerley Nenner! Aufl. Um 3tel und 4tel unter ꝛc.

[Eben ſo wird $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ unter einerley Nenner gebracht. Alsdann $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ ꝛc. bis $\frac{1}{9}$ und $\frac{1}{10}$.

$\frac{1}{3}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brüche un-
$\frac{1}{4}$ ter einander und ſpricht:]
$\frac{1}{5}$ So wie zwey Brüche kann man auch drey und noch mehr Brüche unter einerley Nenner bringen. Gebet daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Um 3tel und 4tel unter einerley Nenner zu bringen, theilt man jedes 3tel in 4 gleiche Theile, alsdann beſteht das Ganze aus 3 mal 4 gleichen Theilen, das ſind 12 gl. Theile, oder 12 Zwölftel; um nun die 12tel und 5tel wieder unter einerley Nenner zu bringen, theilt man jedes 12tel in 5 gleiche Theile, alsdann beſteht das Ganze aus 12 mal 5 gleichen Theilen, das ſind 60 gl. Theile, oder 60 Sechzigſtel. (Er ſchreibt 60ſtel über die Brüche.)

Ich nehme jetzt den 3ten Theil von 60 Sechzigſteln, den finde ich, wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 3 in 60 enthalten iſt.

Der 3te Theil von 60 Sechzigſteln iſt 20 Sechzigſtel (Er ſchreibt $= \frac{20}{60}$.)

Ich nehme jetzt den 4ten Theil von 60 Sechzigſteln, den finde ich, wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 4 in 60 enthalten iſt.

Der 4te Theil von 60 Sechzigſteln iſt $\frac{15}{60}$ (Er ſchreibt $= \frac{15}{60}$.)

Ich nehme jetzt den 5ten Theil von 60 Sechzigſteln ꝛc.

Der 5te Theil von 60 Sechzigſteln iſt $\frac{12}{60}$ (Er ſchreibt vollends $= \frac{12}{60}$.)

60ſtel

$\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$
$\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$
$\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$

[Die ganze Darſtellung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

[Der Lehrer wiſcht alles weg, und ſpricht:]

Schreibet auch $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ unter einander, und bringt dieſe Brüche mit eben denſelben Worten unter einerley Nenner!

L. Zeigt eure Berechnung!

[Eben ſo werden folgende Brüche unter einerley Nenner gebracht: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{7}$. $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ unt $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{11}$.

L. Dadurch, daß wir alle Theile eines Ganzen, welche der Nenner eines Bruches anzeigt, wieder in ſo viele Theile zerlegen, als der Nenner eines andern Bruches Einheiten hat, erhalten wir immer eine ſolche Zahl, welche ſich durch jeden derſelben Nenner ohne Reſt theilen läßt.

Dieſe Zahl, die wir jedes Mal oben hin ſchreiben, findet man auch ohne viele Umſtände, wenn man die gegebenen Nenner, wie ihr (wahrſcheinlich) ſchon ſelbſt gemerkt habt, blos mit einander vervielfältiget.

Bringt mir daher auf dieſe kurze Art ſogleich $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ unter einerley Nenner!

L. Gebt Acht, wie ich jetzt bey dieſer Auflöſung ſpreche!

$\frac{1}{2}$ [Er ſchreibt die Brüche wie hier links unter einander,
$\frac{1}{3}$ und ſpricht:]
$\frac{1}{5}$ Um Halbe, 3tel und 5tel unter einerley Nenner zu bringen, ſuche ich mir eine ſolche Zahl für das Ganze, welche ſich durch jeden dieſer Nenner ohne Reſt theilen läßt; eine ſolche Zahl aber bekomme ich, wenn ich alle dieſe Nenner zuerſt mit einander vervielfältige.

2 mal 3 ſind 6. 5 mal 6 ſind 30 (Er ſchreibt 30ſtel oben hin)

Ich nehme den halben Theil von 30 Dreyſigſteln ꝛc.

Der halbe Theil von 30 iſt 15 (Er ſchreibt $\frac{15}{30}$, und vollendet die Auflöſung wie vorhin.

L. Sage mir Einer nach dem Andern dieſe Auflöſung eben ſo her!

Ant. Um Halbe, 3tel ꝛc.

L. Nun könnt ihr euch im Allgemeinen Folgendes merken: Um Brüche unter einerley Nenner zu bringen, ſucht man eine ſolche Zahl für das Ganze, welche ſich durch jeden der gegebenen Nenner ohne Reſt theilen läßt; eine ſolche Zahl aber bekommt man, wenn man zuerſt alle gegebene Nenner mit einander vervielfältigt.

Sage Einer nach dem Andern dieſe Regel eben ſo her!

L. Bringt jetzt mit den nämlichen Worten, wie vorhin, folgende Brüche unter einerley Nenner: Ein 4tel, ein 5tel und ein 7tel!

Ein 6tel, ein 7tel und ein 11tel! Ein 7tel, ein 8tel u. ein 11tel!

L. Die Zahl, welche ſich durch jeden Nenner der gegebenen Brüche ohne Reſt theilen läßt, gibt alſo, wie ihr bisher geſehen habt, den Nenner für jeden neuen Bruch, und heist deßwegen der allgemeine Nenner, oder Hauptnenner.

Demnach iſt die Zahl 6 ein allgemeiner Nenner für 1 Halbes und 1 Drittel; die Zahl 12 iſt ein allgemeiner Nenner für 1 Drittel und 1 Viertel; welche Zahl iſt ein allgemeiner Nenner für ein 4tel und ein 5tel?

Ant. Die Zahl 20.

L. Welche Zahl iſt ꝛc. für ein 5tel und ein 6tel? 30.
L. — — — — ein 6tel und ein 7tel? 42.
L. — — — — ein 7tel und ein 8tel? 56.
L. — — — — ein 8tel und ein 9tel? 72.
L. — — — — ein 9tel und ein 10tel? 90.

L. Welche ꝛc. für ein Halbes, ein 3tel und ein 5tel? 30.
L. — — ein 3tel, ein 4tel und ein 5tel? 60.
L. — — ein 4tel, ein 5tel und ein 7tel? 140.
u. ſ. w.

$\frac{4}{7}$ [Der Lehrer ſchreibt die neben ſtehenden Brüche und
$\frac{3}{5}$ ſpricht:]
$\frac{1}{2}$ So wie man Brüche, deren Zähler nur ein Einer iſt, unter einerley Nenner bringt, eben ſo verfährt man auch mit Brüchen, deren Zähler mehr als ein Einer iſt; nur daß man den Theil aus dem allgemeinen Nenner öfter nimmt. Gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

2 mal 5 ſind 10. 10 mal 7 ſind 70. (Er ſchreibt 70 oben hin.)

Ich nehme den 7ten Theil von 70 Siebenzigſteln; den finde ich ꝛc.

Der 7te Theil von $\frac{70}{70}$ iſt $\frac{10}{70}$.

Ich nehme dieſen Theil 4 mal, das iſt: 4 mal $\frac{10}{70}$ oder $\frac{40}{70}$ (Er ſchreibt $= \frac{40}{70}$ wie weiter unten.)

Ich nehme jetzt den 5ten Theil von $\frac{70}{70}$,

Der 5te Theil von $\frac{70}{70}$ iſt $\frac{14}{70}$.

Ich nehme dieſen Theil 3 mal, das iſt 3 mal $\frac{14}{70}$ oder (Hier multiplizirt der Lehrer abſichtlich 3 mal 14 auf einem beſondern Platze!) 42 Siebenzigſtel (Er ſchreibt alſo $\frac{42}{70}$ ꝛc.)

Ich nehme jetzt den halben Theil von $\frac{70}{70}$.

Der halbe Theil von $\frac{70}{70}$ iſt $\frac{35}{70}$.

Ich nehme dieſen Theil nur 1 mal (Er ſchreibt $\frac{35}{70}$ ꝛc. ſo,

70ſtel daß [die ganze Berechnung ausſieht, wie hier links.]

$\frac{4}{7} = \frac{40}{70}$

$\frac{3}{5} = \frac{42}{70}$

$\frac{1}{2} = \frac{35}{70}$

[Der Lehrer wiſcht das ganze Beyſpiel weg, und ſpricht:]

Schreibet auch $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$, und $\frac{1}{2}$ unter einander, und bringt dieſe Brüche eben ſo unter einerley Nenner!

L. Zeigt eure Berechnung!

Eben ſo werden ſchriflich und mündlich folgende Beyſpiele berechnet:

$\frac{3}{7}$, $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{9}$. $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$ und $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{10}$ und $\frac{8}{11}$.

Anmerkungen.

Um zu finden, wie oft jedes Mal einer der beſondern Nenner in dem allgemeinen enthalten ſey, kann man auch, (An Statt zu theilen) ſogleich die übrigen beſondern Nenner mit einander vervielfältigen. Demnach ſpricht man in der obigen Auflöſung:

Ich nehme den 7ten Theil von $\frac{70}{70}$, das iſt:

2 mal $\frac{5}{70}$ oder $\frac{10}{70}$. Ich nehme dieſen Theil 4 mal ꝛc.

Ich nehme jetzt den 5ten Theil von $\frac{70}{70}$, das iſt:

2 mal $\frac{7}{70}$ oder $\frac{14}{70}$. Ich nehme dieſen Theil 3 mal ꝛc.

Ich nehme den halben Theil von $\frac{70}{70}$, das iſt:

5 mal $\frac{7}{70}$ oder $\frac{35}{70}$ ꝛc.

Oft gibt es Statt der Zahl, die man durch das Vervielfältigen aller gegebenen Nenner erhalt, eine weit geringere Zahl, die ſich ebenfalls durch jeden Nenner ohne Reſt theilen läßt.

8tel

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

$\frac{5}{8} = \frac{5}{8}$

Man betrachte das neben ſtehende Beyſpiel! Hier wäre nach unſerer obigen Verfahrungsart $4 \times 2 \times 8$ das iſt: 64, der allgemeine Nenner; allein die Zahl 8 (welche hier der größte Nenner iſt) iſt ſchon eine ſolche Zahl, die ſich durch jeden der gegebenen Nenner ohne Reſt theilen läßt. Folglich braucht man hier die Nenner nicht zu vervielfältigen.

Eben ſo kann in allen Fällen der größte Nenner als allgemeiner Nenner gebraucht werden, wenn er ſich durch alle übrige ohne Reſt theilen läßt. z. B.

$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ und $\frac{1}{2}$. $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{10}$. $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{7}{12}$ und $\frac{9}{20}$.

Hier iſt der (geringſte) allgemeine Nenner 6. 12. 20.

360

$\frac{2}{3} = \frac{240}{360}$

$\frac{1}{4} = \frac{90}{360}$

$\frac{2}{5} = \frac{144}{360}$

$\frac{7}{9} = \frac{280}{360}$

$\frac{1}{8} = \frac{45}{360}$

Man betrachte das neben ſtehende Beyſpiel! Hier läßt ſich der Nenner 9 durch den Nenner 3, und der Nenner 8 durch den Nenner 4 ohne Reſt theilen. Vervielfältiget man daher nur die Nenner $5 \times 9 \times 8$, ſo erhält man 360, das iſt: eine ſolche Zahl, die ſich durch jeden der gegebenen Nenner ohne Reſt theilen läßt. Denn eine Zahl, die ſich durch 9 und durch 8 ohne Reſt theilen läßt, läßt ſich auch durch 3, und durch 4 ohne Reſt theilen.

Eben ſo braucht man auch in folgenden Beyſpielen jene Nenner, durch welche andere ohne Reſt getheilt werden können, nicht zu vervielfältigen. z. B.

$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{5}{8}$ und $\frac{2}{7}$. $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{9}$ und $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{1}{5}$ und $\frac{2}{3}$

Die geringſten allgemeinen Nenner für dieſe drey Beyſpiele ſind: 840. 360. 360.

Um bey dergleichen Reihen Brüchen nichts zu überſehen, kann man die Nenner, durch welche ſich andere ohne Reſt thei=

len laſſen, mit Punkten, oder ſonſt auf eine Art bezeichnen, wie oben die Nenner 3 und 4.

$$\overbrace{\quad 120 \quad}$$
$$\frac{1}{6} \cdot 2 \times 3 = \frac{20}{120}$$
$$\frac{1}{8} \cdot \quad 4 = \frac{15}{120}$$
$$\frac{1}{5} \qquad = \frac{24}{120}$$

Man betrachte das neben ſtehende Beyſpiel!

Hier wäre nach unſerer obigen Verfahrungsart 6 × 8 × 5 das iſt: 240 der allgemeine Nenner. Allein der Nenner 6 und 8 haben einen gemeinſchaftlichen Theiler nämlich 2, und ihre Anzeiger (Quotienten) ſind: 3 und 4. Vervielfältiget man daher, ſtatt dieſer Nenner ſelbſt, nur 2 × 3 × 4 mit dem Nenner 5, ſo erhält man die Zahl 120, welche ebenfalls durch jeden der gegebenen Nenner ohne Reſt theilbar iſt.

Eben ſo kann man für jede Anzahl Brüche einen geringern (und zwar den geringſten) allgemeinen Nenner finden, wenn mehrere ihrer Nenner, (wie dieß hier und ſelbſt in den nächſt vorhergehenden Beyſpielen der Fall iſt) einen gemeinſchaftlichen Theiler haben. Man vervielfältigt nämlich Statt ſolcher verwandten Nenner blos den gemeinſchaftlichen Theiler mit ihren Anzeigern.

Denn der gemeinſchaftliche Theiler, den ein Nenner mit einem andern hat, und ſein Anzeiger ſind ſeine Grundzahlen (Factores); vervielfältigt man alſo die zwey Grundzahlen des Nenners ein- oder mehrmal, ſo bekommt man eine Zahl, welche den Nenner ſelbſt ein- oder mehrmal enthält, und folglich durch ihn ohne Reſt theilbar iſt.

$$\overbrace{\quad 360 \quad}$$
$$\frac{1}{8} = \frac{45}{360}$$
$$\frac{1}{6} = \frac{60}{360}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{120}{360}$$
$$\frac{1}{5} = \frac{72}{360}$$
$$\frac{1}{9} = \frac{40}{360}$$

Man betrachte das neben ſtehende Beyſpiel!

Hier vervielfältiget man nur die zwey gemeinſchaftlichen Theiler 2 × 3 mit den Anzeigern 4 × 3 und mit dem untheilbaren Nenner 5, wodurch man 360 erhält.

Um nun in allen Fällen die gemeinſchaftlichen

Theiler, wenn mehrere vorhanden ſind, und übrigen Zahlen, welche mit einander vervielfältiget werden ſollen, jedes Mal genau zu bekommen, kann man verfahren, wie hier links zu ſehen iſt. Nämlich

2	86359
3	43359
	41153

1) Man zieht auf einem beſondern Platze einen Strich abwärts, ſchreibt rechts deſſelben alle Nenner in eine Zeile, und links einen der gemeinſchaftlichen Theiler. Nun theilt man die dadurch theilbaren Nenner, und ſetzt ihre Anzeiger, nebſt den noch untheilbaren Nennern in eine 2te Zeile herab.

2) Man ſchreibt auch vor dieſe Zeile (links) einen gemeinſchaftlichen Theiler, theilt die dadurch theilbaren Zahlen, und ſetzt die Anzeiger nebſt allen übrigen Zahlen der 2ten Zeile in eine 3te Zeile herab. u. ſ. w.

3) Man vervielfältigt zuletzt die gemeinſchaftlichen Theiler links, und alle Zahlen der unterſten Zeile mit einander.

Dieſe Zahlen ſind alſo in unſerm Beyſpiele: $2 \times 3 \times 4 \times 1 \times 1 \times 5 \times 3$, oder, weil 1 nicht vervielfaltiget: $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 3 = 360$.

Daß dergleichen Verfahrungsarten oft ſehr vortheilhaft ſind, iſt keinem Zweifel unterworfen; allein man ſuche Schüler nur nicht zu frühe damit bekannt zu machen.

Die vier Species der Brüche.

Addition der Brüche.

a) Brüche mit einerley Nennern.

1) Brüche und Brüche.

L. Wie viel 5tel bekommt man, wenn man $\frac{2}{5}$ und $\frac{2}{5}$ zuſammen zählt? Ant. $\frac{4}{5}$.

L. Was bekommt man aber, wenn man $\frac{2}{7}$ und $\frac{2}{7}$ zuſammenzählt? Ant. $\frac{4}{7}$.

L. Was bekommt man, wenn man $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{9}$ und $\frac{1}{9}$ zuſammenzählt? Ant. $\frac{8}{9}$.

5 Neuntel	[Der Lehrer ſchreibt 5 Neuntel ꝛc. wie hier links, deutet von unten herauf, und ſpricht:]
7 —	2 Neuntel und 1 Neuntel ſind 3 Neuntel, und
4 —	8 — — 11 — —
8 —	4 — — 15 — —
1 —	7 — — 22 — —
2 —	5 — — 27 —

L. Wie viel 9tel ſind dieß alſo zuſammen? Ant. $\frac{27}{9}$.

L. Zählt dieſe 9tel noch einmal zuſammen, um zu ſehen, ob es wirklich 27 Neuntel ſind! Ant. 2 Neuntel und 1 Neuntel ſind ꝛc.

L. Schreibet eben ſo mit Ziffern und Worten folgende Theile unter einander: 3 Fünftel, 2 Fünftel, 1 Fünftel, 4 Fünftel, 7 Fünftel, 9 Fünftel und 6 Fünftel!

L. Zeiget, ob ihr alles recht geſchrieben habt!

L. Zählt alle dieſe Fünftel zuſammen, und ſagt, wie viel es ſind! Ant. $\frac{32}{5}$.

L. Berechnet eben ſo mit Ziffern und Worten Folgendes: $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{1}{8}$ und $\frac{6}{8}$! Wie viel 8tel ſind dieß zuſammen? Ant. $\frac{24}{8}$.

L. Statt, daß man den Nenner jedes Mal durch ein Wort ausdrückt, bezeichnet man ihn lieber mit Ziffern, ſtreicht dieſe noch vor dem Ausrechnen durch, oder ſchreibt ſie gleich anfangs etwas kleiner als den Zähler. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel anſchreibe! [Er ſchreibt alles wie folgt.]

$\frac{7}{8}$	L. Zählt jetzt dieſe 8tel noch einmal zuſammen!
$\frac{3}{8}$	Ant. 6 Achtel und 1 Achtel ſind 7 Achtel, und 2
$\frac{5}{8}$	Achtel ſind ꝛc.
$\frac{2}{8}$	L. Sind in dieſem Beyſpiele einerley Nenner oder
$\frac{1}{8}$	verſchiedene? Ant. Einerley (nämlich 8tel).
$\frac{6}{8}$	L. Habt ihr immer die Zähler zuſammen gezählt, oder die Nenner? Ant. Die Zähler.
$\frac{24}{8}$	

L. Merkt euch nun dieſes:

Wenn man Brüche mit einerley Nennern zuſammen zu zählen hat, ſo zählt man nur die Zähler zuſammen, und bezeichnet ihre Summe mit dem gemeinſchaftlichen Nenner.

[Denn Brüche zuſammen zählen heißt nichts anders, als: Theile zuſammen zählen. Nun aber iſt die Anzahl der Theile, die jeder Bruch beträgt, blos durch den Zähler ausgedrückt, und durch den Nenner nur benennt, folglich müſſen auch blos die Zähler zuſammengezählt werden, und für ihre Summe wieder denſelben Nenner bekommen.]

L. Schreibet jetzt wieder das erſte Beyſpiel, aber mit lauter Ziffern unter einander, nämlich: $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{1}{9}$ u. $\frac{2}{9}$!

L. Machet einen doppelten Querſtrich darunter, und rechnet heraus, wie viel 9tel es ſind, und dann: wie viel Ganze!

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet:]

$\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{15}{7}$, $\frac{18}{7}$ und $\frac{20}{7} = \frac{67}{7} = 9\frac{4}{7}$.

$\frac{5}{2}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{19}{2}$ und $\frac{25}{2} = \frac{66}{2} = 33$.

$\frac{8}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{6}{11}$ und $\frac{10}{11} = \frac{46}{11} = 4\frac{2}{11}$.

---

2) Gemiſchte Zahlen.

$7\frac{4}{5}$ [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel
$9\frac{3}{5}$ bis auf den Querſtrich und ſpricht:]
$8\frac{1}{5}$ Hier ſind lauter gemiſchte Zahlen, gebt Acht, wie ich
$3\frac{4}{5}$ ſie zuſammenzähle!
$\underline{6\frac{2}{5}}$ $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{5}$ ſind $\frac{6}{5}$, und $\frac{1}{5}$ ſind $\frac{7}{5}$, und $\frac{3}{5}$ ſind $\frac{10}{5}$,
$35\frac{4}{5}$ und $\frac{4}{5}$ ſind $\frac{14}{5}$, das ſind $\frac{4}{5}$ (Er ſchreibt $\frac{4}{5}$ und
2 Ganze im Sinn.

2 Ganze und 6 Ganze ſind 8 Ganze, und 3 Ganze ſind 11 —, und 8 — — 19 —, , — 9 — ſind 28 —, und 7 — — 35 — (Er ſchreibt 35.)

L. Wer will dieſe gemiſchte Zahlen eben ſo zuſammen zählen?

L. Auf dieſe Art kann man, um gemiſchte Zahlen zuſammen zu zählen, jedes Mal Brüche unter Brüche, und Ganze unter Ganze ſchreiben. Berechnet daher, welche Summe folgende Zahlen geben:

$4\frac{3}{7}$, $8\frac{2}{7}$, $5\frac{4}{7}$, $9\frac{1}{7}$, $3\frac{5}{7}$ und $2\frac{6}{7}$! Ant 34.

L. Es iſt auch nicht nöthig, daß man beym zuſammenzählen immer die Worte: Ganze, Halbe, Drittel ꝛc. ausſpricht, berechnet demnach noch, welche Summe folgende Zahlen geben:

$9\frac{3}{4}$, $29\frac{1}{4}$, $28\frac{2}{4}$ und $328\frac{3}{4}$! Ant. $396\frac{1}{4}$.
$20\frac{5}{11}$, $107\frac{8}{11}$, $4\frac{3}{11}$, und $400\frac{6}{11}$! Ant. 533.

---

b) Brüche mit verſchiedenen Nennern.

1) Brüche und Brüche.

$\frac{1}{3}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brüche,
$\frac{1}{2}$ und ſpricht:]

Haben dieſe Brüche einerley Nenner oder verſchiedene? Ant. Verſchiedene.

L. Wenn ich ſage: 1 Halbes und 1 Drittel ſind zuſammen 2 Drittel; iſt dieſes richtig? Ant. Nein.

L. Kann man aber nicht anſtatt: 1 Halbes, auch 3 Sechstel ſagen?

Ant. Ja (Er ſchreibt $= \frac{3}{6}$.)

L. Wie muß man aber jetzt anſtatt 1 Drittel ſagen, damit man einerley Nenner bekommt? Ant. 2 Sechstel. (Er ſchreibt $= \frac{2}{6}$.)

L. Was macht nun $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ zuſammen aus, wenn beyde unter einerley Nenner gebracht ſind? Ant. 5 Sechstel. (Er ſchreibt $\frac{5}{6}$, und

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ [Das ganze Beyſpiel muß ausſehen wie hier links.]

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ L. Ihr ſehet leicht ein, daß man eben ſo wie hier

$\frac{5}{6}$ jedes Mal die Brüche, welche verſchiedene Nenner haben, in Brüche mit einerley Nennern verwandeln muß, ehe man ſie richtig zuſammen zählen kann. Berechnet mir daher, was für eine Summe $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ und $\frac{6}{7}$ mit einander ausmachen!

105tel [Die ganze Berechnung muß ſeyn wie hier links:]

$\frac{2}{3} = \frac{70}{105}$

$\frac{4}{5} = \frac{84}{105}$ [Eben ſo wird Folgendes berechnet:]

$\frac{6}{7} = \frac{90}{105}$ Wie viel iſt die Summe von $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{1}{2}$?

$\frac{244}{105} = 2\frac{34}{105}$. Ant. $1\frac{47}{70}$.

Wie viel ꝛc. von $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{9}$? Ant $1\frac{419}{504}$.

— — ꝛc. — $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$ und $\frac{4}{7}$? Ant. $1\frac{71}{210}$.

— — ꝛc. — $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{6}$? Ant. $1\frac{1}{2}$.

— — ꝛc. — $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ und $\frac{7}{12}$? Ant. $2\frac{1}{20}$.

— — ꝛc. — $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{8}$ und $\frac{3}{5}$? ꝛc. ꝛc.

2) Gemiſchte Zahlen.

L. Schreibet folgende gemiſchte Zahlen unter einander: $18\frac{2}{3}$, $21\frac{4}{5}$ und $9\frac{6}{7}$!

L. Was für eine Summe machen wohl dieſe Zahlen mit einander aus?

105tel
$18\frac{2}{3}$ — $\frac{70}{105}$
$21\frac{4}{5}$ — $\frac{84}{105}$
$9\frac{6}{7}$ — $\frac{90}{105}$
———————
50 $\frac{34}{105}$

[Die Berechnung kann geſchrieben werden wie hier links.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben verfertigt:]

Wie viel iſt die Summe von $23\frac{4}{7}$, $37\frac{3}{5}$ und $40\frac{1}{2}$?

Ant. $101\frac{47}{70}$.

Wie viel ꝛc. von $30\frac{3}{7}$, $41\frac{5}{8}$ und $70\frac{7}{9}$? Ant. $142\frac{419}{504}$.

Subtraction der Brüche.

1) Bruch von Bruch.

L. Wenn man dort, wo $\frac{2}{3}$ ſind, $\frac{1}{3}$ wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. $\frac{1}{3}$.

L. Wenn man dort, wo $\frac{5}{9}$ ſind, $\frac{3}{9}$ wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. $\frac{2}{9}$.

[Der Lehrer ſchreibt 8 Eilftel und 5 Eilftel unter einander, macht einen Querſtrich darunter, und ſpricht:]

Wenn man dort, wo 8 Eilftel ſind, 5 Eilftel wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 3 Eilftel. [Er ſchreibt 3 Eilftel wie hier links:]

8 Eilftel
5 Eilftel
———————
3 Eilftel.

[Der Lehrer laſſe eben ſo mit Ziffern und Worten noch einige Beyſpiele ſchreiben.]

L. Wenn man dort, wo 9 Eilftel ſind, 7 Eilftel wegnimmt, was bleibt noch übrig? Ant. 2 Eilftel.

L. Ich will euch zeigen, wie man auch dieſe Aufgaben mit lauter Ziffern berechnet.

[Er ſchreibt $\frac{9}{11}$ und $\frac{7}{11}$ unter einander, macht einen Querſtrich, ſtreicht die 11er, wenn ſie nicht klein ſind, durch, und ſpricht:]

7 von 9 bleibt 2. [Er ſchreibt vollends $\frac{2}{11}$ wie hier links.]

$\frac{9}{11}$ L. Haben wir hier Zähler von Zähler, oder Nenner
$\frac{7}{11}$ von Nenner abgezogen? Ant. Zähler von Zähler.

$\frac{2}{11}$ L. Eben ſo verfährt man jedes Mal, wenn man einen Bruch von einem Bruche abzuziehen hat, nämlich:

Man zieht den einen Zähler von dem andern ab, und bezeichnet den Reſt wieder mit dem gemeinſchaftlichen Nenner, den freylich beyde Brüche ſchon voraus haben müſſen.

Berechnet daher noch Folgendes!

Wie viel bleibt übrig, wenn mann von $\frac{21}{23}$ $\frac{8}{23}$ abzieht? Ant. $\frac{13}{23}$.

Wie viel ꝛc. wenn man von $\frac{39}{50}$ $\frac{17}{50}$ abzieht? Ant. $\frac{22}{50} = \frac{11}{25}$.

u. ſ. w,

2) Gemiſchte Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt $9\frac{4}{5}$ und $6\frac{2}{5}$ unter einander, und ſpricht:]

Hat man gemiſchte Zahlen von einander abzuziehen, ſo ſchreibt man wie beym Zuſammenzählen Ganze unter Ganze, und Bruch unter Bruch. Wie viel bleibt übrig, wenn man von $9\frac{4}{5}$ $6\frac{2}{5}$ abzieht?

$9\frac{4}{5}$ Ant. $3\frac{2}{5}$. [Er ſchreibt $3\frac{2}{5}$, und das ganze Beyſpiel
$6\frac{2}{5}$ muß an der Tafel ſtehen, wie hier.)

$3\frac{2}{5}$

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $8\frac{7}{9}$ $3\frac{5}{9}$ abzieht? Ant. $5\frac{2}{9}$.

Wie viel ꝛc., wenn man von $30\frac{6}{7}$ $25\frac{2}{7}$ abzieht? Ant. $5\frac{4}{7}$.
— — ꝛc., — — — $48\frac{5}{8}$ $15\frac{3}{8}$ — ? — $33\frac{1}{4}$.
— — ꝛc., — — — $402\frac{7}{11}$ $205\frac{4}{11}$ — ? — $197\frac{3}{11}$.

Der Lehrer ſchreibt 25 und $9\frac{3}{7}$ unter einander und ſpricht: Wie viel bleibt übrig, wenn man $9\frac{3}{7}$ von 25 abzieht? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne! [Er macht einen Doppelſtrich.]

3 Siebentel von Nichts kann ich nicht; ich nehme 1 Ganzes von 5, das iſt 7 Siebentel.

[Er macht zu 5 einen Punkt, und ſchreibt $\frac{7}{7}$.]

3 Siebentel von 7 Siebenteln, bleiben 4 Siebentel ꝛc. 9 Ganze von 4 ꝛc. ꝛc.

$25\frac{7}{7}$ [Die ganze Berechnung muß ausſehen, wie hier links:]
$9\frac{3}{7}$ [Eben ſo werden folgende Beyſpiele gemacht:]

$15\frac{4}{7}$ Wie viel bleibt übrig, wenn man von 18 $6\frac{4}{5}$ abzieht? Ant. $11\frac{1}{5}$.

Wie viel ꝛc., wenn man von 23 $8\frac{5}{9}$ abzieht? Ant. $14\frac{4}{9}$.
— — ꝛc., — — — 29 $15\frac{3}{8}$ — ? — $13\frac{5}{8}$.

L. Wie viel ꝛc., wenn man von 30 $17\frac{3}{5}$ abzieht? Aufl.

3 Fünftel von Nichts kann ich nicht, ich nehme 1 Ganzes von der Einerſtelle; da iſt aber auch nichts, mithin nehme ich 10 von der Zehnerſtelle, laſſe 9 auf der Einerſtelle, und bringe 1 Ganzes auf die Bruchſtelle, das iſt: 5 Fünftel. 3 von 5, bleiben ꝛc.

$3\cdot0\cdot\frac{5}{5}$ [Die Berechnung muß ausſehen, wie hier links.]
$17\frac{3}{5}$ [Eben ſo folgende Aufgaben:]

$12\frac{2}{5}$ Wie viel bleibt übrig, wenn man von 20 $14\frac{5}{8}$ abzieht? Ant. $5\frac{3}{8}$.

Wie viel ꝛc., wenn man von 40 $20\frac{8}{9}$ abz.? Ant. $19\frac{1}{9}$.
— — ꝛc., — — — $49\frac{1}{5}$ $18\frac{3}{5}$ — ? — $30\frac{3}{5}$.
— — ꝛc., — — — $38\frac{2}{7}$ $10\frac{6}{7}$ — ? — $27\frac{3}{7}$.
— — ꝛc., — — — 408 $47\frac{3}{4}$ — ? — $360\frac{1}{4}$.
— — ꝛc., — — — 19 $\frac{1}{5}$ — ? — $18\frac{4}{5}$.

u. ſ. w.

---

b) Brüche mit verſchiedenen Nennern.

1) Bruch von Bruch.

$\frac{3}{5}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Brüche und
$\frac{2}{5}$ ſpricht:]

Was bleibt übrig, wenn man $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{5}$ abzieht? Ant. $\frac{1}{5}$.

[Der Lehrer macht $\frac{3}{4}$ aus $\frac{3}{5}$, und ſpricht:]

Könnt ihr mir auch ſo geſchwind ſagen, was übrig bleibt, wenn man $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{4}$ abzieht? —

L. Was wird man wohl vor Allem thun müſſen, wenn man einen Bruch vom andern abziehen ſoll, und beyde verſchiedene Nenner haben? Ant. Man muß ſie zuvor unter einerley Nenner bringen.

L. So bringt dieſe Brüche unter einerley Nenner, und zieht ab!

20tel
$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$
$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$
$\frac{7}{20}$

[Die ganze Berechnung muß ausſehen, wie hier links:]

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{7}$ neben einander und ſpricht:]

Welcher von dieſen Brüchen iſt mehr, $\frac{2}{3}$ oder $\frac{4}{7}$?

L. Bringt dieſe Brüche unter einerley Nenner, ſo werdet ihr es gleich einſehen, welcher größer iſt, und von welchem man den andern abziehen kann! [$\frac{2}{3}$ ſind mehr als $\frac{4}{7}$; denn $\frac{2}{3}$ ſind $\frac{14}{21}$, und $\frac{4}{7}$ ſind nur $\frac{12}{21}$. $\frac{12}{21}$ von $\frac{14}{21}$ bleiben $\frac{2}{21}$.]

Berechnet jetzt Folgendes!

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{9}$ abz.? Ant. $\frac{31}{63}$.
— — — — — — — $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ — ? — $\frac{2}{15}$.
— — — — — — — $\frac{9}{13}$ $\frac{3}{8}$ — ? — $\frac{33}{104}$.

u. ſ. w.

---

2) Gemiſchte Zahlen.

$$\begin{array}{ll} 7\frac{3}{4} \,..\, & \frac{27}{36} \\ 5\frac{2}{9} \,..\, & \frac{8}{36} \\ \hline 2 & \frac{19}{36} \end{array}$$

L. Wie viel bleibt übrig, wenn man von $7\frac{3}{4}$ $5\frac{2}{9}$ abzieht? Ant. $2\frac{19}{36}$. (Die Auflöſung iſt wie hier links.)

L. Wie viel ꝛc., wenn man von $9\frac{2}{3}$ $6\frac{4}{5}$ abz.? Ant. $2\frac{13}{15}$.
— — ꝛc., — — — $80\frac{4}{7}$ $6\frac{3}{5}$ — ? — $73\frac{34}{35}$.
— — ꝛc., — — — $40\frac{2}{7}$ $\frac{3}{4}$ — ? — $39\frac{15}{28}$.

u. ſ. w.

Multiplication der Brüche.

1) Ein Bruch und eine ganze Zahl.

a.

[Der Lehrer ſchreibt 2 × 5 und ſpricht:]

Wie viel iſt 2mal 5? Ant. 10. [Er macht unter 5 einen Querſtrich, und dann einen 7er darunter.]

Wie viel iſt aber 2mal $\frac{5}{7}$? Ant $\frac{10}{7}$.

[Er ſchreibt noch weiter rechts $= \frac{10}{7}$.]

L. Haben wir hier den Zähler oder den Nenner mit der ganzen Zahl 2 vervielfältigt? Ant. Den Zähler.

[Er macht einen Bogenſtrich über 2 und 5, wie hier links.]

$$\overset{\frown}{2 \times 5} = \frac{10}{7}$$
$$7$$

L. Auf dieſe Art kann man immer verfahren, um einen Bruch durch eine ganze Zahl zu vervielfältigen, nämlich:

Man vervielfältigt blos den Zähler durch die ganze Zahl, ſetzt den gegebenen Nenner nebſt einem Querſtrich unter den herausgekommenen Inhalt, und hat ſomit einen neuen Bruch.

[Denn einen Bruch mit einer ganzen Zahl vervielfältigen, heißt:

Einen oder mehrere Theile eines Ganzen ſo vielmal nehmen, als die ganze Zahl anzeigt. Nun aber iſt die Anzahl der Theil, welche der Bruch beträgt, blos durch den Zähler beſtimmt (und durch den Nenner nur benennt) folglich wird auch blos der Zähler mit der ganzen Zahl vervielfältigt.]

L. Saget mir noch einmal, wie man verfährt, um einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu vervielfältigen! Ant. —

L. Um anzuzeigen, daß blos der Zähler mit der ganzen Zahl vervielfältigt werden ſoll, könnt ihr jedes Mal wie hier einen Bogenſtrich machen. Berechnet alſo Folgendes!

Wie viel Ganze geben 9mal $\frac{6}{7}$? a)
— — — — 13 — $\frac{7}{9}$? b)
— — — — 24 — $\frac{13}{15}$? c)
— — — — 30 — $\frac{23}{27}$? d)
u. ſ. w.

Aufl. a) $\overbrace{9 \times \frac{6}{7}} = \frac{54}{7} = 7\frac{5}{7}$. b) $\overbrace{13 \times \frac{7}{9}} = \frac{91}{9} = 10\frac{1}{9}$.
c) $\overbrace{24 \times \frac{13}{15}} = \frac{312}{15} = 20\frac{4}{5}$. d) $\overbrace{30 \times \frac{23}{27}} = \frac{690}{27} = 25\frac{5}{9}$.

---

b.

(Der Lehrer ſchreibt $\frac{5}{7} \times 2$, und ſpricht:)

Wie viel iſt wohl 5ſiebentelmal 2? Ant. —

L. 5 ſiebentelmal 2 iſt ſo viel als: 2mal $\frac{5}{7}$; denn
5 — 1 iſt 1mal $\frac{5}{7}$, alſo iſt
5 — 2 2 — $\frac{5}{7}$, (Er macht einen Bogenſtrich darüber)

L. Wie viel ſind aber 2mal $\frac{5}{7}$ zuſammen? Ant $\frac{10}{7}$.

$\frac{5}{7} \times 2 = \frac{10}{7}$. (Er ſchreibt vollends $= \frac{10}{7}$.)

L. Haben wir hier den Zähler oder den Nenner mit der ganzen Zahl 2 vervielfältigt? Ant. den Zähler.

L. So wie hier, iſt es immer einerley, ob man eine gebrochene Zahl ſo vielmal nimmt als eine ganze anzeigt, oder die ganze ſo vielmal als die gebrochene anzeigt.

(Denn die ganze beſteht entweder aus einer oder mehreren Einheiten.

Nun erhält man, wenn man nur 1 Einheit ſoviel nimmt, als der Bruch anzeigt, 1mal denſelben Bruch; folglich erhält man, wenn man jede Einheit der ganzen Zahl ſo vielmal nimmt als der Bruch anzeigt, ſo vielmal den Bruch, als die ganze Zahl Einheiten hat.

L. Wie verfährt man alſo überhaupt am kürzeſten, um eine ganze Zahl mit einem Bruche, oder einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu vervielfältigen?

Ant. Man vervielfältigt die ganze Zahl und den Zähler mit einander, und ſchreibt unter den herauskommenden Inhalt den gegebenen Nenner.

L. So berechnet jetzt Folgendes!

Wie viel iſt $\frac{2}{3}$mal 86? Aufl. $\frac{2}{3} \times 86 = \frac{172}{3} = 57\frac{1}{3}$.
— — — $\frac{3}{4}$ — 79? — $\frac{3}{4} \times 79 = \frac{237}{4} = 59\frac{1}{4}$.
— — — $\frac{4}{5}$ — 61? — $\frac{4}{5} \times 61 = \frac{244}{5} = 48\frac{4}{5}$.
— — — $\frac{5}{6}$ — 28? — $\frac{5}{6} \times 28 = \frac{140}{6} = 23\frac{2}{6}$.
— — — $\frac{1}{7}$ — 94? — $\frac{1}{7} \times 94 = \frac{94}{7} = 13\frac{3}{7}$.

u. ſ. w.

Anm. Es kommt zwar einerley heraus, ob man eine gebrochene Zahl durch eine ganze oder eine ganze durch eine gebrochene vervielfältigt; allein beyde Fälle ſind wenigſtens in der Anſchauung verſchieden, und man thut eben daher ſehr wohl, wenn

man die Aufgaben des letztern Falles lieber ſo berechnen läßt, wie hier nochmals das obige Beyſpiel folgt:

$\frac{5}{7}$mal 2 heißt ſoviel als: 5mal der 7te Theil von 2 Ganzen.
1mal der 7te Theil von 1 Ganzen iſt 1Siebentel, alſo iſt
1 — — 7te — — 2 — — 2 —, mithin iſt
5 — — 7te — — 2 — — 5mal $\frac{2}{7}$ oder $\frac{10}{7}$.

Wie viel iſt $\frac{3}{4}$mal 7? Aufl. $\frac{3}{4}\times 7 = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$.
— — — 7 — $\frac{3}{4}$? — $7\times\frac{3}{4} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$.
— — — $\frac{5}{8}$ — 9? — $\frac{5}{8}\times 9 = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8}$.
— — — 23 — $\frac{9}{14}$? — $23\times\frac{9}{14} = \frac{207}{14} = 14\frac{11}{14}$.
— — — 15 — $\frac{2}{3}$? — $15\times\frac{2}{3} = 10$. *
— — — $\frac{3}{4}$ — 20? — $\frac{3}{4}\times 20 = 15$.

(* Wenn bey dergleichen Beyſpiele die ganze Zahl durch den Nenner, ohne Reſt theilbar iſt, ſo findet eine Abkürzung Statt.)

---

2) Brüche durch Brüche.

(Der Lehrer ſchreibt $\frac{5}{7}\times\frac{2}{3}$, und ſpricht:)

Wie viel iſt 5ſiebentelmal $\frac{2}{3}$? Ant. —

L. $\frac{2}{3}$ fünf 7tel mal nehmen heißt: den Bruch $\frac{2}{3}$ kein ganzes Mal, ſondern nur 5mal den 7ten Theil von ihm nehmen.

Nehme ich nun (Er bedeckt den 7er) $\frac{2}{3}$ fünfmal ganz, (Er macht einen Bogenſtrich über 5 und 2) ſo bekomme ich 5mal $\frac{2}{3}$ oder $\frac{10}{3}$.

Dieſer neue Bruch iſt aber 7mal zu groß, weil ich nur 5mal den 7ten Theil von $\frac{2}{3}$ nehmen ſollte.

Ich mache ihn daher wieder 7mal kleiner, da ich jedes 3tel in 7 gleichere Theile, folglich das Ganze in (Er macht auch einen Bogen unter 3 und 7) 3mal 7 oder 21 gleiche Theile verwandle, und ſtatt $\frac{10}{3}$ nun $\frac{10}{21}$ habe. (Er ſchreibt vollends $\frac{10}{21}$, = wie hier links.)

$\frac{5}{7}\times\frac{2}{3} = \frac{10}{21}$

L, Wie viel iſt alſo $\frac{5}{7}$mal $\frac{5}{3}$? Ant. $\frac{10}{21}$.

L. Wie verfährt man demnach am kürzeſten, um überhaupt einen Bruch mit einem andern zu vervielfältigen?

Ant. Man vervielfältigt Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner, und erhält ſomit einem neuen Bruch als Inhalt.

[Denn einen Bruch mit einem Bruch vervielfältigen heißt: einen Bruch kein ganzes Mal nehmen, ſondern von ihm nur ſo vielmal als der Zähler des andern anzeigt, den ſo vielten Theil als der Nenner des andern anzeigt.

Nimmt man nun den einen Bruch ſo vielmal, als der Zähler des andern anzeigt, ganz; ſo vervielfältigt man beyde Zähler mit einander, und bekommt einen neuen Bruch mit dem Namen des erſtern.

Dieſer Bruch iſt aber ſo vielmal zu groß, als der (ausgelaſſene) Nenner des andern anzeigt. Folglich muß man ihn wieder eben ſo vielmal kleiner machen.

Er wird aber eben ſo vielmal kleiner, wenn man ſtatt derjenigen Theile, die ſein Nenner anzeigt, eben ſo vielmal kleinere Theile nimmt; und dieſe kleinere Theile erhält man vollends, wenn man jeden Theil ſeines Nenners oder des Ganzen in ſo viel Theile verwandelt, als der andere Nenner anzeigt, d. iſt wenn man auch beyde Nenner miteinander vervielfältigt.]

L. Berechnet jetzt Folgendes!

Wie viel iſt $\frac{3}{4}$mal $\frac{9}{10}$? Aufl. $\frac{3}{4} \times \frac{9}{10} = \frac{27}{40}$.
— — — $\frac{4}{5}$ — $\frac{8}{9}$? — $\frac{4}{5} \times \frac{8}{9} = \frac{32}{45}$.
— — — $\frac{5}{6}$ — $\frac{7}{8}$? — $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{48}$.
— — — $\frac{3}{4}$ — $\frac{3}{4}$? — $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$.
— — — $\frac{2}{5}$ — $\frac{2}{5}$? — $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.
— — — $\frac{1}{5}$ — $\frac{2}{5}$? — $\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$.
— — — $\frac{2}{5}$ — $\frac{1}{5}$? — $\frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$.

Wie viel iſt $\frac{1}{5}$ — $\frac{1}{5}$? — $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$.
— — — $\frac{19}{32}$ — $\frac{1}{5}$? — $\frac{19}{32} \times \frac{1}{5} = \frac{19}{160}$.
— — — $\frac{15}{16}$ — $\frac{3}{8}$? — $\frac{15}{16} \times \frac{3}{8} = \frac{45}{128}$.
u. ſ. w.

Anm. Obige Regel über die Vervielfältigung zweyer Brüche iſt leicht zu behalten, aber — wie ſo manche Regel, wenn man nicht täglich Gebrauch davon macht, oder ihren Geiſt nicht aus einer hinlänglichen Menge Fälle in der Anſchauung geſchöpft hat — auch leicht wieder zu vergeſſen. Beſſer als alle Regeln iſt daher, wenn man dergleichen Aufgaben ſo berechnen läßt, wie hier noch einmal das 1ſte Beyſpiel folgt:

5 ſiebentelmal $\frac{2}{3}$ heißt ſo viel als: 5mal der 7te Theil von $\frac{2}{3}$.

1mal der 7te Theil von 1 Drittel iſt $\frac{1}{21}$ alſo iſt
1 — — 7te — — 2 — $\frac{2}{21}$, mithin iſt
5 — — 7te — — 2 — 5mal $\frac{2}{21}$ oder $\frac{10}{21}$.

Wie viel iſt $\frac{4}{7}$mal $\frac{5}{6}$? Aufl. $\frac{4}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{21}$ *
— — — $\frac{3}{8}$ — $\frac{7}{9}$? — $\frac{3}{8} \times \frac{7}{9} = \frac{1}{8} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{24}$.
— — — $\frac{8}{9}$ — $\frac{11}{12}$? — $\frac{8}{9} \times \frac{11}{12} = \frac{2}{9} \times \frac{11}{3} = \frac{22}{27}$.

[* Wenn ein Zähler und ein Nenner einen gemeinſchaftlichen Theiler haben, ſo findet eine Abkürzung Statt.]

---

3) Gemiſchte Zahlen.

a.) Eine gemiſchte und ganze.

[Der Lehrer ſchreibt $5 \times 8\frac{2}{3}$ und ſpricht:]

Hat man mit gemiſchten Zahlen zu vervielfältigen, ſo kann man jede zuerſt in einen Bruch verwandeln, und dann verfahren wie mit jedem andern Bruche.

Berechnet daher, wie viel Ganze es gibt, wenn man $8\frac{2}{3}$ fünfmal nimmt!

Aufl. $5 \times \frac{26}{3} = \frac{130}{3} = 43\frac{1}{3}$.

Wie viel Ganze geben 3mal $9\frac{5}{7}$? Ant. $29\frac{1}{7}$.
— — — — 8 — $10\frac{2}{3}$? — $85\frac{1}{3}$.
— — — — 7 — $23\frac{1}{4}$? — $162\frac{3}{4}$.
— — — — 4 — $72\frac{3}{5}$? — $290\frac{2}{5}$.
— — — — $8\frac{2}{3}$ — 5? — $43\frac{1}{3}$.
— — — — $3\frac{5}{6}$ — 4? — $15\frac{1}{3}$.
— — — — $9\frac{7}{8}$ — 4? — $39\frac{1}{2}$.
— — — — 6 — $7\frac{2}{5}$? — $44\frac{2}{5}$.

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt wieder $5 \times 8\frac{2}{3}$ und ſpricht:]

Um eine gemiſchte und ganze Zahl miteinander zu vervielfältigen, kann man auch weit bequemer verfahren, wenn man zuerſt den Bruch mit der ganzen, und dann vollends beyde ganzen miteinander vervielfältigt.

Gebt daher Acht, wie ich jetzt dieſes Beyſpiel berechne!

5mal $\frac{2}{3}$ ſind $\frac{10}{3}$, das iſt: 3 Ganze und $\frac{1}{3}$. (Er ſchreibt $\frac{1}{3}$) Ich behalte 3 Ganze im Sinn.

5mal 8 Ganze ſind 40 Ganze, die 3 dazu ſind 43 Ganze. $5 \times 8\frac{2}{3} = 43\frac{1}{3}$ (Er ſchreibt vollends 43, wie hier links)

L. Berechnet auf dieſe kürzere Art wieder Folgendes!

Wie viel Ganze geben 3mal $9\frac{5}{7}$? Ant. $29\frac{1}{7}$.
— — — — 8 — $10\frac{2}{3}$? — $85\frac{1}{3}$.
— — — — 7 — $23\frac{1}{4}$? — ꝛc.

---

b) Eine gemiſchte Zahl mit einer gemiſchten.

[Der Lehrer ſchreibt $6\frac{5}{7} \times 8\frac{2}{3}$ und ſpricht:]

Um eine gemiſchte Zahl mit einer gemiſchten zu vervielfältigen, verfährt man am beſten, wenn man die gemiſchten zuerſt in Brüche verwandelt, und dann Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner vervielfältigt.

Wie viel geben alſo $6\frac{5}{7}$ mal $8\frac{2}{3}$? Aufl. Man erhält alſo zunächſt

$6\frac{5}{7} \times 8\frac{2}{3}$ — $\frac{47}{7} \times \frac{26}{3}$. Nun vervielfältigt

$\frac{47}{7} \times \frac{26}{3} = \frac{1222}{21}$ $58\frac{4}{21}$ man auf einem beſondern Platze 47 mit 26 u. ſ. w.

L. Berechnet jetzt eben ſo Folgendes!

Wie viel geben $8\frac{4}{7}$mal $10\frac{3}{4}$? Ant. $\frac{2580}{28} = 92\frac{1}{7}$.

$4\frac{2}{7}$ — $3\frac{5}{8}$? — $\frac{870}{56} = 15\frac{15}{28}$.

$7\frac{3}{10}$ — $28\frac{3}{5}$? — $\frac{10439}{50} = 208\frac{39}{50}$.

u. ſ. w.

Diviſion der Brüche.

a) Brüche mit einerley Nenner.

1) Bruch und Bruch

L. Wie vielmal kann man $\frac{2}{7}$ dort wegnehmen, wo $\frac{14}{7}$ ſind? Ant. 7mal.

L. Wie vielmal kann man $\frac{2}{7}$ dort wegnehmen, wo nur $\frac{2}{7}$ ſind Ant. 1mal.

L. Wie vielmal ſind alſo $\frac{2}{7}$ in $\frac{2}{7}$ enthalten? Ant. 1mal.

L: Kann man $\frac{2}{7}$ dort, wo nur $\frac{1}{7}$ iſt, auch 1mal wegnehmen, oder nur 1halbmal? Ant. Nur $\frac{1}{2}$mal.

L. Wie vielmal ſind alſo $\frac{2}{7}$ in $\frac{1}{7}$ enthalten? Ant. $\frac{1}{2}$mal.

L. Wie vielmal kann man $\frac{3}{7}$ dort wegnehmen, wo $\frac{12}{7}$ ſind? Ant. 4mal.

L. Wie vielmal ſind alſo $\frac{3}{7}$ in $\frac{12}{7}$ enthalten? Ant. 4mal.

L. Wie vielmal kann man $\frac{3}{7}$ dort wegnehmen, wo nur $\frac{3}{7}$ ſind? Ant 1mal.

L. Wie vielmal ſind alſo $\frac{3}{7}$ in $\frac{3}{7}$ enthalten? Ant. 1mal.

L. Kann man $\frac{3}{7}$ dort, wo nur $\frac{1}{7}$ iſt, auch 1mal wegnehmen, oder nur $\frac{1}{3}$mal? Ant. Nur $\frac{1}{3}$mal.

L. Wie vielmal ſind alſo $\frac{3}{7}$ in $\frac{1}{7}$ enthalten? Ant. $\frac{1}{3}$mal.

L. Da nun $\frac{3}{7}$ in $\frac{1}{7}$ ein 3telmal enthalten ſind; wie vielmal ſind wohl $\frac{3}{7}$ in $\frac{2}{7}$ enthalten? Ant. $\frac{2}{3}$mal.

L. Ich will die 3 erſten Beyſpiele an die Tafel ſchreiben. (Er ſchreibt, wie folgt.)

$\frac{2}{5}$ ⊢ $\frac{14}{5}$ (	$\frac{2}{5}$ ⊢ $\frac{2}{5}$ (	$\frac{2}{5}$ ⊢ $\frac{1}{5}$ (
2 ⊢ 14 (	2 ⊢ 2 (	2 ⊢ 1 (

[Der Lehrer deutet auf das erſte, alsdann auf das darunterſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Saget mir noch einmal: Wie vielmal kann man $\frac{2}{5}$ dort wegnehmen, wo $\frac{14}{5}$ ſind? Ant. 7mal. (Er ſchreibt 7 auf die Anzeigerſtelle.)

L. Und wie vielmal kann man 2 Ganze dort wegnehmen, wo 14 Ganze ſind? Ant. 7mal. (Er ſchreibt auch hier 7 auf die Anzeigerſtelle.)

L. Da ſeht ihr alſo, daß $\frac{2}{5}$ in $\frac{14}{5}$ eben ſo vielmal enthalten ſind, als 2 Ganze in 14 Ganzen.

(Er deutet eben ſo auf das andere Paar Beyſpiele und ſpricht.)

Wie vielmal ſind $\frac{2}{5}$ in $\frac{2}{5}$ enthalten? Ant. 1mal. [Er ſchreibt 1 in die Anzeigerſtelle.]

L. Und wie vielmal ſind 2 Ganze in 2 Ganzen enthalten? Ant. Auch 1mal. [Er ſchreibt auch hier 1.]

L. Da ſeht ihr auch, daß $\frac{2}{5}$ in $\frac{2}{5}$ eben ſo vielmal enthalten ſind, als 2 Ganze in 2 Ganzen.

[Er deutet eben ſo auf das 3te Paar Beyſpiele, und ſpricht:]

Wie vielmal ſind $\frac{2}{5}$ in $\frac{1}{5}$ enthalten? Ant. $\frac{1}{2}$mal. [Er ſchreibt $\frac{1}{2}$ auf die Anzeigerſtelle.]

L. Und wie vielmal ſind 2 Ganze in 1 Ganzen enthalten? Ant. Auch $\frac{1}{2}$mal. [Er ſchreibt auch hier $\frac{1}{2}$ in die Anzeigerſtelle]

L. Da ſeht ihr alſo, daß es immer einerley iſt, ob wir mit den Zählern der 5tel, oder mit Ganzen theilen — und eben ſo verhalten ſich alle Brüche mit einerley Nennern zu jenen ganzen Zahlen, welche ihren Zählern gleich ſind.

Sprecht mir jetzt über dieſe Beyſpiele noch Folgendes nach!

[Er deutet wie vorhin.]

2 Fünftel ſind in 14 Fünfteln 7mal enthalten; denn 7mal 2 Fünftel ſind $\frac{14}{5}$.

2 Ganze — in 14 Ganzen 7mal enthalten; denn 7mal 2 Ganze ſind 14 G.

2 Fünftel — — 2 Fünfteln 1mal enthalten; denn 1mal 2 Fünftel ſind 2 F.

2 Ganze — — 2 Ganzen 1mal enthalten; denn 1mal 2 Ganze ſind 2 G.

2 Fünftel — — 1 Fünfteln $\frac{1}{2}$mal enthalten; denn $\frac{1}{2}$mal 2 Fünftel ſind 1 F.

2 Ganze — — 1 Ganzen $\frac{1}{2}$mal enthalten; denn $\frac{1}{2}$mal 2 Ganze ſind 1 G.

L. Da nun eben derſelbe Anzeiger heraus kommt, ob man mit Brüchen von einerley Nennern oder mit Ganzen theilt, ſo ſtreicht man die gleichen Nenner lieber durch, damit man mit den Zählern deſto bequemer theilen kann. Gebt daher Acht, wie ich mit dem erſten Beyſpiele verfahre:

[Er wiſcht alles, bis auf das erſte Beyſpiel von der Tafel, ſtreicht die beyden 5er durch, und ſpricht:]

2 ſind in 14 ſiebenmal enthalten, denn 7mal 2 ſind 14 ꝛc.

$\frac{2}{5} \,\big|\, \frac{14}{5} \,\big(\, 7$ [Das Beyſpiel muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

$\underline{14}$ [Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet]

-- --

Wie vielmal ſind $\frac{2}{5}$ in $\frac{18}{5}$ enthalten? Ant. 9 mal.
— — — $\frac{3}{7}$ — $\frac{12}{7}$ — ? — 4 mal.
— — — $\frac{3}{7}$ — $\frac{2}{7}$ — ? — $\frac{2}{3}$ — .
— — — $\frac{3}{8}$ — $\frac{27}{8}$ — ? — 9 — .
— — — $\frac{4}{5}$ — $\frac{27}{5}$ — ? — $6\frac{3}{4}$ — .
— — — $\frac{5}{9}$ — $\frac{4}{9}$ — ? — $\frac{4}{5}$ — .

Wie vielmal ſind $\frac{12}{17}$ in $\frac{36}{17}$ enthalten? Ant. 3 mal.
— — — $\frac{23}{85}$ — $\frac{100}{85}$ — ? — $4\frac{8}{23}$ —.
u. ſ. w.

---

e) Brüche und ganze Zahlen.

a.

$\frac{3}{4}$ | 24 ([Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie vielmal ſind wohl $\frac{3}{4}$ in 24 Ganzen enthalten? —

L. Hat man es beym Theilen mit einem Bruche und einer ganzen Zahl zu thun, ſo verwandelt man vor Allem die ganze Zahl ebenfalls in einen Bruch, welcher eben denſelben Nenner hat wie der gegebene. Gebt daher Acht, wie ich dieſes hier mache!

[Er ſchreibt einen 4er unter 24, und ſpricht:]

1 Ganzes iſt 1mal 4 Viertel, alſo ſind
24 Ganze 24 — 4 — , oder 4mal 24 Viertel.
4mal 4 ſind 16 ꝛc. Es ſind alſo 96 Viertel. [Er ſchreibt und berechnet alles wie hier neben angezeigt iſt.]

$\frac{3}{4}$ | 24 / 4 / 96 / 4 (32
9
6
6

L. Wie vielmal ſind alſo $\frac{3}{4}$ in 24 Ganzen enthalten? Ant. 32 mal.

[Eben ſo können noch folgende Aufgaben berechnet werden:]

Wie vielmal ſind $\frac{2}{3}$ in 20 Ganzen enth.? Ant. 30mal.
— — — $\frac{5}{7}$ — 34 — — ? — $47\frac{3}{5}$ —.
— — — $\frac{7}{9}$ — 35 — — ? — 45 —.
— — — $\frac{3}{4}$ — 105 — — ? — 140 —.
u. ſ. w.

---

b.

$4 \mid \frac{65}{3}$ ([Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel, und ſpricht;]

$4 \mid \frac{65}{3}$ ($5\frac{5}{12}$ — 3; 12; 3 — 60; -5

Wie vielmal ſind 4 Ganze in 65 Dritteln enthalten? — Aufl. 1 Ganzes iſt 1mal 3 Drittel, alſo ſind 4 Ganze 4mal 3 Drittel, oder 12 Drittel. [Man ſchreibt, und berechnet alles wie hier links.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst:]

Wie vielmal ſine 3 Ganze in $\frac{47}{2}$ enth.? Ant. $7\frac{5}{6}$mal.

— — — 7 — — $\frac{325}{8}$ — ? —. $5\frac{45}{56}$mal.

— — — 5 — — $\frac{109}{10}$ — ? —. $2\frac{9}{50}$mal.

— — — 8 — — $\frac{93}{7}$ — ? —. $1\frac{37}{56}$mal.

u. ſ. w.

---

3) Gemiſchte und ganze Zahlen.

$3 \mid 19\frac{1}{4}$ ([Der Lehrer ſchreibt das hier neben ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie vielmal ſind 3 Ganze in $19\frac{1}{4}$ enthalten? —

L. Hat man es beym Theilen mit gemiſchten Zahlen zu thun, ſo verwandelt man ſie zuerſt in Brüche, und theilt dann wie überhaupt mit den Brüchen. Ich will nun dieſe Aufgabe ſelbſt löſen:

$3 \mid 19\frac{1}{4}$ (— 4; 12; 4 — $\frac{77}{4}$ ($6\frac{5}{12}$ — 72; -5

1 Ganzes iſt 1mal 4 Viertel, alſo ſind 19 Ganze 19 — 4 — oder 4mal 19 Viertel ꝛc.

Es ſind 76 Viertel, 1 Viertel dazu, ſind 77 Viertel ꝛc.

1 Ganzes iſt 1mal 4 Viertel, alſo ſind 3 Ganze ꝛc.

Wie vielmal ſind alſo 3 Ganze in $19\frac{1}{4}$ enth.? Ant. $6\frac{5}{12}$mal.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie vielmal ſind 7 Ganze in $24\frac{2}{7}$ enth.? Ant.
— — — 9 — — $32\frac{4}{5}$ —? —
— — — $3\frac{4}{7}$ — 12 Ganzen —? —
— — — $8\frac{3}{5}$ — 40 — —? —
— — — $4\frac{2}{7}$ — $18\frac{5}{7}$ — —? —
— — — $6\frac{5}{9}$ — $47\frac{2}{9}$ — —? —

---

b) Brüche mit verſchiedenen Nenern.

1) Brüche und Brüche.

$\frac{2}{9} \Big| \frac{6}{9} \Big($ [Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie vielmal kann man $\frac{2}{9}$ dort wegnehmen, wo $\frac{6}{9}$ ſind? Ant. 3mal.

L. Haben dieſe Brüche einerley Nenner oder verſchiedene? Ant. Einerley.

[Er wiſcht $\frac{6}{9}$ weg und ſchreibt $\frac{6}{7}$ dafür.]

L. Haben dieſe Brüche auch einerley Nenner oder verſchiedene? Ant. Verſchiedene.

L. Könnt ihr bey ſolchen verſchiedenen Nennern auch ſo leicht ſagen, wie vielmal ein Bruch in einem andern enthalten ſey?

L. Was wird man alſo vor Allem thun müſſen? Ant. Man muß ſie unter einerley Nenner bringen.

L. Welche Zahl kann man als allgemeinen Nenner für die 9tel und 7tel nehmen? Ant. 63.

L. Der 9te Theil von $\frac{63}{63}$ iſt $\frac{7}{63}$, dieß 2mal genommen iſt $\frac{14}{63}$.

[Er ſtreicht $\frac{2}{9}$ durch, ſchreibt $\frac{14}{63}$ darunter, verfährt eben ſo mit $\frac{6}{7}$, und vollendet die Auflöſung wie hier links]

$$\frac{2}{9} \Big| \frac{6}{7} \Big($$
$$\frac{14}{63} \Big| \frac{54}{63} \Big(3\frac{12}{14} = 3\frac{6}{7}$$

L. Unterſucht eben ſo, wie vielmal $\frac{3}{5}$ in $\frac{7}{8}$ enthalten ſind!

L. Zeigt eure Berechnung! [Alſo $1\frac{11}{24}$ mal.]

[Eben ſo können noch folgende Aufgaben berechnet werden:

Wie vielmal ſind $\frac{3}{7}$ in $\frac{8}{9}$ enthalten? $2\frac{2}{27}$mal

— — — $\frac{2}{11}$ — $\frac{4}{7}$ — ? $3\frac{1}{7}$ —

— — — $\frac{4}{5}$ — $\frac{3}{4}$ — ? $\frac{15}{16}$ —

— — — $\frac{8}{9}$ — $\frac{3}{7}$ — ? $\frac{27}{56}$ —

u. ſ. w.

2) Gemiſchte Zahlen.

Wie vorhin kann man auch gemiſchte Zahlen durch gemiſchte, welche verſchiedene Nenner haben, theilen; indem man ſie nämlich zuerſt in Brüche mit einerley Nennern verwandelt. Z. B.

Wie vielmal ſind $5\frac{3}{4}$ in $8\frac{2}{7}$ enthalten?

— — — $9\frac{2}{7}$ in $8\frac{3}{8}$ — ?

u. ſ. w.

Jedoch können dieſe Theilungen mit gemiſchten Zahlen, ſo wie auch alle die mit den einfachen Brüchen, jetzt nach der gewöhnlichen kürzern Art vorgenommen werden, wie folgt:

L. 1 Ganzes iſt 2mal größer, oder 2mal mehr als 1 Halbes.

1 — — 3 — — , — 3 — — — 1 Drittel.

1 — — 4 — — , — 4 — — als wie viel?

Ant. Als 1 Viertel.

L. 1 Ganzes iſt 5mal größer, oder 5mal mehr als wie viel?

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{1}{2}$ an die Tafel.]

L. Wie viel bedeutet dieſer Ausdruck hier? Ant. 1 Halbes.

[Er wiſcht den Querſtrich ſammt dem 2er bis auf 1 weg.]

L. Bedeutet dieſer Ausdruck auch noch 1 Halbes, oder 1 Ganzes? Ant. 1 Ganzes.

L. Bedeutet dieſer Ausdruck alſo mehr oder weniger als vorhin? Ant. Mehr.

L. Wie vielmal mehr als vorhin bedeutet dieſer Ausdruck? Ant. 2mal mehr.

[Er wiſcht alles von der Tafel, und ſchreibt $\frac{1}{3}$]

L. Wie viel bedeutet dieſer Ausdruck? Ant. 1 Drittel.

[Er wiſcht wieder alles weg bis auf 1]

L. Bedeutet dieſer Ausdruck auch noch 1 Drittel oder bedeutet er 1 Ganzes? Ant. 1 Ganzes.

L. Wie vielmal mehr als vorhin bedeutet nun dieſer Ausdruck? Ant. 3mal mehr.

[Er wiſcht alles weg, und ſchreibt $\frac{2}{3}$]

L. Wie viel bedeutet dieſer Ausdruck? Ant. 2 Drittel.

[Er wiſcht alles weg bis auf 2]

L. Bedeutet dieſer Ausdruck auch noch 2 Drittel, oder 2 Ganze? Ant. 2 Ganze.

L. Wie vielmal mehr als vorhin bedeutet aber dieſer Ausdruck? Ant. — Wieder 3mal mehr [Denn 2 Ganze ſind 6 Drittel, und 6 Drittel ſind 3mal mehr als 2 Drittel.]

[Er wiſcht alles weg, und ſchreibt $\frac{3}{4}$.]

L. Wie viel bedeutet dieſer Ausdruck? Ant. 3 Viertel.

[Er ſtreicht den Nenner ſammt dem Querſtrich durch, nämlich: $\frac{3}{\not{4}}$]

L. An Statt den Nenner wegzuwiſchen, kann man ihn auch durchſtreichen. Bedeutet alſo dieſer Ausdruck jetzt auch noch 3 Viertel, oder 3 Ganze? Ant. 3 Ganze.

L. Wie vielmal mehr als vorhin bedeutet alſo dieſer Ausdruck? Ant. 4mal mehr. [Wie kommt dieſes? Ant 3 Ganze ſind 12 Viertel ꝛc.

[Er ſchreibt $\frac{2}{5}$]

L. Wie viel bedeutet dieſer Ausdruck? Ant. 2 Fünftel.

[Er ſtreicht den Nenner ſammt dem Querſtrich, nämlich ſo: $\frac{2}{\not{5}}$

L Wie vielmal mehr als vorhin bedeutet der Ausdruck jetzt? Ant. 5mal mehr. [Wie kommt dieß? Ant. 2 Ganze ſind 10 Fünftel ꝛc.

[Eben ſo können noch beliebige Beyſpiele gemacht werden.]

L. Ihr ſeht nun von ſelbſt ein, daß es ſich mit jedem Bruche eben ſo verhält, wie mit den bisherigen, nämlich:

Wenn man den Nenner eines geſchriebenen Bruches ausſtreicht, ſo bedeutet der Zähler allein ſo viel, als wenn man den gegebenen Bruch mit einer ſolchen Zahl, wie der Nenner iſt, vervielfältiget hätte.

$\frac{3}{4} \mid \frac{18}{4}$ [Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel]
L. Wie vielmal ſind $\frac{3}{4}$ in $\frac{18}{4}$ enthalten? Ant. —

L. Ihr habet ſchon einmal erfahren, daß der mehrfache ode vergrößerte Theiler in der eben ſo vielmal vergrößerten Th ilungszahl gerad ſo vielmal enthalten ſey, als der einfache Theiler in der einfachen Theilungszahl —

Wie kann man nun hier den Theiler und die Theilungszahl auf die kürzeſte Art durch einerley Zahl vergrößern oder eigentlich vervielfältigen?

Ant. Wenn man die Nenner (oder 4er) durchſtreicht.

L. So gebet Acht, wie ich dieſe Aufgabe jetzt berechne!

Ich mache den Theiler 4mal größer [Er ſtreicht den erſten 4er] folglich auch die Theilungszahl [Er ſtreicht auch den andern 4er] 3 ſind in 18 ſechsmal enthalten, [Er ſchreibt 6] denn 6mal 3 ſind 18 — von 18 bleibt nichts.

$\frac{3}{\not 4} \mid \frac{18}{\not 4} (6$
18
--

[Die ganze Berechnung muß ausſehen, wie hier links.]

[Der Lehrer wiſche das ganze Beyſpiel weg, laſſe einzelne Schüler an die Tafel treten, und es eben ſo ſchriftlich und mündlich berechnen.]

L. Auf dieſe Art könnt ihr künftig alle Theilungsaufgaben, worin Brüche gegeben ſind, berechnen. Ihr dürfet euch nur zunächſt folgende Regel merken:

Um einen Bruch durch einen Bruch zu theilen, ſtreicht man, wenn beyde gleiche Nenner haben, die Nenner durch, und theilt nur mit den Zählern.

Unterſuchet auf dieſe Art, wie vielmal 4 Siebentel in 23 Siebenteln enthalten ſind!

Auflöſung: Ich mache den Theiler 7mal größer (Man ſtreicht den erſten 7er) folglich auch die Theilungszahl (Man ſtreicht auch den andern 7er)

4 ſind in 23 fünfmal enthalten ꝛc. alſo 5 und 3 Viertelmal

$\frac{4}{7} \Big| \frac{23}{7} \Big(5\frac{3}{4}$; 20; 3

[Die Berechnung muß ausſehen, wie hier links]
[Eben ſo können wieder alle die oben vorgekommenen Aufgaben gelöst werden, als:]

Wie vielmal ſind $\frac{2}{5}$ in $\frac{18}{5}$ enthalten?
— — — $\frac{3}{7}$ in $\frac{12}{7}$ — ? u. ſ. w.

$\frac{3}{4} \Big| 24 \Big($

Der Lehrer ſchreibt wieder das neben ſtehende Beyſpiel. L. Wie vielmal ſind $\frac{3}{4}$ in 24 Ganzen enthalten? — L. Um hier den Theiler 4mal größer zu machen, ſtreicht man den Nenner 4 durch; was wird man aber thun müſſen, um auch die Theilungszahl 4mal größer zu machen?

Ant. — Man muß ſie mit 4 vervielfältigen.

L. Gebet alſo Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Ich mache den Theiler 4mal größer (Er ſtreicht den 4er) folglich auch die Theilungszahl [Er ſchreibt 4 unter 24, vervielfältigt und vollendet die Auflöſung wie hier angezeigt iſt]

$\frac{3}{4} \Big| 24 \times 4 = 96 \Big(32$; 9; 6; 6; -

L. Wie vielmal ſind $\frac{3}{5}$ in 24 Ganzen enthalten?

Ant. 32mal.

L. Eben ſo könnt ihr in Zukunft jede Theilungsaufgabe berechnen, worin ein Bruch angegeben iſt; merkt euch daher folgende Regel:

Um eine ganze Zahl durch einen Bruch, oder einen Bruch durch eine ganze Zahl zu theilen, ſtreicht man den Nenner des

Bruches durch, und vervielfältigt die ganze mit einer ſolchen Zahl, die dem Nenner gleich iſt (Warum? — Ant. Weil dadurch eine Zahl ſo vielmal vermehrt wird, als die andere)

L. Berechnet eben ſo wieder Folgendes!

Wie vielmal ſind $\frac{2}{3}$ in 20 Ganzen enthalten?

— — — $\frac{5}{7}$ in 34 — — ? u. ſ. w.

L. Unterſucht, wie vielmal 4 Ganze in $\frac{60}{3}$ enthalten ſind. Auflöſung: Ich mache die Theilungszahl 3mal größer [Man ſtreicht den 3er] folglich auch den Theiler [Man ſchreibt 3 unter 4 ꝛc.]

```
 4 | 60 (
 3 |  3 ( 5
---+----
12 | 60
   | --
```

[Die Berechnung muß zuletzt ſeyn wie hier links.]

[Eben ſo werden die obigen Aufgaben wiederholt, nämlich: Wie vielmal ſind 3 Ganze in $\frac{48}{2}$ enthalten?

Wie — — 7 — in $\frac{324}{8}$ — ? ꝛc.]

```
2 | 6 (
9 | 7 (
```

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel] L. Wie vielmal ſind $\frac{2}{9}$ in $\frac{6}{7}$ enthalten? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Ich mache den Theiler 9mal größer [Er ſtreicht den 9er] folglich auch die Theilungszahl [Er ſchreibt 9 unter die Theilungszahl] Jetzt mache ich die Theilungszahl 7mal größer [Er ſtreicht den 7er] folglich auch den Theiler [Er ſchreibt 7 in die Theiler-Stelle, vervielfältigt auf beyden Seiten, theilt und und vollendet die Berechnung]

```
  2 | 6  (
 ---+---
  9 | 7  (
  7 | 9
 ---+---
 14 | 54 (
    | 42 (
    | --
    | 12
```

L. Wer will dieſes Beyſpiel eben ſo berechnen?

$3\frac{12}{14} = 3\frac{6}{7}$ Damit ihr ähnliche Aufgaben auf dieſe Art berechnen könnt, müßt ihr euch folgende Regel merken:

Um einen Bruch durch einen Bruch zu theilen, ſtreicht

man, wenn beyde verſchiedene Nenner haben, den Nenner des Theilers durch und ſchreibt eine ihm gleiche Zahl unter die Theilungszahl. Alsdann ſtreicht man auch den Nenner der Theilungszahl durch, und ſchreibt eine ihm gleiche Zahl unter den Theiler, vervielfältigt auf beyden Seiten und theilt nun mit den vergrößerten Zahlen. [Warum alles dieſes? —]

L. Unterſuchet auf dieſe Art, wie vielmal $\frac{3}{7}$ in $\frac{8}{9}$ enthalten ſind!

[Eben ſo werden die übrigen der obigen Beyſpiele wiederholt.]

[Und nun vollends die oben gemeldeten Aufgaben mit gemiſchten Zahlen, nämlich:]

$5\frac{3}{4}$	$8\frac{2}{7}$
23	58
4	7
7	4
101	232
	161
	71

$1\frac{71}{161}$

Wie vielmal ſind $5\frac{3}{4}$ in $8\frac{2}{7}$ enthalten? —

L. Dieſe und alle Theilungsfälle mit gemiſchten Zahlen berechnet man gerad wie die mit bloſen Brüchen! man darf nur jede gemiſchte Zahl zuvor in einen Bruch verwandeln.

[Er ſchreibt und berechnet dieſes Beyſpiel wie hier links.]

L. Unterſucht auch auf dieſe Art, wie vielmal $9\frac{2}{7}$ in $8\frac{3}{8}$ enthalten ſind! Ant $\frac{469}{520}$ſtelmal.

Eben ſo noch beliebige Beyſpiele.

Kurze Ueberſicht des Bisherigen.

Hier, wo die Lehrlinge mit den Haupttheilen des Rechnens bekannt ſind, kann man ihnen, ehe man weiter fortfährt, noch einmal eine kurze Ueberſicht über das Bisherige geben, und auch nebenbey vollends jene Begriffe oder Ausdrücke beybringen, wel-

che ihnen anfangs — unnöthig oder unverſtändlich geweſen ſeyn würden.

Der Lehrer wendet ſich daher bald an einen, bald an den andern Schüler, und verfährt ungefähr auf folgende Art:

L. Ihr habt ſchon lang her ſo vieles von Zahlen gehört und gelernt. Was iſt denn eine Zahl? Ant. —

L. Geſetzt, hier läge ein Ey, und du würdeſt gefragt: wie viel Eyer liegen hier? wie würdeſt du antworten? Ant. Eins.

L. Wenn ich aber noch eins dazu legte; wie viel wären alsdann vorhanden? Ant. Zwey.

L. Geſetzt, du hätteſt ein hart geſottenes Ey in 2 gleiche Theile oder Halbe getheilt, und gäbſt ein Halbes davon weg; wie viel hätteſt du alsdann noch übrig? Ant. Ein Halbes.

L. Geſetzt aber, du theilteſt ein hart geſottenes Ey in 3 gl. Theile oder Drittel, und gäbſt 1 Drittel davon weg; wie viel hätteſt du da noch übrig? Ant. 2 Drittel.

L. Hier habt ihr mir auf die Frage „Wie viel" zuerſt geantwortet Eins; wie habt ihr mir alsdann auf die Frage Wie viel geantwortet? Ant. Zwey.

L. Wie habt ihr mir nach dieſem wieder auf die Frage Wie viel geantwortet? Ant. 1 Halbes.

L. Und wie habt ihr mir zuletzt auf die Frage Wie viel geantwortet? Ant 2 Drittel.

L. Nun merkt euch dieſes: Jede Beſtimmung eines oder mehrerer Dinge auf die Frage Wie viel, iſt eine Zahl.

L. Was iſt eine Zahl? Ant. Jede Beſt. ꝛc.

L. Was iſt aber eine Ziffer?

L. Was iſt eine ganze Zahl?

L. Was iſt eine gebrochene Zahl oder ein Bruch?

L. Was iſt eine gemiſchte Zahl?

L. Aus wie viel beſondern Zahlen beſteht jedes Mal ein Bruch?

L. Welche beſondere Namen haben die zwey Zahlen eines Bruches?

L. Was zeigt der Zähler an?

L. Was zeigt der Nennen an?

L. Was iſt ein eigentlicher oder echter Bruch?

L. — — — uneigentlicher oder unechter Bruch?

L. Mit all dieſen Gattungen der Zahlen habt ihr ſchon ſo lang gerechnet. Was heißt denn Rechnen? Ant.

[Der Lehrer ſchreibt: 5 + 2 + 1]

L. Wie viel Zahlen ſind hier angegeben Ant. drey Zahlen.

L. Wenn man dieſe Zahlen zuſammen zählt; was für eine andere Zahl entſteht daraus? Ant. Die Zahl 8. [Er ſchreibt = 8]

[Der Lehrer ſchreibt unter das vorige Beyſpiel: 9 — 2.]

L. Wie viel Zahlen ſind hier wieder angegeben? Ant. Zwey Zahlen.

L. Was für eine Zahl entſteht, wenn man von 9 ſo viel wegnimmt, als die andere Zahl anzeigt? Ant. 7 [Er ſchreibt = 7]

[Der Lehrer ſchreibt unter das vorige Beyſpiel: 3 × 2]

L. Was für eine Zahl entſteht, wenn man die Zahl 2 ſo vielmal nimmt, als die andere anzeigt? Ant. 6 [Er ſchreibt 6]

[Der Lehrer ſchreibt unter das vorige Beyſpiel 2 | 8 (

L. In wie wiel Zweyer kann man die Zahl 8 theilen? oder: Wie vielmal iſt die Zahl 2 in der Zahl 8 enthalten? Ant. 4mal [Er ſchreibt 4

5 + 2 + 1 = 8	[und alle Beyſpiele müſſen an der Tafel ſtehen
9 — 2 = 7	wie hier links]
3 × 2 = 6	[Der Lehrer deutet auf das oberſte Beyſpiel,
2 | 8 (= 4	alsdann auf das 2te ꝛc. ꝛc. und ſpricht:]

Hier haben wir aus drey gegebenen Zahlen eine andere hergeleitet, nämlich 8.

Welche Zahl haben wir alsdann aus den zwey andern hergeleitet? Ant. 7.

L. Welche Zahl haben wir ferner aus zwey gegebenen hergeleitet; Ant. 6.

L. Und welche Zahl haben wir zuletzt aus zwey gegebenen hergeleitet? Ant. 4.

L. Aus mehreren gegebenen Zahlen eine andere herleiten, heißt: Rechnen.

L. Was heißt Rechnen? Ant. Aus mehreren ꝛc.

L. Man kann aber aus mehreren gegebenen Zahlen eine andere herleiten:

1) Durch das Zuſammenzählen; 2) durch das Abziehen 3) durch das Vervielfältigen; 4) durch das Theilen.

Wie viel Rechnungsarten ſind dieß? Ant. Vier.

L. Ohne dieſe vier Rechnungsarten iſt keine Berechnung möglich, darum heißen ſie Grundrechnungen [oder Species]

L. Wie viel Grundrechnungen (oder Species) gibt es alſo? Ant. vier.

L. Welches ſind dieſe vier Grundrechnungen (oder Species? Ant.

1) Das Zuſammezählen (oder Addiren)
2) Das Abziehen . . . (— Subtrahiren)
3) Das Vervielfältigen . . (— Multipliciren)
4) Das Theilen . . . . (— Dividiren)

L. Was heßt Zuſammenzählen (oder Addiren)?
L. — — Abziehen . . (— Subtrahiren)?
L. — — Vervielfältigen (— Multipliciren)?
L. — — Theilen . . (— Dividiren)?

L. Worin iſt das Zuſammenzählen vom Vervielfältigen unterſchieden? Ant. Beim Zuſammenzählen werden alle gegebene

Zahlen zuſammen genommen; beym Vervielfältigen aber wird nur eine Zahl ſo vielmal genommen, als die andere anzeigt.

L. Worin iſt aber das Abziehen vom Theilen unterſchieden? Beim Abziehen wird nur darauf geſehen, wie viel übrig bleibt, wenn man ſo viel von einer Zahl wegnimmt als eine andere anzeigt; beym Theilen aber wird hauptſächlich darauf geſehen wie vielmal von einer Zahl ſo viel weggenommen werden kann, als eine andere anzeigt.

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt 6 ✢ 4 = 10 und ſpricht:]

Um wie viel muß die Zahl 6 vermehrt werden, um die Zahl 10 zu bekommen? Ant. Um 4.

L. Diejenige Zahl, welche durch das Zuzählen einer andern vermehrt werden ſoll, heißt die Vermehrungszahl (oder der Augend).

Welches iſt alſo hier die Vermehrungszahl? Ant. 6.

L. Welche Zahl muß man noch zu 6 zählen, um die Zahl 10 zu bekommen? Ant. Die Zahl 4.

L. Diejenige Zahl, welche zu einer andern gezählt werden ſoll, heißt der Zuſatz (oder Addend)

L. Welches iſt alſo hier der Zuſatz? Ant. Die Zahl 4.

L. Wie heißt aber hier die Zahl 6? Ant. Vermehrungszahl.

L. Und wie heißen alle Zahlen, welche zuſammen gezählt werden ſollen, mit einem gemeinſchaftlichen Namen? Ant. Sammlungszahlen (oder Summanden.)

L. Wie heißt aber endlich die Zahl, welche durch das Zuſammenzählen entſteht? Ant. Die Summe.

L. Wie heißt beym Abziehen diejenige Zahl, von welcher abgezogen, oder welche vermindert werden ſoll? Ant. Verminderungszahl oder Verkleinerungszahl (oder der Minuend).

L. Wie heißt diejenige Zahl, welche abgezogen werden ſoll? Ant. der Abzug (oder Subtrahend)

L. Wie heißt diejenige Zahl, welche beym Abziehen übrig bleibt? Ant. der Reſt oder Unterſchied (oder der Differenz)

L. Wie heißt die eine Zahl, welche vervielfältigt werden ſoll? Ant. Vervielfältigungszahl (oder Multiplicant)

L. Wie heißt diejenige Zahl, durch welche (oder mit welcher) eine andere vervielfältigt wird? Ant. Der Vervielfältiger (oder Multiplikator)

L. Wie heißt man die Vervielfältigungszahl und den Vervielfältiger mit einem gemeinſchaftlichen Namen? Ant. Grundzahlen (oder Factoren)

L. Wie heißt diejenige Zahl, welche durch das Vervielfältigen entſteht? Ant. Der Inhalt (oder das Factum, auch das Product)

L. Wie heißt die Zahl, welche getheilt werden ſoll? Ant. Die Theilungszahl (oder der Dividend)

L. Wie heißt diejenige Zahl, durch welche eine andere getheilt wird? Ant. der Theiler (oder der Diviſor)

Wie heißt beym Theilen diejenige Zahl, welche anzeigt, wie vielmal eine Zahl in der andern enthalten iſt? Ant. Der Anzeiger (oder Quotient.)

L. Wie verwandelt man jede ganze Zahl in einen uneigentlichen Bruch, deſſen Nenner bekannt iſt? Z. B. Die Zahl 7 ſoll in lauter 4teln angegeben werden.

L. Wie verwandelt man jede gemiſchte Zahl in einen (uneigentlichen) Bruch? Z. B. $7\frac{3}{4}$.

L. Wie verwandelt man einen (uneigentlichen) Bruch in eine ganze oder gemiſchte Zahl? Z. B. $\frac{28}{4}$ oder $\frac{31}{4}$.

L. Wie kann man einen Bruch vergrößern, ohne ſeinen eigentlichen Gehalt zu verändern? Z. B. $\frac{3}{4}$ ſoll zweymal größere Zahlen bekommen.

L. Wann kann man einen Bruch abkürzen?

L. Wie kürzt man einen Bruch ab? Z. B. $\frac{6}{8}$.

L. Woran erkennt man bey großen Bruchszahlen, ob ſie ſich durch 2, 3, 5, 10, (oder 100, 1000 ꝛc.) und durch 11 abkürzen laſſen?

L. Wie findet man den größten gemeinſchaftlichen Theiler für einen Bruch, der die vorhin genannten Eigenſchaften nicht hat? Z. B. $\frac{966}{1001}$.

L. Wie verwandelt man mehrere Brüche, welche verſchiedene Nenner haben, in Brüche mit einerley Nenner? Z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{5}$.

L. Wie zählt man Brüche zuſammen?

L. Wie zieht man einen Bruch von einem andern ab?

L. Wie vervielfältigt man einen Bruch und eine ganze Zahl miteinander? Z. B. $\frac{3}{4} \times 7$.

L. Wie vervielfältigt man einen Bruch mit einem Bruch? Z. B. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.

L. Wie vervielfältigt man einen Bruch und eine gemiſchte Zahl miteinander? Z. B. $\frac{2}{3} \times 7\frac{4}{5}$.

L. Wie vervielfältigt man zwey gemiſchte Zahlen miteinander? Z. B. $1\frac{2}{3} \times 7\frac{4}{5}$.

L. Wie findet man, wie vielmal ein Bruch in einer ganzen Zahl enthalten iſt? Z. B. $\frac{2}{3}$ in 7.

L. Wie findet man, wie vielmal eine gemiſchte Zahl in einer ganzen enthalten iſt? Z. B. $3\frac{2}{5}$ in 12.

L. Wie findet man, wie vielmal eine ganze Zahl in einem Bruch enthalten iſt? Z. B. 4 in $\frac{1}{2}$.

L. Wie findet man, wie vielmal eine ganze Zahl in einer gemiſchten Zahl enthalten iſt? Z. B. 4 in $10\frac{2}{5}$.

L. Wie findet man, wie vielmal ein Bruch in einem andern enthalten iſt? Z. B. $\frac{4}{9}$ in $\frac{2}{3}$, oder: $\frac{5}{13}$ in $\frac{12}{13}$.

L. Wie findet man, wie vielmal eine gemiſchte Zahl in einer gemiſchten Zahle enthalten iſt? Z. B. $3\frac{1}{2}$ in $12\frac{2}{3}$.

Dieſe und ähnliche Fragen mögen ſo lang gemacht, und nöthigenfalls durch Beyſpiele erklärt werden, bis die Schüler von Allem genau Rechenſchaft geben können.

Nun kann man beſonders, wenn die Lehrlinge blos zur Regel Detri angeleitet werden ſollen, die DezimalBrüche, nebſt der Quadrat- und Kubik-Rechnung noch weglaſſen, und ſogleich die geometriſchen Verhältniße und Proportionen vornehmen.

Will man endlich auch mit der Quadratrechnung anfangen, ſo nimmt man zuvor die Dezimalbrüche, aber nur bis zur Addition derſelben, und alsdann das von der Würde der Zahlen ꝛc.

Ob und wann der Lehrer auch das Uebrige ſeinen Schülern beybringen ſoll, werden ſeine eigenen Umſtände beſtimmen. Am beſten wäre es freylich, wenn alles ſo, wie es hier auf einander folgt, geübt werden könnte.

---

2) Zehntheilige Brüche oder Dezimal-Brüche.

Erklärungen.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{5}{10}$ $\frac{8}{100}$ $\frac{7}{1000}$ an die Tafel und ſpricht:]

Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000 oder überhaupt ein Einſer mit einer oder mehreren Nullen iſt, kann man ohne Nenner ſchreiben, und dieſe blos an gewiſſen Stellen erkennen. Gebet daher Acht, wie ich die drey Brüche hier ohne Nenner ſchreibe!

[Er ſchreibt weiter rechts = 0′587, deutet auf dieſe Ziffern, und ſpricht:]

Die Nulle mit dem Beyſtrich bedeutet, daß keine Ganzen

vorhanden ſind. Nun bedeutet die erſte Stelle nach dem Beyſtrich 10tel, die 2te Stelle 100tel, die 3te Stelle 1000tel, und ſo fort jede folgende Stelle 10mal kleinere Theile. [Er wiſcht $\frac{5}{10}$ $\frac{8}{100}$ und $\frac{7}{1000}$ = weg] Ich will euch jetzt dieſe Brüche ausſprechen: [Er deutet auf 0,5 ꝛc.]

Kein Ganzes, 5 Zehntel, 8 Hundertſtel, 7 Tauſendſtel.

L. Schreibet dieſe Brüche eben ſo ohne Nenner!

L. Schreibet eben ſo folgende Brüche darunter!

Kein Ganzes, 4 Zehntel, 6 Hundertſtel, 2 Tauſendſtel!
Kein — 8 —, 3 —, 9 —!
Kein — 7 —, 4 —, 3 — 2 Zehntauſ.!
Kein — kein —, kein —, 7 —!
Kein — kein —, 8 — !
Kein — 5 — !

L. Zeiget, was ihr geſchrieben habet! [Die Brüche müſſen geſchrieben ſeyn, wie hier links folgt, und wie ſie der Lehrer jetzt auch ſelbſt an die Tafel ſchreiben muß.]

0,587 L. Wiſcht all euere Ziffern weg, betrachtet ſie
0,462 hier an der Tafel, und ſprecht jede einzeln aus!
0,839 Ant. Kein Ganzes, 5 Zehntel, 8 Hundertſtel
0,7432 7 T. ꝛc. u. ſ. w.
0,007 L. Sprechet dieſe Brüche wieder aus, jedoch,
0,08 ohne bey den Nullen etwas zu ſagen!
0,5 Ant. 5 Zehntel, 8 Hundertſtel, 7 Tauſ.
u. ſ. w.

[Bey 0,007 ſpricht man alſo kurz: 7 Tauſendſtel.]
[Bey 0,08 ſpricht man nur: 8 Hundertſtel.]
[Bey 0,5 — — — : 5 Zehntel.]

L. Solche Brüche, deren Nenner 10, 100 oder überhaupt ein Einſer mit einer oder mehreren Nullen iſt, heißt man, in ſo fern ſie ohne Nenner geſchrieben werden, zehntheilige Brüche oder Dezimal-Brüche.

Sind aber dergleichen Brüche mit ihren Nennern geſchrieben, ſo heißt man ſie, wie alle übrigen, nur gemeine Brüche.

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt 0, 5 und ſpricht:]

Dieſer Bruch bedeutet: kein Ganzes, 5 Zehntel. [Er ſchreibt unter denſelben 6, 5] Was wird demnach dieſe Bezeichnung bedeuten? Ant. 6 Ganze, 5 Zehntel.

L. Auf dieſe Art kann man mit jedem Dezimal-Bruche ſo viel Ganze verbinden als man will; nur muß man den Beyſtrich nicht vergeſſen, der die Bruchſtellen von den Stellen der ganzen Zahlen unterſcheidet.

Schreibet daher wieder folgende Beyſpiele untereinander:
Kein Ganzes, 5 Zehntel!
3 Ganze, 5 Zehntel!
3 — , 5 — , 8 Hundertſtel!
4 — , kein — , 7 — , 5 Tauſendſtel!
25 — , 2 — , kein — , 3 — !
6 — , 5 — , 8 — , 7 — !

L. Zeuget eure Beyſpiele! [Dieſe müſſen ſein, wie hier links]

0, 5 L. Sprecht dieſe Beyſpiele aus, ohne bey den
3, 5 Nullen etwas zu ſagen! Ant. 5 Zehntel.
3, 58 3 Ganze, 5 Zehntel. ꝛc.
4, 075 [Haben die Schüler hier noch nicht die erwünſchte
25, 203 Fertigkeit im Anſchreiben, ſo gibt man ihnen noch
6, 587 mehrere ſolche Beyſpiele an.]

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel und ſchreibt 0, 24]

L. Wie ſpricht man hier den 2er und 4er beſonders aus? Ant. 2 Zehntel, 4 Hundertſtel.

L. Wenn man 1 Ganzes in 10 gleiche Theile zertheilt, und jedes 10tel wieder in 10 kleinere Theile; in wie viel gl. Theile zerfällt es da? Ant. In 100 gl. Theile.

L. Da nun 1 Zehntel 10 Hundertſtel beträgt, wie viel 100tel betragen 2 Zehntel? Ant. 20 Hundertſtel.

L. 20 Hundertſtel und 4 Hundertſtel? wie viel 100tel ſind dieß zuſammen? Ant. 24 Hundertſtel.

L. Dieſe Zahlen kann man alſo auf zweyerley Art ausſprechen, nämlich! 2 Zehntel nnd 4 Hundertſtel, oder kurz: 24 Hundertſtel.

[Er ſchreibt 0,045.]

L. Wie ſpricht man hier den 4er und 5er einzeln aus? Ant. 4 Hundertſtel und 5 Tauſendſtel.

L. Wenn man jedes 100tel wieder in 10 Theilchen zertheilt; in wie viel gl. Theile zerfällt da das Ganze? Ant. In 1000 gl. Theile.

L. Da alſo 1 Hundertſtel 10 Tauſendſtel beträgt; wie viel 1000tel betragen 4 Hundertſtel? Ant. 40 Tauſendſtel.

L. 40 Tauſendſtel und 5 Tauſendſtel; wie viel 1000tel ſind dieß zuſammen? Ant. 45 Tauſendſtel.

L. Folglich kann man auch dieſe Zahlen (ohne die Nullen) wieder auf zweyerley Art ausſprechen, nämlich: $\frac{4}{100}$ $\frac{5}{1000}$, oder zuſammen: $\frac{45}{1000}$ſtel.

[Er ſchreibt 8, 2]

L. Wie ſpricht man jede dieſer zwey Zahlen einzeln aus? Ant. 8 Ganze, $\frac{2}{10}$.

L. 8 Ganze, wie viel 10tel ſind ſie? Ant. $\frac{80}{10}$.

L. wie Wie viel 10tel ſind alſo 8 Ganze und 2 Zehntel zuſammen? Ant. $\frac{82}{10}$.

L. So wie hier kann man immer mehrere Brüche, oder auch Ganze und Brüche zuſammen mit einem gemeinſchaftlichen Nenner ausſprechen, welchen jedes Mal die geringſte Bruchſtelle (das iſt: die äuſſerſte rechts) gibt.

[Er wiſcht alles von der Tafel, und ſchreibt wieder die hier links folgenden Beyſpiele.]

L. Sprecht mir jetzt alle dieſe DezimalBrüche ſo aus, daß ihr jede Stelle ohne die Nullen zuerſt mit ihrem beſondern Nenner, und dann jedes Mal alle Stellen zuſammen mit ihrem gemeinſchaftlichen Nenner angebet! [Dieſe Brüche nebſt ihrer zweyfachen Ausſprache ſind, wie folgt]!

0,24	2 Zehntel, 4 Hundertſtel . . .	Oder	24 Hſtel.
0,045	4 Hundertſtel, 5 Tauſendſtel .	—	45 Tſtel.
0,245	2 Zehntel, 4 Hundertſtel, 5 Tſdſtel.	—	245 Tſtel.
0,38	3 Zehntel, 8 Hundertſtel. . . .	—	38 Hſtel.
0,479	4 Zehntel, 7 Hundertſtel 9 Tſtel.	—	479 Tſtel.
0,601	6 Zehntel, 1 Tauſendſtel.	—	601 Tſtel.
8,2	8 Ganze, 2 Zehntel	—	82 Zhntl.
8,04	8 Ganze, 4 Hundertſtel	—	804 Hſtel.
8,24	8 Ganze, 2 Zehntel, 4 Hundertſtel .	—	824 Hſtel.
8,005	8 Ganze, 5 Tauſendſtel	—	8005 Tſtel.
8,245	8 Ganze, 2 Zehntel 4 Hundertſtel 5 T.	—	8245 Tſtel.
7,245	7 Ganze, 2 Zehntel 4 Hundertſtel 5 T.	—	7245 Tſtel.
6,479	6 —, 4 — 7 — 9 —.	—	6479 Tſtel.
8,079	8 —, . . . 7 — 9 —.	—	8079 Tſtel.
3,009	3 —, ... 9 —.	—	3009 Tſtel.
72,034	72 —, ... 3 — 4 —.	—	72034 Tſtel.

(Er wiſcht alles von der Tafel.)

L. Wenn ein Dezimal-Bruch blos 10tel anzeigen ſoll, ſo darf er nach dem Beyſtrich rechts nur eine Stelle haben; ſoll er 100tel anzeigen, ſo muß er aber nach dem Beyſtrich rechts 2 Stellen haben; wie viel Stellen muß aber ein Dezimal-Bruch haben, wennn er 1000tel anzeigen ſoll? Ant. 3 Stellen.

L. Wie viel Stellen wird aber ein Dezimal-Bruch nach dem Beyſtrich rechts haben müſſen, wenn er 10000ſtel anzeigen ſoll? Ant. 4 Stellen.

L. So ſchreibet folgende Dezimal-Brüche untereinander:

2 Zehntel!* 4 Zehntel! 5 Hundertſtel! 7 Hundertſtel! 9 Tſtel!
24 Zehntel! 82 — ! 24 — ! 38 — ! 45 —!
237 — ! 503 — ! 824 — ! 804 — ! 245 —!

* [Um die auf dieſe Art angegebenen Dezimal-Brüche rich-
0,2 tig zu ſchreiben, verfährt man am bequemſten, wenn
0,4 man jede Zahl ſogleich wie eine ganze irgend wohin
0,05 ſchreibt, und dann erſt die beſondere Bezeichnung mit
0,07 dem Beyſtrich macht. Soll man alſo 2 Zehntel ſchrei-
0,009 ben, ſo ſchreibt man blos 2 hin, macht links einen
2,4 Beyſtrich und dann erſt die Nulle.
8,2 Eben ſo kann man, um 24 Zehntel zu ſchreiben, ſo-
0,24 gleich 24 anſetzen, und dann erſt links an den 4er
0,38 einen Beyſtrich machen.
0,045 Der Lehrer helfe den Schülern in zweifelhaften Fäl-
23,7 len auf dieſe Art, und übe ſie bis zur hinlänglichen
50,3 Fertigkeit in dergleichen Beyſpielen. Die ſo eben angege-
8,24 benen müſſen zuletzt erſcheinen wie hier links.]
8,04
0,245

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, und ſchreibt 0, 3]

L. Dieſer Bruch zeigt 3 Zehntel an; was bedeutet aber hier die Nulle? — Ant. Daß kein Ganzes vorhanden iſt.

[Er macht noch eine Nulle links hin, nämlich ſo: 00, 3]

L. Wie viel Ganze würden aber zwey oder noch mehrere Nullen links eines DezimalBruches bedeuten? Ant. Ebenfalls kein Ganzes.

L. Auf dieſe Art bleibt der Gehalt eines jeden Dezimal-Bruches unverändert, man mag ihm links ſo viele Nullen anhängen, als man will.

[Er ſchreibt 0, 3]

L. Dieſer Bruch zeigt 3 Zehntel an; [Er ſetzt rechts noch

eine Nulle bey, nämlich ſo 0, 3 0] wie viel zeigt er aber jetzt an? —

Ant. Wieder nur 3 Zehntel, oder weil jetzt 2 Bruchſtellen vorhanden ſind, ſo kann man 30 Hundertſtel ſagen; allein $\frac{30}{100}$ ſind (abgekürzt) ja auch nur $\frac{3}{10}$. Eben ſo würden die 3 Zehntel, wenn man ihnen rechts noch mehrere Nullen beyſetzte, gleichwohl als mehrere und kleinere Theile ausgeſprochen werden können; aber immer nur $\frac{3}{10}$ bleiben. Und ſo iſt es mit allen Dezimal-Brüchen.

Folglich bleibt der Gehalt eines Dezimal-Bruches überhaupt unverändert, man mag ihm links oder rechts ſo viele Nullen anhängen, als man will.

Verwandlnug der Dezimal-Brüche in gemeine

[Der Lehrer ſchreibt 0, 2]

L. Wie viel zeigt dieß an? Ant. 2 Zehntel.

L. Ich will dieſen Dezimal-Bruch in einen gemeinen Bruch verwandeln:

Dieſer Dezimal-Bruch hat nur eine Bruchſtelle, folglich zeigt er nur 10tel an, und ſein Nenner iſt ein Einſer mit einer Nulle. [Er unterſtreicht die Bruchſtelle, ſetzt den Nenner 10 darunter, und wiſcht alles weg, daß der Bruch ſo an der Tafel ſteht: $\frac{2}{10}$]

L. Schreibet folgenden Dezimal-Bruch! Kein Ganzes, 8 Zehntel! (0, 8)

L. Verwandelt dieſen Dezimal-Bruch eben ſo in einen gemeinen! ($\frac{8}{10}$ oder $\frac{4}{5}$)

[Er ſchreibt 0, 0 4]

L. Gebet Acht, wie ich dieſen Dezimal-Bruch in einen gemeinen verwandle!

Dieſer Dezimal-Bruch hat 2 Bruchſtellen, folglich zeigt er 100tel an, und ſein Nenner iſt ein 1er mit 2 Nullen. [Er unterſtreicht die Bruchſtellen, ſetzt 100 darunter, und wiſcht 0,0 weg, ſo: $\frac{4}{100}$ oder abg. $\frac{1}{25}$.]

L. Schreibet folgenden Dezimalbruch:

Kein Ganzes, kein Zehntel, 7 Hundertſtel! (0,07)

L. Verwandelt dieſen in einen gemeinen Bruch! ($\frac{7}{100}$)

L. So kann man alle Dezimal-Bruche in gemeine Brüche verwandeln, nämlich: Man unterſtreicht die Bruchſtellen, und ſchreibt je nachdem ſolcher Bruch eine 2, 3 ꝛc. Bruchſtellen hat, einen Einſer mit einer, 2, 3 ꝛc. Nullen als Nenner darunter.

Schreibet jetzt folgende Dezimal-Brüche untereinander

Kein Ganzes, 2 Zehntel!
Kein —, kein —, 4 Hundertſtel!
— —, — —, kein — ! 5 Tauſendſtel!
— —, 2 —, 4 — ! 5 — !
— —, 2 —, 4 — !
8 Ganze, 2 — !
8 —, 2 —, 4 — !
u. ſ. w.

$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
$0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$
$0,005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$
$0,245 = \frac{245}{1000} = \frac{49}{200}$
$0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$
$8,2 = 8\frac{2}{10} = 8\frac{1}{5}$

L. Schreibet neben jeden dieſer Dezimalbrüche, wie er als gemeiner Bruch geſchrieben wird, und kürzet die gemeinen, wo möglich, ab!

L. Zeiget eure verwandelten Brüche! [Dieſe müſſen ſeyn, wier hier links.]

u. ſ. w.

Verwandlung der gemeinen Brüche in Dezimal=Brüche.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{1}{4}$ =]

L. Wie wird man wohl dieſen gemeinen Bruch in einen Dezimal=Bruch verwandeln? —

L. Das könnt ihr an dieſem einzigen Beyſpiele ſehen!

$\frac{1}{4}$ heißt ſo viel als der 4te Theil von 1 Ganzen [Er ſchreibt 4 | 1 ( ]

Der 4te Theil von 1 Ganzen iſt kein Ganzes. [Er ſchreibt 0, in die Anzeigerſtelle.]

1 Ganzes iſt 10 Zehntel; [Er ſchreibt 10 Zehntel unter 1] ich nehme daher den 4ten Theil von 10 Zehnteln.

Dieſen bekomme ich, wenn ich unterſuche, wie vielmal 4 in 10 (eigentlich: $\frac{4}{10}$ in $\frac{10}{10}$) enthalten ſind.

4 ſind in 10 zweymal enthalten ꝛc. [Er ſchreibt 2 in die Anz. Stelle] und 2 Zehntel bleiben übrig.

2 Zehntel ſind [Er ſchreibt 0 Hundertſtel zu dem Reſte] 20 Hſtel.

Ich nehme daher auch noch den 4ten Theil von den 20 Hſteln.

Dieſen bekomme ich, wenn ich unterſuche, wie vielmal 4 in 20 enthalten ſind ꝛc.

$\frac{1}{4}$ = 4 | 1 (=0, 25
10 Zehntel
8
20 Hſtel.
20
..

[Die ganze Berechnung muß ausſehen wie hier links]

L. Wie viel beträgt alſo $\frac{1}{4}$ als Dezimal-Bruch? Ant. 2 Zehntel und 5 Hſtel, oder 25 Hſtel.

L. Auf dieſe Art kann man jeden gemeinen Bruch in einen Dezimal-Bruch verwandeln, nämlich ſo:

Man denkt ſich jedes Mal ſo viel Ganze, als der Zähler Einheiten hat, in lauter 10teln 100teln oder 1000teln ꝛc, und nimmt den ſo vielten Theil davon, als der gegebene Nenner

anzeigt. [Oder nach der gewöhnlichen Regel: Man ſetzt zu dem Zähler 0, oder 00 ꝛc und unterſucht, wie vielmal der Nenner darin enthalten iſt.]

Berechnet daher eben ſo Folgendes!

Welchen DezimalBruch erhält man aus $\frac{1}{2}$? Ant. 0, 5

— — — — — $\frac{1}{5}$? —. 0, 2

— — — — — $\frac{3}{5}$? —. 0, 6 *

* Aufl.. $\frac{3}{5}$ heißt ſo viel als: der 5te Theil von 3 Ganzen.

$\frac{3}{5}$ = 5 | 3 (0, 6
30
30
--

Der 5te Theil von 3 Ganzen iſt kein Ganzes (0,) 3 Ganze ſind 30 Zehntel, ich nehme daher den 5ten Theil von 30 Zehnteln.

Dieſen bekomme ich ꝛc.

Welchen DezimalBruch erhält man aus $\frac{3}{4}$? Ant. 0, 75

— — — — — $\frac{2}{3}$? Ant. 0, 666 ꝛc. *

— — — — — $\frac{5}{6}$? Ant. 0, 83 ꝛc.

* [Bleibt immer wieder ein Reſt, ſo kann man mit dem Theilen fortfahren, bis der Reſt für nichts mehr zu achten iſt. Demnach hätte man hieran 0, 666 nur noch um 2 Tauſendſtel zu wenig.]

[Anm. Eben ſo kann auch in den gewöhnlichen Theilungen ganzer Zahlen der Reſt jedes Mal ſogleich als DezimalBruch ausgedrückt werden. Man muß nur Acht geben, daß man, ſobald man auf ſolchen Reſt kommt, einen Beyſtrich zu dem Anzeiger macht, um die Ganzen von den noch folgenden Theilen zu unterſcheiden. Z. B.

Wie vielmal iſt die Zahl 8 in 275 enthalten?

8 | 275 (34,375
24
35
32
* 30
24
—

Ant. 34mal, und $\frac{375}{1000}$mal.

* Hier bleiben nämlich 3 übrig; daher ſpricht man: 8 ſind in 3 kein ganzes Mal enthalten, (Man macht einen Beyſtrich in die Anzeigerſtelle (ſondern nur Zachtelmal.

60	3 Achtel heißt ſo viel als: der 8te Theil
56	von 3 Ganzen, oder von (Man ſetzt 0
40	zu 3) 30 Zehnteln.
40	Dieſen finde ich, wenn ich unterſuche, wie
- -	vielmal 8 in 30 ꝛc.]

Anmerkung.

[Iſt man ſo weit mit den DezimalBrüchen bekannt, ſo kann man wenigſtens die Quadrat- und Kubik-Wurzeln auf die genaueſte nud bequemſte Art ausziehen, und wenn man ſich nicht weiter einlaſſen will, vorkommende Aufgaben über die 4 Spezies in DezimalBrüchen mit gemeinen Brüchen berechnen. Man verwandelt nämlich in letzterm Falle die gegebenen DezimalBrüche in gemeine, und verfahrt wie gewöhnlich.

Der Lehrer durchgeht daher, um nöthigen Falls Gebrauch machen zu können vollends, die nachſtehenden Anſichten.

Die vier Spezies in Dezimalbrüchen.

Addition.

Um DezimalBrüche zuſammen zu zählen, ſchreibt man Ganze unter Ganze, 10tel untr 10tel, 100tel unter 100tel ꝛc. (bey der geringſten Stelle angefangen) alle übereinander ſtehende Zahlen zuſammen, und trägt die allenfalls erhaltenen Zehner jedes Mal zur nächſt höhern Stelle wie bey ganzen Zahlen .... Demnach kommen

die Ueberträge von den 1000teln zu den 100teln
die — — — 100 — — — 10teln, und
— — — — 10 — — — Ganzen.

Folglich wird der Beyſtrich in der Summe unter die Beyſtriche der angegebene Zahlen geſetzt. Z. B.

0,984	4,253	8,562	8,562	$8\frac{562}{1000}$
0,867	2,801	0,9	0,900	$\frac{900}{1000}$
0,796	5,092			
0,879				
0,752	7,008	3,07	3,070	$3\frac{70}{1000}$
4,278	19,154	12,532 *	12,532	$12\frac{532}{1000}$

* Enthält eine der gegebenen Zahlen 10tel, eine andere aber 100tel ꝛc., ſo kann man die leeren Stellen mit Nullen ausfüllen, wie das 3te und 4te Beyſpiel zeigt.

Eben dieſe Berechnung iſt im 5ten Beyſpiele durch gemeine Brüche ausgedrückt.

Subtraction.

[Um einen DezimalBruch von einem andern abzuziehen, verfährt man wie bey ganzen Zahlen.... Was von den 1000teln übrig bleibt, kommt in die Stelle der 1000tel: was von den 100teln übrig bleibt, kommt in die Stelle der 100tel, u. ſ. w.

Folglich kommt auch der Beyſtrich im Reſte wieder unter die Beyſtriche der angegebenen Zahlen. Z. B.

0,748	6,23	9,201	8,391
0,325	4,85	8,436	0,504
0,423	1,38	0,765	7,887

7,235		7,235	6,4		6,400
4,62	oder	4,620	2,435	oder	2,435
		2,615			3,965

Multiplikation.

Beym Vervielfältigen verfährt man mit DezimalBrüchen wie mit ganzen Zahlen nur muß man, um zuletzt in dem

Inhalte die Bruchſtellen durch den Beyſtrich gehörig abzuſondern, gleich anfangs jede der gegebenen Zahlen mit ihrem größten Nenner ausſprechen, und Folgendes beobachten:

Ganze mit 10teln vervielfältigt, geben 10tel,
Ganze mit 100teln — , — 100tel,
Ganze mit 1000teln — , — 1000tel.
10tel — 10teln — , — 100tel,
10tel — 100teln — , — 1000tel,
10tel — 1000teln — , — 10,000tel.
100tel — 100teln — , — auch 10,000tel. 2c.

Folglich bekommt der Inhalt
im 1ſten Falle einen Beyſtrich mit einer Bruchſtelle,
im 2ten — — — — 2 — ,
im 3ten — — — — 3 — ,
im 4ten — wieder — — — 2 — , 2c.

Hierauf gründet ſich die ſonſt gewöhnliche Regel, nämlich:

So viel Bruchſtellen die Grundzahlen (factores) zuſammen haben, ſo viele Bruchſtellen bekommt der Inhalt allein. Z. B. Wie viel geben

a) 248 mit 3,7 vervielfältigt? Ant. 917,6
248 — 0,37 — ? — 91,76
248 — 0,037 — ? — 9,176
b) 24,8 — 3,7 — ? — 91,76
c) 24,8 — 0,73 — ? — 9,176
24,8 — 0,037 — ? — 0,9176
2,48 — 0,37 — ? — 0,9176

a) Hier werden 248 Ganze mit 37 Zehnteln vervielfältigt, folglich gibt es 9176 Zehntel, das iſt: 917,6 oder 917 Ganze und 6 Zehntel.

b) dieſes Beyſpiel würde in gemeinen Brüchen ſo ausſehen: $\frac{248}{10} \times \frac{37}{10} = \frac{9176}{100}$

24,8 0,37 1736 744 9,176	c) Dieſes Beyſpiel wird alſo berechnet, wie hier links.

Noch einige Beyſpiele.

Welcher Inhalt entſteht, wen man 654 mit 0,2 vervielfaltigt? Ant 1308 Zehntel, d. iſt: 130,8.

Welcher Inhalt entſteht, wenn man 432 mit 0,07 vervielf.?

Ant. 30,24

— — — , — — 43,2 — 0,07 vervielf.?

Ant 3,024

— — — , — — 0,26 — 0,7 vervielf.?

Ant. 0,182

— — — , — — 321 — 0,904 vervielf.

Ant. 290,184

Wird ein DezimalBruch mit 10 (Ganzen) vervielfältigt, ſo erhält man ſtatt eines jeden der gegebenen Theile 10 ſolche Theile; folglich bekommt man zunächſt auf der Zehntelſtelle ſo viel Ganze als Zehntel angegeben waren.

Um nun dieſes anzuzeigen, und ſolche Vervielfältigung auf die kürzeſte Art zu verrichten, ſetzt man nur den Beyſtrich nm eine Stelle weiter rechts. Z. B.

Welchen Inhalt geben 7,536 mit 10 vervielf.? Ant 75,36
— — — 64,21 — 10 — .? — 642,1
— — — 0,358 — 10 — .? — 3,58

Aus ähnlichen Gründen erhellet, daß man den Beyſtrich um zwey oder drey Stellen rechts ſetzt, um einen Dezimalbruch mit 100 oder 1000 auf die kürzeſte Art zu vervielfältigen. Z. B.

Welchen Inhalt geben 7,536 mit 100 vervielf.? Ant. 753,6
— — — 2,8704 — 100 — ? — 287,04
— — — 2,8704 — 1000 — ? — 8270,4

u. ſ. w.

Diviſion.

Beym Theilen der Dezimalbrüche kann man Theiler und

Theilungszahl gerad ſo ſchreiben, wie beym Theilen der ganzen Zahlen. Uebrigens hangt man der einen Zahl, wenn beyde nicht gleichviele Bruchſtellen (oder gleiche Nenner) haben, rechts ſo viele Nullen an, als nöthig ſind.

Haben ſie nun gleichviele Bruchſtellen, ſo iſt der Theiler entweder wenigſtens einmal in der Theilungszahl enthalten, oder weniger als einmal.

Im 1ſten Falle theilt man ſogleich, als wenn es ganze Zahlen wären, und drückt den allenfallſigen Reſt durch Bruchſtellen aus, wie oben bey der Verwandlung gemeiner Brüche in DezimalBrüche in der erſten Anmerkung gezeigt wurde.

Im 2ten Falle kann die Theilung ſogleich als ein gemeiner Bruch angeſehen, und in einen DezimalBruch verwandelt werden.

Ueberhaupt müſſen Theiler und Anzeiger (als Faktoren betrachtet) zuſammen ſo viele Bruchſtellen erhalten, als die Theilungszahl allein hat. Somit kann man nach jeder der unten folgenden Berechnungen die Probe machen, indem man nämlich zuletzt den Theiler und den heraus gekommenen Anzeiger mit einander vervielfältigt, oder die ganze Berechnung auch in gemeinen Brüchen macht.

Beyſpiele nach dem 1ſten Falle.

a) Wie vielmal ſind	0,2	in	0,8	enthalten?	Ant.	4ma
b) — — —	0,3	in	4,5	—	? — .	15 —
c) — — —	2,4	in	19,2	—	? — .	8 —
d) — — —	0,06	in	0,54	—	? — .	9 —
e) — — —	0,013	in	0,546	—	? — .	42 —

Aufſöſungen.

Aus der Theilung der gemeinen Brüche iſt bekannt, daß 10tel in 10teln ſo vielmal enthalten ſind als Ganze in Ganzen;

100tel in 100teln ſo vielmal, als Ganze in Ganzen;

1000tel in 1000teln ſo vielmal, als Ganze in Ganzen; rc.

Daher laſſe man die Schüler wenigſtens ſo lang, bis ſie hinlängliche Fertigkeit haben, die Auflöſungen dergleichen Aufgaben ſo machen wie hier folgt:

0,2|0,8(4
2| 8
8
—
-

a) 2 Zehntel ſind in 8 Zehnteln ſo vielmal enthalten, als
2 Ganze ſind in 8 Ganzen. (Man kann hier den 2er und 8ter herab ſetzen)
2 ſind in 8 viermal enthalten; 4mal 2 ſind 8. 8 von 8 bleibt Nichts.

$\frac{2}{10}\Big|\frac{8}{10}(4$
8
—
-

In gemeinen Brüchen iſt die Berechnung wie hier links.

c) 24 Zehntel ſind in 192 Zehnteln ſo vielmal enthalten als
24 Ganze in 192 Ganzen. ꝛc.

2,4
8
—
19,2

(Die Probe über dieſe Berechnung iſt hier links.)

d) 6 Hundertſtel ſind in 54 Hundertſteln ſo vielmal enhalten als
6 Ganze in 54 Ganzen ꝛc.

Beyſpiele, in deren Berechnung man auf einen Reſt kommt.

a) Wie vielmal ſind 0,2 in 0,9 enthalten? Ant. 4, 5mal
b) — — — 0,3 in 4,7 — ? — 15, 66 ꝛc —
c) — — — 0,06 in 0,55 — ? — 9, 16 ꝛc. —
d) — — — 0,013 in 0,549 — ? — 42, 2307 ꝛc —

0,2|0,9 (4,5
2| 9
8
—
10
—
.. ..

a) Aufl. 2 Zehntel ſind in 9 Zehnteln ſo vielmal enthalten
als 2 Ganze in 9 Ganzen. (Man ſetzt den 2er und 9er herab)
2 ſind in 9 viermal enthalten; 4mal 2 ſind 8, 8 von 9 bleibt 1.

2 ſind in 1 kein ganzes Mal (Man macht einen Beyſtrich zu 4,) ſondern nur 1 halbes Mal enthalten

1 Halbes heißt ſo viel als der halbe Theil von 1 Ganzen oder von (Man ſetzt eine Nulle zu 1) 10 Zehnteln. Den halben Theil von 10 Zehnteln finde ich, wenn ich unterſuche, wie vielmal 10 in 2 enthalten ſind. ꝛc.

15,66
0,3
4,698
2 +
4,700

b) Die Probe über dieſes Beyſpiel wird gemacht wie hier links.

4,700 iſt eben ſo viel als 4,7.

Beyſpiele, in welchen die eine Zahl nicht ſo viele Bruchſtellen hat, als die andere.

a)	Wie	vielmal	ſind 0,02	in 0,8	enthalten?	Ant.	40mal
	—	—	— 0,03	in 0,6	— ?	— .	20 —
b)	—	—	— 0,24	in 19,2	— ?	— .	80 —
	—	—	— 0,006	in 0,54	— ?	— .	90 —
c)	—	—	— 0,2	in 8	— ?	— .	40 —
	—	—	— 0,3	in 6	— ?	— .	20 —
d)	—	—	— 0,02	in 8	— ?	— .	400 —
e)	—	—	— 0,003	in 6	— ?	— .	2000 —
f)	—	—	— 0,009	in 4,5	— ?	— .	500 —
	—	—	— 0,024	in 19,2	— ?	— .	800 —

Auflöſungen.

a) Hier hat der Theiler zwey Bruchſtellen, und die Theilungszahl nur eine, daher ſetzt man eine Nulle zu 8, und ſpricht: 2 Hundertſtel ſind in 80 Hundertſteln ſo vielmal enthalten als

2 Ganze in 80 Ganzen. (Man ſetzt den 2er und 80 herab.)

```
0,02|0,80 (40
   2| 80
     8
    ---
    - 0
```

2 ſind in 8 4mal enthalten ꝛc.

b) 24 Hundertſtel ſind in 1920 Hſteln ſo vielmal enthalten, als 24 Ganze in 1920 Ganzen. ꝛc.

c) Hier hat der Theiler nur eine Bruchſtelle, und die Theilungszahl gar keine; daher ſetzt man eine Nulle zu 8, (und wenn man will, auch noch einen Beyſtrich vor die Nulle) und ſpricht: 2 Zehntel ſind in 80 Zehnteln ſo vielmal enthalten, als 2 Ganze in 80 Ganzen ꝛc.

```
0,2|8,0 (40
  2|80
   8
  ---
   - 0
```

(Die Darſtellung iſt hier links.)

d) Hier ſetzt man 2 Nullen zu 8, und ſpricht: 2 Hundertſtel ſind in 800 Hundertſteln ſo vielmal enthalten als 2 Ganze in 800 Ganzen ꝛc:

e) Hier ſetzt man zu 6 noch 3 Nullen, und ſpricht: 3 Tauſendſtel ſind in 6000 Tauſendſteln ſo vielmal enthalten, als 3 Ganze in 6000 Ganzen. ꝛc. (wie hier links)

```
0,003|6,000 (2
    3|6000
      6
     ---
      -
```

f) Hier ſetzt man nach 4,5 zwey Nullen und ſpricht:

9 Tauſendſtel ſind in 4500 Tauſendſteln ſo vielmal enthalten, als 9 Ganze in 4500 Ganzen. ꝛc.

Beyſpiele nach dem 2ten Falle.

a) Wie	vielmal	ſind	0,8	in 0,2	enthalten	?	Ant. 0,25	mal.
—	—	—	0,6	in 0,3	—	?	— 0,5	—
b) —	—	—	0,08	in 0,02	—	?	— 0,25	—
—	—	—	0,006	in 0,003	—	?	— 0,5	—
—	—	—	0,45	in 0,09	—	?	— 0,2	—
c) —	—	—	0,546	in 0,013	—	?	— 0,023 ꝛc	—
d) —	—	—	0,8	in 0,02	—	?	— 0,025	—

Wie vielmal ſind 0,6 in 0,03 enthalten ? Ant. 0,05 mal.
e) — — — 0,08 in 0,002 — ? — 0,025 —
— — — 4,5 in 0,09 — ? — 0,02 —
— — — 5,46 in 0,013 — ? — 0,0023 ꝛc. —
— — — 8 in 0,2 — ? — 0,025 —
— — — 6 in 0,3 — ? — 0,05 —
— — — 8 in 0,02 — ? — 0,0025 —
— — — 9 in 0,003 — ? — 0,00033 ꝛc. —
— — — 45 in 0,09 — ? — 0,002 —

Aufloͤſungen.

0,8|0,2 (0,25
8| 20
16
40
40
-.-

a) 8 Zehntel ſind in 2 Zehnteln ſo vielmal enthalten, als
8 Ganze in 2 Ganzen (Man ſchreibt den 8er und 2er herab)
8 Ganze ſind aber in 2 Ganzen kein ganzes Mal enthalten, (Man ſetzt eine Nulle nebſt einem Beyſtrich in die Anzeiger-Stelle) ſondern nur zwey 8telmal.

Zwey 8tel heißt ſo viel als: der 8te Theil von 2 Ganzen oder (Man ſetzt eine Nulle zu 2) von 20 Zehnteln.

Den 8ten Theil von 20 Zehnteln finde ich, wenn ich unterſuche, wie vielmal 8 in 20 enthalten ſind. 8 ſind in 20 zweymal enthalten ꝛc. Es bleiben 4 übrig, das ſind 4 Zehntel oder (Man ſetzt eine Nulle zu 4) 40 Hundertſtel.

Nun nehme ich auch den 8ten Theil von dieſen 40 Hundertſteln; ich finde ihn, wenn ich unterſuche, wie vielmal 8 in 40 enthalten ſind ꝛc.

b) 8 Hunderſtel ſind in 2 Hundertſteln ſo vielmal enthalten, als 8 Ganze in 2 Ganzen ꝛc.

c) 546 Tauſendſtel ſind in 13 Tauſendſteln ſo vielmal enthalten, als 546 Ganze in 13 Ganzen (Man ſchreibt beyde

```
0,546|0,013 (0,023 ꝛc.
 546 | 1300
       1092
       ----
        2080
        1638
        ----
         442 ꝛc.
```

Zahlen, ohne die Nullen herab) 546 ſind in 13 kein ganzes Mal enthalten (Man ſetzt eine Nulle nebſt einem Beyſtrich in die Anz. Stelle) ſondern nur dreyzehn 546ſtelmal.

Dreyzehn 546ſtel heißt ſo viel als: der 546ſte Theil von 13 Ganzen, oder (Man ſetzt eine Nulle zu 13) von 130 Zehnteln.

Der 546ſte Theil von 130 Zehnteln iſt kein Zehntel (Man ſetzt wieder eine Nulle in die Anzeigerſtelle) Ich nehme den 546ſten Theil von (Man ſetzt eine Nulle zu 130) 1300 Hundertſteln; ich finde ihn, wenn ich unterſuche, wie vielmal 546 in 1300 enthalten ſind. ꝛc.

d) Hier hat der Theiler nur eine Bruchſtelle und die Theilungszahl zwey Bruchſtellen; daher ſetzt man den 8 herab

```
0,8|0,02 (0,025
 80| 200
     160
     ---
      400
      400
      ---
      ...
```

hängt ihm eine Nulle an, und ſpricht: 80 Hundertſtel ſind in 2 Hundertſteln ſo vielmal enthalten, als 80 Ganze in 2 Ganzen. (Man ſetzt auch den 2er herab.) 80 ſind in 2 kein ganzes Mal enthalten (Man ſetzt eine Nulle neben einem Beyſtrich in die Anz. Stelle) ſondern nur zwey 80ſtelmal.

Zwey 80ſtel heißt ſo viel als: der 80ſte Theil von 2 Ganzen, oder (Man ſetzt eine Nulle zu 2) von 20 Zehnteln. ꝛc.

e) Hier hat der Theiler nur 2 Bruchſtellen, die Theilungszahl aber 3; daher ſetzt man den 8er herab, hängt ihm eine Nulle an, und ſpricht; 80 Tauſendſtel ſind in 2 Tſteln. ꝛc.

Wird ein DezimalBruch durch 10 getheilt, ſo erhält man von jeder der gegebenen Stellen den 10ten Theil; folglich bekommt

man zunächſt auf der geringſten Stelle der Ganzen eben ſo viel Zehntel, als Ganze angegeben waren.

Um nun dieſes anzuzeigen, und ſolche Theilung auf die kürzeſte Art zu verrichten, ſetzt man daher den Beyſtrich um eine Stelle weiter links. Z. B.

Wie vielmal ſind 10 in 879,2 enthalten? Ant. 87,92mal.
— — — 10 — 53,87 — ? — 5,387 —
— — — 10 — 6,432 — ? — 0,6432—

Wird ein DezimalBruch durch 100 getheilt, ſo erhält man von jeder der gegebenen Stellen den 100ſten Theil; folglich bekommt man zunächſt auf der geringſten Stelle der Ganzen eben ſo viel 100tel als Ganze angegeben waren.

Daher ſetzt man, um dieſes anzuzeigen, und ſolche Theilung auf die kürzeſte Art zu verrichten, den Beyſtrich um 2 Stellen weiter links. Z. B.

Wie vielmal ſind 100 in 879,2 enthalten? Ant. 8,792mal
— — — 100— 53,87 — ? — 0,5387 —
— — — 100 — 6,432 — ? — 0,06432 —

Aus ähnlichen Gründen ſetzt man, um einen DezimalBruch in der Kürze durch 1000 zu theilen, den Beyſtrich um 3 Stellen weiter links u. ſ. w.

Wer dieſe Vortheile nicht leicht einſieht, der verrichte dergleichen Theilungen lieber nach der eben gezeigten Art, oder in gemeinen Brüchen.

Endlich verdient noch bemerkt zu werden, daß derjenige, der mit den DezimalBrüchen umzugehen weiß, eine Additions-Aufgabe gemeiner Brüche (beſonders wenn ſie ſehr groß iſt) oft leichter in DezimalBrüchen auflöst, als wenn er ſie zuerſt nach der gewöhnlichen Art unter einerley Nenner bringt. Hierüber ſollen nur zwey kleine Beyſpiele folgen.

1) Welche Summe geben $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$ zuſammen?

Aufl. nach der gemeinen Art.	Aufl. in Dezimal-Brüchen.
20ſtel	
$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$	$\frac{3}{4} = 0,75$
$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$	$\frac{2}{5} = 0,4$
$\frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$	$1,15$

15 Hundertſtel ſind (abgekürzt ebenfalls $\frac{3}{20}$.

2) Wie viel ſind $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zuſammen?

Aufl. nach der gem. Art.	Aufl. in Dezimal-Brüchen
60ſtel	
$\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$	$\frac{3}{5} = 0,6$
$\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$	$\frac{2}{3} = 0,666$ ꝛc.
$\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$	$\frac{1}{4} = 0,25$
$\frac{91}{60} = 1\frac{31}{60}$	$1,516$

Hier hat man alſo 1 Ganzes und $\frac{31}{60}$, und hier 1 Ganzes und $\frac{516}{1000}$.

Bringt man dieſe beyden gemeinen Brüche unter einerley Nenner, ſo erhält man

an Statt $\frac{31}{60} = \frac{775}{1500}$ und
an Statt $\frac{516}{1000} = \frac{774}{1500}$

Folglich käme man bey dieſer Dezimal-Rechnung nur um ein 1500tel zu kurz.

Wollte man jedoch die Sache noch genauer haben, ſo dürfte man nur oben an Statt 0,666 ꝛc. 0,6666 ꝛc. oder noch mehrere 6er nehmen.

Von der Würde, Dignität oder Potenz der Zahlen.

I. Erhöhung oder Potenzirung.

In der 1ſten Würde iſt jede Zahl für ſich betrachtet. Hiervon iſt nichts beſonders zu bemerken.

Wichtiger ſind die Zahlen der 2ten und 3ten Würde, das iſt: die Quadrat- und Kubikzahlen.

Anm. Beyde Namen ſind aus der Geometrie (oder Meßkunſt) entlehnt, und können nebſt dem, was ſie eigentlich bedeuten, auch nur dort am beſten aufgefaßt werden. Der Lehrer durchgehe daher mit ſeinen Schülern alles, was im 2ten Theile dieſes Buches von der Quadratwurzel in kleinen Zahlen vorkommt, und alsdann erſt Folgendes:

1) Quadratzahlen

a) Ganze Zahlen.

$1 \times 1 = 1$	[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele und ſpricht:]
$2 \times 2 = 4$	
$3 \times 3 = 9$	Wenn man 2 Einſer mit einander vervielfältigt, ſo entſteht wieder 1.
$4 \times 4 = 16$	
$5 \times 5 = 25$	Wenn man zwey 2er mit einander vervielfältigt, ſo entſteht der Inhalt 4.
$6 \times 6 = 36$	
$7 \times 7 = 49$	Welcher Inhalt entſteht, wenn man zwey 3er mit einander vervielfältigt? Ant. 9.
$8 \times 8 = 64$	
$9 \times 9 = 81$	L. Welcher ꝛc. wenn man zwey 4er ꝛc.? Ant. 16.
$10 \times 10 = 100$	L. — — — — — 5er ꝛc.?
	bis
	L. — — — — — 10er ꝛc.? Ant. 100.

L. Jeder Inhalt, welcher entſteht, wenn man zwey gleiche Zahlen mit einander vervielfältigt, iſt eine Quadratzahl.

Sprecht mir daher Folgendes über dieſe Zahlen hier nach:

Einmal 1 gibt die Quadratzahl 1.
2 mal 2 gibt die — 4.
3 — 3 — — — 9. ꝛc. bis
10 — 10 — — — 100.

[Der Lehrer verändert die vorige Darſtellung wie hier links, und ſpricht:]

$1^2 = 1 \times 1$
$2^2 = 2 \times 2$
$3^2 = 3 \times 3$
$4^2 = 4 \times 4$

Wenn eine Zahl zur Quadratzahl erhoben werden ſoll, ſo ſetzt man ihr oben rechts einen kleinen 2er bey, und dieſer bedeutet, daß zwey ſolche Zahlen mit einander vervielfältigt werden ſollen. Sprecht mir daher Folgendes über dieſe Zahlen nach:

Die Quadratzahl von Eins iſt einmal 1 oder 1.
Die — — 2 iſt 2 mal 2 oder 4.
— — — 3 — 3 — 3 oder 9.
— — — 4 — 4 — 4 oder 16.
— — — 5 — 5 — 5 oder 25.
u. ſ. w.

L. Wie viel iſt die Quadratzahl von 11?

Ant. 11 mal 11 oder —

L. Wenn ihr nicht gleich wißt, welcher Inhalt durch das Vervielfältigen zweyer gleichen Zahlen entſteht, ſo ſetzt ihr ſie unter einander, und vervielfältigt. —

L. Wie viel iſt alſo die Qzahl von 11? Ant. 121.
L. Sucht auch die Quadratzahl von 12! Sie iſt 144.
L. Sucht die Quadratzahl von 13! . . . Sie iſt 169.
u. ſ. w.

L. Die Zahl 100 iſt die Quadratzahl von 10,
Die — 64 — — — — 8,
— — 36 — — — — welcher Zahl?
Ant. von 6.

L. Von welcher Zahl iſt die Zahl 81 die Qdzahl? Von 9
L. — — — — — — 49 — — ? — 7
L. — — — — — — 36 — — ? — 6

L. Diejenige Zahl, aus welcher eine Quadratzahl entſtanden iſt, heißt man die Wurzel der Quadratzahl, oder die Quadratwurzel.

Sprecht mir daher Folgendes nach:
Die Zahl 1 iſt die Quadratwurzel von 1
— — 2 — — — — 4
— — 3 — — — — 9 2c. bis
— — 10 — — — — 100.

L. Die Zahl 9 iſt die Wurzel von 9 mal 9, das iſt: von der Qdzahl 81;
Die Zahl 10 iſt die Wurzel von 10 mal 10, das iſt: von der Qdzahl 100;
Die Zahl 11 iſt die Wurzel von welcher Qdzahl?
Ant. Von 11 mal 11, das iſt: von 121.

L. Von welcher Qdzahl iſt die Zahl 12 die Wurzel?
Ant. Von 12 mal 12, das iſt: von 144.

L. Von welcher Qdzahl iſt die Zahl 13 die Wurzel?
Ant. Von 13 mal 13, das iſt: von 169. 2c.

L. Von welcher Qdzahl iſt die Zahl 10 die Wurzel?
Ant. Von 10 mal 10, das iſt: von 100.

L. Von welcher Qdzahl iſt die Zahl 20 die Wurzel?

Ant. Von 20 mal 20, das iſt: von 400.

L. Von welcher Qdzahl iſt die Zahl 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, und 100 die Wurzel?

Ant. Die Zahl 30 iſt die Wurzel von 30 mal 30, Das iſt von 900.

Die Zahl 40 iſt die Wurzel von 40 mal 40 ꝛc.

---

b) Gebrochene Zahlen.

$$\frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$
$$\frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele, und ſpricht:]

Die Quadratzahl von 1 Halben iſt 1 halbmal 1 Halbes oder ein 4tel;

Die Qdzahl von 1 Drittel iſt 1 Drittelmal 1 Drittel, oder ein 9tel;

Wie viel iſt die Qzahl von 1 Viertel?

Ant. Ein 4tel mal ein 4tel, oder ein 16tel.

L. Wie viel iſt die Qdzahl von 1 Fünftel?

Ant. Ein 5tel mal ein 5tel, oder ein 25ſtel.

L. Wie viel iſt die Qdzahl von 1 Sechstel? — ꝛc. bis Wie viel iſt die Qdzahl von 1 Zehntel?

$$\frac{2^2}{3^2} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$
$$\frac{3^2}{4^2} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$
$$\frac{4^2}{5^2} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$$

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele, und ſpricht:]

Um 2 Brüche mit einander zu vervielfältigen, vervielfältigt man, wie ihr wißt, Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner, und erhält dadurch einen neuen Bruch.

Welcher Inhalt entſteht alſo, wenn man 2 Drittel mit 2 Dritteln vervielfältigt? Ant. vier 9tel.

L. Weil dieſe vier 9tel aus dem Vervielfältigen zweyer gleichen gebrochenen Zahlen entſtanden ſind, ſo ſind ſie auch eine Quadratzahl.

Was für eine Quadratzahl erhält man, wenn man 3 Viertel mit 3 Vierteln vervielfältigt? Ant. 9 16tel.

L. Die Qdzahl von 2 Dritteln iſt 2 Drittel mal 2 Drittel, oder vier 9tel;

Die Qdzahl von 3 Vierteln iſt 3 Viertel mal 3 Viertel, oder neun 16tel;

Wie viel iſt die Qdzahl von vier 5teln?

Ant. Vier 5tel mal vier 5tel, oder 16 25ſtel.

L. Um alſo einen Bruch zur Quadratzahl zu erheben, hat mam nur folgende Regel zu merken:

Man erhebt den Zähler beſonders zur Quadratzahl, und den Nenner ebenfalls ... Dann bekommt man einen neuen Bruch als Quadratzahl.

L. Schreibt jetzt 5 Sechstel, 6 Siebentel, 7 Achtel, 8 Neuntel und 9 Zehntel unter einander, bezeichnet alle Zähler und Nenner mit kleinen 2ern, und erhebt jeden dieſer Brüche wie hier an der Tafel in eine Quadratzahl!

L. Zeigt eure Berechnungen!

$$\frac{5^2}{6^2} = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

$$\frac{6^2}{7^2} = \frac{6}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{36}{49}$$

[Die verfertigten Beyſpiele müſſen ausſehen, wie hier links.]

L. Wiſcht alles weg, und berechnet Folgendes!

Wie viel iſt die Quadratzahl von 7 13teln?
Wie viel — — — — 8 25ſteln?
— — — — — — 7 10teln?
— — — — — — 9 100teln?
Antworten: $\frac{49}{169}$. $\frac{64}{625}$. $\frac{49}{100}$. $\frac{81}{10000}$.

L. Um die Quadratzahl 4 zu bekommen, muß man zwey 2er mit einander vervielfältigen; was für zwey gleiche Zahlen muß man aber vervielfältigen, um die Qdzahl 9 zu bekommen?

Ant. Zwey 3er.

L. Was für zwey ꝛc. um die Qdzahl 16 zu bekommen?
Ant. Zwey 4er

L. — — — ꝛc. — — — 25 zu bekommen?
Ant. Zwey 5er

L. — — — ꝛc. — — — 36 zu bekommen?
Ant. Zwey 6er

L. Wie man ſich jede dieſer Zahlen als einen Inhalt aus zwey gleichen Zahlen denkt, ſo kann man ſich auch die Zahl 2, 3, 5 und jede andere Zahl als einen Inhalt aus 2 gleichen Zahlen oder als Quadratzahl denken. —

Welche 2 gleiche Zahlen muß man aber mit einander vervielfältigen, um die Zahl 5 zu bekommen? Ant. —

L. Vervielfältigt man zwey 2er, ſo bekommt man nur 4;
Vervielfältigt man — 3er, ſo — — gar 9,
folglich muß man es mit 2 gemiſchten Zahlen verſuchen.

$2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$ [Verſuche können
$2\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}$ gemacht werden,
$2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}$ wie hier links.]
u. ſ. w.

L. Solche 2 gleiche Zahlen, oder die Quadratwurzel von 5, kann man nie ganz genau angeben, und eben ſo verhält es ſich mit den Zahlen 2, 3, 6, 7 und vielen andern, und daher gibt es, wenn man die Zahlen überhaupt als Quadratzahlen betrachtet, vollkommene und unvollkommene Quadratzahlen.

L. Welches ſind wohl überhaupt vollkommene Quadratzahlen? Ant. Solche, deren Wurzel ſich ganz genau angeben läßt.

L. Welches ſind überhaupt unvollkommene Quadratzahlen? Ant. Solche ꝛc.

L. Sagt mir alle vollkommene Qdzahlen von 1 bis 100! Ant. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100.

L. Sagt alle unvollkommene Qdzahlen von 1 bis 10! Ant. 2. 3. 5. 6. 7. 8. 10.

---

2) Kubikzahlen.

a) Ganze Zahlen.

$1 \times 1 \times 1 = 1$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links

$2 \times 2 \times 2 = 8$ ſtehenden Beyſpiele, und ſpricht:]

$3 \times 3 \times 3 = 27$ Wenn man zwey Einſer mit ein-

$4 \times 4 \times 4 = 64$ ander vervielfältigt, ſo erhält man

$5 \times 5 \times 5 = 125$ wieder 1 als Quadratzahl, und

wenn man dieſes Eins wieder durch Eins vervielfältigt, ſo erhält man abermal 1.

Wenn man zwey 2er mit einander vervielfältigt, ſo entſteht die Quadratzahl 4, und wenn man dieſe Qdzahl wieder durch 2 vervielfältigt, ſo erhält man die Zahl 8.

Wenn man zwey 3er mit einander vervielfältigt, ſo ent-

ſteht die Obzahl 9; welche Zahl entſteht aber, wenn man dieſe Obzahl wieder 3mal nimmt? Ant. 27.

L. Welche Zahl entſteht, wenn man die Zahl 4 viermal, und die herauskommende Obzahl auch wieder 4 mal nimmt? Ant. 64.

L. Welche Zahl entſteht, wenn man die Zahl 5 fünfmal, und die herauskommende Obzahl auch wieder 5 mal nimmt? Ant. 125.

L. Sprecht mit wieder Folgendes über dieſe Beyſpiele nach:

Einmal 1 mal Eins iſt 1.

Zweymal 2 mal 2, ſind zweymal 4 oder 8.

Dreymal 3 mal 3, ſind dreymal 9 oder 27.

Viermal 4 mal 4, ſind viermal 16 oder 64.

Fünfmal 5 mal 5, ſind fünfmal 25 oder 125.

L. Um den Inhalt 8 zu bekommen, haben wir hier drey 2er mit einander vervielfältigt; wie viel 3er haben wir aber mit einander vervielfältigt, um den Inhalt 27 zu bekommen? Ant. Drey 3er.

L. Was für drey gleiche Zahlen haben wir mit einander vervielfältigt um den Inhalt 64 zu bekommen? Ant. Drey 4er.

L. Was für drey gleiche Zahlen ꝛc. um den Inhalt 125 zu bekommen? Ant. Drey 5er.

L. Ein ſolcher Inhalt, welcher entſteht, wenn man drey gleiche Zahlen mit einander vervielfältigt, iſt eine **Kubikzahl**.

Was iſt eine Kubikzahl? Ant. Ein ſolcher Inhalt, welcher ꝛc.

L. Was iſt aber eine Quadratzahl?

L. Wenn eine Zahl zur Quadratzahl erhoben werden ſoll, ſo ſetzt man ihr oben rechts einen kleinen 2er bey, zum Zeichen, daß zwey ſolche Zahlen mit einander zu vervielfälti-

gen ſind; was wird man wohl einer Zahl oben rechts beyſe-tzen, wenn ſie zur Kubikzahl erhoben werden ſoll? Ant. Einen kleinen 3er.

$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

[Der Lehrer verändert die vorige Darſtellung wie hier links, und läßt ſich Folgendes darüber nachſprechen:]

Die Kubikzahl von Eins iſt
einmal 1 mal 1, das iſt wieder 1.
Die Kubikzahl von 2 iſt zweymal 2 mal 2 oder 8.
Die — — 3 — dreymal 3 mal 3 oder 27.
— — — 4 — viermal 4 mal 4 oder 64.
— — — 5 — fünfmal 5 mal 5 oder 125.

L. Wie viel iſt wohl die Kubikzahl von 6? Ant. Sechsmal 6 mal 6, oder —

L. Wenn ihr nicht gleich wißt, welcher Inhalt aus dreyen Zahlen entſteht, ſo könnt ihr ſie zuerſt mit dem Vervielfältigungs-Zeichen nebeneinander ſchreiben, und alsdann nach und nach ausſtreichen, und unter einander vervielfältigen. Gebt daher Acht, wie ich drey 6er mit einander vervielfältige.

$6 \times 6 \times 6$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \underline{6} \\ 36 \\ \underline{6} \\ 216 \end{array}$$

[Er macht die Berechnung wie hier links.]

L. Welches iſt alſo die Kubikzahl von 6? Ant. 216.

L. Sucht mir eben ſo die Kubikzahl von 7! Sie iſt 343.

L. Wie viel iſt die Kubikzahl von 8? Ant. 512.
— — — — — — 9? Ant. 729.
— — — — — — 10? Ant. 1000.

L. Die urſprüngliche Zahl, aus welcher eine Kubikzahl

entſtanden iſt, heißt man die Wurzel der Kubikzahl, oder die Kubikwurzel.

Die Zahl 1 iſt alſo die Wurzel von der Kubikzahl 1

Die Zahl 2 iſt die Kubikwurzel von 8.

Die Zahl 3 iſt die Kubikwurzel, von welcher Zahl?

— — 4 — — — — — — ?

— — 5 — — — — — — ?

Von welcher Kubikzahl iſt 6 die Wurzel? Ant. Von 216.

— — — — 7 — — ? ꝛc.

— — — — 10, 20, 30, 40, 50 ꝛc.

Die Wurzel? Ant. Von 1000. Von 8000. 27000 ꝛc.

---

b) Gebrochene Zahlen.

$\frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$\frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

$\frac{1^3}{4^4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

$\frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele verdeckt jedes Mal den erſten Bruch links, und ſpricht:]

Wenn man ein halbmal 1 Halbes nimmt, ſo bekommt man ein 4tel, und nimmt man dieſes 4tel wieder ein halbmal, ſo bekommt man ein 8tel, das iſt: die Kubikzahl von einem Halben.

Wenn man ein 3tel mal ein 3tel nimmt, ſo bekommt man ein 9tel, und nimmt man dieſes 9tel wieder ein 3telmal, ſo bekommt man ein 27ſtel, da iſt: die Kubikzahl von einem 3tel.

Kurz: wenn man einen Bruch dreymal anſchreibt, alsdann die drey Zähler mit einander vervielfältigt, und hierauf

auch die drey Nenner, ſo erhält man die Kubikzahl des gegebenen Bruches.

Welches iſt alſo die Kubikzahl von einem 4tel? Ein 64ſtel.

L. Welches iſt die Kubikzahl von einem 5tel? Ein 125ſtel.

L. Suchet auch die Kubikzahl von einem 6tel, 7tel, 8tel, 9tel und 10tel!

L. Sucht auch die Kubikzahlen von zwey 3teln, drey 4teln und drey 5teln!

Dieſe Kubikzahlen ſind: $\frac{1}{216}$. $\frac{1}{343}$. $\frac{1}{512}$. $\frac{1}{729}$. ꝛc.

L. Wie man die Zahl 8 als einen Inhalt aus 3 gleichen Zahlen, das iſt: als eine Kubikzahl betrachten kann, läßt ſich auch die Zahl 7 als ein Inhalt aus 3 gleichen Zahlen oder als Kubikzahl betrachten; allein von der Zahl 8 kann man die 3 gleichen Zahlen oder die Kubikwurzel genau angeben, von der Zahl 7 und vielen andern nicht, daher gibt es auch, in ſo fern man alle Zahlen überhaupt als Kubikzahlen betrachtet, auch vollkommene und unvollkommene Kubikzahlen.

Welche Zahlen heißt man wohl überhaupt vollkommene Kubikzahlen?

Ant. Solche Zahlen, deren Kubikwurzel ſich genau angeben läßt.

L. Welche Zahlen heißt man demnach unvollkommene Kubikzahlen?

L. Sagt mir einige vollkommene Kubikzahlen! z. B. 1. 8. 27. ꝛc.

Sagt mir alle unvollkommene Kubikzahlen von 1 bis 10!

Ant. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 9. 10.

Noch etwas von den Zahlen über der 3ten Würde

L. So wie drey Zahlen kann man auch noch mehrere mit einander vervielfältigen. Man darf ſie nur zuerſt mit dem Vervielfältigungs=Zeichen neben einander, und dann während man jede folgende ausſtreicht, unter einander ſetzen, und vervielfältigen.

Berechnet daher, welcher Inhalt entſteht, wenn man vier 3er mit einander vervielfältigt!

L. Zeigt eure Berechnung!

3 × ~~3~~ × ~~3~~ × ~~3~~
3
—
9
3
—
27
3
—
81

[Die Darſtellung muß ſeyn wie hier links.]

L. Welcher Inhalt entſteht wenn man vier 2er mit einander vervielfältigt. Ant. 16.

L. Welcher Inhalt entſteht, wenn man fünf 4er mit einander vervielfältigt? Ant. 1024.

L. Welcher Inhalt, wenn man ſechs 2er ꝛc.? 64

L. Welcher Inhalt, wenn man zwölf 2er ꝛc.? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich zwölf 2er mit einander vervielfältige!

[Er ſchreibt zwölf 2er mit × neben einander, macht einen Bogenſtrich unter die ſechs 2er links, und ſpricht:]

Welcher Inhalt entſteht, wenn man ſechs 2er mit einander vervielfältigt? Ant. 64.

[Er ſchreibt 64 unter den Bogenſtrich, macht auch einen ſolchen Bogen unter die übrigen 2er, ſchreibt 64 darunter, und ſpricht:]

Eben ſo viel geben auch die ſechs übrigen 2er, und wenn ihr nun 64 mit 64 vervielfältigt, ſo werdet ihr ſo viel erhalten, als wenn ihr die zwölf 2er nach und nach vervielfältigt.

Er vollendet das Beyſpiel, wie hier:

$$\underbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2}_{64}\times\underbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2}_{64}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \underline{64} \\ 256 \\ \underline{384} \\ 4096 \end{array}$$

L. Berechnet eben ſo, welcher Inhalt entſteht, wenn man acht 3er mit einander vervielfältigt:

Auflöſung. Aus den vier erſten 3ern erhält man 81, folglich auch aus den vier übrigen 3ern, mithin vervielfältigt man 81 mit 81, und erhält alſo 6561.

L. Auf dieſe Art kann man jede Reihe von Zahlen (und wenn ſie auch ungleich ſind) vervielfältigen; man darf nur die ganze Reihe in kleinere Inhalte abtheilen, und dieſe mit einander vervielfältigen.

Berechnet daher eben ſo noch Folgendes!

1) Welcher Inhalt entſteht, wenn man neun 2er mit einander vervielfältigt?

2) Welcher ꝛc., wenn man acht 3er mit einander vervielfältigt?

3) — — — — ſechs 4er — — vervielfältigt?

u. ſ. w.

Aufloͤſ. 1) 2 mal 2 ſind 4, 2 mal 4 ſind 8. Geben alſo drey 2er 8, ſo geben ſechs 2er (mit einander vervielfältigt) 8 mal 8 oder 64, alſo 8 mal 64. 512.

Nro. 2) 6541. Nro. 3 4096.

II. Wurzel-Ausziehung oder Depotenzirung.

L. Wie man jede angegebene Zahl zur Quadrat- oder Kubikzahl erhebt, iſt euch bekannt; jetzt müßt ihr aber auch lernen, wie man die Quadrat- und Kubikwurzel aus jeder Zahl findet.

1) Ausziehung der Quadratwurzel.

A) Aus vollkommenen Quadratzahlen.

a) Aus ganzen Zahlen.

α) Aus ein- und 2ſtelligen Quadratzahlen.

L. Die Wurzeln aller vollkommenen Quadratzahlen unter 100 weiß jeder, der mit dem Einmaleins bekannt iſt, und wer dieſe weiß, der wird auch leicht die Wurzel aus jeder andern Zahl finden lernen.

---

b) Aus 3- und 4ſtelligen Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt 1 ..... 1, alsdann
unter dieſes 9 . .. 81, und ſpricht:)
Die Quadratzahl von 1 iſt wieder 1; wie viel iſt
Die Quadratzahl von 9? Ant. 81.

[Der Lehrer läßt ſich, während er alles vollends, wie weiter unten, ſchreibt, Folgendes beantworten, oder, wenn die Antwort nicht gleich erfolgt, zuvor berechnen, nämlich:]

Wie viel iſt die Quadratzahl von 10? Ant. 100.
— — — — — 99? Ant. 9801.
— — — — — 100? Ant. 10000.
— — — — — 999? Ant. 998001.

Wrzl.	Odzahl.
1.....	1
9.....	81
10.....	100
99.....	9801
100.....	10000
999 ..	998001

[Alle Beyſpiele müſſen an der Tafel ſtehen wie hier links:]

[Er deutet auf 1 und 9 und ſpricht:]

Eins iſt die geringſte einſtellige Zahl; welches iſt die höchſte einſtellige? Ant. 9.

[Er deutet auf 10 und 99 und ſpricht:]

Die Zahl 10 iſt die geringſte 2ſtellige Zahl; welches iſt die höchſte 2ſtellige? Ant 99.

[Er deutet auf 100 und 999 und ſpricht:]

Die Zahl 100 iſt die geringſte 3ſtellige Zahl;

Welches iſt die höchſte 3ſtellige? Ant. 999.

[Der Lehrer deutet auf 1 und 81 und ſpricht:]

Jede dieſer ein- und 2ſtelligen Quadratzahlen hat eine einſtellige Wurzel, nämlich 1 und 9; ihr ſeht hier ſchon von ſelbſt ein, daß auch die Wurzel jeder andern (vollk.) Odzahl zwiſchen 1 und 81. nur 1 Stelle haben kann.

[Er deutet auf 100 und 9801 und ſpricht:]

Wie viel Stellen hat die Wurzel jeder dieſer 3 und 4ſtelligen Odzahlen?

Ant. 2 Stellen, (nämlich 10 und 99)

[Er deutet auf 10000 ꝛc. und ſpricht:]

Wie viel Stellen hat die Wurzel jeder dieſer 5 und 6ſtelligen Odzahl?

Ant. 3 Stellen, (nämlich 100 und 999)

Jede dieſer Quadratzahlen hat alſo überhaupt nicht über zweymal ſo viel Stellen als ihre Wurzel, nnd dieß iſt der Fall bey allen Quadratzahlen.

Wie viel Stellen hat demnach die Wurzel einer 7- oder 8ſtelligen Odzahl? Ant. 4 Stellen.

L. Auf dieſe Art kann man alſo jeder Odzahl ſchon vor-

aus anſehen, wie viel Stellen ihre Wurzel haben müſſe. Ehe ich euch nun noch zeige, wie man die Wurzel aus einer 3 = oder 4ſtelligen Odzahl leicht findet, müſſen wir noch einige 2ſtellige Zahlen zu Quadratzahlen erheben, und recht aufmerkſam ſeyn, was dabey vorgeht.

Sucht mir alſo mit Ziffern die Odzahl von 31!

L. Gebt Acht, wie ich mit dieſer Berechnung verfahre! [Er ſchreibt 31 wie gewöhnlich unter 31, und ſpricht:]

1 mal 1 iſt 1 (Er ſchreibt 1. mit einem Tupfen) hier haben wir alſo ſchon eine Quadratzahl von der Einerſtelle.

1 mal 3 iſt 3 [Er ſchreibt 3]

3 mal 1 iſt 3 [Er ſchreibt wieder 3 wie ſonſt]

3 mal 3 ſind 9 [Er ſchreibt 9. wieder mit einem Tupfen] hier haben wir auch eine Quadratzahl aus der Zehnerſtelle;

```
  31
  31
 ———
  31.
 9 3
————
 9.61.
```

[Er vollendet dieſes Beyſpiel, punktirt die Stellen mit den Quadratzahlen wieder, und ſpricht:] Die Quadratzahl 961 enthält, wie euch die Tupfen hier anzeigen zwey beſondere Odzahlen, nämlich:

1 mal 1, das iſt: die Odzahl 1 aus der Einerſtelle; und 3 mal 3, das iſt: die Odzahl 9 aus der Zehnerſtelle, welche aber auf die Hundertſtelle kam.

Zwiſchen dieſen beyden Quadratzahlen haben wir noch doppelt den Inhalt aus der Einer = und Zehnerſtelle zugleich, nämlich: 1 mal 3 und 3 mal 1, welches zwey 3er gegeben hat.

Dieſe drey Stücke finden ſich in jeder Odzahl vor, welche aus einer 2ſtelligen Wurzel entſtanden iſt, nämlich:

erſtens eine beſondere Odzahl aus der Einerſtelle,

2tens ein doppelter Inhalt aus der Einer = und Zehnerſtelle,

3tens eine beſondere Obzahl aus der Zehnerſtelle.

Sucht daher die Quadratzahl von 21, und bezeichnet die beſonderen Quadratzahlen eben ſo mit Punkten, wie hier!

L. Sucht eben ſo die Quadratzahl von 13!

L. Sucht — — — — — 11!

L. — — — — — — 22!

Auflöſungen.

21	13	11	22
21	13	11	22
21.	39.	11.*	44.
4.2	1.3	1.1	4.4
4.41.	1.69.	1.21.	4.84.

* Die beyden Einſer auf der Einerſtelle hier geben die Obzahl 1; die beyden Einſer auf der Zehnerſtelle aber geben die Obzahl 100. Das übrige zweymalige 1 mal 1 iſt keine Quadratzahl, weil jedesmal ein Einſer mit einem Zehner vervielfältigt wird. Eben ſo iſt es auch bey der letzten Berechnung 22.

L. Sucht die Quadratzahl von 23, und bezeichnet wieder jede Stelle, wo eine beſondere Quadratzahl vorkommt, mit einem Punkte!

Aufl.	
	23
	23
	69.
	4.6
	5 29.

L. In der Obzahl 529 hier iſt alſo ein Uebertrag aus dem doppelten Inhalte auf die Hundertſtelle gekommen. Ein Gleiches findet ihr, wenn ihr die Zahl 32 zur Quadratzahl erhebt — Verſucht es!

L. Wie viel iſt die Obzahl von 32? Ant. 1024 (10.24.)

L. Sucht noch die Obzahl von 47! Sie iſt: 2209 (22.09.)

L. In dieſem Beyſpiel hat man den doppelten Inhalt aus der Einer- und Zehnerſtelle ſchon nicht mehr ſo deutlich

vor Augen, wie in den vorigen. Ich will euch aber die Zahl 47 ſo zur Qdzahl erheben, daß ihr den doppelten Inhalt eben= falls wieder ganz deutlich ſehen könnt.

47 [Er macht die Berechnung, ſchreibt alles wie hier
47 links, und ſpricht alsdann.]
49. Hier ſieht man alſo wieder
28 1ſtens die beſondere Quadratzahl von der Einer=
28 ſtelle, nämlich 7 mal 7 oder 49.
16. 2tens den doppelten Inhalt aus der Einer= und
Zehnerſtelle, nämlich: zweymal 4 mal 7, oder zweymal 28, das iſt: 56.

Man hat aber eigentlich zweymal 40 mal 7, alſo lauter Zehner, darum gehört der 8er auf die Zehnerſtelle.

3tens ſieht man hier auch die Quadratzahl aus der Zeh= nerſtelle, nämlich: 4 mal 4 oder 16. Dieß iſt aber eigentlich 40 mal 40 oder 16 hundert, weil Zehner mit Zehnern Hun= derte geben; darum gehört der 6er auf die Hundertſtelle.

Sagt mir noch einmal: welches iſt hier die beſondere Quadratzahl von der Einerſtelle? Ant. 49.

L. Welches iſt die beſondere Quadratzahl von der Zeh= nerſtelle? Ant. 16.

L. Welches iſt der doppelte Inhalt aus der Einer= und Zehnerſtelle? Ant. 2 mal 28.

L. Was für eine Quadratzahl machen aber alle dieſe Theile mit einander aus? — Zählt ſie nur zuſammen! Ant. 2209 (Er ſchreibt 22.09.)

47 47 $7 \times 7 = 49.$ $\left.\begin{array}{l}4 \times 7\\ 4 \times 7\end{array}\right\} = 56$ $4 \times 4 = 16.$ 22.09.	[Der Lehrer verändert die ganze Darſtellung wie hier links, indem er ſpricht] Ich will euch jetzt vor jeden beſondern Inhalt ſeine zwey Grundzahlen ſetzen, ſo ſeht ihr auch zugleich wo, und wie vielmal jede einzelne Zahl der Wurzel vorkommt.

L. Aus welchen Grundzahlen iſt die Zahl 49 entſtanden?

Aus 7 mal 7.

L. — — — — — — 56 entſtanden?

Aus 2 mal 4 mal 7.

L. — — — — — — 16 entſtanden?

Aus 4 mal 4.

L. Anſtatt zweymal 4 mal 7 kann man auch gleich 8 mal 7 nehmen, welches ebenfalls 56 gibt. Ich will daher dieſes Beyſpiel noch anders verſetzen.

[Er verändert die ganze Darſtellung wie hiernächſt, und ſpricht:]

Hier ſind eben dieſelben Ziffern wie vorhin, und man ſieht alſo von der linken Seite [Er deutet auf 4 mal 4 ganz unten] herherüber

				47
				47
		7×7	=	49.
	4×7 } 4×7 }	= =	=	56
4×4	=	= =	=	16.
4×4	8×7	7×7	—	22.09

1ſtens: die Quadratzahl aus der Zehnerſtelle, nämlich: 4 mal 4

2tens: Die doppelte Wurzel der Zehnerſtelle, vervielfältigt mit der Einerſtelle, nämlich: 8×7

3tens: Die Quadratzahl aus der Einerſtelle, nämlich: 7 mal 7.

[Er deutet wieder auf 4 × 4 dann auf 8 × 7 ꝛc. und ſpricht:]

Sage mir jeder noch einmal dieſe drey Stücke die man von der linken Seite herüber bemerkt, jedoch ohne die Zahlen zu nennen!

Ant. 1) Die Quadratzahl aus der Zehnerſtelle

2) Die doppelte Wurzel der Zehnerſtelle vervielfältigt mit der Einerſtelle.

3) Die Quadratzahl aus der Einerſtelle.

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel und ſpricht:]

Weil die Quadratzahlen eigentlich durch das Vervielfältigen entſtehen, ſo laſſen ſich ihre Wurzeln durch das Gegentheil, nämlich durch eine Art des Theilens wieder finden.

[Er ſchreibt 2209:] Geſetzt nun, man ſollte die Quadratwurzel von 2209, die uns zwar ſchon bekannt iſt, ſuchen, wie würde man ſie zunächſt anſchreiben? — Dieß will ich euch jetzt zeigen:

$\overset{2}{W}$ |22.09(.. [Er bezeichnet dieſe Zahl wie hier links, während er ſpricht:]

Ich faſſe dieſe Zahl zwiſchen zwey Striche, ſetze ihr Statt des Theilers den Buchſtab W vor, mit einem kleinen 2er' zum Zeichen, daß die Quadratwurzel geſucht werden ſoll.

Nun theile ich die ganze Zahl durch einen Punkt in zwey Klaſſen, ſo daß die erſte Klaſſe rechts zwey Stellen erhält.

Hat aber die ganze Quadratzahl zwey Klaſſen; wie viel Ziffern oder Stellen muß daher ihre Wurzel haben? Ant. Zwey.

L. Ich mache daher einsweilen zwey Punkte in die Anzeigerſtelle. In welcher Klaſſe werde ich aber mit dem Wurzelausziehen anfangen — links oder rechts? Ant. Links.

L. Richtig; denn in der 2ten Klaſſe kommen die Hundert vor, und darin befindet ſich, wie ihr wißt, immer die beſondere Quadratzahl aus der Zehnerſtelle der Wurzel. Gebt alſo Acht, wie ich vollends verfahre!

1ſtens. Ich nehme die Quadratzahl aus der erſten Klaſſe links; die Zahl 22 iſt aber keine (vollkommene) Quadratzahl, daher nehme ich die nächſte Qbzahl unter 22; dieſe iſt 16 (Er ſchreibt 16 unter 22) ihre Wurzel iſt 4 (Er ſchreibt 4 in die Anzeiger= oder Wurzelſtelle,) denn 4 mal 4 iſt 16 — von 22, bleiben 6. (Er ſchreibt 6 und ſetzt 0 dazu herab)

2tens Ich nehme die doppelte Wurzel 4, das iſt 2 mal 4 oder 8 als Theiler (Er ſchreibt 8 vor 60)

8 ſind in 60 ſiebenmal enthalten (Er ſchreibt 7 in die Wurzelſtelle) 7 mal 8 ſind 56 — von 60, bleiben 4. Ich ſetze 9 herab.

3tens. Ich nehme die Quadratzahl von 7, das iſt: 7 mal 7 oder 49 (Er ſchreibt 49 unter 49, und zieht ab — es bleibt nichts.

```
 2
 W | 22 09 ( 47
     16 : :
   ---------
 8 | ·60 :
     56 :
     ----
      49
      49
      --
      ..
```

[Die ganze Darſtellung muß ausſehen wie hier links.]

L. Wie viel iſt alſo die Quadratwurzel von 2209? Ant. 47.

[Der Lehrer wiſcht alles weg, läßt mehrere Schüler an die Tafel treten, und dieſe Anflöſung eben ſo ſprechend und ſchreibend wiederholen, alsdann werden auch leicht folgende Aufgaben gelöst werden:]

a) Wie viel iſt die Quadratwurzel von 2809?
b) Wie — — — — — 1225?
c) Wie — — — — — 1849?
d) Wie — — — — — 961?
e) Wie — — — — — 289?

Aufl. a) Ich nehme die Quadratzahl aus der erſten Klaſſe links; die Zahl 28 iſt aber keine Quadratzahl, daher nehme ich 25 ꝛc. die W. iſt 53.

b) 35. c) 43.

d) Ich nehme die Qdzahl aus der erſten Klaſſe links; die Zahl 9 iſt eine Qdzahl, ihre Wurzel iſt 3 ꝛc. Alſo iſt die ganze Wurzel 31.

e) Ich nehme die ꝛc. die Zahl 2 iſt aber keine ꝛc. die W. iſt 17.

Die Darſtellungen von a, d und e ſind.

$\overset{2}{W}$ | 28.09 (53	$\overset{2}{W}$ | 9.61 (31	$\overset{2}{W}$ | 2.89 (17 *
25	9	1
10 | 30	6 | 6	2 | 18
30	6	14
..	.	..
9		49
9		49
.		..

* Nimmmt man hier 2 in 18 9 mal oder 8 mal, ſo kann man die Quadratzahl zuletzt nicht mehr abziehen, darum nimmt man nur 7 mal.

Der Lehrer erhebe in der Stille noch beliebige zweyſtellige Zahlen zu Quadratzahlen, und laſſe wieder die Wurzeln ausziehen.

c) Aus 5 = und 6ſtelligen und noch höhern Quadratzahlen.

L. Schreibet 479, alsdann unter dieſe Zahl wieder 479 und vervielfältiget beyde Zahlen mit einander!

L. Wie viel iſt alſo die Quadratzahl von 479? Ant. 229441.

[Der Lehrer laſſe dieſe Berechnung an der öffentlichen Tafel machen, jedoch ſo, daß wieder jede Stelle, wohin eine beſondere Quadratzahl fällt, mit einem Punkte bezeichnet, wie hier links:]

```
    479
    479
  -----
   4311.
  335.3
 1916
 ---------
 22.94.41.
```

L. Erhebt man alſo eine 3ſtellige Zahl zur Quadratzahl, ſo bekommt man auch 3 beſondere Inhalte, und in jedem eine beſondere Quadratzahl, nämlich:

1ſtens eine beſondere Odzahl aus der Einerſtelle, welche wieder auf die Einerſtelle fällt (oder wenigſtens da anfängt)

2tens eine beſondere Odzahl aus der Zehnerſtelle, welche eben ſo auf die Hundertſtelle fällt, und

3tens eine beſondere Odzahl aus der Hundertſtelle, welche auf die Zehntauſendſtelle fällt.

Wenn man nun eine 4ſtellige Zahl zur Quadratzahl erhebt; wie viel beſondere Quadratzahlen, wird man da erhalten? Ant. 4 beſondere.

L. Will man alſo überhaupt aus einer Zahl die QuadratWurzel ziehen, ſo theilt man ſie, eben darum weil man ihre beſonderen Quadratzahlen nur auf der Einerſtelle, Hundertſtelle, Zehntauſendſtelle ꝛc. findet, jedes Mal durch Punkte von der Rechten zur Linken in ſolche Klaſſen, deren jede 2 Stellen erhält bis auf die letzte links, welche auch nur eine Stelle oder Ziffer haben kann.

Hierauf zieht man die Qdwurzel zuerſt nur aus den 2 letztern Klaſſen links, und zwar ſo, als wenn die übrigen gar nicht vorhanden wären.

Hat man die Qdwurzel aus dieſen 2 Klaſſen, ſo nimmt man ſie wieder doppelt als Theiler, und fährt weiter fort.

[Er wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt blos 229441 hin, und ſpricht:]

Wie wird man alſo die Quadratwurzel aus dieſer Zahl finden? —

[Nun bezeichnet er dieſe Zahl, wie weiter unten zu ſehen iſt, ruft einen geübten Schüler an die Tafel, verdeckt die Klaſſe 41, und laßt alſo blos die Wurzel wie vorhin aus 2294 ziehen: ſie iſt 47 und 13 bleiben übrig.

Jetzt ſetzt man 4 herab, nimmt die Wurzel 47 doppelt, das iſt: 94 als Theiler. 94 ſind in 854 9mal enthalten ꝛc. es bleiben 8 übrig ... Man ſetzt 1 dazu herab. Die Quadratzahl von 9 iſt 81 — von 81 bleibt nichts, wie man hier links ſieht.

```
W² | 22.94.41 ( 4 7.9
     16 : : : :
     ----
   8 | 69 : : :
       56 : : :
       ----
       134 : :
        49 : :
     ---------
  94 | 854 1
       846 :
       -----
         81
         81
         --
         --
```

Man laſſe dieſe Aufgabe noch einige Mal von einzelnen Schülern löſen, und alsdann eben ſo folgende:

Wie viel iſt die Quadratwurzel aus 273529? Ant. 523.
— — — — — 628849? — 793.
— — — — — 103684? — 322.
— — — — — 97344? — 312.
— — — — — 12321? — 111.

L. Kommt man an eine Zahl, worin der Theiler nicht enthalten iſt, ſo enthält dieſelbe Klaſſe nur eine Nulle in der Wurzel, folglich ſchreibt man ſogleich o in die Wurzelſtelle, und ſetzt die nächſten zwey Ziffern herab.

Nun nimmt man wieder die Wurzel (ſammt der Nulle) zweymal, und bekommt ſomit einen neuen Theiler.

Berechnet daher wieder Folgendes!

Wie viel iſt die Quadratwurzel

aus 165649?	Ant. 407.	Aufl.	$\overset{2}{W}$ | 16.56.49 (4.0.7. *
— 36,816?	— 604.		16
— 91204?	— 302.		8 | 564
— 10201?	— 101.		80 | 560
			49
			49
			--

* Zweifelt man daran, ob man die Wurzel richtig gefunden habe, ſo macht man die Probe, d. h. man erhebt die gefundene Wurzel wieder zur Qdzahl.

L. Eben ſo ſetzt man eine Nulle in die Wurzelſtelle, wenn man an eine Klaſſe kommt, die zwey Nullen hat.

Suchet daher die Quadratwurzel

aus 184900! ſie iſt 430.
— 14400! ſie iſt 120.

L. Wie viel iſt wohl die Quadratwurzel aus 55696369?

Dieſe Quadratzahl hat 4 Klaſſen, alſo ihre Wurzel 4 Stellen.

```
W | 55.69.63.69 ( 7463
    49 : : : : :
14 | 66 : : : : :
     56 : : : :
     109 : : :
      16 : : :
148 | 936 : :
      888 : :
       483 ::
        36 ::
1492 | 4476 :
       4476 :
       -- --
           9
           9
```

Hier bekommt man, nachdem die beſondere Quadratzahl 49 von 55 abgezogen iſt, den erſten Theiler 14, da man die Wurzel 7 doppelt nimmt.

Dann bekommt man den 2ten Theiler 148, da man die Wurzel 74 doppelt nimmt.

Endlich bekommt man den 3ten Theiler 1492, da man die Wurzel 746 doppelt nimmt. ꝛc.

Wie viel iſt die Quadratwurzel aus 12082576?

Ant. 3476.

[Der Lehrer kann noch beliebige 4ſtellige Zahlen zu Quadratzahlen erheben, und die Wurzeln wieder ausziehen laſſen.]

---

b) Aus gebrochenen Zahlen.

a) Aus gemeinen Brüchen.

aa) Aus eigentlichen Brüchen.

$\frac{4}{9}$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele und ſpricht:]

$\frac{16}{25}$

Um aus einem Bruche die Quadratwurzel zu ziehen, zieht man ſie aus dem Zähler beſonders, und aus dem Nenner beſonders.

Denn wenn man einen Bruch zur Quadratzahl erhebt,

wird ja auch Zähler durch Zähler und Nenner durch Nenner vervielfältigt.

Wie viel iſt alſo die Wurzel von dem Zähler 4?

Ant. 2

L. Wie — — — — — — — Nenner 9?

Ant. 3.

L. — — — — — — — Zähler 16?

Ant. 4.

L. — — — — — — — Nenner 25?

Ant. 5.

Qzahl .... Wrzl.
$\frac{4}{9}$ .... $\frac{2}{3}$
$\frac{16}{25}$ .... $\frac{4}{5}$

[Er ſchreibt die Wurzeln dazu wie hier links:]

L. Schreibet $\frac{529}{961}$ſtel und ſucht die Quadratwurzel davon! Ihr könnt hier den Zähler 529 gleich auf einen beſondern Platz ſchreiben, und die Wurzel ausziehen, alsdann macht ihr es mit dem Nenner eben ſo.

Wie viel iſt alſo die Quadratwurzel

Aus $\frac{529}{961}$? Aus $\frac{256}{729}$? Aus $\frac{289}{4624}$?
Aus $\frac{9}{100}$? Aus $\frac{25}{10000}$? Aus $\frac{900}{1600}$?
Ant. $\frac{23}{31}$. $\frac{16}{27}$. $\frac{17}{68}$. $\frac{3}{10}$. $\frac{5}{100}$. $\frac{30}{40}$.

---

bb) Aus uneigentlichen Brüchen, oder gemiſchten Zahlen.

$12\frac{1}{4}$ [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie wird man es wohl machen, um aus einer gemiſchten Zahl die Quadratwurzel zu finden? Ant. —

Mann kann die gemiſchte Zahl ſogleich in einen uneigentlichen Bruch verwandeln, und wie vorhin aus dem Zähler und Nenner die QdWurzel ziehen.

[Oder man macht ſie zu einem Dezimalbruch; hiervon unten!]

Wie viel iſt alſo die QWurzel aus 12 und ein 4tel?

Wie viel iſt die QWurzel aus 88 und neun 25ſteln?

$12\frac{1}{4} = \frac{49}{4}$. W. = $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ [Die Aufl. hier links.]

$88\frac{9}{25}$. W. = $9\frac{2}{5}$. [Der Lehrer erhebe unvermerkt noch beliebige gemiſchte Zahlen zu Qdzahlen, und laſſe die Wurzeln wieder ausziehen.]

---

b) Aus Dezimalbrüchen.

8. Weil überhaupt in einem Bruche, wenn er zur Quadratzahl erhoben wird, ſowohl der Zähler eine beſondere Qzahl gibt, als auch der Nenner; ſo können ſich Dezimalbrüche, wenn ſie zu Qdzahlen erhoben ſind, nur immer auf 100tel, Zehntauſendtel, Milliontel ꝛc. endigen, und müſſen eben daher jedes Mal **eine gerade Anzahl Bruchſtellen** haben.

Will man übrigens aus einem Dezimalbruche die Quadratwurzel ziehen, ſo verfährt man gerad wie bey ganzen Zahlen und ſondert nur zuletzt durch einen Beyſtrich ſo viele Bruchſtellen in der gefundenen Wurzel ab, als Bruchſtellen in der Quadratzahl ſind.

Suchet daher die Wurzel

Aus	84,64!	Aufl.	$\overset{2}{W}$ | 84,64 (9,2
Aus	11,6964!	Aufl.	11,69.64 (3,42
Aus	0,1849!	Aufl.	0,18.49 (0,43
Aus	0,0144!	Aufl.	0,01.44 (12

B) Aus unvollkommenen Quadratzahlen.

L. Da man, wie ihr ſchon an der Zahl 5 gemerkt habt, die Wurzel aus den unvollkommenen Quadratzahlen zwar nicht genau, aber doch bis auf einen unbedeutenden Reſt durch Brüche finden kann, ſo bedient man ſich hierzu am beſten der Dezimalbrüche, wobey man nur einige leichte Regeln zu merken hat.

```
 2
 W | 5 (2,23 ꝛc.
     4
 4 | 1,00.00 ꝛc.
     8 : ::
     20 ::
      4 ::
44 | 160 :
     132 :
      280
        9
      271
```

1ſte Regel. Iſt die gegebene Zahl eine ganze, ſo zieht man die Wurzel aus, bis ein Reſt bleibt. Nun ſetzt man zu der gefundenen Wurzel einen Beyſtrich, zu dem Reſt aber ein Paar, 2 Paar oder 3 Paar Nullen, und fährt mit dem Ausziehen der Wurzel wie gewöhnlich fort.

Suchet daher die QdWurzel aus 5!
[Die Auflöſung geſchieht alſo wie hier links.]

```
Prob.
  2,23 ×
  2,23
   669
  446
 446
 4,9729 +
   271
 5,0000
```

Die Wurzel von 5 iſt alſo! 2,23 nebſt einem Reſte.

L. Löſet eben ſo folgende Aufgaben!

Wie viel iſt die Quadratwurzel aus 12? Ant 3,46 ꝛc.
— — — — — — aus 13? Ant. 3,60 ꝛc.

Wie viel iſt die Quadratwurzel aus 17? Ant. 4,12 ꝛc.
— — — — — — 11? — 3,31 ꝛc.
— — — — — — 2? — 1,41 ꝛc.
— — — — — — 101? — 10,04 ꝛc. *

* Man kann auch gleich anfangs nach einer gegebenen Quadratzahl überhaupt einen Beyſtrich mit 2, 4 oder 6 Nullen ꝛc. machen, und auf dieſe Art, wenn ein Reſt bleibt, ohne Umſtände fortfahren. Demnach wird dieſe letzte Aufgabe ſo angeſetzt: W | 1.01,00.00 (10,04 ꝛc.

2te Regel. Iſt die Quadratzahl ein Dezimalbruch, ſo hängt man ihr ſogleich mehrere Nullen an, jedoch ſo, daß die Anzahl der Bruchſtellen gerad wird (denn ſie muß ſich ja immer auf die Quadratzahlen 100tel, 10tauſendtel ꝛc. oder Milliontel ꝛc. endigen.) und verfährt wie bey den vorigen Aufgaben.

Suchet daher die Quadratwurzel

Aus 28,3! Aufl. W | 28,30.00(= 5,31 ꝛc.

Aus 3,47! Aufl. W | 3,47.00(= 1,86 ꝛc.

Aus 0,75! Aufl. W | 0,75.00.00(= 0,273 ꝛc.

3te Regel. Iſt die Quadratzahl ein gemeiner Bruch, ſo verwandelt man dieſen gleich in einen Dezimalbruch, und zieht die Wurzel aus.

L. Sucht die Quadratwurzel aus $\frac{3}{4}$!

Aufl. $\frac{3}{4}$ = 0,75.00.00 Alſo die W = 0,273 ꝛc.

L. Sucht die Quadratwurzel aus 8$\frac{3}{4}$!

Aufl. 8$\frac{3}{4}$ = 8,75.00.00, Alſo die W = 2,958 ꝛc.

---

2) Ausziehung der Kubikwurzel.

A) Aus vollkommenen Kubikzahlen.

a) Aus ganzen Zahlen.

α) Aus ein = 2 = und 3ſtelligen Kubikzahlen.

[Dieſe müſſen beſonders gemerkt werden.]

---

b) Aus 4 = 5 und 6ſtelligen Kubikzahlen.

L. Faſt wie man die Quadratwurzel aus einer Zahl zieht, zieht man auch die Kubikwurzel aus.

Welche Zahl entſteht, wenn man 3 Einſer mit einander vervielfältigt? Ant wieder 1.

L. Welches iſt alſo die Kubikzahl von 1? Ant, 1. [Er ſchreibt 1....1]

L. Welche Zahl entſteht, wenn man drey 9er mit einander vervielfältigt? Ant. 729.

L. Welches iſt alſo die Kubikzahl von 9? Ant. 729. [Er ſchreibt 9.,.. 729.]

L. Welches iſt die Kubikzahl von 10? Ant. 1000. [Er ſchreibt 10....1000.]

L. Vervielfältigt 99 mit 99! wie viel macht dieſes? Ant. 9801.

L. Vervielfältigt 9801 noch einmal mit 99!

L. Wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 99? Antwort 970,299.

[Er ſchreibt 99......970,299.]

Wrzl.	K. Zahl.
1	1
9	729
10	1,000
99	970,299
100	1,,000,000
999	997,,002.999

L. Wie viel iſt die Kubikzahl von 100? Ant. 1 Million [Er ſchreibt 100...... 1,,000,000.

L. Vervielfältigt 999 mit 999! Wie viel macht dieſe Qua-

bratzahl aus? Ant. 998,001.

L. Vervielfältigt dieſe Quadratzahl noch einmal mit der Wurzel 999!

Wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 999?

Ant. 997,,002,999 [Er ſchreibt 999 .... 997,,002,999. Zuletzt müſſen alle Beyſpiele an der Tafel ſtehen, wie auf der vorigen Seite links.]

[Der Lehrer deutet auf die Kubikzahl 1, alsdann auf 729 ꝛc. und ſpricht:]

Die Kubikzahl der geringſten 1ſtelligen Zahl iſt auch wieder 1ſtellig;
die — — höchſten — — aber iſt 3ſtellig.
Wie vielſtellig iſt die Kubikzahl der geringſten 2ſtelligen Zahl? Ant. 4ſtellig.
L. — — — — — — höchſten 2ſtelligen Zahl? Ant. 6ſtellig.
L. — — — — — — geringſten 3ſtelligen Zahl? Ant. 7ſtellig.
L. — — — — — — höchſten 3ſtellig Zahl? Ant 9ſtellig.

L. Vergleicht ihr hier dieſe Kubikzahlen mit ihren Wurzeln in Hinſicht ihrer Stellen, ſo könnt ihr folgenden Schluß machen:

Eine ein, 2 oder 3ſtellige Kubikzahl hat immer nur eine 1ſtellige Wurzel.
Eine 4, 5 — 6ſtellige — hat immer nur eine 2ſtellige Wurzel.
Eine 7, 8 — 9ſtellige — hat immer nur eine 3ſtellige Wurzel.
Und überhaupt hat eine Kubikzahl nie über 3mal ſoviel Stellen als ihre Wurzel.

Sage mir noch einmal jeder dieſen Schluß!

L. Um aus jeder großen Zahl die Quadratwurzel zu finden, iſt es nothwendig, daß man die Quadratzahlen von allen Zahlen unter 10 kennt; eben ſo muß man die Kubikzahlen von allen Zahlen unter 10 kennen, um die Kubikwurzel aus jeder großen Zahl zu finden. [Er ſchreibt folgendes Täfelchen an die Tafel oder auf ein etwas großes Papier:]

Wurzelzahlen	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadratzahlen	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Kubikzahlen	1	8	27	64	125	216	343	512	729

L. Die Quadrat- und Kubikzahlen aller Zahlen unter 10 könnt ihr hier an dieſem Tabellchen ſehen; damit ihr aber mittelſt dieſer geringen Kubikzahlen die Wurzel aus jeder größern ziehen lernt, müßt ihr wieder auf alles Acht geben, was vorgeht, wenn man eine Zahl zur Kubikzahl erhebt.

Vervielfältigt geſchwind 47 mit 47! Wie viel macht dieſes? Ant. 2,209.

L. Vervielfältigt dieſe Quadratzahl noch einmal mit der Wurzel 47!

L. Wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 47! Ant. 103,823.

[Der Lehrer ſchreibt ſelbſt 47 unter 47 und ſpricht:]

Vervielfältigt man alſo 47 mit 47 ſo erhält man eine Quadratzahl, deren Theile folgende ſind: [Er ſchreibt alles

47 neben und unter einander wie hier links:]

47

$7 \times 7 = 49$ a) 7mal 7 das iſt: 49 [Er ſchreibt $7 \times 7 = 49$]

$4 \times 7 = 280$ b) 4mal 7 oder eigentlich 40mal 7 das iſt: 280.

$4 \times 7 = 280$ c) Eben ſo wieder 4mal 7, oder 280

4 × 4 = 1600 d) 4mal 4, oder eigentlich 40mal 40, das iſt 1600.

L. Vervielfältigt man dieſe Theile der Quadratzahl wieder mit der Wurzel 47, ſo erhält man die Theile der Kubikzahl. Wir vervielfältigen ſie nun zuerſt mit 7, und da bekommen wir [Er ſchreibt alles, wie weiter unten zu ſehen iſt]

a) 7mal 7 mit 7, oder 7mal 49
b) 4mal 7 mit 7, oder 7mal 280, und wieder
c) 4mal 7 mit 7, oder 7mal 280.
d) 4mal 4 mit 7, oder 7mal 1600.
[Er deutet auf 7 × 49 und ſpricht:]

Wie viel iſt 7mal 49? Ant. [Die Schüler mögen es berechnen] 343 [Er ſchreibt 343
L. — — — 7 — 280? — 1960 [Er ſchreibt dieſes 2mal]
L. — — — 7 — 1600? — 11200 [Er ſchreibt = 11, 200.]

L. Nun müſſen wir die Theile der Quadratzahl [Er deutet auf die obige Darſtellung, nämlich auf 7 × 7 = 49 ꝛc.] auch noch mit 4, oder eigentlich mit 40 vervielfältigen; das gibt alſo

a) 4mal,, 7mal 7, oder 4mal 49 [Er ſchreibt 4 × 7 × 7 = 4 × 49]

b) 4mal,, 4mal 7, oder 4mal 280 [Er ſchreibt ꝛc] und wieder

c) 4mal,, 4mal 7, oder 4mal 280.
d) 4mal,, 4mal 4, oder 4mal 1600.
[Er deutet auf 4 × 49 und ſpricht:]
Wie viel iſt 40mal 49? Ant 1960 [Er ſchreibt = 1960]
L. — — — 40 — 280? — 11,200 [Er ſchreibt dieſes 2mal.]
L. — — — 40 — 1600? — 64000 [Er ſchreibt 64000]

[Er zählt alle dieſe Theile rechts zuſammen, ſo muß zuletzt die ganze Darſtellung ſo ausſehen:]

7×7×7 =	7×	49 =	343
4×7×7 =	7×	280 =	1960
4×7×7 =	7×	280 =	1960
4×4×7 =	7×	1600 =	11200
4×7×7 =	4×	49 =	1960
4×4×7 =	4×	280 =	11200
4×4×7 =	4×	280 =	11200
4×4×4 =	4×	1600 =	64000
			103,823

L Wir haben alſo hier wieder die Kubikzahl von 47, wie viel iſt ſie? Ant. 103, 823.

L. Ich will euch jetzt dieſe ganze Darſtellung vollends ſo richten, daß ihr noch deutlicher ſeht, wo und wie vielmal hier jede Zahl vorkommt.

[Er wiſcht 4×7×7 weg und ſchreibt dieſes weiter links.]

[Eben ſo wiſcht er 4×4×7 weg, und ſchreibt es noch weiter links; kurz er verändert die ganze Darſtellung in folgende:]

		4 × 7 × 7 =	7 × 7 × 7 =	7 × 49 = 343
		4 × 7 × 7 =	= =	7 × 280 = 1960
		= =	= =	7 × 280 = 1960
	4 × 4 × 7 =	= =	= =	7 × 1600 = 11200
		4 × 7 × 7 =	= =	4 × 49 = 1960
	4 × 4 × 7 =	= =	= =	4 × 280 = 11209
	4 × 4 × 7 =	= =	= =	4 × 280 = 11200
4 × 4 × 4 =	= =	= =	= =	4 × 1600 = 64000
				103,823

L. Betrachtet man hier alles von der linken Seite herüber, ſo ſieht man

1ſtens: 4×4×4, das iſt: die Kubikzahl von der Zehnerſtelle.

2tens: Dreymal 4mal 4 mit 7, oder: 3mal 16 mit 7, das iſt: dreymal die Q.Zahl von der Zehnerſtelle mit der Einerſtelle.

3tens: Dreymal, 4 mit 7mal 7, oder: dreymal, 4 mit 49 das iſt: Dreymal die Wurzel von der Zehnerſtelle mit der Q.Zahl von der Einerſtelle.

4tens: 7×7×7, das iſt: die Kubikzahl von der Einerſtelle.

Sage mir jeder noch einmal dieſe 4 Bemerkungen von der linken herüber!

L. Dieſe vier Hauptſtücke finden ſich in jeder Kubikzahl, aus einer 2ſtelligen Wurzel, vor; ich will ſie noch einmal im Allgemeinen herſagen:

1) Die Kubikzahl aus der Zehnerſtelle.
2) Dreymal die Quadratzahl der Zehnerſtelle, vervielfältigt mit der Einerſtelle.
3) Dreymal die Wurzel der Zehnerſtelle, vervielfältigt mit der Q.Zahl der Einerſtelle.
4) Die Kubikzahl aus der Einerſtelle.

Sage mir jeder noch einmal dieſe vier Haupttheile einer Kubikzahl, aus einer 2ſtelligen Wurzel, her!

[Der Lehrer wiſcht alles von der Tafel, ſchreibt $\overset{3}{W}$ | 103823 (und ſpricht:]

Ihr habt bey der Entſtehung der Kubikzahlen, nach der bisherigen Art eingeſehen:

1) Daß eine 4 = 5 = und 6ſtellige Kubikzahl immer nur eine 2ſtellige Wurzel hat.

2) Daß eben ſolche Kubikzahl jedes Mal zwey beſondere Kubikzahlen enthält, nämlich:

den Inhalt aus drey gleichen Zahlen von der Einerſtelle, und den Inhalt aus drey gleichen Zahlen von der Zehnerſtelle.

Da nun drey Zehner, miteinander vervielfältigt, Tauſende geben, ſo fängt erſt auf der Tauſendſtelle die beſondere Kubikzahl aus der Zehnerſtelle an.

Will man alſo die Kubikwurzel zunächſt aus ſolcher (4 = 5 oder 6ſtelligen) Zahl ziehen, ſo punktirt man ſogleich die Tauſendſtelle, [Er ſetzt einen Punkt zwiſchen 8 und 3] und theilt ſomit die ganze gegebene Zahl in zwey Klaſſen, ſo daß die erſte Klaſſe rechts 3 Stellen; die andere aber auch weniger als 3 Stellen haben kann. Gebt daher Acht, wie ich jetzt die Kubikwurzel aus 103823 ziehe!

Die ganze Zahl beſteht aus 2 Klaſſen, folglich hat die Wurzel zwey Stellen oder Ziffern [Er macht zwey Punkte in die Wurzelſtelle]

1) Ich nehme die Kubikzahl aus der erſten Klaſſe links.

Die Zahl 103 iſt aber keine (vollkommene) Kubikzahl, daher nehme ich die nächſte Kubikzahl unter ihr; dieſe iſt (wie die Tabelle zeigt) 64. [Er ſchreibt 64 unter 103] und ihre Wurzel iſt 4 [Er ſchreibt 4 in die Wurzelſtelle.]

64 von 103 bleiben 39. Ich ſetze 8 herab.

2) Ich nehme dreymal die Quadratzahl von 4 als Theiler: 4mal 4 iſt 16. Dreymal 16 iſt — wie viel? Ant. 48.

[Er ſchreibt 48 vor 398]

Die Zahl 48 iſt in 398 enthalten, wie vielmal? Ant. 8mal

Dieß geht aber nicht, ich nehme daher nur 7mal [Er ſchreibt 7 in die Wurzelſtelle.]

7mal 48 iſt 336. Dieſe Zahl von 398 abgezogen, bleiben 62, ich ſetze 2 dazu herab.

3) Ich nehme dreymal die Wurzel 4 mit der Quadrat-zahl von 7. 3mal 4 iſt 12. 7mal 7 iſt 49. 12mal 49, wie viel iſt dieß? Ant 588.

588 von 623, bleibt wie viel? Ant. 34 [Er ſchreibt 34 und ſetzt 3 dazu herab]

4) Ich nehme die Kubikzahl von 7, dieſe iſt 343, dieſe Zahl von 343 abgezogen bleibt nichts.

```
3
W | 103.823(4 7
     6 4 :::
    ------
48 | 398 ::
     336 ::
    ------
      622::
      588 :
     ------
       343:
       343 :
       ----
       - - -
```

[Die ganze Darſtellung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

[Man laſſe wieder einzelne Schüler an die Tafel treten, und dieſe Berechnung ſo lang wiederholen, bis ſie von jedem ohne Anſtoß gemacht wird. Alsdann werden eben ſo mit Worten und Ziffern folgende Aufgaben gelöſt:]

Wie viel iſt die Kubikwurzel
aus 314.432? Ant. 68. Aus 493 039? Ant. 79.
Aus 10,648? Ant. 22. Aus 1,331? Ant. 11.

---

b) Aus 7=8=9ſtelligen und noch höhern KubikZahlen.

[Der Lehrer ſchreibt $\overset{3}{\text{W}}$ | 105154048(und ſpricht:]

Erhebt man eine 2ſtellige Zahl zur Kubikzahl, ſo erhält man, wie ihr bisher geſehen habt, in dem HauptInhalte eine beſondere Kubikzahl aus der Einerſtelle, und eine beſondere aus der Zehnerſtelle.

Erhebt man aber eine 3ſtellige Zahl zur Kubikzahl ſo erhält man nebſt den Kubikzahlen aus der Einer= und Zehnerſtelle, auch noch eine beſondere Kubikzahl aus der Hundertſtelle.

Die beſondere Kubikzahl aus der Einerſtelle nun fängt auch im HauptInhalte wieder auf der Einerſtelle an; die be=

ſondere Kubikzahl aus der Zehnerſtelle aber fångt auf der Tauſendſtelle an, und die beſondere Kubikzahl aus der Hunderiſtelle auf der Millionenſtelle (weil Hundert mit Hundert vervielfåltigt, Zehntauſend, und dieſe wieder mit Hundert vervielfåltigt, Millionen geben.

Håtte man noch eine beſondere Kubikzahl aus der Tauſendſtelle, ſo würde auch dieſe im HauptInhalte wieder über 3 Stellen weiter hinaus kommen; und ſo ſeht ihr von ſelbſt ein, wie man überhaupt eine vielſtellige Zahl abtheilen müſſe, um ihre Kubikwurzel zu finden.

Man theilt ſie nåmlich von der Rechten herüber durch Punkte ſo in Klaſſen, daß jede Klaſſe 3 Stellen erhålt, bis auf die letzte Klaſſe links, welche auch weniger als 3 Stellen haben kann.

Hierauf zieht man die Kubikwurzel zuerſt nur aus den 2 letztern Klaſſen links, und zwar ſo, als wenn die übrigen gar nicht vorhanden wåren.

Hat man die Wurzel aus dieſen 2 Klaſſen, ſo nimmt man ihre Quadratzahl 3mal, und fåhrt weiter fort —

[Der Lehrer bezeichnet die obige Zahl, wie man weiter unten ſieht und ſpricht:] DieſeZahl enthålt 3 Klaſſen, folglich ihre Kubikwurzel 3 Stellen:

[Er ruft einen geübten Schüler an die Tafel, verdeckt die Klaſſe 048, und låßt alſo blos die Kubikwurzel wie vorhin aus 105154 ziehen; ſie iſt 47, und 1331 bleiben übrig.

Nun ſetzt man 0 dazu herab, nimmt die Quadratzahl 47 dreymal, das iſt: 3mal 2209 oder 6627 (als Theiler.)

Die Zahl 6627 iſt in 13310 2mal enthalten ꝛc. es bleiben 56 übrig . . . Man ſetzt 4 dazu herab.

Jetzt nimmt man 3mal die Wurzel 47, vervielfåltigt mit der Quadratzahl von 2, das iſt: 141 × 4 oder 564.

564 von 564, bleibt nichts. (Man ſetzt 8 herab.)

$\sqrt[3]{W}$ | 105.154.048(472
61 ::: ::
48 | 411 ::: ::
336 :: : ::
755 ::: ::
588 ::: : :
1074 : : :
343 : : :
6627 | 13310 ::
13254 ::
564 :
564 :
-- 8
8
-

Jeßt nimmt noch die Kubikzahl von der Wurzel 2, ſie iſt 8.
8 von 8 bleibt nichts.
[Die ganze Berechnung muß zuletzt ausſehen wie hier links.]
Der Lehrer laſſe dieſe Aufgabe noch mehrmal von einzelnen Schülern löſen, und alsdann eben ſo noch folgende:

Wie viel iſt die Kubikwurzel
aus 77854483? Ant. 427.
Aus 21024576? Ant. 276.
Aus 47437928? Ant. 362.

ℒ. Kommt man an eine Zahl, worin der Theiler nicht enthalten iſt, ſo enthält dieſelbe Klaſſe keine beſondere Kubikzahl, folglich iſt die Wurzel eine Nulle.

Man ſchreibt daher in dieſem Falle ſogleich eine Nulle zu der ſchon gefundenen Wurzel, ſetzt die nächſten drey Ziffern herab, und nimmt 3mal die Quadratzahl von der gefundenen Wurzel nebſt der Nulle als Theiler.

Suchet jeßt die Kubikwurzel aus 8365427!

$\sqrt[3]{W}$ | 8.365.427(20
8
12 | · 3654
1200 |

Aufl. 1) Die Kubikzahl der 1ſten Klaſſe iſt 8, und ihre Wurzel 2.
2) Die 3malige Quadratzahl von 2 iſt 12.

Die Zahl 12 iſt in 3 nicht enthalten, daher kommt eine Nulle zu der gefundenen Wurzel 2, und die 3 nächſten Ziffern, nämlich 654 werden zu 3 herabgeſchrieben, wodurch man 3654 erhält.

Nun nimmt man 3mal die Quadratzahl von 20 als Theiler.

20mal 20 iſt 400. 3mal 400 iſt 1200.

Die Zahl 1200 iſt in 3654 dreymal enthalten ꝛc.

Die Wurzel iſt alſo 203.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöſt:]

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 64,, 964, 808? Ant. 402.
— — — — — — 128,, 024, 064? — 504.
— — — — — — 27,, 270, 901? — 301

---

b) Aus gebrochenen Zahlen.

a) Aus gemeinen Brüchen.

aa) Aus eigentlichen Brüchen.

L. Um von einem Bruche die Kubikwurzel zu finden, zieht man ſie beſonders aus dem Zähler, und beſonders aus dem Nenner.

Sucht daher die Kubikwurzel von $\frac{10648}{77854483}$ [Sie iſt $\frac{22}{427}$]
— — — — — $\frac{1331}{8365427}$ [Sie iſt $\frac{11}{103}$]

---

bb) Aus uneigentlichen Brüchen oder gemiſchten Zahlen.

L. Um von einer gemiſchten Zahl die Kubikwurzel zu finden, verwandelt man die gemiſchte Zahl ſogleich in einen uneigentlichen Bruch [oder in einen Dezimalbruch wovon unten] und zieht die Wurzel aus dem Zähler und Nenner.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von $465\frac{31}{64}$?

[Auſl. $465\frac{31}{64} = \frac{29791}{64}$. Hievon die Wurzel $= \frac{31}{4} = 7\frac{3}{4}$]

Wie viel iſt die Kubikwurzel von $830\frac{73}{125}$?

[Aufl. $830\frac{73}{125} = \frac{103823}{125}$, alſo die Wurzel $= \frac{47}{5} = 9\frac{2}{5}$.

---

b) Aus Dezimalbrüchen.

L. Wenn ein Bruch zur Kubikzahl erhoben iſt, ſo iſt ſein Zähler eine beſondere Kubikzahl, und ſein Nenner ebenfalls eine. Daher müſſen ſich Dezimalbrüche, welche zu Kubikzahlen erhoben ſind, immer auf 3, 6, 9 ꝛc. Bruchſtellen, das heißt: auf Tauſendtel, Milliontel ꝛc. endigen, weil die Kubikzahlen von 10teln Tauſendtel ſind, und von 100teln Milliontel ꝛc.

Will man alſo die Kubikwurzel von einem Dezimalbruch finden, ſo behandelt man ſelben völlig wie eine ganze Zahl, und ſondert zuletzt von der gefundenen Wurzel ſo viele **Bruchſtellen** ab, als die gegebene Zahl **Bruchklaſſen** hat.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 0,314432? Ant 0,68.

— — — — — = 8365,427? — 20,3.

B) Aus unvollkommenen Kubikzahlen.

L. Da man von den unvollkommenen Kubikzahlen die Wurzel nicht genau nngeben, ſondern ſich derſelben nur durch Brüche immer mehr und mehr nähern kann, ſo ſind auch hiezu die Dezimal-Brüche am bequemſten. Man hat nur wieder einige leichte Regeln zu beobachten.

Erſte Regel. Iſt die Kubikzahl eine ganze, ſo zieht man die Wurzel aus ihr, bis ein Reſt bleibt. Alsdann ſetzt man zu der gefundenen Wurzel einen Beiſtrich und zu dem Reſte 3, 6 oder 9 Nullen, und fährt mit dem Ausziehen der Wurzel wie gewöhnlich fort.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von der Zahl 13?

```
 3
 W | 13(2,35 ꝛc.
      8
  12 | 5000.000
        36 : : : :
       140 : : :
        54 : : :
       800 : : :
        27 : : :
1587 | 8330 : :
       7935 : :
        3950 :
        1725 :
       22250
         125
       22125
```

Anmerkung.

Man kann auch jeder gegebenen Kubikzahl gleich anfangs einen Beyſtrich mit 3, 6 ꝛc. Nullen beyſetzen.

Folglich kann der Anſatz der eben vorhergegangenen Aufgabe auch ſo gemacht werden $\sqrt[3]{W}$ | 13,000.000(

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 32? Ant. 3, 17 ꝛc.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 517? Ant. 8, 02 ꝛc.

2te Regel. Iſt die Kubikzahl ein Dezimalbruch, ſo hängt man dieſem ſo viele Nullen an, als man will, jedoch ſo, daß er 3, 6 oder 9 ꝛc. Bruchſtellen erhält, und zieht die Wurzel aus, wie gewöhnlich.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 78,4? Aufl.

$\sqrt[3]{W}$ | 78,400.000 (= 4,26 ꝛc.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 9,03? Aufl.

$\sqrt[3]{W}$ | 9,030.000 (= 2,08 ꝛc.

3te Regel. Iſt die Kubikzahl ein gemeiner Bruch, ſo verwandelt man dieſen gleich in einen Dezimalbruch, und zieht die Wurzel aus, wie ſchon erklärt wurde.

Wie viel iſt dis Kubikwurzel von $\frac{3}{4}$? Aufl. $\frac{3}{4}$ = 0,75
$\sqrt[3]{0,750,000.000}$ (= 0,908 ꝛc.

Verhältniße.

Von 2 verſchiedenen Zahlen kann immer die eine auf irgend eine Art aus der andern hergeleitet oder erzeugt werden. Und —

Die Art, wie eine zweyer gegebenen Zahlen aus der andern erzeugt werden kann, heißt man das **Verhältniß** ſolcher Zahlen.

Es kann aber eine der 2 gegebenen Zahlen auf eine doppelte Art aus der andern erzeugt werden, nämlich:

1) So daß man zu oder **von** der einen ſo viel nimmt als der Unterſchied beträgt, und

2) So daß man die eine **ſo vielmal** nimmt, als ſie in der andern enthalten iſt. Z. B.

Es ſind die Zahlen 4 und 12 gegeben. Dieſe Zahlen können folgender Maßen von einander erzeugt werden:

1) Zählt man zu der Zahl 4 den Unterſchied 8, ſo hat man die Zahl 12, und nimmt man von der Zahl 12 den Unterſchied 8, ſo hat man die Zahl 4.

2) Nimmt man die Zahl 4, 3mal, ſo hat man die Zahl 12, und nimmt — — — 12, ein 3telmal, ſo hat man die Zahl 4.

Ein Verhältniß nun, welches ſich (wie im 1ſten Falle) auf den Unterſchied zweyer Zahlen gründet, heißt man ein **Unterſchieds Verhältniß**. oder arithmetiſches Verhältniß.

Ein Verhältniß aber, welches ſich, (wie im 2ten Falle) auf das Theilen gründet, heißt man ein **Theilungsverhältniß** oder geometriſches Verhältniß.

Anmerkung

Unſere Schüler werden aus den bisherigen und noch ſol

genden Uebungen einſehen, was es heißt: Dieſe Zahl verhält ſich zu jener ſo und ſo, oder: was das Verhältniß 2er gegebenen Zahlen ſey, ohne daß man ſie jetzt ſchon mit dieſen abſtakten Begriffen bekannt macht; man verſchone ſie daher auch noch damit, und übe ſie lieber darin, wie man aus dem gegebenen Verhältniße zweyer Zahlen, deren eine bekannt iſt, die unbekannte findet, wie folgt:

A) Unterſchiedsverhältniße oder Arithmetiſche Verhältniße.

L. Was bleibt übrig, wenn man 5 von 7 abzieht? Ant. 2.

L. Um wie viel iſt alſo die Zahl 5 weniger, als 7? Ant. Um 2.

L. Und um wieviel iſt die Zahl 7 mehr als 5? Ant. Um 2.

L. Das, um was eine Zahl weniger oder mehr iſt, als eine andere, heißt man den Unterſchied ſolcher Zahlen.

Wie viel iſt alſo der Unterſchied zwiſchen 5 und 7? Ant. 2.

L. Wie viel bleibt übrig, wenn man 6 von 10 abzieht? Ant. 4.

L. Um wie viel iſt alſo die Zahl 6 weniger, als 10? Ant. Um 4.

L. Und um wie viel iſt die Zahl 10 mehr, als die Zahl 6? Ant. Um 4.

L. Wie viel iſt alſo der Unterſchied zwiſchen 6 und 10? Ant. 4.

L. Wie hier bekommt man jedes Mal den Unterſchied zwiſchen einer kleinern und größern Zahl, wenn man die kleinere von der größern abzieht.

Wie macht man es alſo, um den Unterſchied zwiſchen 95 und 132 zu bekommen? Ant. Man zieht 95 von 132 ab.

L. So ſchreibt dieſe Zahlen unter einander und ziehet ab!

L. Wie viel iſt alſo der Unterſchied zwiſchen 95 und 132?

Ant. 37.

L. Unterſchied oder Reſt iſt alſo beym Abziehen einerley. Sucht mir geſchwind den Unterſchied zwiſchen 325 und 84!

L. Wie viel iſt der Unterſchied zwiſchen 325 und 84?

Ant. 241.

L. Wie viel iſt der Unterſchied zwiſchen 5 und 3? Ant. 2

— — — — — — — 5 — 4? — 1

— — — — — — — 5 — 5? — Nichts

— — — — — — — 4 — 4? — —

L. Zahlen, welche keinen Unterſchied haben, heißt man gleiche Zahlen; wie heißt man demnach ſolche Zahlen, welche einen Unterſchied haben? Ant. Ungleiche Zahlen.

L. Sage mir jeder 2 gleiche Zahlen! Ant. 2 und 2, 3 und 3 ꝛc.

L. Sage mir jeder 2 ungleiche Zahlen! Ant. 3 und 4, 5 und 1 ꝛc.

L. Sage jeder 2 Zahlen, deren Unterſchied 5 iſt! Z. B. 8 und 13, 6 und 11 ꝛc.

L. Sage jeder 2 Zahlen, deren Unterſchied 3 iſt! Z. B. 8 und 5, 9 und 12 ꝛc.

L. Der Unterſchied zwiſchen $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{7}$ iſt $\frac{3}{7}$.

Wie viel iſt der Unterſchied zwiſchen $\frac{2}{9}$ und $\frac{5}{9}$? Ant. $\frac{3}{9}$ oder $\frac{1}{3}$.

L. — — — — — — $\frac{13}{11}$ — $\frac{9}{11}$? — $\frac{6}{11}$.

L. — — — — — — $\frac{2}{5}$ — $\frac{3}{4}$? Ant. —

Aufl. Hier müſſen beyde Brüche zuerſt unter einerley Nenner gebracht werden. Man erhält dafür $\frac{8}{20}$ und $\frac{15}{20}$, folglich iſt der Unterſchied $\frac{7}{20}$

L. Wie viel iſt der Unterſchied zwiſchen $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{7}$? Ant. $\frac{1}{21}$.

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben in Brüchen.]

$4 + 2 = 6$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden 3
$5 + 3 = 8$ Beyſpiele unter einander und ſpricht:]
$7 + 4 = 11$ Die Summe von 4 und 2 iſt 6.

Wie viel iſt die Summe von 5 und 3? Ant. 8

L. — — — — — — 7 — 4? — 11.

L. Wenn man 4 von der Summe 6 abzieht, wie viel bleibt noch? Ant. 2

L. — — 2 — — — 6 —, wie viel bleibt noch? Ant. 4

L. — — 5 — — — 8 —, wie viel bleibt noch? Ant. 3

L. — — 3 — — — 8 —, wie viel bleibt noch? Ant 5.

L. — — 7 — — — 11 —, wie viel bleibt noch? Ant. 4

L. — — 4 — — — 11 —, wie viel bleibt noch? Ant. 7

L. Wenn man alſo von der Summe 2er Zahlen die eine abzieht, ſo bleibt die andere übrig.

[Er wiſcht dieſe Beyſpiele weg, ſchreibt $x + 2 = 6$ und ſpricht:]

Ich denke mir 2 Zahlen: die eine ſage ich nicht, ſie ſoll x heißen, die andere iſt 2, und die Summe dieſer 2 Zahlen iſt 6. Wie viel iſt die verſchwiegene oder unbekannte? Ant —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Iſt die unbekannte, wenn man 2 dazu thut, ſo viel als 6, ſo iſt die unbekannte [Er ſchreibt x unter x] wenn man nichts dazu thut, um 2 weniger als 6, das iſt 4 [Er ſchreibt
$x + 2 = 6 = 4$ wie hier links]
$x = 4$ L. Sage mir jeder dieſe Auflöſung noch einmal

mit eben denſelben Worten her! Ant. Iſt die unbekannte, wenn man ꝛc.

L. Berechnet mir eben ſo mit Worten und dem Buchſtab x Folgendes!

Ich denke mir 2 Zahlen: die eine ſage ich nicht, die andere iſt 3, und die Summe iſt 8; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 5.

Ich denke ꝛc. die eine iſt x, die andere 4, und die Summe 11; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 7.

Ich denke ꝛc. die eine iſt x, die andere 5 und die Summe 12; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 7.

Ich denke ꝛc. die eine iſt x die andere 24, und die Summe 35; wie viel iſt x? Ant. 11.

Ich denke ꝛc· die eine iſt 2, die andere x, und die Summe 6; wie viel iſt x? Ant. — [Hier werden die Schüler 2 † x = 6 ſchreiben, und ſich vielleicht nicht zu helfen wiſſen]

L. Es iſt einerley, ob man die erſte Zahl zur 2ten oder die 2te zur 1ſten zählt, ihr könnt daher jedes Mal die unbekannte nämlich x, auf den erſten Platz ſchreiben, und verfahren wie vorhin!

x † 2 = 6 [Die Berechnung wird alſo wieder ſeyn, wie
x = 4 links:]

L. Wie viel iſt alſo hier die unbekannte? Ant. 4.

L. Berechnet eben ſo noch Folgendes!

Die Summe zweyer Zahlen iſt 12, die eine iſt 9, wie viel iſt die andere? Ant. 3.

Die Summe zweyer Zahlen iſt 18, die eine iſt 11, wie viel iſt die andere? Ant. 7

Die Summe zweyer Zahlen iſt 20, die eine iſt 12, wie viel iſt die andere? Ant. 8.

Die Summe zweyer Zahlen iſt 68, die eine iſt 25, wie

Aufl. $x + 25 = 68$ viel iſt die andere? Ant. 43

$$\begin{array}{rl} x + 25 & = 68 \\ & \underline{25} \\ x & = 43 \end{array}$$

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben in etwas großen Zahlen.]

$6 - 2 = 4$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Bey-
$8 - 3 = 5$ ſpiele untereinander, und ſpricht:]
$11 - 4 = 7$ Wenn man von der Zahl 6 die Zahl 2 abzieht, was bleibt noch übrig? Ant. 4.

L. Um wie viel iſt alſo die Zahl 6 mehr als 2? Ant. Um 4.

L. Welches iſt alſo der Unterſchied zwiſchen 6 und 2? Ant. 4.

L. Welches iſt der Unterſchied zwiſchen 8 und 3? Ant. 5

L. — — — — — 11 — 4? — 7.

L. Wenn man hier den Unterſchied 4 und die kleine Zahl 2 zuſammenzählt, ſo bekommt man die größere Zahl 6; was bekommt man, wenn man den Unterſchied 5 und die kleinere Zahl 3 zuſammenzählt? Ant. 8.

L. Was bekommt man, wenn man den Unterſchied 7 und die kleinere Zahl 4 zuſammen zählt? Ant. 11.

L. Wenn man alſo den Unterſchied zweyer Zahlen zur kleinern Zahl zählt, ſo erhält man die größere.

[Er wiſcht alles weg, ſchreibt blos $x - 3 =$ und ſpricht.]

Ich denke mir 2 Zahlen: wenn man von der einen, welche x heißen ſoll, 3 wegthut, ſo bleibt noch 5; wie viel iſt die unbekannte Zahl oder x? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgebe löſe!

Iſt die unbekannte Zahl, wenn man 3 davon wegthut, ſo viel als 5, ſo iſt die unbekannte Zahl [Er ſchreibt x unter x] wenn man nichts davon wegthut, um 3 mehr als 5, das iſt 8.

$x - 3 = 5$ [Er ſchreibt $= 8$ ſo, daß die Darſtellung
$x \quad = 8$ ausſieht, wie hier links.]

L. Sage mir jeder dieſe Auflöſung mit eben denſelben Worten her! Ant. Iſt die unbekannte Zahl, wenn man ꝛc.

L. Berechnet eben ſo mit Worten und dem Buchſtab x Folgendes!

Ich denke mir 2 Zahlen: wenn man von der einen 4 hinwegthut, ſo bleibt noch 7; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 11.

Ich denke mir 2 Zahlen: wenn man von der einen 9 wegthut, ſo bleibt noch 6; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 15.

Eine unbekannte Zahl, weniger 8, iſt 13; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 21.

— — —, — 7. — 15; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 22.

— — —, — 14, — 35; wie viel iſt die unbekannte?

Aufl. $x - 14 = 35$
$\quad\quad\quad\quad\quad\underline{14}$ [Eben ſo noch beliebige Aufgaben in
$x \quad\quad\quad\quad 49$ etwas großen Zahlen]

[Der Lehrer ſchreibt $9 - X = 4$ und ſpricht:]

Wenn man von der Zahl 9 eine andere (oder unbekannte) Zahl wegthut, ſo bleibt noch 4; wie viel iſt die unbekannte? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich hier die Auflöſung mache!

Iſt die Zahl 9, wenn man die unbekannte Zahl davon wegthut, ſo viel als 4, ſo iſt die Zahl 9 [Er ſchreibt 9 unter 9] wenn man nichts davon wegthut, um die unbekannte Zahl mehr als 4 [Er ſchreibt $= 4 + x$] das iſt: 4 und x oder rückwärts: x und 4 ſind 9.

[Er ſchreibt unter das Vorige $x + 4 = 9$]

Iſt aber x, wenn man 4 dazu thut, ſo viel als 9, ſo iſt x,

[Er ſchreibt x unter x] wenn man nichts dazu thut, um 4 weniger als 9, das iſt 5.

$9 - x = 4$

$9 = 4 + x$ [Die ganze Darſtellung muß ausſehen wie hier links.]

$x + 4 = 9$

$x = 5$

L. Auf dieſe Art kann man alſo auch in dieſem Falle x wieder auf den erſten Platz bekommen, und wie vorhin verfahren. Sage mir jeder dieſe Auflöſung mit eben denſelben Worten her! Iſt die Zahl 9, wenn man ꝛc.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Die Zahl 15, weniger eine unbekannte Zahl, iſt 6; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 9.

— — 21, — — — Zahl, iſt 8; wie viel iſt die unbekannte? Ant. 13.

— — 47, — — — Zahl, iſt 23; wie viel iſt die unbekannte? Ant. —

Aufl. $47 - x = 23$ [Eben ſo noch beliebige Aufgaben in etwas größern Zahlen.]

$47 = 23 + x$

$x = 47 - 23$

$x = 24$

B) Theilungsverhältniße.

$2 \times 3 = 6$ [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden 2

$5 \times 8 = 40$ Beyſpiele untereinander und ſpricht:]

Der Inhalt von 2mal 3 iſt 6; wie viel iſt der Inhalt von 5mal 8? Ant. 40.

L. Wenn man den Inhalt zweyer Zahlen durch eine derſelben theilt, ſo erhält man die andere.

Wie vielmal iſt die Zahl 3 in 6 enthalten? Ant. 2mal.

L. — — — — — 2 — 6 — ? — 3 —.

L. — — — — — 8 — 40 — ? — 5 —.

L. — — — — — 5 — 40 — ? — 8 —.

[Der Lehrer wiſcht dieſe 2 Beyſpiele weg, ſchreibt $2\,x = 6$ und ſpricht:]

2mal eine unbekannte Zahl iſt 6; wie viel iſt die unbekannte? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich hier die Auflöſung mache!

Iſt 2mal die unbekannte Zahl,, 6, ſo iſt 1mal die unbekannte Zahl [Er ſchreibt x unter 2 x] der halbe Theil von 6 [Er ſchreibt $\frac{6}{2}$] das iſt: 6 Halbe oder 3 [Er ſchreibt $= 3$,

$2\,x = 6$ daß die Darſtellung ausſieht wie hier links.]

$x = \frac{6}{2} = 3$ L. Berechnet eben ſo mit Worten und dem Buchſtab x Folgendes!

2mal eine unbekannte Zahl iſt 75: wie viel iſt die unbekannte?

Ant $\frac{75}{2}$ oder $37\frac{1}{2}$.

3 — — — — — 48; — — iſt x? Ant. $\frac{48}{3}$ oder 16

3 — — — — — 56; — — — x? — $\frac{56}{3}$ — $18\frac{2}{3}$

4 — — — — — 67; — — — x? — $\frac{67}{4}$ — $16\frac{3}{4}$

[Eben ſo beliebige Aufgaben in etwas großen Zahlen.]

[Der Lehrer ſchreibt $x \times 3 = 74$ und ſpricht:]

Wenn man durch eine unbekannte Zahl die Zahl 3 vervielfältigt ſo erhält man 74; wie viel iſt die unbekannte? Ant. —

L. Eine unbekannte Zahl, das iſt hier x, mit 1 vervielfältigt gibt 1mal die unbekannte oder ein x, alſo gibt eine unbekannte Zahl oder x mit 3 vervielfältigt, 3mal die unbekannte Zahl oder 3 x [Er wiſcht $x \times 3$ weg und ſchreibt 3 x dafür hin.]

Auf dieſe Art könnt ihr jedes Mal, wenn durch eine unbekannte Zahl eine bekannte vervielfältigt werden ſoll, die bekannte zuerſt ſchreiben, und dadurch die unbekannte vervielfältigen; denn es iſt ja, wie ihr ſchon längſt wißt, einerley welche von den gegebenen Zahlen man als Vervielfältiger nimmt.

[Und nun — wird dieſe Aufgabe wieder wie die vorige gelöst nämlich:]

Iſt 3mal die unbekannte Zahl,, 74, ſo iſt 1mal die unbekannte Zahl [Er ſchreibt x unter 3 x] der 3te Theil von 74 [Er ſchreibt $=\frac{74}{3}$] das iſt: 74 Drittel oder $24\frac{2}{3}$ ꝛc.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn man durch eine (unbekannte) Zahl,, 5 vervielfältigt, ſo bekommt man 70, wie viel iſt die unbekannte? Ant. $\frac{70}{5}$ oder 14.

Wenn man durch eine gewiſſe Zahl,, 4 vervielfältigt, ſo bekommt man 68; wie viel iſt die unbekannte Zahl? Ant. $\frac{68}{4} = 17$.

Wenn man durch eine gewiße Zahl die Zahl 2 vervielfältigt, ſo bekommt man 37; wie viel iſt die unbekannte Zahl? Ant. $\frac{37}{2} = 18\frac{1}{2}$

u. ſ. w.

---

3 : 6 = 2 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele untereinander und ſpricht:]
8 : 40 = 5

Hier ſeht ihr in einem Theilungs-Anſatze eben dieſelben 2 Beyſpiele, welche vorhin in einem Vervielfältigungs-Anſatze gegeben waren.

Sagt mir wieder: Wie vielmal iſt die Zahl 3 in 6 enthalten? Ant. 2mal.

L. Wie vielmal iſt die Zahl 2 in 6 enthalten? Ant. 3mal.

L. Wie vielmal iſt die Zahl 8 in 40 enthalten? Ant. 5mal.
L. — — — — — 5 — 40 — — 8 —.

[Der Lehrer verändert dieſe Beyſpiele, wie hier links und ſpricht.]

$\frac{6}{3} = 2$ Statt daß man den Theiler vor die Theilungszahl
$\frac{40}{8} = 5$ ſetzt, pflegt man denſelben auch unter die Theilungszahl zu ſetzen, und beyde durch einen Querſtrich zu trennen, ſo daß ſie eine gebrochene Zahl bilden.

Sagt mir wieder:

Wie vielmal muß man den Theiler 3 nehmen, um die Theilungszahl 6 zu bekommen? Ant. 2mal.

L. Wie vielmal muß man aber den Anzeiger 2 nehmen, um die Theilungszahl 6 zu bekommen? Ant. 3mal.

L. Wie vielmal muß man den Theiler 8 nehmen, um die Theilungszahl 40 zu bekommen? Ant. 5mal.

L. Wie vielmal muß man den Anzeiger 5 nehmen, um die Theilungszahl 40 zu bekommen? Ant. 8mal.

[Der Lehrer wiſcht dieſe Beiſpiele weg, ſchreibt $\frac{x}{3} = 17$, und ſpricht:]

Wenn man den Theiler und Anzeiger miteinander vervielfältigt, ſo bekommt man die Theilungszahl —

Wie viel iſt demnach diejenige unbekannte Zahl, in welcher die Zahl 3, 17 mal enthalten iſt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Iſt die Zahl 3 in der unbekannten Zahl 17mal 3 enthalten, ſo iſt die unbekannte Zahl [Er durchſtreicht den 3er ſammt dem Querſtrich, und ſchreibt × 3] 17mal 3 oder 3mal 17, das iſt: [Er vervielfältigt] 51.

$\frac{x}{3} = 17 \times 3 = 51$ [Die Darſtellung mag ausſehen wie hier links.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn die Zahl 3 in x,, 24mal enthalten iſt, wie viel iſt x?
Ant. 72.

— — — 4 — x,, 19 — — —, — — iſt x?
Ant. 76.

— — — 7 — x,, 90 — — —, — — iſt x?
Ant. 630.

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{72}{x} = 3$ und ſpricht:]

Eine unbekannte Zahl iſt in 72,, 3mal enthalten; wie viel iſt wohl die unbekannte? Ant —

L. Gebt Acht, wie ich die unbekannte Zahl hier finde!

Iſt die unbekannte Zahl in 72,, 3mal enthalten, ſo iſt die Zahl 72 3mal die unbekannte [Er ſchreibt $72 = 3 \times X$] oder: 3mal x iſt 72 [Er ſchreibt $3\,x = 72$ unter das Vorige]

Iſt aber 3mal die unbekannte 72, ſo iſt 1mal die unbekannte [Er ſchreibt x unter 3 x] der 3te Theil von 72 ꝛc.

$\frac{72}{x} = 3$ [Die Darſtellung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.

$72 = 3 \times x$

$3\,x = 72$ L. Berechnet eben ſo Folgendes!

$x = \frac{72}{3} = 24$

Eine unbekannte Zahl iſt in 56,, 4mal enthalten; wie viel iſt x? 14.

— — — — — 80,, 5 — — ; wie viel iſt x? 16

— — — — — 342,, 6 — — ; wie viel iſt x? 57.

u. ſ. w.

$\frac{6}{3} = 2$ [Der Lehrer ſchreibt wieder die hier links ſtehenden
$\frac{40}{8} = 5$ Beyſpiele, und ſpricht:]

Man kann auch die Theilungszahl mit dem Theiler auf dieſe Art ganz wie eine gebrochene Zahl behandeln.

Wie viel iſt der 3te Theil von 6? Ant. 2.

L. Wie vielmal muß man dieſen Theil 2 nehmen, um die Zahl 6 zu bekommen? Ant. 3 mal.

L. Wie viel iſt der 8te Theil von 40? Ant. 5.

L. Wie viel mal muß man dieſen Theil 5 nehmen, um die Zahl 40 zu bekommen? Ant. 8 mal.

[Er wiſcht dieſe Beyſpiele weg, ſchreibt $\frac{X}{3} = 24$, und ſpricht:]

Der 3te Theil einer unbekannten Zahl iſt 24, wie viel iſt die unbekannte? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich die Aufgabe löſe!

Iſt der 3te Theil von der unbekannten Zahl 24, ſo iſt die ganze unbekannte Zahl 3 mal 24, das iſt 72.

$\frac{X}{3} = 24$ [Die Darſtellung iſt wie hier links.]
$X = 3 \times 23 = 72$

Der halbe Theil einer unbekannten Zahl iſt 27, wie viel iſt X?
Ant. 54.

— 3te — — — — — 43, wie viel iſt X?
Ant. 129.

— 4te — — — — — 37, wie viel iſt X?
Ant. 148.

— 5te — — — — — $29\frac{2}{3}$, wie viel iſt X?
Ant. $148\frac{1}{3}$.

u. ſ. w.

Anmerkung.

Nun kann man dergleichen Verhältniſſe auch gleich in Brüchen angeben, und die unbekannte Zahl gerad wieder ſuchen laſſen, wie vorhin. z. B.

Ein halbmal eine unbekannte Zahl iſt 39, wie viel iſt die unbekannte? Aufl. Ein halbmal eine unbekannte Zahl heißt ſo viel als: der halbe Theil von einer unbekannten Zahl (Hier ſchreibt man wieder $\frac{X}{2} = 39$)

Iſt aber der halbe Theil von X 39, ſo iſt X″ 2mal 39 oder 78.

$\frac{1}{3}$mal X iſt 18; wie viel iſt X? Ant. 54.
$\frac{1}{4}$ — X — 20; — — — X? — 80.

u. ſ. w.

[Jetzt auch Brüche, deren Zähler mehr als 1 iſt:
$\frac{2}{3}$mal X iſt 40, wie viel iſt X? Aufl.
$\frac{2}{3}$mal X heißt ſo viel als der 3te Theil von 2 X (hier ſchreibt man $\frac{2X}{3} = 40$)

Iſt aber der 3te Theil von 2 X„ 40, ſo ſind 2 (ganze) X″ 3mal 40 oder 120.

Sind endlich 2 X„ 120, ſo iſt 1 X der halbe Theil von 120, das iſt: $\frac{120}{2}$ oder 60.

$\frac{2X}{3} = 40$
$2X = 3 \times 40 = 120$ [Die Darſtellung mag ſeyn wie hier
$X = \frac{120}{2} = 60.$ links.]

Andere Auflöſung dieſes Beyſpiels:

Iſt $\frac{2}{3}$mal X„ 40, ſo iſt $\frac{1}{3}$mal X der halbe Theil von 40, das iſt $\frac{40}{2} = 20$.

Iſt aber $\frac{1}{3}$mal X„ 20, ſo iſt 1 ganzes mal X„ 3mal 20, das iſt: 60.

$\frac{2}{3}$mal X iſt 25; wie viel iſt X? Ant. $37\frac{1}{2}$.
$\frac{3}{4}$ — X — 18; — — — X? — 24
$\frac{4}{5}$ — X — 20; — — — X? — 25.

u. ſ. w

Endlich Aufgaben, wobey Unterſchieds- und Theilungs-Verhältniße verbunden ſind. Z. B.

$2\,X + 5 = 19$; wie viel iſt X? Aufl.

Sind 2 X, wenn man noch 5 dazu thut, 19, ſo ſind 2 X, wenn man nichts dazu thut, um 5 weniger als 19, das iſt 14.

Sind aber 2 X,, 14, ſo iſt 1 X der halbe Theil von 14, das iſt $\frac{14}{2} = 7$.

$3\,X + 6 = 30$; wie viel iſt X? Ant. 8.
$4\,X + 3 = 31$; — — — X? — 7.

u. ſ. w.

Die Summe zweyer (unbekannten) Zahlen iſt 27, ihr Unterſchied iſt 3; wie viel iſt die kleinere? Aufl.

Die kleinere iſt X, die größere iſt auch X, wozu aber noch der Unterſchied 3 gehört; folglich iſt die kleinere und größere zuſammen 2 X + 3.

Sind nun 2 X, wenn man 3 dazu thut, 27, ſo ſind 2 X, wenn man nichts dazu thut, um 3 weniger als 27, das iſt 24 ꝛc. [Die Darſtellung mag ausſehen, wie hier links.]

$$\begin{array}{ll} X & \\ X + 3 & \\ \hline 2X + 3 & = 27 \\ 2X & = 24 \\ X & = \frac{24}{2} = 12 \end{array}$$

Die Summe 2er Zahlen iſt 59, und ihr Unterſchied 17; wie viel it die größere? Ant. 38.

u. ſ. w.

Ich überlaſſe es dem Gutdünken jedes Lehrers, ob und wie weit er dieſe Anſicht hier noch ausführen will.

Ebenmaße oder Proportionen.

Ein Ebenmaß iſt eine Reihe von 4 Zahlen, wovon die 2 erſten eben daſſelbe Verhaltniß haben, wie die 2 andern.

Enthält ein Ebenmaß 2 gleiche Unterſchiedsverhaltniße, ſo iſt es ein Unterſchiedsebenmaß.

Enthält ein Ebenmaß 2 gleiche Theilverhältniſſe, ſo iſt es ein Theilebenmaß

Um die Lehrlinge mit den Eigenſchaften dieſer Anſicht der Zahlen recht bekannt zu machen, verfahrt er wie folgt.

A) Unterſchiedsebenmaße oder Arithmetiſche Proportionen.

2 — 3 = 7 — 8 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden
5 — 7 = 4 — 6 Beyſpiele, und deutet auf jede Zahl, indem
3 — 7 = 2 — 6 er ſich Folgendes nachſprechen laßt:]
3 — 2 = 8 — 7 Der Unterſchied zwiſchen 2 und 3 iſt 1,
7 — 5 = 6 — 4 — — — 7 — 8 — auch 1
7 — 3 = 6 — 2 — — — 5 — 7 — 2
— — — 4 — 6 — auch 2.

Der Unterſchied zwiſchen 3 und 7 iſt 4, der Unterſchied zwiſchen 2 und 6 iſt auch 4.

— — — 3 — 2 — 1, — — zwiſchen 8 und 7 iſt auch 1.

— — — 7 — 5 — 2, — — zwiſchen 6 und 4 iſt auch 2.

— — — 7 — 3 — 4, — — zwiſchen 6 und 2 iſt auch 4.

[Der Lehrer fängt wieder oben an zu deuten, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Die Zahl 2 verhält ſich zur Zahl 3, wie ſich die Zahl 7 zur Zahl 8 verhält; denn der Unterſchied zwiſchen 2 und 3 iſt 1, und der Unterſchied zwiſchen 7 und 8 iſt auch 1.

Die Zahl 5 verhält ſich zur Zahl 7, wie ſich die Zahl 4 zur Zahl 6 verhält; denn der Unt. zwiſchen 5 und 7 iſt 2, und der Unt. zwiſchen 4 und 6 iſt auch 2.

Die Zahl 3 verhält ſich zur Zahl 7, wie ſich die Zahl 2 zur Zahl 6 verhält; denn ꝛc.

u. ſ. w.

L. Hier haben wir alſo jedes Mal 4 aufeinander folgende Zahlen, deren 1ſte ſich in Hinſicht des Unterſchieds zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten —

Eine Reihe von 4 Zahlen, deren 1ſte ſich in Hinſicht des Unterſchieds zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten, iſt ein Unterſchieds Ebenmaß.

Was iſt ein Unterſchieds Ebenmaß? Ant. Eine Reihe von 4 Zahlen ꝛc.

L. Wenn eine Reihe von 4 Zahlen ſo beſchaffen iſt, daß ſich die 1ſte in Hinſicht des Unterſchieds zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten, ſo verhält ſich auch rückwärts die 4te zur 3ten, wie die 2te zur 1ſten. Sprecht mir daher wieder Folgendes über unſere Beyſpiele nach! [Er deutet]

Die Zahl 8 verhält ſich zur Zahl 7, wie ſich die Zahl 3 zur Zahl 2 verhält; denn der Unt. zwiſchen 8 und 7 iſt 1 und der Unt. zwiſchen 3 und 2 iſt auch 1.

Die Zahl 6 verhält ſich zur Zahl 4, wie ſich die Zahl 7 zur Zahl 5 verhält; denn der Unt. zwiſchen 6 und 4 iſt 2, und der Unt. zwiſchen 7 und 5 iſt auch 2.

u. ſ. w.

ℒ. Wenn eine Reihe von 4 Zahlen ſo beſchaffen iſt, daß ſich die 1ſte in Hinſicht des Unterſchieds zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten, ſo verhält ſich auch

die 1ſte zur 3ten, wie die 2te zur 4ten. Sprecht mir daher wieder Folgendes über unſere Beyſpiele nach! [Er deutet]

Die Zahl 2 verhält ſich zur Zahl 7, wie ſich die Zahl 3 zur Zahl 8 verhält; denn der Unt. zw. 2 und 7 iſt 5, und der Unt zw. 3 und 8 iſt auch 5.

Die Zahl 5 verhält ſich zur Zahl 4, wie ſich die Zahl 7 zur Zahl 6 verhält; denn der Unt. zw. 5 und 4 iſt 1. und der Unt. zw. 7 und 6 iſt auch 1.

u. ſ. w.

ℒ. Wenn eine Reihe von 4 Zahlen ſo beſchaffen iſt, daß ſich die 1ſte in Hinſicht des Unterſchieds zur 3ten eben ſo verhält, wie die 2te zur 4ten, ſo verhält ſich auch rückwärts

die 4te zur 2ten, wie die 3te zur 1ſten. Sprecht mir daher auch noch Folgendes über unſere Beyſpiele nach! (Er deutet)

Die Zahl 8 verhält ſich zur Zahl 3, wie ſich die Zahl 7 zur Zahl 2 verhält; denn der Unt. zw. 8 und 3 iſt 5, und der Unt. zw. 7 und 2 iſt auch 5.

Die Zahl 6 verhält ſich zur Zahl 7, wie ſich die Zahl 4 zur Zahl 5 verhält; denn der Unt. zw. 6 und 7 iſt 1, und der Unt. zw. 4 und 5 iſt auch 1.

u. ſ. w.

Auffindung einer unbekannten Zahl zu 2 bekannten in einem Unterſchiedsebenmaße.

Erſte Auflöſungsart.

[Der Lehrer ſchreibt X — 13 = 2 — 7 und ſpricht:]

Wenn 3 Zahlen eines Unterſchiedsebenmaßes nach ihrer

gehörigen Ordnung gegeben ſind, ſo kann man die 4te oder unbekannte Zahl finden, man darf nur auf den Unterſchied des zuſammengehörigen Paares ſehen. Hier iſt die 1te Zahl unbekannt, und einſtweilen nur mit dem Buchſtab X bezeichnet. Dieſe unbekannte Zahl ſoll ſich zu 13 verhalten, wie 2 zu 7; wie viel iſt demnach die unbekannte? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich die unbekannte finde!

[Er deutet auf X und ſpricht:]

Wenn ſich die unbekannte Zahl zu 13 verhalten ſoll, wie ſich die Zahl 2 zu 7 verhält, ſo muß zwiſchen der unbekannten Zahl und 13 ebenderſelbe Unterſchied ſeyn, wie zwiſchen der Zahl 2 und 7.

Nun iſt die Zahl 2 um 5 weniger als 7, alſo muß auch die unbekannte Zahl um 5 weniger ſeyn als 13.

Eine Zahl aber, welche um 5 weniger iſt als 13, iſt die Zahl 8, folglich iſt die unbekannte Zahl die Zahl 8. [Er ſchreibt 8 unter X.]

[Der Lehrer läßt nach und nach mehrere Lehrlinge an die Tafel treten, und die Auflöſung eben ſo machen.]

L. Man kann dieſe Aufgabe auch rückwärts löſen; gebt daher Acht, wie ich es mache!

[Er deutet auf 7 und ſpricht:]

Wie ſich die Zahl 7 zur Zahl 2 verhält, ſo verhält ſich auch die Zahl 13 zur unbekannten.

Nun iſt die Zahl 7 um 5 mehr als die Zahl 2, folglich muß auf die Zahl 13 um 5 mehr ſeyn, als die unbekannte Zahl; die Zahl 13 iſt aber um 5 mehr als die Zahl 8, folglich iſt die unbekannte Zahl 8.

L. Wer will dieſe Aufgabe eben ſo löſen? —

L. Auf dieſe Art könnt ihr jedes Mal vor- oder rückwärts, wie es euch am bequemſten iſt, zu 3 gegebenen Zahlen eines Unterſchiedsebenmaßes die unbekannte Zahl finden,

ſie mag am 1ten, 2ten, 3ten oder 4ten Platze vorkommen. Ihr dürfet nur immer zuerſt den Unterſchied der 2 zuſammengehörigen bekannten Zahlen (durchs Abziehen) ſuchen; alsdann Acht geben, ob die unbekannte mehr oder weniger ſeyn muß als die dazu gehörige bekannte: iſt ſie mehr als die bekannte, ſo zählt man den Unterſchied zu ihr, iſt ſie weniger, ſo nimmt man ihn von ihr. [Er ſchreibt X — 17 = 9 — 12.]

Sucht mit daher geſchwind die unbekannte Zahl, welche ſich zu 17 eben ſo verhält, wie 9 zu 12!

Aufl. $\underset{14}{X} - 17 = 9 - 12.$

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele gemacht]

$X - 25 = 18 - 24.$	Aufl.	$\underset{19}{X} - 25 = 18 - 24.$
$X - 6 = 35 - 28.$	—	$\underset{13}{X} - 6 = 35 - 28.$
$14 - X = 10 - 7$	—	$14 - \underset{11}{X} = 10 - 7.$
$4 - X = 6 - 15$	—	$4 - \underset{13}{X} = 6 - 15.$
$8 - 3 = X - 10.$	—	$8 - 3 = \underset{15}{X} - 10.$
$24 - 39 = X - 52.$	—	$24 - 39 = \underset{37}{X} - 52.$
$12 - 5 = 9 - X.$	—	$12 - 5 = 9 - \underset{2}{X}.$
$47 - 23 = 36 - X.$	—	$47 - 23 = 36 - \underset{12}{X}.$

[Der Lehrer gebe noch mehrere ſolche Aufgaben ohne Brüche; mache aber jede zuerſt ſelbſt, damit er auf keine unmögliche ſtoßt. Z. B. 7 — 3 = 2 — X Aufl. die Zahl 7 iſt um 4 mehr als 3, folglich müßte auch die Zahl 2 um 4 mehr ſeyn als eine andere Zahl. Dieß ging in die ſogenannte negative Anſicht der Zahlen.

Und nun können auch Aufgaben mit Brüchen gegeben werden, z. B $\frac{3}{4}$ verhalten ſich in Hinſicht des Unterſchieds zur Zahl 2, wie ſich die Zahl 7 zu einer andern Zahl verhält; wie viel iſt die unbekannte Zahl? Ant. —

Aufl. $\frac{3}{4} - 2 = 7 - X$

$\frac{3}{4} - \frac{8}{4} = 7 - X$ alſo $8\frac{1}{4}$.

$7\frac{5}{4}$

Zweite Auflöſungsart.

[Der Lehrer ſchreibt 8 — 13 = 7 — 12, und ſpricht:]

Die vier Zahlen eines Ebenmaßes heißt man Glieder; wie viel Paar Glieder enthält alſo jedes Ebenmaß? Ant. 2 Paar.

L. Zwiſchen die zwey Glieder, welche in einem Unterſchiedsebenmaße mit einander verglichen werden ſollen, pflegt man einen Querſtrich zu machen, welcher eine Abziehung oder ihren Unterſchied andeutet; zwiſchen beyde Paar aber macht man zwey Querſtrichlein welche bedeuten, daß ſich das eine Paar (in Hinſicht des Unterſchieds) eben ſo verhalte, wie das andere.

Welche zwey Zahlen machen alſo hier in dieſem Beyſpiele das erſte Paar aus? Ant. 8 und 13.

L. Die erſte Zahl in jedem Paar heißt man das Vorderglied, und die 2te in jedem das Hinterglied. Welche Zahlen ſind alſo hier die Vorderglieder? Ant. 8 und 7.

L. Man heißt auch das 1ſte und 4te Glied eines Ebenmaßes die zwey äuſſern Glieder; wie wird man demnach das 2te und 3te Glied heißen? Ant. die 2 innern Glieder.

L. Saget mir nun die 2 äuſſern Glieder hier! Ant. 8 und 12.

L. Saget mir auch die 2 innern Glieder! Ant. 13 und 7.

[Er verdeckt, allenfalls mit der Hand, 13 und 7]

L. Wenn man hier die 2 äuſſern Glieder, nämlich 8 und 12 zuſammenzählt, ſo entſteht die Summe 20; welche Summe entſteht aber [Er macht einen Bogenſtrich unter 13 und 7] wenn man die 2 innern zuſammenzählt? Ant. auch 20.

8 — 13 = 7 — 12 [Er ſchreibt 20 wie hier links.]
20

L. Hier iſt das 1ſte Glied kleiner als das 2te, und das 3te Glied kleiner als das 4te; [Er wiſcht dieſes Beyſpiel weg, und ſchreibt es wie hier links] wenn man aber in jedem Paar das größere Glied als das erſte oder Vorderglied nimmt, wird alsdann die Summe der beyden innern Glieder auch ſo groß ſeyn, als die Summe der beyden äußern? Ant. Ja.

12 — 7 = 13 — 8

L. Wie läßt ſich wohl dieſes erklären? Ant. —

Weil es alsdann noch eben daſſelbe Ebenmaß iſt, indem ſich ja auch das 4te Glied zum 3ten verhält wie das 2te zum erſten.

L. Da alſo das Ebenmaß unverändert bleibt, wenn man die gegebenen Vorderglieder als Hinterglieder nimmt, und es gewöhnlich leichter iſt vom Kleinern auf das Größere zu ſchließen, ſo wollen wir in jedem vorkommenden Falle die kleinern Zahlen als die Vorderglieder nehmen.

[Er wiſcht das Beyſpiel weg, und ſchreibt wieder 8 — 13 = 7 — 12]

L. Schreibe ſich jeder ſelbſt ein (beliebiges) Unterſchieds-ebenmaß auf!

L. Sage jeder ſeine 4 Zahlen nach der Ordnung her!

L. Zähle jeder die beyden äußern Glieder zuſammen, alsdann auch die beyden innern, und ſage, ob die Summe der 2 innern Glieder auch ſo groß ſey als die Summe der beyden äußern!

L. Wird dieſes wohl in jedem Unterſchiedsebenmaße der Fall ſeyn, daß die Summe der 2 innern Glieder eben ſo groß ſey, als die Summe der 2 äußern Glieder? Ant. —

[Er deutet auf 8.]

L. Wenn man 8 von 13 abzieht; was für ein Reſt bleibt? Ant. 5.

L. Alſo beſteht das 2te Glied aus dem 1ten und dem Reſt [Er macht einen Querſtrich unter die 4 Glieder, ſchreibt 8 herab, und ſtatt 13 die Zahlen 5 und 8 wie weiter unten links.]

L. Wenn man nun auch 7 von 12 abzieht; was für ein Reſt bleibt? Ant. 5.

L. Alſo beſteht das 4te Glied aus dem 3ten und eben demſelben Reſt, den auch das 2te Glied hat. [Er ſchreibt auch dieſe Glieder vollends herab, und macht einen Bogen wie hier links.]

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & — & 13 & = & 7 & — & 12 \\ \hline 8 & & \genfrac{}{}{0pt}{}{5}{8} & & 7 & & \genfrac{}{}{0pt}{}{5}{7} \end{array}$$

L. Wenn man alſo das 1te und 4te Glied [Er verdeckt das 2te und 3te Glied ſammt dem Bogen.] zuſammenzählt, ſo bringt man auf dieſe Art drey Zahlen zuſammen; welches ſind dieſe drey Zahlen? Ant. 8, 5 und 7.

L. Ihr ſehet nun leicht ein, daß ſich auf dieſe Art jedes Unterſchieds-Ebenmaß behandeln läßt, und könnt euch im Allgemeinen folgende Wahrheit merken:

Wenn 4 Zahlen ſo nach einander folgen, daß beym Abziehen der erſten von der 2ten eben derſelbe Reſt bleibt, wie beym Abziehen der 3ten von der 4ten, ſo entſteht beym Zuſammenzählen der 2ten und 3ten Zahl eine eben ſo große Summe, als beym Zuſammenzählen der 1ſten und 4ten.

[Denn die 2te beſteht aus der erſten und dem Reſt. Nun iſt aber der Reſt auch zugleich ein Beſtandtheil der 4ten, und die 3te Zahl iſt vollends der andere Beſtandtheil der 4ten; folglich hat man in der 2ten und 3ten eben dieſelben Beſtandtheile, und mithin auch eben dieſelbe Summe wie in der 1ſten nnd 4ten Zahl.]

Wer will dieſe Wahrheit eben ſo herſagen? Ant. Wenn vier Zahlen ſo ꝛc.

L. Weil in jedem Unterſchiedsebenmaße die Summe der beyden äußern Glieder der Summe der beyden innern Glieder gleich iſt, ſo könnt ihr, ſo oft ihr zu 3 gegebenen Zahlen eines ſolchen Ebenmaßes die 4te geſucht habt, die Probe machen, in dem ihr zuletzt die beyden äußern Glieder zuſammenzählt, und die beyden innern ebenfalls; ſind beyde Summen einander gleich, ſo iſt eure Auflöſung richtig, wo nicht, ſo iſt ſie unrichtig.

Wenn ich nun ſage: [Er ſchreibt 2 — 9 = 5 — 11] die Zahl 2 verhält ſich in Hinſicht des Unterſchieds zu 9, wie 5 zu 11; iſt dieſes wohl richtig? Ant. —

Nein, denn 9 und 5 ſind 14, da doch 2 und 11 nur 13 ſind.

[Der Lehrer ſchreibt X — 9 = 5 — 11 und ſpricht:] Eine unbekannte Zahl verhält ſich in Hinſicht des Unterſchieds zu 9 wie 5 zu 11; wie viel iſt die unbekannte Zahl? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe jetzt löſe!

Weil dieß ein Unterſchiedsebenmaß iſt, ſo iſt die Summe der beyden äußern Glieder eben ſo viel als die Summe der beyden innern Glieder.

Die Summe der beyden innern Glieder iſt hier 9 und 5 [Er macht unter = das Zeichen + und einen Bogenſtrich darunter] das iſt 14. Folglich iſt die Summe von 11 und der unbekannten Zahl ebenfalls 14, und ich finde die unbekannte Zahl, wenn ich 11 von der Summe 14 abziehe. 11 von 14 bleibt 3, alſo iſt 3 die geſuchte Zahl.

X — 9 = 5 — 11
+
14
11
— 3

[Die Darſtellung dieſes Beyſpiels muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

L. Sage mir jeder dieſe Auflöſung noch einmal eben ſo her! Ant. Weil dieß ein ꝛc.

L. Um nun auf dieſe Art jedes Mal zu 3 gegebenen Zahlen eines Unterſchiedsebenmaßes die 4te zu finden, dürft ihr nur folgende Regel merken:

Iſt eine der beyden äußern Zahlen unbekannt, ſo zählt man die beyden innern zuſammen, und zieht die bekannte äußere von dieſer Summe ab;
iſt aber eine der beyden innern unbekannt, ſo zählt man die beyden äußern zuſammen, und zieht die bekannte innere von der Summe ab. Der Reſt iſt in jedem Falle die unbekannte Zahl.

[Der Lehrer laſſe auf dieſe Art folgende Beyſpiele berechnen:]

$X - 23 = 57 - 45.$	$43 - 19 = 49 - \underset{25}{X}.$	$14 - \underset{41}{X} = 23 - 50.$
$\underset{7}{X} - 38 = 25 - 56.$	$27 - 45 = 33 - \underset{51}{X}.$	$62 - \underset{43}{X} = 51 - 32.$
$85 - 14 = \underset{73}{X} - 2.$	$\underset{5\frac{3}{4}}{X} - \frac{3}{4} = 9 - 5.$	$22 - 8 = \underset{14\frac{3}{4}}{X} - \frac{3}{5}.$
$49 - 26 = \underset{41}{X} - 19.$	$\frac{2}{5} - \underset{13\frac{2}{5}}{X} = 3 - 16.$	$\frac{4}{5} - 30 = \frac{2}{3} - X.$

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben.]

Einige Auflöſungen:

$$X - 23 = 57 - 45. \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \underline{57} \\ 80 \\ \underline{45} \\ 35 \end{array}$$

$$X - \tfrac{3}{4} = 9 - 5. \qquad \begin{array}{r} 9\tfrac{3}{4} \\ \underline{5} \\ 4\tfrac{3}{4} \end{array}$$

$$\frac{4}{5} - 30 = \frac{2}{3} - X$$
$$\frac{12}{15} - 30 = \frac{10}{15} - X$$
$$\begin{array}{r} 30\tfrac{10}{15} = 29\tfrac{25}{15} \\ \underline{\tfrac{12}{15}} \\ 29\tfrac{13}{15} \end{array}$$

B) Theilebenmaße
oder
Geometriſche Proportionen.

1 : 2 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Ver-
3 : 1 hältniſſe unter einander, und ſpricht:]

5 : 6 Die Zahl Eins macht einen Theil aus, wie die Zahl
7 : 4 2 zwey Theile hat; denn die Zahl 1 iſt ein Ein-
6 : 10 ſer, und die Zahl 2 iſt 2 Einſer.
8 : 14 Die Zahl 3 macht 3 Theile aus, wie die Zahl 1
15 : 12 einen Theil ausmacht,; denn die Zahl 3 iſt 3 Ein-
21 : 14 ſer, und die Zahl 1 iſt 1 Einſer.

Die Zahl 5 macht 5 Theile aus; wie viel ſolche Theile macht die Zahl 6 aus? Ant. 6 ſolche Theile.

L. In Einſern könnt ihr jedes Paar (ganze) Zahlen angeben, ſprecht mir daher Folgendes über dieſe Zahlen hier nach!

Die Zahl 1 iſt 1 Theil, wie die Zahl 2 zwey Theile hat.
— — 3 hat 3 —, — — — 1 ein Theil iſt.
— — 5 — 5 —, — — — 6 ſechs Theile hat.
— — 7 — 7 —, — — — 4 vier — —.
— — 6 — 6 —, — — — 10„ 10 — —.
— — 8 — 8 —, — — — 14„ 14 — —.
u. ſ. w.

L. Die Zahlen 6 und 10 laſſen ſich in lauter 2er zerlegen; denn die Zahl 6 macht 3 Zweyer aus und die Zahl 10 macht 5 Zweyer aus.

L. Läßt ſich auch das andere Paar Zahlen, nämlich 8 und 14 in lauter 2er zerlegen? Ant. Ja.

L. Wie viel 2er macht die Zahl 8 aus? Ant 4 Zweyer.
— — — 2er — — — 14 — ? — 7 —

L. Läßt ſich auch das folgende Paar Zahlen, nämlich 15 und 12 in lauter 2er zerlegen? Ant. Nein. —

L. In was für gleiche Theile (auſſer Einſern) laſſen ſich alſo die Zahlen 15 und 12 zerlegen? Ant. In lauter 3er.

L. In was für kleinere gleiche Zahlen (auſſer Einſern)

laſſen ſich aber die Zahlen 21 und 14 zerlegen? Ant. In lauter 7er.

L. Gebt mir jetzt noch einmal jedes der 4 erſten Paare dieſer Zahlen in lauter Einſern, und jedes der übrigen Paare in ſo großen gleichen Theilen als möglich iſt an! Ant.

Die Zahl 1 iſt 1 Theil, wie die Zahl 2 zwey Theile hat.
— — 3 hat 3 — , — — — 1 ein Theil iſt.
— — 5 — 5 — , — — — 6 ſechs Theile hat.
— — 7 — 7 — , — — — 4 vier — —.
— — 6 — 3 — , — — — 10 fünf — —.
— — 8 — 4 — , — — — 14 ſieben — —.
— — 15 — 5 — , — — — 12 vier — —.
— — 21 — 3 — , — — — 14 zwey — —.

L. Auf dieſe Art läßt ſich jedes Paar Zahlen in einerley Theilen angeben, die Theile mögen nun lauter Einſer, 2er, 3er ꝛc. oder auch kleiner als 1 ſeyn, z. B. lauter Halbe, 3tel ꝛc.

10:15 = 14:21 [Der Lehrer wiſcht die obigen Beyſpiele
12:21 = 8:14 weg, ſchreibt die hier links ſtehenden
14: 6 = 7: 3 unter einander, und läßt ſich Folgendes
18: 2 = 9: 1 nachſprechen, indem er auf jede Zahl
7: 3 = 14: 6 deutet:]
5: 1 = 15: 3 Die Zahl 10 hat 2 Theile, wie die Zahl
1: 4 = 3:12 15 drey Theile hat,
1: 2 = 7:14 und die Zahl 14 hat auch 2 Theile, wie die Zahl 21 drey Theile hat.

Die Zahl 12 hat 4 Theile, wie die Zahl 21 ſieben Thle hat,
und — — 8 — auch 4 — , — — — 14 — — —.
Die Zahl 14 hat 7 Theile, wie die Zahl 6 drey Theile hat, und
— — 7 — auch 7 — , — — — 3 — — —.
Die — 18 — 9 — , — — — 2 ein Theil iſt, und
— — 9 — auch 9 — , — — — 1 — — —.

Die Zahl 7 hat 7 Theile, wie die Zahl 3 drey Theile hat, und
— — 14 — auch 7 — , — — — 6 — — —.
Die — 5 — 5 — , — — — 1 ein Theil iſt, und
— — 15 — auch 5 — , — — — 3 — — —.
Die — 1 iſt 1 Theil, — — — 4 vier Theile hat, und
— — 3 — auch 1 — , — — — 12 — — —.
Die — 1 — 1 — , — — — 2 zwey — —, und
— — 7 — — 1 — , — — — 14 — — —.

L. Denkt euch wieder eben ſo jedes Paar dieſer Zahlen in einerley Theilen und ſagt Folgendes durch! [Er deutet wie vorhin]

Die Zahl 10 verhält ſich zur Zahl 15, wie ſich die Zahl 14 zur Zahl 21 verhält; denn
— — 10 hat 2 Theile, wie die Zahl 15 drey Theile hat, und
— — 14 — auch 2 Theile, wie die Zahl 21 drey Theile hat.

Die Zahl 12 verhält ſich zur Zahl 21, wie ſich die Zahl 8 zur Zahl 14 verhält; denn
— — 12 hat 4 Theile, wie die Zahl 21 ſieben Theile hat, und
— — 8 — auch 4 — , — — — 14 — Thle hat.

Die Zahl 14 verhält ſich zur Zahl 6, wie ſich die Zahl 7 zur Zahl 3 verhält; denn
— — 14 hat 7 Theile, wie die Zahl 6 drey Theile hat, und
— — 7 — auch 7 — , — — — 3 — — —.

u. ſ. w.

L. In jeder dieſer Reihen von 4 Zahlen verhält ſich alſo die erſte in Hinſicht des Theilens zur 2ten, wie die 3te zur 4ten, und —

Eine Reihe von 4 Zahlen, deren 1ſte ſich in Hinſicht des Theilens zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten, heißt man ein **Theilebenmaß**.

Was iſt ein Theilebenmaß? Ant. Eine Reihe von 4 Zahlen ꝛc.

L. Wenn eine Reihe von 4 Zahlen ſo beſchaffen iſt, daß ſich die 1ſte in Hinſicht des Theilens zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten, ſo verhält ſich auch rückwärts die 4te zur 3ten, wie die 2te zur 1ſten. Sagt daher wieder Folgendes über unſere Beyſpiele durch! (Er deutet.)

Die Zahl 21 verhält ſich zur Zahl 14, wie ſich die Zahl 15 zur Zahl 10 verhält; denn
— — 21 hat 3 Theile, wie die Zahl 14 zwey Thle hat, u.
— — 15 — auch 3 —, — — — 10 — — —.

Die Zahl 14 verhält ſich zur Zahl 8, wie ſich die Zahl 21 zur Zahl 12 verhält; denn
— — 14 hat 7 Theile, wie die Zahl 8 vier Theile hat, und
— — 21 hat auch 7 —, — — — 12 — — —.

u. ſ. w.

L. Wenn eine Reihe von 4 Zahlen ſo beſchaffen iſt, daß ſich die 1ſte in Hinſicht des Theilens zur 2ten eben ſo verhält, wie die 3te zur 4ten, ſo verhält ſich auch rückwärts die 1ſte zur 3ten, wie die 2te zur 4ten. Sagt daher Folgendes über unſere Beyſpiele durch!

Die Zahl 10 verhält ſich zur Zahl 14, wie ſich die Zahl 15 zur Zahl 21 verhält; denn
— — 10 hat 5 Theile, wie die Zahl 14 ſieben Thle hat, u.
— — 15 — auch 5 —, — — — 21 — — —.

Die Zahl 12 verhält ſich zur Zahl 8, wie ſich die Zahl 21 zur Zahl 14 verhält; denn
— — 12 hat 3 Theile, wie die Zahl 8 zwey Theile hat, und
— — 21 — auch 3 —, — — — 14 — — —.

u. ſ. w.

L. Wenn eine Reihe von 4 Zahlen ſo beſchaffen iſt, daß

ſich die 1ſte in Hinſicht des Theilens eben ſo zur 3ten verhält, wie die 2te zur 4ten, ſo verhält ſich auch rückwärts die 4te zur 2ten, wie die 3te zur 1ſten. Sagt daher auch noch Folgendes über unſere Beyſpiele durch!

Die Zahl 21 verhält ſich zur Zahl 15, wie ſich die Zahl 14 zur Zahl 10 verhält; denn
— — 21 hat 7 Theile, wie die Zahl 15 fünf Thle hat, und
— — 21 — auch 7 —, — — — 15 — — —.

Die Zahl 14 verhält ſich zur Zahl 21, wie ſich die Zahl 8 zur Zahl 12 verhält; denn
— — 14 hat 2 Theile, wie die Zahl 21 drey Theile hat, und
— — 8 — auch 2 —, — — — 12 — — —.

u. ſ. w.

Auffindung einer unbekannten Zahl zu 3 bekannten in einem Theilebenmaße.

Erſte Auflöſungsart.

Beyſpiele, wobey keine Brüche angegeben ſind.

a) Ohne daß einzelne Einheiten getheilt werden.

[Der Lehrer ſchreibt 10 : 15 = 14 : X und ſpricht:]

Wenn ſich die Zahl 14 in Hinſicht des Theilens zu einer unbekannten Zahl, welche hier einſtweilen der Buchſtab X vorſtellt, eben ſo verhalten ſoll, wie die Zahl 10 zu 15; wie viel iſt da die unbekannte Zahl? Ant. —

L. Um zu 3 gegebenen Zahlen eines Theilebenmaßes die 4te oder unbekannte (ſie mag am 1ſten, 2ten, 3ten oder 4ten Platze vorkommen) zu finden, dürfet ihr nur immer zuerſt die 2 zuſammengehörigen bekannten in einerley Theilen angeben. Gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 14 in Hinſicht des Theilens eben ſo verhält, wie die Zahl 10 zu

15, theile ich die Zahl 10 und 15 in einerley Theile; ich theile ſie in lauter Fünfer,
folglich hat die Zahl 10 zwey gleiche Theile, und die Zahl 15 hat drey ſolche Theile

Da ſich nun die Zahl 14 zu der unbekannten eben ſo verhalten ſoll wie 10 zu 15; ſo muß auch ſie 2 gleiche Theile haben, und die unbekannte 3 ſolche Theile.

Hat aber die Zahl 14 zwey gleiche Theile, ſo iſt ein Theil 7; die unbekannte Zahl muß 3 ſolche Theile haben, das iſt alſo: 3mal 7 oder 21.

L. Löſe mir Einer nach dem Andern dieſe Aufgabe eben ſo!

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet:]

Die Zahl 18 verh. ſich zu 27, wie 22 zu welcher Zahl? Ant. zu 33.
— — 15 — — — 20, — 6 — — — ? — — 8.
— — 10 — — — 6, — 20 — — — ? — — 12.
— — 21 — — — 6, — 7 — — — ? — — 2.

[Der Lehrer ſchreibt 6 : X = 10 : 15 und ſpricht:]

Zu welcher Zahl verhält ſich die Zahl 6 eben ſo, wie 10 zu 15? Aufl.

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 6 eben ſo verhält, wie die Zahl 10 zu 15, ſo theile ich 10 und 15 in einerley Theile ꝛc. die unbekannte Zahl iſt alſo hier 9.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

Die Zahl 21 verhält ſich zu welcher Zahl eben ſo, wie 27 zu 36?
Ant. zu 28.
— — 63 — — — — — — —, — 21 zu 12?
Ant. zu 36.
— — 40 — — — — — — —, — 10 : 6?
Ant. zu 24.
— — 72 — — — — — — —, — 8 : 5?
Ant. zu 45.

[Der Lehrer ſchreibt 21 : 30 = X : 20 und ſpricht:]

Die Zahl 21 verhält ſich zu 30, wie eine unbekannte Zahl zu 20; wie viel iſt die unbekannte Zahl? Aufl. (Hier ſchließt man rückwärts!)

Um die Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 20 eben ſo verhält, wie die Zahl 30 zu 21, ſo theile ich die Zahl 30 und 21 in einerley Theile;
ich theile ſie in lauter 3er, folglich hat die Zahl 30 zehn gleiche Theile, und die Zahl 21 hat 7 ſolche Theile.

Da ſich nun die Zahl 20 zu der unbekannten Zahl eben ſo verhalten ſoll, wie 30 zu 21, ſo muß auch ſie 10 gleiche Theile haben, und die unbekannte 7 ſolche Theile.

Hat aber die Zahl 20 zehn gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil 2; die unbekannte Zahl muß 7 ſolche Theile haben, das iſt: alſo 7mal 2 oder 14.

Wer will dieſe Auflöſung eben ſo machen?

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Die Zahl 10 verhält ſich zu 15, wie eine andere Zahl zu 36; wie viel iſt die unbekannte?

Aufl. Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 36 eben ſo verhält, wie die Zahl 15 zu 10, ſo theile ich die Zahl 15 und 10 in einerley Theile; ich theile ſie in lauter 5er ꝛc. die unbekannte Zahl iſt alſo 24.

[Eben ſo folgende Beyſpiele:]

Die Zahl 28 verhält ſich zu 35, wie eine unbekannte Zahl zu 45; welches iſt die unbekannte Zahl? Ant. 36.

Die Zahl 24 verhält ſich zu 15, wie welche Zahl zu 40?
Ant. 64

— — 27 — — — 72, — — — zu 56?
Ant. 21.

[Der Lehrer ſchreibt X: 45 = 14: 35 und ſpricht:]

Welche Zahl verhält ſich zu 45 eben ſo, wie 14 zu 35? Aufl.

[Auch hier ſchließt man wieder rückwärts.]

Um eine unbekannte Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 45 eben ſo verhält, wie 35 zu 14, ſo theile ich die Zahl 35 und 14 in einerley Theile; ich theile ſie in lauter 7er ꝛc. die unbekannte Zahl iſt alſo hier 18.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

Welche Zahl verhält ſich zu 21 eben ſo, wie 88 : 77? Ant. 24.
— — — — — 12 — — — 63 : 27? — 28.
— — — — — 2 — — — 63 : 14? — 9.
— — — — — 4 — — — 40 : 5? — 32.

---

b) So daß auch Einheiten getheilt werden.

[Der Lehrer ſchreibt 10 : 15 = 7 : X und ſpricht:]

Die Zahl 10 verhält ſich 15, wie 7 zu welcher Zahl? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 7 eben ſo verhält, wie 10 zu 15, ſo theile ich 10 und 15 in einerley Theile; ich theile ſie in lauter 5er, ſo hat die Zahl 10 zwey gleiche Theile, und die Zahl 15 drey ſolche Theile.

Da ſich nun die Zahl 7 zu der unbekannten eben ſo verhalten ſoll, ſo muß auch ſie 2 gleiche Theile haben, und die unbekannte 3 ſolche Theile.

Hat aber die Zahl 7 zwey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der halbe Theil von ihr, das iſt: der halbe Theil von 7 Ganzen.

Der halbe Theil von 1 Ganzen iſt 1 Halbes, alſo iſt
— — — — 7 — 7 Halbe.

Nun muß die unbekannte Zahl 3 ſolche Theile haben, das iſt: 3mal 7 Halbe oder 21 Halbe [Er ſchreibt $\frac{21}{2}$ unter X] das ſind 10 und $\frac{1}{2}$.

L. Sage jeder von euch dieſe Auflöſung eben ſo her!

[Eben ſo werden folgende Aufgaben bald vor= bald rück=wärts, wie es am bequemſten iſt, gelöst:]

Die Zahl 15 verhält ſich zu 21, wie 11 zu welcher Zahl?
Aufl. $15 : 21 = 11 : X$
$\frac{77}{5}$

— — 8 — — — 14, — 19 zu welcher Zahl?
Ant. zu $33\frac{1}{4}$

— — 27 — — — 18, — 13 — welcher Zahl?
Ant. zu $8\frac{2}{3}$

— — 5 — — — 2, — 9 — welcher Zahl?
Ant. zu $3\frac{3}{5}$

— — 3 — — — 7, — 4 — welcher Zahl?
Ant. zu $9\frac{1}{3}$

— — 9 — — — 5, — 10 — welcher Zahl?
Ant. zu $5\frac{5}{9}$

— — 8 — — — 6, — 5 — welcher Zahl?
Ant. zu $3\frac{3}{4}$

— — 11 — — — 8, — 1 — welcher Zahl?
Ant. zu $\frac{8}{11}$

Die Zahl 4 verhält ſich zu einer andern Zahl, wie 9 zu 10; wie viel iſt die unbekanute? Aufl. $4 : X = 9 : 10$? Ant. $4\frac{4}{9}$.

Zu welcher Zahl verhält ſich die Zahl 8 eben ſo, wie 5 zu 7?
Ant. zu $11\frac{1}{5}$

— — — — — — — 9 — —, wie 14 zu 12?
Ant. zu $7\frac{5}{7}$.

[Der Lehrer gebe jetzt noch mehrere ſolche Beyſpiele in ganzen Zahlen, wie ſie ihm in den Mund kommen; die un=bekannte mag auf dem 1ſten, 2ten, 3ten oder 4ten Platze ſtehen.];

---

b) Beyſpiele, wobey Brüche gegeben ſind.

a) Die 2 zuſammengehörigen bekannten Zahlen ſind ganze oder gleichtheilige Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt $10 : 15 = \frac{7}{8} : X$ und ſpricht:]

Zu welcher Zahl verhalten ſich wohl $\frac{7}{8}$ eben ſo, wie die Zahl 10 zu 15? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Um eine Zahl zu ꝛc. Da ſich nun $\frac{7}{8}$ eben ſo zu der unbekannten Zahl verhalten müſſen, ſo müſſen ſie 2 gleiche Theile ausmachen, und die unbekannte Zahl 3 ſolche Theile.

Sind aber $\frac{7}{8}$ zwey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der halbe Theil davon, das iſt: der halbe Theil von $\frac{7}{8}$.

Der halbe Theil von 1 Achtel iſt $\frac{1}{16}$ alſo iſt

— — — — 7 — — $\frac{7}{16}$

Nun muß die unbekannte Zahl 3 ſolche Theile haben, das iſt: alſo 3mal $\frac{7}{16}$ oder $\frac{21}{16}$ [Er ſchreibt $\frac{21}{16}$ unter X]

L. Sage Einer nach dem Andern dieſe Auflöſung eben ſo her!

[Der Lehrer ſchreibt nach und nach folgende Aufgaben an, und laßt ſie eben ſo löſen, als:]

$15 : 21 = \frac{2}{3} : X$? Die unbekannte Zahl iſt hier $\frac{14}{15}$.
$7 : 4 = \frac{5}{8} : X$? — — — — — $\frac{20}{56} = \frac{5}{14}$
$3 : 4 = \frac{1}{5} : X$? — — — — — $\frac{4}{15}$.
$\frac{3}{7} : X = 8 : 10$? — — — — — $\frac{15}{28}$.
$\frac{2}{3} : X = 5 : 9$? — — — — — $\frac{18}{15} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.
$X : \frac{3}{4} = 5 : 7$? — — — — — $\frac{15}{28}$.
$X : \frac{5}{8} = 6 : 3$? — — — — — $\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.
$7 : 4 = X : \frac{5}{9}$? — — — — — $\frac{35}{36}$.

Auflöſung einiger dieſer Aufgaben.

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich $\frac{3}{7}$ eben ſo verhalten, wie 8 zu 10, ſo theile ich 8 und 10 in einerley Theile ꝛc.

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich $\frac{3}{4}$ eben ſo verhalten wie 7 zu 5, ſo theile ich 7 und 5 in einerley Theile; ich theile dieſe Zahlen in lauter Einheiten, folglich hat die Zahl 7 ſieben gleiche Theile, und die Zahl 5 fünf ſolche Theile ꝛc.

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich $\frac{5}{9}$ eben ſo verhalten, wie 4 zu 7, ſo theile ich 4 und 7 in einerley Theile ꝛc.

[Der Lehrer kann noch beliebige Beyſpiele, wobey die 2 zuſammengehörigen Zahlen ganze Zahlen ſind, eben ſo berechnen laſſen.]

---

b) Die 2 zuſammengehörigen bekannten Zahlen ſind ungleichtheilig.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{3}{4}$: 2 = 7 : X und ſpricht:]

Zu welcher Zahl verhält ſich die Zahl 7 eben ſo, wie $\frac{3}{4}$ zu 2 (Ganzen)?

L. Wenn in einem Theilebenmaße die 2 zuſammengehörigen bekannten Zahlen ungleichtheilig ſind, ſo zieht man gleich einen Querſtrich unter die ganze Aufgabe, macht beyde Zahlen gleichtheilig, ſetzt ſie nebſt den übrigen Zahlen herab, und vollendet die Auflöſung wie bey den ſchon vorgekommenen Beyſpielen.

Gebt dabey Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

[Er zieht einen Querſtrich und ſpricht:]

Um eine Zahl zu finden, zu welcher ſich die Zahl 7 eben ſo verhält, wie $\frac{3}{4}$ zu 2 Ganzen, ſo gebe ich $\frac{3}{4}$ und 2 Ganze in lauter 4teln an; 2 Ganze ſind $\frac{8}{4}$ [Er ſchreibt $\frac{8}{4}$ nebſt allen übrigen Zahlen herab] $\frac{3}{4}$ ſind *alſo* 3 gleiche Theile, und $\frac{8}{4}$ ſind 8 ſolche Theile.

Da ſich nun die Zahl 7 zu der unbekannten Zahl eben ſo verhalten ſoll, ſo muß auch ſie 3 gleiche Theile ausmachen, und die unbekannte Zahl 8 ſolche Theile.

Macht aber die Zahl 7 drey gleiche Theile aus, ſo iſt 1 Theil der 3te Theil davon, das iſt: der 3te Theil von 7 Ganzen.

Der 3te Theil von 1 Ganzen iſt 1 Drittel, alſo iſt
— 3te — — 7 — 7 — .

Die unbekannte Zahl muß 8 ſolche Theile haben, das iſt: 8mal $\frac{7}{3}$ oder $\frac{56}{3}$ [Er ſchreibt $\frac{56}{3}$ unter X] oder $18\frac{2}{3}$.

$\frac{3}{4} : 2 = 7 : X$
$\frac{3}{4} : \frac{8}{4} = 7 : X$
$\frac{56}{3}$

[Die ganze Berechnung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelößt:]

$\frac{3}{4} : 2 = 5 : X$ $\frac{40}{3}$	$X : 8 = \frac{2}{3} : 3.$ $\frac{16}{9}$	$\frac{3}{4} : 2 = X : \frac{5}{7}.$ $\frac{15}{56}$
$\frac{2}{3} : 4 = 5 : X$ 30	$X : 3 = \frac{3}{5} : 2.$ $\frac{9}{10}$	$X : 4 = \frac{2}{3} : 3.$ $\frac{8}{9}$
$4 : X = \frac{2}{3} : 5$ 30	a) $\frac{3}{5} : 2 = \frac{4}{7} : X.$ $\frac{40}{21}$	b) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = 7 : X.$ $\frac{56}{15}$
$2 : X = \frac{3}{4} : 6$ 16	$\frac{2}{3} : 3 = \frac{5}{8} : X.$ $\frac{45}{16}$	$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = 1 : X.$ $\frac{5}{6}$
$\frac{3}{4} : 2 = X : 9$ $\frac{27}{8}$	$\frac{4}{5} : X = \frac{2}{3} : 5.$ $\frac{30}{5}$	$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{2}{3} : X.$ $\frac{16}{45}$
$\frac{4}{5} : 1 = X : 3$ $\frac{12}{15}$	$\frac{2}{3} : X = \frac{3}{4} : 5.$ $\frac{40}{9}$	$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{4}{5} : X$ $\frac{36}{40} = \frac{9}{10}.$

Aufloͤſung einiger dieſer Aufgaben:

a) $\frac{3}{5} : 2 = \frac{4}{7} : X$? Aufl. 2 Ganze ſind $\frac{10}{5}$.

Nun ſind $\frac{3}{5}$ drey gleiche Theile, und $\frac{10}{5}$ ſind 10 ſolche Theile, folglich muͤſſen auch $\frac{4}{7}$ drey gleiche Theile ſeyn, und die unbekannte Zahl muß 10 ſolche Theile haben.

Sind aber $\frac{4}{7}$ drey gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der 3te Theil davon, das iſt: der 3te Theil von $\frac{4}{7}$.

Der 3te Theil von $\frac{1}{7}$ iſt $\frac{1}{21}$ alſo iſt der 3te Theil von $\frac{4}{7}$teln $\frac{4}{21}$.

Die unbekannte Zahl muß 10 ſolche Theile haben, das iſt: 10mal $\frac{4}{21}$ oder $\frac{40}{21}$.

b) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = 7 : X$? Aufl. ($\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$ müſſen unter einerley Nenner gebracht werden, und ſind demnach ſo viel als $\frac{15}{20} : \frac{8}{20}$)

Nun ſind $\frac{15}{20}$,, 15 gleiche Theile, und $\frac{8}{20}$,, 8 ſolche Theile, folglich muß auch die Zahl 7,, 15 gleiche Theile haben, und die unbekannte Zahl 8 ſolche Theile; hat aber die Zahl 7,, 15 gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der 15te Theil davon, das iſt: der 15te Theil von 7 Ganzen.

Der 15te Theil von 1 Ganzen iſt $\frac{1}{15}$ alſo iſt der 15te Theil von 7 Ganzen $\frac{7}{15}$.

Die unbekannte Zahl muß 8 ſolche Theile haben, das iſt 8mal $\frac{7}{15}$ oder $\frac{56}{15}$ oder $3\frac{11}{15}$.

$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = 7 : X$ [Die ganze Darſtellung muß ausſehen,

$\frac{15}{20} : \frac{8}{20} = 7 : X$ wie hier links.]

$\frac{56}{15}$

[Auf dieſes kann der Lehrer wieder Beyſpiele in ganzen, gebrochenen oder gemiſchten Zahlen geben, wie ſie ihm in den Mund kommen; ſie werden ohne Anſtand gelöst weeden, wenn das Bisherige gehörig beobachtet worden iſt.]

2te Auflösungsart.

[Der Lehrer ſchreibt 5: 30 = 10: 60, und ſpricht:]

Die Zahl 5 iſt ein Theil von 30; wie viel ſolche Theile hat die Zahl 30? Ant. 6 ſolche Theile.

L. Die Zahl 10 iſt ein Theil von 60; wie viel ſolche Theile hat die Zahl 60? Ant. Auch 6 ſolche Theile.

L. Wenn 4 Zahlen ſo nach einander folgen, daß ſich die 1ſte in Hinſicht des Theilens eben ſo zur 2ten verhält, wie die 3te zur 4ten, ſo heißt man ſie ein Theilebenmaß. Sind alſo dieſe 4 Zahlen ein Theilebenmaß? Ant. Ja.

L. Die Zahlen, welche mit einander ein Theilebenmaß ausmachen, heißt man die Glieder desſelben; wie viel Paar Glieder enthält alſo jedes Theilebenmaß? Ant. 2 Paar Glieder

L. Um anzuzeigen, daß ſich das eine Paar Glieder in Hinſicht des Theilens eben ſo verhalte, wie das andere, macht man zwiſchen die 1ſte und 2te ſo wie auch zwiſchen die 3te und 4te Zahl 2 Punkte, und zwiſchen beyde Paar 2 Querſtrichlein.

Welches iſt alſo hier das 1ſte Paar? Ant. 5 nebſt 30.

L. Die 1ſte Zahl in jedem Paar heißt man das Vorderglied; wie heißt man demnach die 2te Zahl in jedem Paar? das Hinterglied.

L. Welches ſind daher die Vorderglieder hier? Ant. 5 und 10.

L. Welches ſind die Hinterglieder? Ant. 30 und 60.

L. Das 1ſte und 4te Glied eines Ebenmaßes heißt man die 2 äuſſern Glieder; wie heißt man demnach das 2te und 3te Glied? Ant. die 2 innern Glieder.

L. Saget mir hier die 2 äuſſern Glieder! Ant. 5 und 60.

L. Saget mir auch die 2 innern Glieder! Ant. 30 und 10.

[Er verdeckt mit der Hand 30 und 10.]

L. Wenn man hier die 2 äußern Glieder nämlich 5 und 60 mit einander vervielfältigt, ſo entſteht der Inhalt 300; welcher Inhalt entſteht, wenn man [Er macht einen Bogenſtrich unter 30 und 10] die 2 innern Glieder mit einander vervielfältigt? Ant. Auch. 300.

5 : 30 = 10 : 60 [Er ſchreibt 300 unter den Bogen wie hier links]
300

L. Hier iſt das 1ſte Glied kleiner als das 2te, und das 3te Glied kleiner als das 4te; [Er wiſcht das ganze Beyſpiel weg und ſchreibt es wie hier] wenn aber

60 : 10 = 30 : 5

die Glieder ſo nach einander folgen, daß in jedem Paar das Vorderglied größer iſt, als das Hinterglied; wird alsdann der Inhalt der beyden innern Glieder auch ſo groß ſeyn, als der Inhalt der beyden äuſſern? Ant. Ja.

L. Wie läßt ſich dieß erklären? Ant. —

Weil ſich auch das 4te Glied zum 3ten verhält wie das 2te zum 1ſten, folglich auch das 4te als das 1ſte betrachtet werden kann, und das 3te als das 2te u. ſ. w.

[Er wiſcht das Beyſpiel weg, und ſchreibt wieder 5 : 30 = 10 : 60]

L. Schreibe ſich jeder ſelbſt ein (beliebiges) Theilebenmaß auf!

L. Sage jeder ſeine 4 Zahlen nacheinander her!

L. Vervielfältige jeder die beyden äußern Glieder mit einander, alsdann auch die beyden innern, und ſage, ob der Inhalt der beyden innern Glieder auch ſo groß ſey, als der Inhalt der beyden äußern!

L. Wird dieſes wohl in jedem Theilebenmaße zutreffen, daß der Inhalt der beyden innern Glieder eben ſo groß ſey als der Inhalt der beyden äußern? Ant. —

L. [Er deutet auf 5] Wie vielmal iſt die Zahl 5 in 30 enthalten? Ant. 6mal.

L. Alſo beſteht das 2te Glied aus dem 1ſten, vervielfältigt mit dem Anzeiger, [Er macht einen Querſtrich unter die 4 Glieder, ſchreibt 5 herab, und ſtatt 30 die Zahlen 5 und 6, wie weiter unten] oder: das 1ſte Glied und der Anzeiger ſind die Grundzahlen (Factores) des 2ten Gliedes.

L. [Er deutet auf 10] Wie vielmal iſt die Zahl 10 in 60 enthalten? Ant. Auch 6mal.

L. Alſo beſteht das 4te Glied aus dem 3ten, vervielfältigt mit eben demſelben Anzeiger, der auch im 2ten Gliede vorkommt, [Er ſetzt auch dieſe Glieder vollends herab, und macht wieder einen Bogen wie hier links] oder: das 3te Glied und der Anzeiger ſind die Grundzahlen des 4ten Gliedes.

5 : 30 = 10 : 60
5 6 10 6
5 10

L. Wenn man alſo auf dieſe Art das 2te und 4te Glied (wofür wir einsweilen jedes Mal das größere nehmen wollen)

in ihre Grundzahlen zerlegt, ſo kommen [Er verdeckt die mittlern Zahlen ſammt dem Bogen] im 1ſten und 4ten Gliede 3 Grundzahlen vor, welches ſind dieſe hier? Ant. 5, 6 und 10.

L. [Er läßt die mittlern Zahlen zum Vorſchein kommen] Welche Grundzahlen kommen aber im 2ten und 3ten Gliede vor? Ant. wieder 5, 6 und 10.

L. Da alſo im 2ten und 3ten Gliede eben dieſelben 3 Grundzahlen vorkommen, wie in dem 1ſten und 4ten, ſo muß auch in einem Falle eben derſelbe Inhalt heraus kommen, wie im andern; denn es iſt ja einerley, ob man ſagt! 5mal 60, oder 5mal 6 Zehner.

Welchen Inhalt geben 5mal 60? Ant. 300.

L. Welchen Inhalt geben 5mal 6 10er? Ant. auch 300.

L. Ihr ſeht nun wieder von ſelbſt ein, daß ſich eben ſo auch jedes andere Theilebenmaß behandeln laſſe, und könnt euch wieder folgende Wahrheit merken:

Wenn 4 Zahlen ſo nach einander folgen, daß die 1ſte in der 2ten eben ſo vielmal enthalten iſt, als die 3te in der 4ten, ſo entſteht durch das Vervielfältigen der 2ten und 3ten Zahl ein eben ſo großer Inhalt, als durch das Vervielfältigen der 1ſten und 4ten.

[Denn die 2te enthält die 1ſte als eine Grundzahl, und der Anzeiger iſt ihre andere Grundzahl. Nun iſt aber der Anzeiger auch zugleich eine Grundzahl der 4ten Zahl, und die 3te Zahl iſt vollends die andere Grundzahl der 4ten; folglich hat man in der 2ten und 3ten Zahl eben dieſelben Grundzahlen, und mithin eben denſelben Inhalt, wie in der 1ſten und 4ten Zahl.]

Wer will dieſe Wahrheit eben ſo herſagen! Ant. Wenn 4 Zahlen ſo ꝛc.

[Anm. Man kann endlich den Beweis auch an Beyſpielen

machen laſſen, wo das 1ſte Glied nicht rein im 2ten Gliede enthalten iſt, als: $4 : 5 = 7 : 8\frac{3}{4}$.

Hier iſt das 1ſte Glied im 2ten $1\frac{1}{4}$mal, oder $\frac{5}{4}$mal enthalten, folglich iſt der Anzeiger $\frac{5}{4}$ und das 2te Glied, nämlich 5 beſteht aus $\frac{5}{4}$mal 4. Alſo ſind die 3 Factoren, welche im 2ten und 3ten Gliede vorkommen $\frac{5}{4} \times 4 \times 7$, oder $\frac{20}{4} \times 7$, oder endlich wieder 5×7. ꝛc.

Auf gleiche Art ergibt ſich dann zuletzt der Beweis an Beyſpielen, wo das 1ſte Glied im 2ten weniger als 1mal enthalten iſt, nämlich: $3 : 2 = 5 : 3\frac{1}{3}$.

L. Weil in jedem Theilebenmaße der Inhalt der beyden äußern Glieder dem Inhalt der beyden innern gleich iſt, ſo könnt ihr, ſo oft ihr zu 3 gegebenen Zahlen eines ſolchen Ebenmaßes das 4te Glied geſucht habt, die Probe machen, indem ihr zuletzt beyde äußern Glieder mit einander vervielfältiget, und die beyden innern ebenfalls; ſind beyde Inhalte einander gleich, ſo iſt eure Auflöſung richtig, wo nicht, ſo iſt ſie unrichtig.

Wenn ich nun ſage: [Er ſchreibt $2 : 5 = 6 : 10$] die Zahl 2 verhält ſich in Hinſicht des Theilens zu 5, wie 6 zu 10; iſt dieſes wohl richtig? Ant. —

Nein, denn 2mal 10 iſt nur 20, da doch 5mal 6 30 iſt.

[Der Lehrer ſchreibt $X : 5 = 6 : 10$ und ſpricht:]

Ein unbekannte Zahl verhält ſich in Hinſicht des Theilens zu 5, wie 6 zu 10, wie viel iſt hier die unbekannte Zahl? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Weil dieß ein Theilebenmaß iſt, ſo iſt der Inhalt der beyden äußern Glieder eben ſo viel als der Inhalt der beyden innern Glieder.

Der Inhalt der beyden innern Glieder iſt hier 5mal 6 [Er macht das Zeichen × unter =, und einen Bogenſtrich darunter] oder 30 [Er ſchreibt 30 unter den Bogenſtrich.]

Folglich iſt der Inhalt aus der unbekannten Zahl mit 10 auch 30, und ich finde die unbekannte Grundzahl, wenn ich unterſuche, wie vielmal die bekannte Grundzahl 10 in 30 enthalten iſt.

[Er ſchreibt 10 vor 30 wie beym Theilen überhaupt.]

Die Zahl 10 iſt in 30 dreymal enthalten, alſo iſt hier 3 die unbekannte Zahl.

$$X : 5 = 6 : 10$$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 30 \;(\; 3 \\ & \underline{30} \\ & \text{---} \end{array}$$

[Die ganze Darſtellung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

L. Sage mir jeder dieſe Auflöſung noch einmal eben ſo her! Ant. Weil dieß ein ꝛc.

L. Um alſo auf dieſe Art jedes Mal zu 3 gegebenen Zahlen eines Theilebenmaßes die 4te zu finden, dürft ihr nur folgende Regel beobachten:

Iſt eine der beyden äußern Zahlen unbekannt, ſo vervielfältiget man die beyden innern mit einander, und theilt ihren Inhalt durch die bekannte äußere;

iſt aber eine der beyden innern unbekannt, ſo vervielfältiget man die beyden äußern mit einander, und theilt ihren Inhalt durch die bekannte innere; der gefundene Anzeiger iſt in jedem Falle die unbekannte Zahl.

[Der Lehrer kann auf dieſe Art jetzt wieder alle ſchon oben vorgekommene und ähnliche Beyſpiele löſen laſſen, als:]

$\underset{18}{X} : 27 = 22 : 33$	$21 : 28 = 27 : \underset{36}{X}$	$28 : \underset{35}{X} = 36 : 45$
$\underset{15}{X} : 20 = 6 : 8$	$63 : 36 = 21 : \underset{12}{X}$	$24 : \underset{15}{X} = 64 : 40$
u. ſ. w.	u. ſ. w.	u. ſ. w.

$15 : 21 = \frac{2}{3} : X$	$\frac{3}{4} : 2 = 7 : X$	$\frac{3}{4} : 2 = X : \frac{4}{7}$
$\frac{14}{15}$	$\frac{56}{3}$	$\frac{15}{56}$
$7 : 4 = \frac{5}{8} : X$	$\frac{2}{3} : 4 = 5 : X$	$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{2}{3} : X$
		$\frac{16}{45}$

Auflöſung einiger dieſer Aufgaben.

$21 : 28 = 27 : X.$	$28 : X = 36 : 45.$	$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{2}{3} : X.$
27	45	4
196	140	15 (
56	112	3 / 4 | 4 / 16 (16/45
21 | 756 (36	36 | 1260 (35	15 / 45
63	108	
126	180	
126	180	
- - -	- - -	

A n m e r k u n g.

Ein Ebenmaß, in welchem ſich das 3te Glied zum 4ten verhält, wie das 1ſte zum 2ten iſt ein g e r a d e s. (z. B. 3 : 6 = 4 : 8) Ein Ebenmaß aber, in welchem ſich das 4te Glied zum 3ten verhalt, wie das 1ſte zum 2ten, iſt ein v e r k e h r t e s Ebenmaß. z. B. 3 : 6 = 8 : 4. verwechſelt man daher zwey der zuſammengehörigen Glieder eines geraden Ebenmaßes, ſo gibt es ein verkehrtes; verwechſelt man aber auch die 2 andern Glieder, ſo wird es wieder ein gerades.

Ein Ebenmaß, deſſen zwey mittlere Glieder gleich ſind, heißt ein ſ t e t i g e s, (z. B. 3 : 6 = 6 : 12) und das mittlere Glied, welches 2mal vorkommt, heißt die m i t t l e r e Eben-
lere Proportionalzahl.
m a ß z a h l oder Proportionalzahl, demnach iſt 6 hier die mitt-

Dieſes alles gilt überhaupt von Unterſchieds- und Theilebenmaßen.

Sind die 2 äußern Glieder eines ſtetigen Unterſchieds-ebenmaßes gegeben, ſo findet man die mittlere Proportional-zahl, wenn man den halben Theil aus ihrer Summe nimmt. Z. B.; Sind ſie 3 und 9, ſo iſt ihre Summe 12, folglich die Hälfte oder Proportionalzahl 6. Denn die Summe der mitt-lern Glieder iſt ſo groß als die Summe der äußern; nun aber beſteht die Summe der mittlern Glieder aus 2 gleichen Zah-len, folglich iſt die eine der halbe Theil davon.

Sind die 2 äußern Glieder eines ſtetigen Theilebenmaßes gegeben, ſo findet man ihre mittlere Proportinnalzahl, wenn man aus dem Inhalt der beyden äußern die Quadratwurzel zieht. Denn der Inhalt der beyden mittlern Glieder iſt dem Inhalt der beyden äußern gleich; nun aber iſt er ein Inhalt aus 2 gleichen Zahlen, das iſt: eine Quadratzahl, folglich iſt die Wurzel eine dieſer 2 gleichen Zahlen.

Dieſes brauchen indeſſen unſere Schüler noch nicht zu wiſſen.

Zahlenſtaffeln oder Progreſſionen.

Eine Zahlenſtaffel iſt eine Reihe Zahlen, welche nach einander ſo zu- oder abnehmen, daß jedes Mal zwiſchen einer vorhergehenden und nachfolgenden einerley Verhältniß Statt hat.

Da es nun zweyerley Zahlenverhältniße gibt, nämlich Unterſchiedsverhältniße und Theilverhältniße, ſo gibt es auch zweyerley Zahlenſtaffeln, nämlich Unterſchieds- und Theilungs-reihen.

Eine Unterſchiedsreihe iſt demnach eine Reihe Zahlen, welche ſo zu- oder abnehmen, daß jedes Mal zwiſchen einer vorhergehenden und nachfolgenden einerley Unterſchiedsver-hältniß Statt hat.

Eine Theilungsreihe aber iſt eine Reihe Zahlen, welche ſo zu- oder abnehmen, daß jedes Mal zwiſchen einer vorher-

gehenden und nachfolgenden einerley Theilverhältniß Statt hat.

Auch dieſe Begriffe können den Schülern anfänglich wieder mit andern Worten beygebracht werden, wie man in Folgendem ſehen wird.

1) Unterſchiedsreihen oder arithmetiſche Progreſſionen.

3 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Ziffern
5 unter einander, und ſpricht:]
7 Die Zahl 3 iſt um 2 weniger, als die Zahl 5;
9 um wie viel iſt die Zahl 5 weniger als 7? Ant. Auch um 2.
11 L. Um — — — — — — 7 — — 9? — — — 2.
13 L. — — — — — — — 9 — — 11? — — — 2.
15 u. ſ. w.
17

L. Um wie viel iſt die Zahl 17 mehr als 15? Ant. Um 2.
L. — — — — — — 15 — — 13? — Auch um 2.
L. — — — — — — 13 — — 11? — — — 2.
u. ſ. w.

L. Betrachtet ihr in dieſer Zahlenreihe hier die geringſte Zahl, nämlich 3 als die 1ſte, und die nachfolgende größere, nämlich 5 als die 2te u. ſ. f. ſo ſeht ihr, daß dieſe Zahlen nacheinander auf gleiche Art zunehmen;

betrachtet ihr aber die höchſte nämlich 17 als die 1ſte, und die nächſtfolgende geringere, nämlich 15, als die 2te u. ſ. f. ſo ſeht ihr, daß ſie nacheinander auf gleiche Art abnehmen.

L. Wenn man 3 von 5 abzieht, ſo bleiben noch 2 übrig; wie viel iſt alſo der Unterſchied zwiſchen 3 und 5? Ant. 2.

L. Wie viel iſt der Unterſchied zwiſchen 5 und 7? Ant. Auch 2.
L. — — — — — — 7 — 9? — — 2.

L. Wenn man alſo in dieſer Zahlenreihe jedes Mal eine kleinere Zahl von der nächſtgrößern abzieht, ſo bleibt überall ein gleicher Reſt oder Unterſchied.

Wie viel iſt der Unterſchied hier zwiſchen jeder vorhergehenden und nachfolgenden Zahl? Ant. 2.

L. Eine Reihe Zahlen, welche nach einander ſo zu- oder abnehmen, daß man jedes Mal, wenn eine kleinere von der nächſtgrößern abgezogen wird, einen gleichen Reſt oder Unterſchied erhält, heißt man eine Unterſchiedsreihe.

Was heißt man eine Untetſchiedsreihe? Ant. Eine Reihe Zahlen, welche ꝛc.

L. Jede Zahl einer Unterſchiedsreihe heißt man ein Glied derſelben; wie viel Glieder enthält alſo dieſe Unterſchiedsreihe hier? Ant. 8 Glieder.

L. Welches iſt das kleinſte Glied in dieſer Unterſchiedsreihe? Ant. 3.

L. — — — größte — — — Unterſchiedsreihe? Ant. 17.

L. Welches iſt der jedesmalige Unterſchied von einem Giede zum andern? Ant. 2.

L. In einer gegebenen Unterſchiedsreihe hat man manchmal de Summe aller Glieder zu ſuchen, oder irgend ein unbekannts Glied, oder den Unterſchied; und ſo gibt es noch mehrere Fälle. Ich will euch mit den wichtigſten bekannt machen, ſo werdet ihr euch in den übrigen ſelbſt zu helfen wiſſen.

Auffindung einer unbekannten Zahl in einer Unterſchiedsreihe.

a) Die Summe einer Unterſchiedsreihe behend zu finden, wenn alle Glieder bekannt ſind.

L. Schreibt die Unterſchiedsreihe 3, 5, 7 ꝛc. bis 17 ab, zählt alle Zahlen zuſammen, und ſagt mir, welche Summe ſie ausmachen! Ant 80.

L. Ihr könnt euch leicht denken, daß die Zuſammenzählung ſolcher Unterſchiedsreihe ſehr umſtändlich ſeyn müßte, wenn ſie ſich bis auf 100 oder noch mehr Glieder beliefe. Ich will euch daher zeigen, wie man die Summe einer Unterſchiedsreihe weit leichter und geſchwinder finden kann.

Wie viel macht hier das 1ſte und letzte Glied zuſammen aus — nämlich: 3 und 17? Ant. 20.

L. Wie viel macht das 2te und vorletzte Glied aus, nämlich 5 und 15? Ant. 20.

L. Wie viel macht das 3te und drittletzte aus, nämlich 7 und 13? Ant. Auch 20.

L. Wie viel macht das 4te und viertletzte aus, nämlich 9 und 11? Ant. Auch 20.

L. Es macht alſo jedes Paar Glieder, welche gleichwei von der Mitte entfernt ſind, 20 aus, wie viel Paar Gliedr enthält aber dieſe Unterſchiedsreihe? Ant. 4 Paar.

L. Und wie vielmal 20 machen dieſe aus? Ant. 4mal 20.

L. Wie viel iſt alſo die Summe aller dieſer Gleder? Ant. 4mal 20 oder 80.

L. Eben ſo wie in dieſem Beyſpiele macht auch in allen andern Unterſchiedsreihen immer das erſte und lete Glied und jedes Paar Glieder, welche gleichweit von beydn entfernt ſind, gleiche Summen aus.

Daher kann man die Summe einer jeden Unterſchiedsreihe ſehr leicht finden, wenn man ſich folgende Regel merkt:

Man gibt Acht, wie viel Paar Glieder vorhanden ſind, alsdann zählt man das kleinſte und größte Glied zuſammen und vervielfältigt die entſtandene Summe mit der Zahl, welche die Paare anzeigt, ſo erhält man die Summe der ganzen Unterſchiedsreihe.

Wie viel iſt demnach die Summe einer Unterſchiedsreihe von 24 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 1 iſt, und das größte 23? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

24 Glieder ſind 12 Paar [Er ſchreibt 24 Gl. = 12 P.]
Iſt das kleinſte Glied 7
und das größte — 23, ſo ſind beyde Glieder als 1 Paar zuſammen 30. Iſt aber 1 Paar 30, ſo ſind 12 Paar 12 mal 30.
Das iſt 360, mithin die Summe der ganzen Zahlenreihe.

24 Gl. = 12 P.	[Die ſchriftliche Darſtellung kann gemacht werden, wie hier links.]
kl. Gl. = 7	
gr. Gl. = 23	[Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:]
1 P. = 30 × 12	
Summe = 360	

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 22 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 5, und das größte 68 iſt?

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 18 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 6 und das größte 74 iſt?

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 20 Gliedern, wenn das größte Glied 104, und das kleinſte 9 iſt?

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 100 Gliedern, wenn das größte Glied 100, und das kleinſte 1 iſt?

Die Summe dieſer Aufgaben ſind: 803. 720. 1130. 5050.

L. Wenn die Anzahl der Glieder ungerad iſt, ſo wird die Aufloͤſung wie vorhin gemacht.

11 Gl. = $5\frac{1}{2}$ P.	[Der Lehrer ſchreibt das hier links
kl. Gl. = 3	ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]
gr. Gl. = 23	Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 11 Gliedern, wenn das kleinſte 3, und das groͤßte 23 iſt?

Aufloͤſuug: 11 Glieder ſind $5\frac{1}{2}$ Paar.

Iſt das kleinſte Glied 3 und das groͤßte 23, ſo ſind beyde (oder 1 Paar) zuſammen 26. Iſt aber 1 Paar 26, ſo ſind $5\frac{1}{2}$ Paar $5\frac{1}{2}$mal 26, (oder 5mal 26, und die Haͤlfte von 26, das iſt; 130 und 13) oder 143, und dieß iſt die Summe der ganzen Unterſchiedsreihe.

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 15 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 4 und das groͤßte 46 iſt?

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 17 Gliedern, wenn das groͤßte Glied 53, und das kleinſte 5 iſt?

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 19 Gliedern, wenn das groͤßte $72\frac{2}{3}$, und das kleinſte blos $\frac{2}{3}$ iſt?

[Die Summen dieſer 3 Unterſchiedsreihen ſind: 375. 493. $696\frac{2}{3}$.

---

b) **Das groͤßte (oder auch jedes kleinere) Glied einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn blos die Anzahl aller Glieder und das kleinſte Glied nebſt dem Unterſchied gegeben iſt.**

3 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen
5 unter einander und ſpricht:] dieß iſt eine Unterſchieds-
7 reihe;
9 wie viel Glieder enthaͤlt ſie? Ant. 6.
11 L. Welches iſt der Unterſchied zwiſchen jedem vorher-
13 gehenden und nachfolgenden Glied? Ant. 2.

[Er ſchreibt = 3 + 2 neben 5 und ſpricht :]

Das kleinſte oder 1ſte Glied iſt hier 3, (Er ſchreibt = 3 neben 3) das 2te Glied iſt ebenfalls 3, nebſt 1mal dem Unterſchied.

[Er ſchreibt = 3 + 2 + 2 neben 7]

Das 3te Glied iſt ebenfalls 3, nebſt 2mal dem Unterſchied.

[Er ſchreibt = 3 + 2 + 2 + 2 neben 9, alsdann = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 neben 11 ꝛc.]

Das 4te Glied iſt ebenfalls 3, nebſt 3mal dem Unterſchied;
— 5te — — — 3, — 4 — — —; kurz, wenn man das kleinſte Glied mit allen übrigen vergleicht, ſo findet man, daß jedes größere Glied das 1ſte enthält, nebſt ſo vielmal dem Unterſchied, als Glieder vor ihm hergehen,

3 = 3
5 = 3 + 2
7 = 3 + 2 + 2
9 = 3 + 2 + 2 + 2
11 = 3 + 2 + 2 + 2 + 2
13 = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

[Die ganze Darſtellung mag ausſehen wie hier links] und dieſes gilt bey jeder Unterſchieds-reihe. Sprecht mir daher Folgendes nach!

Das kleinſte oder 1ſte Glied beſteht für ſich allein.

Das 2te Glied beſteht aus dem 1ſten nebſt 1mal dem Unterſchied,
— 3te — — — — 1 — — 2 — — — ,
— 4te — — — — 1 — — 3 — — — ,
— 5te — — — — 1 — — 4 — — — ,
— 6te — — — — 1 — — 5 — — — .

L. Wenn dieſe Unterſchiedsreihe noch höher ginge, aus was würde da das 20ſte Glied beſtehen? Aus dem 1ſten nebſt 19mal dem Unterſchied.

L. Aus was würde das 28ſte Glied beſtehen? Ant. Aus dem 1ſten nebſt 27mal dem Unterſchied.

L. Aus was würde das 100ſte beſtehen? Ant. Aus dem 1ſten nebſt 99mal dem Unterſchied.

14 Gl.	=	7 P.
kl. Gl.	=	3
gr. Gl.	=	X
U	=	2

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wenn die Anzahl der Glieder einer Unterſchiedsreihe gegeben iſt, nebſt dem kleinſten und dem Unterſchiede, ſo kann man jedes Mal das größte Glied finden, wenn man folgende Wahrheit (die ihr ſchon eingeſehen habt) recht merkt:

In jeder Unterſchiedsreihe beſteht das größte Glied aus dem 1ſten, nebſt ſo vielmal dem Unterſchiede als Glieder vor dem größten ſind.

Daher entſteht folgende Regel:

Um das größte Glied einer Unterſchiedsreihe zu finden, nimmt man ſo viel als das kleinſte Glied beträgt, und zähl ſo vielmal den Unterſchied dazu, als Glieder vor dem größten ſind.

Wie viel iſt alſo das größte Glied in einer Unterſchiedsreihe von 14 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 3 und der Unterſchied 2 iſt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Iſt das 1ſte Glied 3, ſo iſt das 14te Glied auch 3 nebſt 13mal dem Unterſchied 2, das iſt 26.

26 und 3 ſind zuſammen 29, und ſo viel iſt hier das größte Glied [Er ſchreibt = 29 neben X.]

Berechnet eben ſo Folgendes! *

Wie viel beträgt das größte Glied einer Unterſchiedsreihe von 20 Gliedern, wenn das kleinſte 4 und der Unterſchied 3 iſt?

Wie viel beträgt das größte Glied einer Unterſchiedsreihe von 24 Gliedern, wenn das kleinſte 2, und der Unterſchied 5 iſt?

Wie viel beträgt das größte Glied einer Unterſchiedsreihe von 11 Gliedern, wenn das kleinſte 8 und der Unterſchied 3 iſt?

u. ſ. w.

[Das größte Glied iſt in dieſen 3 Fällen 61. 117. 38.]

[* Sollten die Schüler in dieſen und den folgenden Aufgaben nicht recht fortkommen, ſo läßt man die Zahlen jedesmal unter einander ſchreiben wie vorhin Seite 311.]

---

c) Das kleinſte Glied einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem größten Gliede und Unterſchiede bekannt iſt.

14 Gl.	[Der Lehrer ſchreibt das links ſtehende
kl. Gl. = X	Beyſpiel und ſpricht:]
gr. Gl. = 31	Bey jeder Unterſchiedsreihe iſt das kleinſte
U = 2	Glied in dem größten nebſt ſo vielmal dem
	Unterſchied enthalten, als Glieder vor dem

größten hergehen.

Merkt euch daher folgende Regel!

Um das kleinſte Glied einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem größten Glied und dem Unterſchiede bekannt iſt, zieht man von dem größten Gliede ſo vielmal den Unterſchied ab, als Glieder vor dem größten ſind — was übrig bleibt, iſt das kleinſte Glied.

Wie viel iſt demnach das kleinſte Glied einer Unterſchiedsreihe von 14 Gliedern, wenn das größte 31, und der Unterſchied 2 iſt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Das größte oder 14te Glied enthält 13mal den Unterſchied nebſt dem 1ſten Gliede. 13mal der Unterſchied iſt hier 13mal 2 oder 26, ich ziehe 26 von 31 ab, ſo habe ich noch 5, oder das kleinſte Glied.

L. Berechnet eben ſo folgende Aufgaben!

Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Unterſchiedsreihe von 18 Gliedern, wenn das größte 58 und der Unterſchied 3 iſt?

Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Unterſchiedsreihe von 15 Gliedern, wenn das größte 58 und der Unterſchied 4 iſt?

Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Unterſchiedsreihe von 24 Gliedern, wenn das größte 27 und der Unterſchied 1 iſt?

Das kleinſte Glied iſt in dieſen 3 Fällen 7. 2. 4.

[Man kann jetzt die Aufgaben Seite 112 noch einmal ſo wiederholen laſſen, daß man nach der Summe fragt. Z. B.

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 14 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 3, und der Unterſchied 2 iſt? Aufl.

14 Glieder ſind 7 Paar.

Iſt das kleinſte oder 1ſte Glied 3, ſo iſt das 14te Glied auch 3 nebſt 13mal dem Unterſchied, das iſt 13mal 2 oder 26, 3 dazu, ſind 29.

Iſt aber das kleinſte Glied 3 und das größte 29, ſo ſind beyde zuſammen (oder 1 Paar) 32, und iſt 1 Paar Glieder 32, ſo ſind 7 Paar 7mal 32, das iſt: 224. Mithin iſt 224 die Summe.

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe von 20 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 4 und der Unterſchied 3 iſt? Ant. 650.

u. ſ. w.

---

d) **Den Unterſchied in einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem kleinſten und größten bekannt iſt.**

L. Eben weil in dem größten Gliede das kleinſte enthal-

ten iſt, nebſt ſo vielmal dem Unterſchiede als Glieder vor dem größten hergehen, könnt ihr euch wieder folgende Regel für den Unterſchied merken:

Um den Unterſchied in einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn blos die Anzahl der Glieder nebſt dem kleinſten und größten bekannt iſt, zieht man das kleinſte Glied von dem größten ab; dann iſt der Reſt ſo vielmal der Unterſchied als Glieder vor dem größten Gliede ſind.

24 Gl. [Er ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel
kl. Gl. = 3 und ſpricht:]
gr. Gl. = 49 Wie viel iſt alſo der Unterſchied in einer
U = X Unterſchiedsreihe von 24 Gliedern, wenn das kleinſte 3, und das größte 49 iſt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Das 24ſte Glied enthält 23mal den Unterſchied nebſt dem 1ſten Gliede 3, ziehe ich alſo 3 von 49 ab, ſo bleibt noch 46, folglich iſt der 23malige Unterſchied 46.

Iſt aber der 23malige Unterſchied 46, ſo iſt der 1malige Unterſchied der 23ſte Theil von 46.

Ich finde den 23ſten Theil von 46, wenn ich unterſuche, wie vielmal die Zahl 23 in 46 enthalten iſt. Die Zahl 23 iſt in 46,, zweymal enthalten, alſo iſt hier der Unterſchied 2.

Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel iſt der Unterſchied in einer Unterſchiedsreihe von 40 Gliedern, wenn das kleinſte 1, und das größte 118 iſt?

Wie viel iſt der Unterſchied in einer Unterſchiedsreihe von 28 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 6 und das größte 33 iſt?

Wie viel iſt der Unterſchied in einer Unterſchiedsreihe von 35 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 3, und das größte $16\frac{1}{3}$ iſt?

Der Unterſchied iſt in dieſen 3 Fällen 3. 1. $\frac{2}{5}$.

e) Die Anzahl Glieder einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn das kleinſte Glied nebſt dem größten und Unterſchiede bekannt iſt.

X Glieder. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende
kl. Gl. = 5. Beyſpiel, und ſpricht:]
gr. Gl. = 57. Eben weil in dem größten Gliede das
U = 4. kleinſte enthalten iſt, nebſt ſo vielmal dem Unterſchiede als Glieder vor dem größten hergehen, kann man ſich auch noch folgende Regel für die Anzahl der Glieder merken:

Um die Anzahl der Glieder einer Unterſchiedsreihe zu finden, wenn das kleinſte Glied nebſt dem größten und dem Unterſchiede bekannt iſt, zieht man das kleinſte Glied von dem größten ab, und unterſucht, wie vielmal der Unterſchied in dem Reſte enthalten iſt, und — ſoviel Glieder gehen vor dem größten oder letzten her.

Wie viel Glieder enthält alſo eine Unterſchiedsreihe, wenn ihr kleinſtes Glied 5, das größte 57 und der Unterſchied 4 iſt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

In dem größten Gliede iſt das kleinſte enthalten, nebſt ſo vielmal dem Unterſchiede als Glieder vor dem größten hergehen. Ich ziehe alſo 5 von 57 ab, ſo bleibt noch 52. Und nun unterſuche ich, wie vielmal der Unterſchied 4 in dieſem Reſte enthalten iſt. Die Zahl 4 iſt in 52,, 13mal enthalten, mithin hat dieſe Unterſchiedsreihe ohne das kleinſte Glied 13 Glieder, und folglich mit dem kleinſten 14 Glieder.

Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel Glieder enthält eine Unterſchiedsreihe, wenn das kleinſte Glied 8, das größte 76, und der Unterſchied 4 iſt?

Wie viel Glieder enthält eine Unterſchiedsreihe, wenn das kleinſte Glied 9, das größte 109 und der Unterſchied 5 iſt?

Wie viel Glieder enthält eine Unterſchiedsreihe, wenn das kleinſte Glied $\frac{1}{2}$, das größte $85\frac{1}{2}$, und der Unterſchied $2\frac{1}{2}$ iſt?

Die Anzahl der Glieder iſt in dieſen 3 Fällen 18. 21. 35.

Anmerkung.

Auch dieſe 4 Aufgaben kann man ſo wiederholen laſſen, daß man jedes Mal nach der Summe fragt. z. B.

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe, wenn das kleinſte Glied 5, das größte 57, und der Unterſchied 4 iſt? Aufl.

Es ſind (nach obiger Berechnung) 14 Glieder, folglich 7 Paar Glieder. Da nun das kleinſte Glied 5 und das größte 57 iſt, ſo ſind beyde als 1 Paar zuſammen 62.

Iſt aber 1 Paar 62, ſo ſind 7 Paar 7mal 62 oder 434? das iſt: die Summe der ganzen Unterſchiedsreihe.

Wie viel iſt die Summe einer Unterſchiedsreihe, wenn das kleinſte Glied 8, das größte 76, und der Unterſchied 4 iſt? Ant. 756.

u. ſ. w.

---

2) Theilungsreihen, oder geometriſche Progreſſionen.

2 [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen
6 unter einander und ſpricht:]
18 Die Zahl 2 iſt in 6 dreymal enthalten;
54 wie vielmal iſt die Zahl 6 in 18 enthalten? Ant.
162 Auch 3mal.
486 [Er ſchreibt irgendwohin 3.]

L. Wie vielmal iſt die Zahl 18 in 54 enthalten? Ant.
Auch 3mal.

L. — — — — — 54 — 162 enthalten? Ant.
Auch 3mal.

L. — — — — — 162 — 486 enthalten? Ant.
Auch 3mal.

L. Wenn man alſo durch 2 die Zahl 6 theilt, ſo bekommt man den Anzeiger 3; welchen Anzeiger bekommt man aber, wenn man durch 6 die Zahl 18 theilt? Ant. Auch den Anzeiger 3.

L. Welchen Anzeiger bekommt man, wenn man durch 18 die Zahl 54 theilt? Ant. Wieder den Anzeiger 3.

u. ſ. w.

L. Wenn man alſo in dieſer Zahlenreihe jedes Mal durch eine kleinere Zahl die nächſtgrößere theilt, ſo entſteht überall ein gleicher Anzeiger.

Wie viel iſt der Anzeiger hier zwiſchen jeder vorhergehenden und nachfolgenden Zahl? Ant. 3.

L. Eine Reihe Zahlen, welche nach einander ſo zu- oder abnehmen, daß jedes Mal, wenn durch eine kleinere die nächſtgrößere getheilt wird, ein gleicher Anzeiger entſteht, heißt man eine Theilungsreihe.

Was iſt eine Theilungsreihe? Ant. Eine Reihe Zahlen, welche ꝛc.

L. Dieſe Theilungsreihe beſteht alſo aus 6 Zahlen oder Gliedern; wie viel iſt das kleinſte Glied? Ant. 2.

L. Wie viel — — größte — ? — 486.

L. — — — der Anzeiger? Ant. 3.

L. Womit muß man hier das kleinſte Glied 2 verviel-

fältigen, um das 2te Glied, nämlich 6 zu bekommen? Ant. Mit dem Anzeiger 3.

L. Womit muß man das 2te Glied 6 vervielfältigen, um das 3te Glied, nämlich 18 zu bekommen? Ant. Auch mit dem Anzeiger 3.

L. Womit muß man das 3te Glied, nämlich 18 vervielfältigen, um das 4te Glied nämlich 54 zu bekommen? Ant. Auch mit dem Anzeiger 3.

u. ſ. w.

L. Womit müßte man endlich das 6te Glied nämlich 486 vervielfältigen, um noch ein Glied weiter zu bekommen? Ant. Auch mit dem Anzeiger 3.

L. So ſucht mir dieſes 7te Glied! Wie viel iſt es? Ant. 1458.

L. So wie hier bekommt man in jeder Theilungsreihe immer das nächſthöhere Glied, wenn man das vorhergehende geringere mit dem Anzeiger vervielfältigt; denn das geringere iſt ja immer ſo vielmal in dem nächſthöhern enthalten, als der Anzeiger Einheiten hat. Doch hierüber brauche ich nicht mehr viel zu ſagen, ich will euch daher mit wichtigern Fällen in den Theilungsreihen bekannt machen.

Auffindung einer unbekannten Zahl in einer Theilungsreihe.

a) **Das größte (oder auch jedes kleinere) Glied einer Theilungsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem kleinſten Gliede und dem Anzeiger bekannt iſt.**

[Der Lehrer deutet wieder auf das vorige Beyſpiel und ſpricht:]

Das 1ſte Glied beſteht für ſich ſelbſt. [Er ſchreibt = 2 neben 2] Sagt mir aber noch einmal, womit muß man das 1ſte Glied, nämlich 2 vervielfältigen, damit man 6 bekommt? Ant. Mit 3. [Er ſchreibt = 2 × 3 neben 6]

L. Womit muß man das 2te Glied 6 oder ſeine Grundzahlen vervielfältigen, damit man 18 bekommt? Ant. Auch mit 3. [Er ſchreibt = 2 × 3 × 3 neben 18.]

L. Womit muß man das 3te Glied 18 oder ſeine Grundzahlen vervielfältigen, damit man 54 bekommt? Ant. Auch mit 3. [Er ſchreibt = 2 × 3 × 3 × 3 neben 54]

u. ſ. w.

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \\ 6 &= 2 \times 3 \\ 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ 54 &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 162 &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 486 &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

[Die ganze Darſtellung muß zuletzt ausſehen wie hier links.]

[Der Lehrer deutet wieder, und ſpricht:]

Das 1ſte Glied hier beſteht alſo blos aus 2.

Das 2te Glied beſteht auch aus 2, aber vervielfältigt mit dem Anzeiger 3 in der 1ſten Würde.

Das 3te Glied beſteht auch aus 2, aber vervielfältigt mit dem Anzeiger 3 in der 2ten Würde.

Das 4te Glied beſteht auch aus 2, aber vervielfältigt mit dem Anzeiger in der 3ten Würde.

Das 5te Glied beſteht auch aus 2, aber vervielfältigt mit dem Anzeiger 3 in der 4ten Würde; kurz —

Jedes größere Glied beſteht aus dem kleinſten oder 1ſten Gliede, vervielfältigt mit dem Anzeiger in der ſovielten Würde, als Glieder vor ihm hergehen, und dieſes gilt, wie ihr von ſelbſt einſeht, in jeder Theilungreihe. Sprecht mir daher Folgendes nach!

Das kleinſte oder 1ſte Glied beſteht für ſich allein.

Das 2te Gl. beſt. aus dem 1ſten, vervielf. mit dem Anzeiger in der 1ſten Würde.

— 3te — — — — — — mit dem Anzeiger in der 2ten Würde.

— 4te — — — — — — mit dem Anzeiger in der 3ten Würde.

— 5te — — — — — — mit dem Anzeiger in der 4ten Würde.

— 6te — — ꝛc. bis

— 10te — — aus dem erſten, vervielfältigt mit dem Anzeiger in der 9ten Würde.

L. Aus was beſteht demnach das 20ſte Glied einer Theilungsreihe? Ant. Aus dem 1ſten Gliede, vervielfältigt mit dem Anzeiger in der 19ten Würde.

L. Aus was beſteht das 38. Glied einer Theilungsreihe? Ant. Aus dem 1ſten, vervielfältigt mit dem Anzeiger in der 37. Würde.

L. Aus was beſteht das 100ſte Glied einer Theilungsreihe? Ant. Aus dem 1ſten, vervielfältigt mit dem Anzeiger in der 99ſten Würde.

11 Gl. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende
kl. Gl. = 3 Beyſpiel, und ſpricht:]
gr. G. = X Um nun das größte Glied einer Theilungs-
A. = 2 reihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem kleinſten Gliede und Anzeiger bekannt iſt, dürfet ihr euch nur folgende Regel merken:

Man vervielfältigt den Anzeiger in der ſo vielten Würde, als Glieder vor dem größten hergehen, mit dem kleinſten. Der Inhalt von beyden iſt das größte Glied.

Wie viel iſt alſo das gröſte Glied einer Theilungsreihe von 11 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 3 und der Anzeiger 2 iſt? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſe Aufgabe löſe!

Das größte oder 11te Glied beſteht aus dem 1ſten Gliede 3, vervielfältigt mit dem Anzeiger 2 in der 10ten Würde. [Er ſchreibt $= 3 \times 2^{10}$ neben X.]

Den 2er in der 10ten Würde kann man 10mal ſchreiben, und vervielfältigen.

[Er ſchreibt auf einen beſondern Platz 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2, deutet auf den 2ten 2er und ſpricht:] 2mal 2 iſt 4.

Er — — — 3ten 2er — — : 2 — 4 — 8.
— — — — 4ten 2er — — : 2 — 8 — 16.
— — — — 5ten 2er — — : 2 — 16 — 32.

Dieſe 5 Zweyer machen alſo 32 aus, folglich auch die 5 andern, und alle zehn 2er machen zuſammen 32mal 32.

[Er vervielfältigt 32 mit 32 und bekommt 1024, und ſpricht:]

Dieſe 1024 müſſen jetzt noch mit dem 1ſten Gliede 3 vervielfältigt werden. [Er vervielfältigt alſo, und bekommt den Inhalt 3,072, welchen er neben 2^1 ſetzt, ſo daß obiges Beyſpiel ausſieht, wie hier links.]

11 Gl.
kl. Gl. $= 3$
gr. Gl. $= X = 3 \times 2^{10} = 3072$
A $= 2$.

[Er wiſcht alles weg, bis auf den Anſatz, und läßt dieſe Auflöſung noch einige Mal von einzelnen Schülern eben ſo machen.]

L. Berechnet jetzt eben ſo Folgendes!

a) Wieviel iſt das größte Glied einer Theilungsreihe von 16 Gliedern, wenn das kleinſte 5 und der Anzeiger 2 iſt?

b) Wie viel iſt das größte Glied einer Theilungsreihe von 15 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 2 und der Anzeiger 3 iſt?

c) Wie viel iſt das größte Glied einer Theilungsreihe von 9 Gliedern, wenn das kleinſte 1 und der Anzeiger 3 iſt?

d) Wie viel iſt das größte Glied einer Theilungsreihe von 9 Gliedern, wenn das kleinſte $\frac{1}{2}$ und der Anzeiger 4 iſt?

u. ſ. w.

Auflöſung dieſer 4 Aufgaben.

a) Das größte oder 16te Glied beſteht aus dem 1ſten Gliede 3, vervielfältigt mit dem Anzeiger 2 in der 15ten Würde. Nun machen 2^5, das iſt: fünf 2er nach obiger Berechnung 32, alſo 10 ſolche 2er 32 mal 32 oder 1024. Es ſind aber noch ſolche fünf 2er übrig, welche ebenfalls 32 ausmachen, alſo iſt alles zuſammen 32 mal 1024 oder 32768. Dieſe mit dem kleinſten Gliede 3 vervielfältigt, gibt 3 mal 32768 oder 98,304.

16 Gl.
kl. Gl. = 3
gr. Gl. = X = 3×2^{15} = 98,304.
A = 2

---

b) Das größte oder 15te Glied beſteht aus dem 1ſten Gliede 2, vervielfältigt mit dem Anzeiger 3 in der 14ten Würde, das iſt: gr. Gl. oder X = 2×3^{14}. Nun kann man zuerſt $3 \times 3 \times 3$ nehmen, das iſt 27, folglich ſind 6 ſolche 3er 27 mal 27, das iſt 729, alſo 12 ſolche 3er 729 mal 729 das iſt 531441.

Dieſen Inhalt jetzt noch mit 3 $\times$ 3 oder 9 vervielfältigt, gibt 4782969 für 3^{14}, und dieſen Inhalt endlich noch mit dem kleinſten Gliede 2 vervielfältigt, gibt 9565938 alſo iſt das größte Glied oder 2×3^{14} = 9565938.

c) Das größte Gl. oder X = 1×3^8 = 6561.

d) Das gr. Gl. oder X = $\frac{1}{2} \times 4^8$ = 32,768; denn

4^2 iſt 16; dieſes wieder mit 4^2 oder 16 vervielfältigt, gibt 16 mal 16 oder 256. Iſt aber 4^4 = 256, ſo gibt dieſes wieder mit 4^4, das iſt mit 256 vervielfältigt 65,536. Dieſes endlich noch mit $\frac{1}{2}$ vervielfältigt, gibt 32768.

---

b) Das kleinſte Glied einer Theilungsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem größten Gliede und dem Anzeiger bekannt iſt.

L. Eben weil das kleinſte Glied einer Theilungsreihe ſo viel mal in dem größten enthalten iſt, als der Anzeiger, zu ſeiner gehörigen Würde erhoben, Einheiten hat, ſo kann man ſich auch für das kleinſte Glied folgende Regel machen:

Um das kleinſte Glied einer Theilungsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem größten Gliede und dem Anzeiger bekannt iſt, vervielfältigt man ſo viele Anzeger mit einander, als Glieder vor dem größten hergehen, und unterſucht, wie vielmal dieſer gefundene Inhalt in dem größten Gliede enthalten iſt. Die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal, iſt das kleinſte Glied.

12 Gl. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſte-
kl. = X hende Beyſpiel, und ſpricht:]
gr. = 6144 Wie viel iſt das kleinſte Glied einer
Anz. = 2 Theilungsreihe von 12 Gliedern, wenn
das größte Glied 6144, und der Anzeiger 2 iſt? Aufl.

Das größte oder 12te Glied beſteht aus dem Anzeiger 2 in der 11ten Würde, vervielfältigt mit dem kleinſten. Ich unterſuche daher wie vielmal der Anzeiger der 11ten Würde im größten Gliede enthalten iſt.

Der Anzeiger 2 der 11ten Würde iſt 2048, und dieſe Zahl iſt in 6144 enthalten — wie vielmal? Ant. 3mal.

Alſo iſt die Zahl 3 das kleinſte Glied.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

a) Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Theilungsreihe von 15 Gliedern, wenn das größte 49152 und der Anzeiger 3 iſt?

b) Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Theilungsreihe von 13 Gliedern, wenn das größte 1062882, und der Anzeiger 3 iſt?

c) Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Theilungsreihe von 11 Gliedern, wenn das größte 59049, und der Anzeiger 3 iſt?

d) Wie viel iſt das kleinſte Glied einer Theilungsreihe von 8 Gliedern, wenn das größte 8192, und der Anzeiger 4 iſt?

Auflöſung dieſer 4 Aufgaben.

a) Das größte oder 15te Glied beſteht aus dem Anzeiger 2 der 14ten Würde, vervielfältigt mit dem kleinſten.

$2^{14} = 16384$, und dieſe Zahl iſt in 49152 dreymal enthalten. Alſo iſt hier 3 das kleinſte Glied.

b) $3^{12} = 531441$, und dieſe Zahl iſt in 1062882 zweymal enthalten. Alſo iſt hier 2 das kleinſte Glied.

c) $3^{10} = 59049$, und dieſe Zahl iſt in 59049 einmal enthalten. Alſo iſt hier 1 das kleinſte Glied.

d) $4^7 = 16384$, und dieſe Zahl iſt in 8192 kein ganzes Mal enthalten, ſondern nur $\frac{8192}{16384}$ mal $= \frac{1}{2}$ mal. Alſo iſt hier $\frac{1}{2}$ das kleinſte Glied.

---

e) Die Summe einer Theilungsreihe zu finden, wenn die Anzahl der Glieder nebſt dem kleinſten Gliede und dem Anzeiger bekannt iſt.

[Der Lehrer ſchreibt 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 und ſpricht:]

Hier ſeht ihr wieder unſere erſte Theilungsreihe; wie viel Glieder enthält ſie? Ant. Sechs Glieder.

L. Wie vielmal iſt die Zahl 2 in 6 enthalten? Ant. 3 mal.

L. Wie vielmal iſt die Zahl 6 in 18 enthalten? Ant. 3 mal.

L. Wie viel iſt alſo der Anzeiger in dieſer Theilungsreihe? Ant: 3.

L. Schreibet alle dieſe Glieder unter einander, und ſuchet ihre Summe! Wie viel iſt ſie? Ant. 728.

L. Ihr ſeht leicht ein, wie umſtändlich es wäre, die Summe einer noch größern Theilungsreihe auf dieſe Art zu finden; allein es gibt einen weit leichtern und kürzern Weg, mit dem ihr jetzt bekannt werden ſollt.

Alle dieſe Glieder zuſammengenommen machen die einfache Summe aus. (Er ſchreibt weiter rechts = 1 S.)

Würden wir jedes Glied mit der Zahl 2 vervielfältigen, ſo bekämen wir die 2fache Summe. Wir wollen aber jedes

Glied mit dem Anzeiger 3 vervielfältigen; die wie vielfache Summe erhalten wir da? Ant. die 3fache Summe.

[Er vervielfältigt, wie folgt, und ſchreibt jeden Inhalt über dieſe Reihe, wie weiter unten zu ſehen iſt, nämlich:]

3 mal 2 ſind 6. 3 mal 6 ſind 18. 3 mal 18 ſind 54.

3 mal 54 ſind 162. 3 mal 162 ſind — wieviel? Ant. 1458.

L. Hier haben wir alſo die 3fache Summe. (Er ſchreibt = 3 S.) in einer neuen Theilungsreihe, in welcher faſt wieder alle Glieder vorkommen wie in der erſtern; allein ſtatt des geringſten Gliedes 2 hat dieſe Reihe noch ein Glied weiter, wie viel iſt dieſes? Ant. 1458.

L. Wenn wir nun die einfache Summe von der 3fachen abziehen, was muß noch übrig bleiben? Ant. Die 2fache Summe.

[Er macht einen Querſtrich, und bezeichnet alles wie folgt, während er ſpricht:]

2 wollen wir noch nicht abziehen. 6 von 6 bleibt nichts.

18 von 18 bleibt nichts. 54 von 54 bleibt nichts.

162 von 162 bleibt nichts. 486 von 486 bleibt nichts. Nun können wir vollends 2 von 1458 abziehen; wie viel bleibt? Ant. 1456.

[Er ſchreibt 1456 = 2 S. daß das Ganze ſo ausſieht:]

	6 †	18 †	54 †	162 †	486 †	1458	= 3 S.
2 †	6 †	18 †	54 †	162 †	486		= 1 S.
	—	—	—	—	—	1456	= 2 S.

L. Wie viel iſt alſo die 2 fache Summe? Ant. 1456.

L. Da aber die 2 fache Summe 1456 iſt, wie viel iſt alſo die einfache Summe? Ant. Der halbe Theil von 1456. d. iſt: 728.

[Der Lehrer wiſcht die obere Reihe, nämlich 6 + 18 ꝛc. weg und ſpricht:]

Hätten wir hier nur allein das 6te Glied 486 mit dem Anzeiger 3 vervielfältigt, und von dem Inhalte das kleinſte Glied 2 abgezogen, ſo hätten wir auch die 2 fache Summe 1456 erhalten.

Ich will euch daher dieſe Theilungsreihe ohne die mittlern Glieder anſchreiben, und ihre Summe auf eine kürzere Art ſuchen.

[Er wiſcht alles weg, und ſchreibt das Beyſpiel wie hier links.]

6 Gl.	Das größte oder 6te Glied iſt 486, folglich iſt das fernere oder 7te Glied 3 mal 486, das iſt: 1458. Hievon 2 abgezogen, bleibt 1456, das iſt die 2 fache Summe.
kl. = 2	
gr. = 486	
Anz. = 3	
1458	Iſt aber die 2 fache Summe 1456, ſo iſt die 1 fache Summe der halbe Theil davon.
2	
1456 = 2 S.	
728 = S.	Wie viel iſt alſo die Summe? Ant. 728.

L. Da hier der Anzeiger 3 iſt, ſo erhält man die 2fache Summe, wenn man das größte Glied durch ihn vervielfältigt, und von dem Inhalte das kleinſte Glied abzieht.

Die wie vielfache Summe einer Theilungsreihe würde man demnach auf dieſe Art erhalten, wenn der Anzeiger 4 wäre? Ant. die 3 fache Summe.

L. Die wie vielfache Summe aber, wenn der Anzeiger 5 wäre? Ant. die 4 fache S.

L. Die — — — aber, wenn der Anzeiger 6 wäre? Ant. die 5 fache S.

L. Die — — — aber, wenn der Anzeiger 7 wäre? ꝛc. ꝛc.

L. Das heißt alſo im Allgemeinen:

Wenn man das größte Glied einer Theilungsreihe mit ihrem Anzeiger vervielfältigt, und von dem Inhalte das kleinſte Glied abzieht, ſo erhält man die ſo vielfache Summe, als der um 1 verminderte Anzeiger Einheiten hat.

Wer will dieſes noch einmal eben ſo herſagen?

L. Wie verfährt man alſo am kürzeſten, um die Summe einer Theilungsreihe zu finden, wenn das kleinſte und größte Glied nebſt dem Anzeiger bekannt ſind?

Ant. Man vervielfältigt das größte Glied mit dem Anzeiger, zieht von dem Inhalte das kleinſte Glied ab, und theilt den Reſt durch den um 1 verminderten Anzeiger.

L. So berechnet jetzt Folgendes!

a) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 8 Gliedern, wenn das kleinſte 3, das größte 234375 und der Anzeiger 5 iſt?

b) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 9 Gliedern, wenn das kleinſte 2, das größte 131072, und der Anzeiger 4 iſt?

c) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 7 Gliedern, wenn das kleinſte 4, das größte 2916, und der Anzeiger 3 iſt?

Auflöſungen.

a) Iſt das 8te Glied 234375, ſo iſt das 9te Glied 5 mal ſo viel, das iſt 1171875, hievon 3 abgezogen, bleibt 1171872, das iſt die 4fache Summe. Folglich iſt die einfache Summe 292968.

b) Das 10te Glied iſt 4 mal 131072 = 524288. Hievon 2 weg, bleibt 524286, das iſt die 3 fache Summe. Alſo iſt die einfache Summe 174762.

c) Das 8te Glied iſt 3 mal 2916 = 8748. Hievon das kleinſte weg, bleibt 8744, das iſt die 2 fache Summe. Alſo iſt die einfache Summe 4372.

10 Gl.
kl. = 2
gr.
Anz = 3

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:] Wie viel iſt wohl die Summe einer Theilungsreihe von 10 Gliedern, wenn das kleinſte 2, und der Anzeiger 3 iſt? Ant. —

L. In dem wie vielten Gliede muß man hier die Summe ſuchen? Ant. In dem 11ten Gliede.

L. Aus was beſteht das 11te Glied? Ant. Aus dem 1ſten, vervielfältigt mit dem Anzeiger der 10ten Würde.

[Die Auflöſung iſt alſo:] 2. 3^{10} = 118098. Hievon das kleinſte Glied abgezogen, bleibt 118096, das iſt die 2 fache Summe.

Wie viel iſt alſo die (einfache) Summe? Ant. 59048.

L. Wie man die Summe dieſer 10 Glieder im 11ten findet, ſo könnte man auch die Summe von 9 Gliedern in dem 10ten finden. In welchem Gliede würde man eben ſo die Summe von 8 Gliedern finden? Ant. Im 9ten Gliede. ꝛc. ꝛc.

L. Auf dieſe Art kann man alſo jedes Mal die Summe einer Theilungsreihe finden, wenn nur die Anzahl der Glieder nebſt dem geringſten Gliede und dem Anzeiger bekannt iſt. *Man ſucht nämlich noch ein Glied nach dem größten, zieht das kleinſte Glied davon ab, und theilt den Reſt durch den um 1 verminderten Anzeiger.*

Berechnet jetzt Folgendes!

b) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 14 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 2, und der Anzeiger 3 iſt?

b) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 12 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 3, und der Anzeiger 2 iſt?

c) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 14 Gliedern, wenn das kleinſte Glied 3, und der Anzeiger 2 iſt?

d) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 10 Gliedern, wenn das größte Glied 524288, und der Anzeiger 4 iſt?

e) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 12 Gliedern, wenn das größte Glied 177147, und der Anzeiger 3 iſt?,

f) Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 9 Gliedern, wenn das größte Glied 32768, und der Anzeiger 4 iſt?

Auflöſungen.

a) Das 15te Glied iſt $3^{14} \times 2 = 9565938$. Hievon 2 weg, bleibt 9565936 = 2 S. Mithin iſt die Summe 4782968.

b) Das 13te Glied iſt $2^{12} \times 3 = 12288$. Hievon 3 abgezogen, bleibt 12285. Das iſt die 1fache Summe.

c) Das 15te Glied iſt $2^{14} \times 3 = 49152$. Hievon 3 weg, bleibt 49149, das iſt die 1fache Summe.

d) Hier muß zuerſt das kleinſte Glied (in dem größten) geſucht werden, es iſt 2.
Das 11te Glied iſt 2097152. Hievon 2 weg, bleibt 2097150 = 3 S. Alſo iſt die 1 fache Summ 699050.

e) Das 13te Glied iſt 531441. Hievon das kleinſte Glied, nämlich 1 abgezogen, bleibt 531440 = 2 S. Alſo iſt die 1 fache Summe 265720.

f) Das 10te Glied iſt 131072, das kleinſte aber $\frac{1}{2}$; dieſes vom 10ten abgezogen, bleibt $131071\frac{1}{2}$ = 3 S.

Alſo iſt die 1 fache Summe der 3te Theil davon, das iſt $43690\frac{1}{2}$.

Anmerkung.

Mit Theilungsreihen in Brüchen hat es dieſelbe Bewandtniß wie in ganzen Zahlen. Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie vielmal jedes geringere Glied in dem nächſt größern enthalten iſt, iſt auch hier wieder der Anzeiger.

Demnach iſt z. B. in $1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64}$ ꝛc. der Anzeiger $\frac{4}{3}$; denn $\frac{3}{4}$ ſind in 1 Ganzen $\frac{4}{3}$ mal enthalten. Eben ſo ſind $\frac{9}{16}$ in $\frac{3}{4}$ wieder $\frac{4}{3}$ mal enthalten, und $\frac{27}{64}$ in $\frac{9}{16}$ ebenfalls $\frac{4}{3}$ mal.

7 Gl.
kl.
gr. = 1
Anz. = $\frac{4}{3}$

Wir wollen nun das hier links ſtehende Beyſpiel berechnen, nämlich:

Wie viel iſt die Summe einer Theilungsreihe von 7 Gliedern, wenn das größte 1, und der Anzeiger $\frac{4}{3}$ iſt? Aufl.

Das größte oder 7te Glied beſteht aus dem (hier unbekannten) kleinſten, vervielfältigt mit $\frac{4}{3}$ in der 6ten Würde, das iſt: mit $\frac{1024}{729}$.

Man unterſucht daher wie viel mal dieſe gebrochene Zahl in dem größten Gliede 1 enthalten iſt, nämlich $\frac{729}{1024}$ mal.

Folglich iſt $\frac{729}{1024}$ das geringſte Glied.

Nun iſt das ferner größere oder 8te Glied $= 1 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$. Hievon das kleinſte, nämlich $\frac{729}{1024}$ abgezogen, bleibt $\frac{14197}{12288} = \frac{1}{3}$ S. (weil der Anzeiger $\frac{4}{3}$ um 1 vermindert wird).

Iſt aber $\frac{1}{3}$ der Summe $= \frac{14197}{12288}$, ſo iſt die ganze Summe 3 mal ſo viel, das iſt: $\frac{42591}{12288} = 3\frac{5727}{12288}$.

Es wird nun leicht ſeyn, die Lehrlinge, wenn man es jetzt ſchon für nützlich findet, in ähnlichen Beyſpielen mit gebrochenen Zahlen vollends zu üben.

Ende des reinen Rechnens.

Es wird nun leicht seyn, die Lehrlinge, wenn man es jetzt schon für nützlich findet, in ähnlichen Beyspielen mit gebrochenen Zahlen vollends zu üben.

Ende des reinen Rechnens.

Methode des Rechnens.

Angewandtes Kopfrechnen,

das iſt:

Rechnen in benannten Zahlen ohne Ziffern.

IIItes Heft.

Inhalt.

Ganze Zahlen.

Seite

Das Zählen 1

Die 4 Grundrechnungen.

Zuſammenzählung 1

Abziehung 4

Vervielfältigung 5

a) Geld, in Verbindung mit andern Dingen . . . 5

b) Verwandlung höherer Geld- und Maß-Arten in geringere. 10

Theilung 12

a) Geld, in Verbindung mit andern Gegenſtänden . . 12

b) Verwandlung geringer Geld- und Maß-Arten in höhere. 16

Gebrochene Zahlen.

Verwandlung der Ganzen in benannte Theile 35

— benannter Theile (wo möglich) in Ganze . . 37

Nähere Bekanntſchaft mit dem Gelde —

vorzüglich in größern Zahlen — nebſt den vortheilhaften Anwendungen auf die Rechnungsfälle des täglichen Umganges . 39

Druckfehler.

Seite 12 Zeile 4 muß A) ſtatt a) ſtehen.
— 27 — 21 muß es heiſen: in Fragen, ſtatt Frage.

Angewandtes Kopfrechnen.

Ganze Zahlen.

Das Zählen.

Dieſes wird hier vorausgeſetzt.

Die vier Grundrechnungen.

Zuſammenzählung.

Es wird jede Zahl unter 10 mit jeder Zahl unter 100 verbunden.

(Anm. Hier und in der Folge wird unter 10 auch 10 noch mitbegriffen.)

L. Wie viel ſind 2 Kreuzer und 2 Kreuzer zuſammen?
L. — — — 4 — — 2 — — ?
L. — — — 6 — — 2 — — ?
L. — — — 8 — — 2 — — ?
L. — — — 10 — — 2 — — ?
L. — — — 1 — — 2 — — ?

L. Wie viel ſind 3 Kreuzer und 2 Kreuzer zuſammen?
L. — — — 5 — — 2 — — ?
L. — — — 7 — — 2 — — ?
L. — — — 9 — — 2 — — ?
L. — — — 10 — — 2 — — ?

L. Wenn Einer in der rechten Hand 17 Kreuzer hat, und in der linken 2; wie viel Kreuzer hat er zuſammen?

L. Wenn einer in der rechten Hand 23 Kreuzer hat, und in der linken 2; wie viel Kreuzer hat er zuſammen?

L. Wenn einer in der rechten Hand 12 Kreuzer, und in der linken 2 hat; wie viel Kreuzer hat er da zuſammen?

L. Gebe eins dem andern eben eine ſolche Frage, von der rechten und linken Hand; denkt aber in die rechte Hand niemals mehr als 2 Kreuzer!

[Dieſe Uebung mit 2 wird ſo wie jede der folgenden ſo lang fortgeſetzt, bis jede Frage fertig beantwortet wird. Die Auflöſungen dürfen auch öfters an den Fingern oder mittelſt kleiner Striche oder Tupfen auf den Tafeln gemacht und ſtatt Kreuzer: Aepfel, Birnen, Nüſſe ꝛc. genommen werden.]

b.

L. Wie viel Kreuzer ſind 2 Kreuzer und 3 Kreuzer zuſammen?
L. — — — — 4 — — 3 — — ?
L. — — — — 6 — — 3 — — ?
L. — — — — 8 — — 3 — — ?

L. Wenn einer heute 10 Kreuzer, und morgen 3 Kreuzer ausgibt; wie viel gibt er da in Allem aus?

L. Wenn einer heute 1 Kreuzer, und morgen 3 Kreuzer ausgibt; wie viel gibt er in Allem aus?

L. Wenn Einer heute 3 Kreuzer, und morgen 3 Kreuzer ausgibt; wie viel gibt er da in Allem aus?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen von heute und morgen; nehmt aber für morgen jedes Mal 3 Kreuzer!

c.

L. Wie viel Kreuzer ſind 2 Kreuzer und 4 Kreuzer zuſammen?
Ant. 6 Kreuzer.

L. Wie — — — 4 — — 4 Kreuzer zuſammen?
Ant. 8 Kreuzer.

L. Wie — — — 6 — — 4 Kreuzer zuſammen?
Ant. 10 Kreuzer.

u. ſ. w.

L. Wenn dir dein Vetter 11 Kreuzer ſchenkt, und deine Baſe 4 Kreuzer; wie viel Kreuzer erhältſt du da? Ant. 15 Kreuzer.

L. Wenn dir dein Vetter 17 kr. ſchenkt, und deine Baſe 4 kr.; wie viel Kreuzer erhältſt du da? 21 Kreuzer.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen vom Vetter und der Baſe; die Baſe darf aber immer nur 4 kr. wegſchenken!

(In eben ſolchen Einkleidungen läßt man jetzt jede Zahl unter 100 mit 5 verbinden.

Alsdann jede Zahl unter 100 mit 6.

— — — — 100 — 7. Hierauf mit 8 und endlich mit 9.)

d.

L. Wie viel Kreuzer ſind 20 Kreuzer und 10 Kreuzer zuſammen?
L. Wie — — — 40 — — 10 — — ?
L. — — — — 60 — — 10 — — ?
L. — — — — 80 — — 10 — — ?
L. — — — — 30 — — 10 — — ?

u. ſ. w.

L. Wie viel Kreuzer ſind 11 kr. und 10 kr. zuſammen?
L. — — — — 13 kr. — 10 kr. — ?
L. — — — — 27 kr. — 10 kr. — ?
L. Gebt einander eben ſolche Fragen mit 10 kr!

Alle übrige Verbindungen werden ſich ſeiner Zeit von ſelbſt geben, ohne daß es nöthig iſt, ſich hier damit aufzuhalten.

Abziehung.

Es wird jede Zahl unter 10 von jeder Zahl unter 100 abgezogen.

L. Wenn man dort wo 7 Kreuzer ſind, 2 Kreuzer wegnimmt; wie viel bleiben noch übrig? Ant. 5 kr.

L. Wenn man dort, wo 10 Kreuzer ſind, 2 Kreuzer wegnimmt; wie viel bleiben noch übrig? Ant. 8 kr.

L. Wenn man dort, wo 24 kr. ſind 2 kr. wegnimmt; wie viel bleiben noch übrig? Ant. 22 kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; laßt aber jedes Mal nur 2 Kreuzer wegnehmen!

L. Wenn Einer 9 kr. im Sacke hat, und 3 davon verliert; wie viel hat er da noch übrig? Ant. 6 kr.

L. Wenn Einer 12 kr. im Sacke hat, und 3 davon verliert; wie viel hat er noch übrig? Ant. 9 kr.

L. Wenn Einer 20 kr. im Sacke hat, und 3 davon verliert; wie viel hat er noch übrig? Ant. 17 kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen vom Verlieren; denkt aber nie über 100 kr. in Sack, und laßt jedes Mal nur 3 verloren gehen!

[Unter ähnlichen Einkleidungen läßt man von jeder Zahl unter 100 die Zahl 4, alsdann 5 ꝛc. bis 10 abziehen.]

Endlich können die bisherigen Uebungen auch noch auf folgende Art durchgegangen werden:

a.

L. Wenn Einer in der rechten Hand 7 kr. und in der linken 2 kr. hat; um wie viel hat er da in der rechten mehr? Ant. Um 5 kr

L. Wenn Einer in der rechten Hand 10 kr. und in der linken 2 Kreuzer hat; um wie viel hat er mehr in der rechten? Ant. Um 8 kr.

L. Wenn Einer in der rechten Hand 21, und in der linken 2 kr. hat; um wie viel hat er mehr in der rechten? Ant. Um 19 kr. u. ſ. w.

[Eben ſo mit 3 kr. 4 kr. ꝛc.]

b.

L. Wenn einer 2 Kreuzer (oder Aepfel, Birnen ꝛc.) hat, und mögte gern 7 kr. haben; wie viel fehlen ihm noch?

L. Wenn Einer 2 Kreuzer hat, und mögte gern 10 Kreuzer haben; wie viel fehlen ihm noch?

u. ſ. w.

[Eben ſo mit 3 kr. und 4 kr. ꝛc.]

Vervielfältigung.

Es wird jede Zahl unter 10 durch jede Zahl unter 10 vervielfältiget, das iſt:

Das ſogenannte Einmaleins.

a) Uebung mit geringern Geldarten und andern bekannten Gegenſtänden.

[Der Lehrer läßt ſich hier jedes Mal eins der folgenden Geſetzchen a, b, c, ꝛc. bis i bald von einzelnen Lehrlingen, bald auch von allen zugleich nachſprechen, und dann die dabey gegebenen und ähnliche Fragen beantworten.]

a.

Wenn 1 Ehle Band 2 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 2 kr. oder 4 kr.

[Der Lehrer kann, ehe er ſich dieſes nachſprechen läßt, zwey Striche, ungefähr eine Ehle lang, an die Tafel machen, über jeden zwey Tupfen ſetzen, und fragen: Man hat 2 Ehlen Band, deren jede 2 kr. koſtet; wie viel Kreuzer ſind dieß zuſammen? Ant. 4 kr.

Eben ſo kann er es mit 3 Ehlen, 4 Ehlen ꝛc. machen, und eben ſo in der Folge, wo die Rede von 3 kr. iſt. Man kann auch ſolche Darſtellungen mit Strichen und Tupfen von den Lehrlingen ſelbſt auf ihren Schiefertafeln, oder einzeln an der großen Tafel machen laſſen.]

Wenn 1 Ehl 2 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 2 kr. oder 6 kr.

Wenn 1 Ehl 2 kr. koſtet, ſo koſten 4 ſolche Ehlen 4 mal ſo viel, das iſt: 4 mal 2 kr. oder 8 kr.

Wenn 1 Ehl 2 kr. koſtet, ſo koſten 5 ſolche Ehlen 5 mal ſo viel ꝛc. bis

Wenn 1 Ehl 2 kr. koſtet, ſo koſten 10 ſolche Ehlen 10 mal ſo viel, das iſt 10 mal 2 kr. oder 20 kr.

[Einige Fragen z. B.]

Wenn eine Frau 3 Eyer kauft, und jedes Ey 2 kr. koſtet; wie viel Kreuzer muß ſie für dieſe 3 Eyer bezahlen? Ant. 6 kr.

Wenn ein Federhändler 5 Schreibfedern verkauft, und für jede 2 kr. erhält; wie viel Kreuzer löst er da für dieſe 5 Schreibfedern? Ant. 10 kr.

Man hat 7 Schreibfedern, und zwar jede um 2 kr. gekauft; wie viel Kreuzer koſten ſie alle zuſammen? Ant. 14 kr.

u. ſ. w.

b.

Wenn 1 Ehle Band 3 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 3 kr. oder 6 kr.

Wenn 1 Ehl 3 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 3 kr. oder 9 kr.

Wenn 1 Ehl 3 kr. koſtet, ſo koſten 4 ſolche Ehlen 4 mal ſo viel ꝛc. bis

Wenn 1 Ehl 3 kr. koſtet; ſo koſten 10 ſolche Ehlen 10 mal ſo viel, das iſt: 10 mal 3 kr. oder 30 kr.

[Fragen, z. B.]

Wenn ein Knabe 3 Bleyſtifte kauft, deren jeder 3 kr. koſtet; wie viel Kreuzer koſten alle 3 zuſammen? Ant. 9 kr.

Man kauft 5 Bleyſtifte, und zwar jeden um 3 kr.; wie viel Kreuzer koſten alle 5 zuſammen? Ant. 15 kr.

u. ſ. w.

c.

Wenn 1 Ehle Band 4 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 4 kr. oder 8 kr.

Wenn 1 Ehl 4 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 4 kr. oder 12 kr.

Wenn 1 Ehl 4 kr. koſtet, ſo koſten 4 ſolche Ehlen 4 mal ſo viel ꝛc. bis

Wenn 1 Ehl 4 kr. koſtet, ſo koſten 10 ſolche Ehlen 10 mal ſo viel, das iſt: 10 mal 4 kr. oder 40 kr.

[Fragen z. B.]

Man braucht 8 Ziegel, um ein Dach auszubeſſern: es koſtet aber jeder Ziegel 4 kr.; wie viel Kreuzer koſten alle 8 zuſammen? Ant. 32 kr. ꝛc.

d.

Wenn 1 Ehle Band 5 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 5 kr. oder 10 kr.

Wenn 1 Ehle 5 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3 mal ſo viel, ꝛc. bis

Wenn 1 Ehle 5 kr. koſtet, ſo koſten 10 ſolche Ehlen 10 mal ſo viel, das iſt: 10 mal 5 kr. oder 50 kr.

[Fragen z. B.]

Der Glaſer hat 7 neue Scheiben in ein Fenſter geſetzt, deren jede 5 kr. koſtet; wie viel Kreuzer koſten alle 7 zuſammen? Ant. 35 kr.

e.

Wenn 1 Ehle Band 6 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 6 kr. oder 12 kr.

Wenn 1 Ehl 6 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3 mal ſo viel, das ꝛc. bis

Wenn 1 Ehle 6 kr. koſtet, ſo koſten 10 ſolche Ehlen 10 mal ſo viel, das iſt: 10 mal 6 kr. oder 60 kr.

[Fragen z. B.]

Man hat 5 Latten gekauft, deren jede 6 kr. koſtet; wie viel Kreuzer koſten alle 5 zuſammen? Ant. 30 kr.

f.

Wenn 1 Ehl Band 7 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 7 kr. oder 14 kr.

Wenn 1 Ehl 7 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3 mal ſo viel ꝛc. bis

Wenn 1 Ehl 7 kr. koſtet, ſo koſten 10 ſolche Ehlen 10 mal ſo viel, das iſt: 10 mal 7 kr. oder 70 kr.

[Fragen, z. B.]

Man hat 4 Bretter gekauft, deren jedes 7 kr. koſtet; wie viel Kreuzer koſten alle zuſammen? Ant. 28 kr.

g.

Wenn 1 Ehle Band 8 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal ſo viel, das iſt: 2 mal 8 kr. oder 16 kr.

Wenn 1 Ehl 8 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3mal ſo viel, ꝛc. bis

— 1 — 8 — — , — — 10 — — 10mal ſo viel, das iſt 10 — 8 kr. oder 80 kr.

[Fragen z. B.]

Man will 5 Mäßlein Mehl kaufen, und jedes koſtet 8 kr.; wie viel Kreuzer koſten alle 5 zuſammen? Ant. 40 kr.

h.

Wenn 1 Ehl Band 9 kr. koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2mal ſo viel,

das iſt: 2mal 9 kr. oder 18 kr.

Wenn 1 Ehl 9 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3mal ſo viel ꝛc. bis

— 1 — 9 — — — 10 — Ehlen 10mal ſo viel,

das iſt: 10mal 9 kr. oder 90 kr.

[Fragen z. B.

Man kauft 7 Pfund Fleiſch, und jedes koſtet 9 kr.; wie viel Kreuzer muß man alſo bezahlen? Ant. 63. kr.

i.

Wenn 1 Ehl Band 10 kr koſtet, ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2mal ſo viel,

das iſt: 2mal 10 kr oder 20 kr.

Wenn 1 Ehl 10 kr. koſtet, ſo koſten 3 ſolche Ehlen 3mal ſo viel ꝛc. bis

— 1 — 10 kr. — , — — 10 — Ehlen 10mal ſo viel,

das iſt: 10mal 10 kr. oder 100 kr.

[Fragen, z. B.

Man kauft 9 Schoppen Wein, und jeder koſtet 10 kr; wie viel Kreuzer muß man dafür bezahlen? Ant. 90 Kr.

b) Verwandlung höherer Geld- und Maßarten in geringere.

[Der Lehrer läßt ſich jedes der folgenden Geſetzchen nachſprechen, und dann und wann einige Fragen darüber beantworten.]

a.

1 Groſchen iſt 3 kr., alſo ſind 2 Gr. 2mal ſo viel, das iſt:
2mal 3 kr. oder 6 kr.
1 — — 3 kr., — — 3 — 3mal ſo viel, das iſt:
3mal 3 kr. oder 9 kr.
1 — — 3 kr., — — 4 — 4mal ſo viel, das iſt:
4mal 3 kr. oder 12 kr.
1 — — 3 kr., — — 10 — 10mal ſo viel das iſt:
10mal 3 kr. oder 30 kr.

b.

1 Batzen iſt 4 kr., alſo ſind 2 Bz. 2mal ſo viel, das iſt:
2mal 4 kr. oder 8 kr.
1 — — 4 kr., — — 3 — 3mal ſo viel, das iſt:
3mal 4 kr. ꝛc. bis
1 — — 4 kr, — — 10 — 10mal ſo viel, das iſt:
10mal 4 kr. oder 40 kr.

c.

1 Sechser iſt 6 kr., alſo ſind 2 Schsr. 2mal ſo viel, das iſt:
2mal 6 kr. oder 12 kr.
1 — — 6 kr., — — 3 — 3mal ſo viel, das iſt:
3mal 6 kr. ꝛc. bis
1 — — 6 kr., — — 10 — 10mal ſo viel, das iſt:
10mal 6 kr. oder 60 kr.

d.

1 Dreybätzner iſt 3 Batzen, alſo ſind 2 Drb. 2mal ſo viel, das iſt:
2mal 3 B. oder 6 B.

1 Dreybätzner iſt 3 Batzen, alſo ſind 3 Drb. 3mal ſo viel, das iſt: 3mal 3 B. ꝛc. bis
1 — — 3 — , — — 10 — 10mal ſo viel, das iſt: 10mal 3 B. oder 30 B.

e.

1 Kopfſtück iſt 5 Batzen, alſo ſind 2 Kopfſt. 2mal ſo viel, das iſt: 2mal 5 B. oder 10 B.
1 — — 5 — , — — 3 — 3mal ſo viel, das iſt: 3mal 5 B ꝛc. bis
1 — — 5 — , — — 10 — 10mal ſo viel, das iſt: 10mal 5 B. oder 50. B.

f.

1 Sechsbätzner iſt 6 Batzen, alſo ſind 2 Sb. 2mal ſo viel, das iſt: 2mal 6 B. od. 12 B.
1 — — 6 — , — — 3 Sb. 3mal ſo viel, das iſt: 3mal 6 B. ꝛc. bis
1 — — 6 — , — — 10 Sb. 10mal ſo viel, das iſt: 10mal 6 B. od. 60 B.

[Eben ſo läßt der Lehrer noch Kreuzer in Pfenninge oder Halbe, alsdann aber die gewöhnlichen Maße ſeines Ortes, als: Malter, Scheffel oder Seſter, Simmer ꝛc.: Fuder, Ohm ꝛc. Gewicht und Zeit in geringere Arten verwandeln. Solche Geld- oder Maßarten, welche in mehr als 10 geringere zerfallen, werden für jetzt noch übergangen.

z. B.

9 Dreybätzner, wie viel Kreuzer ſind ſie? 7 Pfund; wie viel Loth ſind ſie? u. dgl.]

[Hier folgt noch ein Beyſpiel von der Zeit.]

1 Woche iſt 7 Tag, alſo ſind 2 Wochen 2mal ſo viel, das iſt: 2mal 7 Tag, oder 14 Tag.
1 — — 7 — , — — 3 — 3mal ſo viel ꝛc. bis

1 Woche iſt 7 Tag, alſo ſind 10 Wochen 10mal ſo viel, das iſt:
10mal 7 Tag oder 70 Tag.

Theilung.

a) Uebungen wobey keine einzelne Einheit getheilt wird.

A) Es wird eine höhere Zahl in geringere gleiche Zahlen, oder Theile zerlegt, und angegeben, wie viel ſolche Theile ſie enthält.

a) Uebung mit Geld und andern Gegenſtänden.

a.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

Wenn man um 2 kr. 1 Ehl Band bekommt, ſo bekommt man um 4 kr., oder um 2mal 2 kr., 2 Ehlen.

Wenn man um 2 kr. 1 Ehl bekommt, ſo bekommt man um 6 kr.,
oder um 3mal 2 kr., 3 Ehlen.

— — — 2 — 1 — — , ſo bekommt man um 8 kr.,
oder um 4mal 2 kr., 4 Ehlen ꝛc. bis

— — — 2 — 1 — bekommt, ſo bekommt man um 20 kr.,
oder um 10mal 2 kr., 10 Ehlen.

L. Ein Krämer verkauft von einer Gattung Band jede Ehle um 2 kr.; wie viel Ehlen bekommt man demnach um 10 kr.? —

[Sollte bey dieſer und ähnlichen Fragen die Antwort nicht ſogleich erfolgen, ſo kann die Auflöſung ſo gemacht werden:

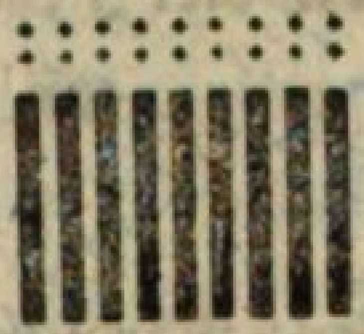
Bekommt man um 2 kr. 1 Ehle,
ſo bekommt man um 4 kr. 2 Ehlen,
um 6 kr. 3 — ,
— 8 — 4 — ,
— 10 — 5 — ,

Nebenbey kann man dergleichen Auflöſungen ſo veranſchaulichen laſſen, daß man ſtatt der Kreuzer Tupfen, und ſtatt der Ehlen (oder anderer Dinge) Striche darunter machen läßt, wie hier links.]

Fr. Wie viel Ehlen bekommt man aber um 18 kr., wenn jede 2 kr. koſtet; Ant. 9 Ehlen. Nämlich:

Bekommt man um 2 kr. 1 Ehle,
ſo bekommt man um 4 — 2 Ehlen,
um 6 — 3 —
— 8 — 4 —
— 10 — 5 —
— 12 — 6 —
— 14 — 7 — ꝛc.

Das ſind 9 Ehlen.



Fr. Eine Händlerin verkauft jedes Ey um 2 kr.; wie viel Eyer bekommt man demnach um 14 kr.?

Ant. 7 Eyer Nämlich:

b.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

Wenn man um 3 kr. 1 Ehl Band bekommt, ſo bekommt man um 6 kr., oder um 2mal 3 kr., 2 Ehlen.
— — — 3 — 1 Ehl bekommt, ſo bekommt man um 9 kr., oder um 3mal 3 kr., 3 Ehlen.
— — — 3 — 1 — — , ſo bekommt man um 12 kr., oder um 4mal 3 kr., 4 Ehlen.
— — — 3 — 1 — — , ſo bekommt man um 15 kr., oder um 5mal 3 kr., 5 Ehlen. ꝛc. bis
— — — 3 — 1 — bekommt, ſo bekommt man um 30 kr., oder um 10mal 3 kr., 10 Ehlen.

Fr. Man kauft von einer Gattung Bleyſtifte jeden um 3 kr.; wie viel erhält man da um 12 kr.?

Ant. 4 Blſt.

c.

Wenn man um 4 kr. 1 Ehl Band bekommt, ſo bekommt man um 8 kr., oder um 2mal 4 kr., 2 Ehlen.

— — — 4 — 1 Ehl bekommt, ſo bekommt man um 12 kr., oder um 3mal 4 kr., 3 Ehlen. ꝛc. bis

— — — 4 — 1 Ehl bekommt, ſo bekommt man um 40 kr., oder um 10mal 4 kr., 10 Ehlen.

Fr.) Ein Ziegler gibt jeden Ziegel um 4 kr. wie viel Ziegel erhält man demnach um 20 kr.? } Ant. 5 Ziegel.

d.

Wenn man um 5 kr. 1 Ehl Band bekommt, ſo bekommt man um 10 kr., oder um 2mal 5 kr., 2 Ehlen.

— — — 5 — 1 Ehl bekommt, ſo bekommt man um 15 kr., oder um 3mal 5 kr. ꝛc. bis

— — — 5 — 1 — bekommt, ſo bekommt man um 50 kr., oder um 10mal 5 kr., 10 Ehlen.

Fr.) Wie viel Glasſcheiben bekommt man um 15 kr., wenn jede 5 kr. koſtet? Ant. 3 Glasſch. }

e.

Wenn man um 6 kr. 1 Ehl Band bekommt, ſo bekommt man um 12 kr., oder um 2mal 6 kr., 2 Ehlen.

— — — 6 — 1 Ehle bekommt, ſo bek. man um 18 kr., oder um 3mal 6 kr., 3 Ehlen ꝛc. bis

— — — 6 — 1 — bek., ſo bek. man um 60 kr., oder um 10mal 6 kr., 10 Ehlen.

Fr.) Wie viel Latten bekommt man um 24 kr., wenn jede 6 kr. koſtet? Ant. 4 Latt.

f.

Wenn man um 7 kr. 1 Ehl Band bekt., ſo bekt. man um 14 kr., oder um 2mal 7 kr., 2 Ehlen.

— — — 7 — 1 — bekt., ſo bekt. man um 21 kr., oder um 3mal 7 kr. ꝛc. bis

— — — 7 — 1 — — , — — man um 70 kr., oder um 10mal 7 kr., 10 Ehlen.

Fr.) Wie viel Bretter bekommt man um 21 kr., wenn jedes 7 kr. koſtet? Ant. 3 Bretter.

g.

Wenn man um 8 kr. 1 Ehl Band bekt., ſo bekt. man um 16 kr., oder um 2mal 8 kr., 2 Ehlen.

— — — 8 — 1 — bekt., ſo bekt. man um 24 kr., oder 3mal 8 kr., 3 Ehlen ꝛc. bis

— — — 8 — 1 — — , — bekt. man um 80 kr., oder um 10mal 8 kr. 10 Ehlen.

Fr.) Wie viel Mäßlein Mehl erhält man um 32 kr., wenn jedes 8 kr. koſtet? Ant. 4 Mäßlein.

h.

Wenn man um 9 kr. 1 Ehl Band bekt., ſo bekt. man um 18 kr., oder um 2mal 9 kr., 2 Ehlen.

— — — 9 — 1 — bekt., ſo bekt. man um 27 kr., oder 3mal 9 kr., 3 Ehlen ꝛc. bis

— — — 9 — 1 — — , — bekt. man um 90 kr., oder um 10mal 9 kr. 10 Ehlen.

Fr.) Wie viel Pfund Fleiſch erhält man um 27 kr., wenn das Pfund 9 kr. koſtet? Ant. 3 Pfund.

i.

Wenn man um 10 kr. 1 Ehl Band bekt., ſo bekt. man um 20 kr., oder um 2mal 10 kr., 2 Ehlen.

— — — 10 — 1 — bekt., ſo bekt. man um 30 kr., oder um 3mal 10 kr. ꝛc. bis

Fr.) Wie viel Schoppen Wein bekommt man um 50 kr., wenn der Schoppen 10 kr. koſtet? Ant. 5 Schoppen.

---

b) Verwandlung geringerer Geld- und Maß-arten in höhere.

[Auch hier kann man ſich wieder der Tupfen zur Veranſchaulichung bedienen.]

a.

3 kr. ſind 1 Groſchen. 4 kr. ſind 1 Groſchen und 1 kr.
5 — — 1 — u. 2 — 6 kr. ſind 2 Grſch.
7 — — 2 — u. 1 — 8 — — 2 — und 2 kr.
9 — — 3 — 10 — — 3 — — 1 —
11 — — 3 — ꝛc. bis 30 — — 10 —.

L. Wie viel Groſchen ſind 17 kr.?
Ant. 5 Grſch. und 2 kr. Nämlich: ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ :

[Anmerkung. Während man dieſe Tupfen macht, ſpricht man: Ein, zwey, drey. 4, 5, 6. 7, 8, 9. ꝛc. bis 17.]

L. Gebt einander ſelbſt ſolche Fragen über Groſchen und Kreuzer!

b.

4 kr. ſind 1 Batzen. 5 kr. ſind 1 Batzen und 1 kr.
6 — — 1 Btz. u. 2 kr. 7 kr. — 1 — — 3 —
8 — — 2 Btz. 9 — — 2 — — 1 —
10 — — 2 Btz u. 2 kr. 11 — — 2 — — 3 —
12 — — 3 Btz. 13 — — 3 — — 1 — ꝛc. bis 40 — — 10 Batzen.

L. Wie viel Batzen ſind 19 kr.?
Ant. 4 Btz. und 3 kr. Nämlich: ⁞ ⁞ ⁞ ⁝

[Anmerkung. Während man dieſe Tupfen macht, ſpricht man: Ein, zwey, 3, 4. 5, 6, 7, 8. 9, 10 ꝛc. bis 19.]

c.

6 kr. ſind 1 Sechſer. 7 kr. ſind 1 Sechſer und 1 kr.
8 — — 1 — und 2 kr. 9 kr. ſind 1 Sechſer und 3 kr.
10 — — 1 — und 4 kr. 11 kr. ſind 1 Sechſer und 5 kr.
12 — — 2 —. 13 kr. ſind 2 Sechſer und 1 kr. ꝛc. bis
60 kr. ſind 10 Sechſer.

L. Wie viel Sechſer ſind 20 kr.? Ant. 3 Sechſer und 2 kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Sechſer und Kreuzer!

d.

3 Batzen ſind 1 Dreybätzner. 4 Batz. ſind 1 Dreyb. und 1 Batz.
5 — — 1 — und 2 Batz. 6 Batz. ſind 2 Dreybätzner.
7 — — 2 — — 1 —. 8 Batz. ſind 2 Dreybätzner und 2 Batzen.
9 — — 3 — . 10 Batzen ſind 3 Dreybätzner und 1 Batz. ꝛc. bis
30 — — 10 — .

L. 11 Batzen, wie viel Dreybätzner ſind ſie? Ant. 3 Dreybätzner und 2 Batzen.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 30 Batzen!

e.

5 Batzen ſind 1 Kopfſtück. 6 Batzen ſind 1 Kopfſt. und 1 Batzen.
7 — — 1 — und 2 Batzen. 8 Batzen ſind 1 Kopfſt. und 3 Batzen.

9 Batzen ſind 1 Kopfſtück und 4 Batzen. 10 Batzen ſind 2 Kopfſt. ꝛc. bis
50 — — 10 — .

L. 18 Batzen; wie viel Kopfſt. ſind ſie? Ant. 3 Kopfſt. und 3 Batzen.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über Kopfſt. und Batzen; nehmt aber nicht über 50 Batzen!

f.

6 Batzen ſind 1 Sechsbätzner. 7 Batzen ſind 1 Sechsb. und 1 Batzen.
8 — — 1 — und 2 Batzen. 9 Batzen ſind 1 Sechsb. und 3 Batzen.
10 — — 1 — und 4 Batzen. 11 Batzen ſind 1 Sechsb. und 5 Batzen.
12 — — 2 — . 13 Batzen ſind 2 Sechsb. und 1 Batzen. ꝛc. bis
60 — — 10 — .

L. 28 Batzen; wie viel Sechtzbätzner ſind ſie? Ant. 4 Sechsbätzner und 4 Batzen.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen über die Sechsbätzner; nehmt aber nicht über 60 Batzen!

[Eben ſo können wieder Pfenninge und Häller in Kreuzer, alsdann die geringere Frucht-Gewicht und andere Maß-Arten, welche oben beym Vervielfältigen vorgekommen ſind, in höhere Arten verwandelt werden, als z. B. von der Zeit:]

7 Tag ſind 1 Woche. 8 Tag ſind 1 Woche und 1 Tag.
9 — — 1 — und 2 Tag. 10 Tag ſind 1 Woche u. 3 Tag.
11 — — 1 — und 4 Tag. 12 Tag ſind 1 Woche u. 5 Tag.
13 — — 1 — und 6 Tag. 14 Tag ſind 2 Wochen ꝛc. bis
70 — — 10 Wochen.

—

L. 30 Tag; wie viel Wochen ſind ſie? : : : : :
Ant. 4 Wochen und 2 Tage. Nämlich : : : :
: : : :
. . . .

B) Es wird eine Zahl in mehrere gleiche Theile zerlegt, und angegeben, was für eine Zahl jeder dieſer Theile iſt.

a) Theilung in 2, 3 ꝛc. bis 10 gleiche Theile.

α) Theilung in 2 gleiche Theile.

L. Wenn 2 Perſonen 2 Ehlen Band ſo mit einander theilen, daß eine ſo viel bekommt, als die andere; was bekommt da jede Perſon? Ant. 1 Ehle.

L. Wenn aber 2 Perſonen nur 1 Ehle Band mit einander theilen, bekommt da auch wieder jede Perſon 1 ganze Ehle? Ant. Nein.

L. Wenn 2 Perſonen 4 Ehlen Band ſo mit einander theilen, daß eine ſo viel bekommt, als die andere; iſt es da auch nothwendig, daß man eine einzelne Ehle beſonders theile? Ant. Nein; es bekommt jede Perſon 2 Ehlen.

L. Wenn aber 2 Perſonen 3 Ehlen Band gleichmäßig mit einander theilen, muß da eine einzelne Ehle zertheilt werden? Ant. Ja.

L. Wie es mit dem Theilen der Ehlen geht, ſo geht es auch mit dem Theilen des Geldes und anderer Dinge. Wir wollen jetzt Theilungsübungen mit Kreuzern vornehmen, wobey kein einzelner Kreuzer getheilt wird. — Es bekommt jedes Mal 1 Perſon ſo viel als die andere.

L. Wenn 2 Perſonen 14 kr. mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant.

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache!

[Der Lehrer macht 2 Tupfen . . an die Tafel, alsdann unter dieſe Tupfen wieder 2, dann wieder 2 ꝛc. bis es 14 ſind; während er aber dieſe Tupfen macht, ſpricht er:] Ein, zwey. 3, 4. ꝛc. bis 14.

[Hierauf zieht er mittendurch einen ſenkrechten Strich, ſo daß die ganze Darſtellung ausſieht, wie hier links, und ſpricht:]

Wie viel Kreuzer bekommt alſo 1 Perſon? Ant. 7 Kreuzer.

[Eben ſo können alle dergleichen Aufgaben gelößt werden als:]

Wenn 2 Perſonen 10 kr. mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 5 kr.

Wenn 2 Perſonen 18 kr. mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 9 kr.

Wenn 2 Perſonen 16 Kreuzer mit einander theilen, wie viel Kreuzer erhält 1 Perſon? Ant. 8 Kreuzer.

u. ſ. w.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wenn 2 Perſonen 2 kr mit einander theilen, ſo gehört einer Perſon nur der halbe Theil davon; der halbe Theil von 2 kr. iſt 1 kr.

Wenn 2 Perſonen 4 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der halbe Theil davon; der halbe Theil von 4 kr. iſt 2 kr.

Wenn 2 Perſonen 6 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der halbe Theil davon; der halbe Theil von 6 ꝛc. bis

Wenn 2 Perſonen 20 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der halbe Theil davon; der halbe Theil von 20 kr. iſt 10 kr.

b) Theilung in 3 Theile.

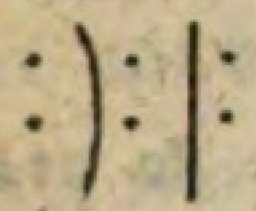
L. Wenn 3 Perſonen 15 kr. mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt da eine Perſon? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache!

[Er macht 3 Tupfen . . . an die Tafel, alsdann unter dieſe Tupfen wieder 3, dann wieder 3 ꝛc. bis es 15 ſind, und ſpricht dabey: Ein, 2, 3. 4, 5, 6. 7 ꝛc. bis 15. Hierauf ſöndert er dieſe Tupfen durch 2 feine Striche ab, daß die ganze Darſtellung ſo ausſieht, wie hier links, und ſpricht:]

Wie viel Kreuzer bekommt alſo eine Perſon? Ant. 5 kr.

[Eben ſo werden noch mehrere Aufgaben gemacht, als:]



Wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn 3 Perſonen 6 Kreuzer mit einander theilen? Ant. 2 kr.

Wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn 3 Perſonen 21 kr. mit einander theilen? Ant. 7 kr. u. ſ. w.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wenn 3 Perſonen 3 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der 3te Theil davon; der 3te Theil von 3 kr. iſt 1 kr.

Wenn 3 Perſonen 6 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der 3te Theil davon, der 3te Theil von 6 kr. iſt 2 kr.

Wenn 3 Perſonen 9 kr. mit einander theilen, ſo gehört ꝛc. bis:

Wenn 3 Perſonen 30 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der 3te Theil davon; der 3te Theil von 30 kr. iſt 10 kr.

c) Theilung in 4 Theile.

L. Wenn 4 Perſonen 28 kr. mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt da eine Perſon? Ant. 7 kr.

L. Wenn 4 Perſonen 12 kr. mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt eine Perſon? Ant. 3 kr.

L. Wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn 4 Perſonen 16 kr. mit einander theilen? Ant. 4 kr. u. ſ. w.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wenn 4 Perſonen 4 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der 4te Theil davon; der 4te Theil von 4 kr. iſt 1 kr.

Wenn 4 Perſonen 8 kr. mit einander theilen; ſo gehört 1er Perſon nur der 4te Theil davon; der 4te Theil von 8 kr. iſt 2 kr.

Wenn 4 Perſonen 12 kr. mit einander theilen, ſo gehört einer Perſon nur der 4te Theil davon ꝛc. bis;

Wenn 4 Perſonen 40 kr. mit einander theilen, ſo gehört 1er Perſon nur der 4te Theil davon; der 4te Theil von 40 kr. iſt 10 kr..

[Eben ſo werden 5 kr., 10 kr. 15 kr. ꝛc. bis 50 kr. durch 5 Perſonen getheilt.

Alsdann 6 kr. 12 kr. ꝛc. bis 60 kr. durch 6 Perſonen.
— 7 kr. 14 kr. ꝛc. bis 70 kr. durch 7 —
— 8 kr. 16 kr. ꝛc. bis 80 kr. durch 8 —
— 9 kr. 18 kr. ꝛc. bis 90 kr. durch 9 —
— 10 kr. 20 kr. ꝛc. bis 100 kr. durch 10 —

Wiederholung der vorigen Uebung mit andern Gegenſtänden ſtatt der Perſonen.

[Anmerkung. Wenn auch gleich die vorige Uebung recht geläufig vor ſich gegangen iſt, ſo iſt es dennoch ſehr gut, daß man ſie auch noch ſo durchnimmt, wie hier folgt:]

a.

L. Wenn 2 Ehlen Band zuſammen 8 kr. koſten, wie viel Kreuzer koſtet da 1 Ehle davon? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

[Er macht 2 ſenkrechte Striche ſetzt über jeden einen Tupfen, dann über dieſe Tupfen wieder 2, dann wieder 2 ꝛc. bis es 8 Tupfen ſind, wie hier links und ſpricht dabey: Ein, 2. 3, 4. 5, 6. ꝛc. Hierauf deutet er auf den erſten Strich und ſpricht:] Wie viel Kreuzer koſtet alſo 1 Ehle? Ant. 4 kr.

[Eben ſo werden noch mehrere Aufgaben mit Ehlen gemacht als:]

Fr. Wenn 2 Ehlen zuſammen 14 kr. koſten, wie viel Kreuzer koſtet da 1 Ehle? Ant. 7 kr. [Nämlich: wie hier links.]

Fr. Wenn 2 Ehlen 18 kr. koſten, wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehle? Ant. 9 kr.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir jetzt Folgendes nach!

Wenn 2 Ehlen 2 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den halben Theil davon,
der halbe Theil von 2 kr. iſt 1 kr.

Wenn 2 Ehlen 4 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den halben Theil davon,
der halbe Theil von 4 kr. iſt 2 kr.

Wenn 2 Ehlen 6 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den halben Theil ꝛc. bis

Wenn 2 Ehlen 20 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehle den halben Theil davon,

der halbe Theil von 20 kr. iſt 10 kr.

---

b.

L. Wenn 3 Ehlen Band zuſammen 15 kr. koſten, wie viel Kreuzer koſtet da 1 Ehl? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

[Er macht 3 ſenkrechte Striche, und über jeden einen Tupfen, dann macht er über dieſe 3 Tupfen wieder 3 ꝛc. bis es 15 ſind, wie hier links, und ſpricht dabey:] Ein, 2, 3. 4, 5, 6. 7 ꝛc. bis 15.

[Hierauf deutet er auf den erſten Strich und ſpricht:]

Wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehl? Ant. 5 kr.

Fr. Wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehle, wenn man 3 Ehlen um 12 kr. erhält? Ant. 4 kr.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

Wenn 3 Ehlen 3 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den 3ten Theil davon,

der 3te Theil von 3 kr. iſt 1 kr.

Wenn 3 Ehlen 6 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den 3ten Theil davon ꝛc. bis

Wenn 3 Ehlen 30 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den 3ten Theil davon,

der 3te Theil von 30 kr. iſt 10 kr.

[Eben ſo werden 4 Ehlen um 4, 8 ꝛc. bis 40 kr. genommen;

alsdann 5 Ehlen um 5, 10 ꝛc. bis 50 kr.
— 6 — — 6, 12 — bis 60 kr.
— 7 — — 7, 14 — bis 70 kr.
— 8 — — 8, 16 — bis 80 kr.
— 9 — — 9, 18 — bis 90 kr.
und 10 — — 10, 20 — bis 100 kr.]

[Endlich kann man verſchiedene Fragen außer den Reihenfolgen theils mit, theils ohne Tupfen beantworten laſſen; oder ſtatt der Ehlen andere Gegenſtände angeben. z. B.]

. . Fr. Wenn man 2 Pfund Kirſchen um 8 kr. erhält;
: : wie viel Kreuzer koſtet 1 Pfund? Ant. 4 kr.
. . [Nämlich wie hier links.]

|| Fr. Wenn man 3 Bleyſtifte, deren einer ſo viel als der andere koſtet, um 18 kr. kauft; wie hoch kommt einer? Ant. 6 kr.

Fr. Man hat 4 Latten um 28 kr. gekauft: eine koſtete ſo viel als die andere; wie viel Kreuzer koſtet eine davon? Ant. 7 kr.

Fr. Man zahlt für 5 Schoppen Wein 30 kr.; wie viel Kreuzer koſtet alſo 1 Schoppen?

Fr. Es hat Einer in 6 Tagen 54 kr. verdient; wie viel Kreuzer hatte er alſo für jeden Tag, wenn er an einem ſo viel verdiente, als am andern? Ant. 9 kr. u. ſ. w.

---

b) Es wird ein Theil von mehrern gleichen Zahlen zugleich genommen.

a) Der 3te Theil von mehrern Groſchen.

L. Wenn 3 Perſonen 56 Groſchen mit einander zu theilen haben; wie viel Kreuzer gehören einer Perſon davon?

[So leicht hier die Antwort iſt, ſo werden die Schüler doch in einige Verlegenheit kommen.]

L. Damit ihr dieſe und ähnliche Fragen recht leicht beantworten lernt, ſo ſprecht mir Folgendes nach!

Wenn 3 Perſonen 2 Groſchen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 1 Groſchen iſt 1 kr., alſo iſt der 3te Theil von 2 Groſchen 2 kr.

Wenn 3 Perſonen 3 Groſchen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 1 Groſchen iſt 1 kr., alſo iſt der 3te Theil von 3 Groſchen 3 kr.

Wenn 3 Perſonen 4 Groſchen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 1 Groſchen iſt 1 kr., alſo iſt der 3te Theil von 4 Groſchen 4 kr.

u. ſ. w. bis:

Wenn 3 Perſonen 10 Groſchen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 1 Groſchen iſt 1 kr., alſo iſt der 3te Theil von 10 Groſchen 10 kr.

L. Sagt mir ganz kurz hin, wie viel Kreuzer 1 Perſon bekommt, wenn 3 Perſonen 7 Groſchen mit einander theilen! Ant. 7 kr.

L. Wenn aber 3 Perſonen 20 Groſchen mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 20 kr.

L. Wenn 3 Perſonen 56 Groſchen mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 56 kr. u. ſ. w.

---

b) Der 4te Theil von mehreren Batzen.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

Wenn 4 Perſonen 2 Batzen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 4ten Theil davon, der 4te Theil

von 1 Batzen iſt 1 kr., alſo iſt der 4te Theil von 2 Batzen 2 kr.

Wenn 4 Perſonen 3 Batzen mit einander theilen, ſo bekommt ꝛc. bis

Wenn 4 — 10 — — — theilen, ſo bekommt

1 Perſon den 4ten Theil davon, der 4te Theil von 1 Batzen iſt 1 kr., alſo iſt der 4te Theil von 10 Batzen 10 kr.

Fr. Wenn 4 Perſonen 15 Batzen mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 15 kr.

Fr. Wenn 4 Perſonen 30 Batzen mit einander theilen wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 30 kr. u. ſ. w.

[Eben ſo kann auch der 6te Theil von mehrern Sechſern genommen werden,

Alsdann der 12te Theil von mehrern Dreybätznern,
— der 20te — — — Kopfſtücken und endlich
der 24ſte — — — Sechsbätznern.

[Dieſes kann wie oben in Reihenfolgen, oder, weil dieſe nicht mehr nöthig ſeyn werden, auch blos in Frage und kurzen Antworten geſchehen als:]

Fr. Wenn 6 Perſonen 53 Sechſer mit einander theilen, wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon? Ant. 53 kr.

Fr. Wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn 6 Perſonen 32 Sechſer mit einander theilen? Ant. 32 kr.

Fr. Wie viel ꝛc. wenn 6 Perſonen 11 Sechſer mit einander theilen? Ant. 11 kr.

Wie — — — 12 Perſonen 25 Dreybätzner mit einander theilen? Ant. 25 kr.

Wie — — — 12 Perſonen 48 Dreybätzner mit einander theilen? Ant. 48 kr.

Wie viel ꝛc. wenn 20 Perſonen 50 Kopfſtück mit einander theilen? Ant. 50 kr.

Wie viel ꝛc. wenn 20 Perſonen 19 Kopfſtück mit einander theilen? Ant. 19 kr.

Wie viel ꝛc. wenn 24 Perſonen 27 Sechsbätzner mit einander theilen? Ant. 27 kr.

u. ſ. w.

[Endlich kann man auch wieder ſtatt der Perſonen andere Gegenſtände nehmen, als:]

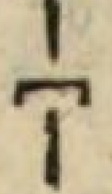
Fr. Wenn man 3 Pfund Kirſchen um 4 Groſchen kauft, wie viel Kreuzer koſtet da 1 Pfund? Ant. 4 kr.

Fr. Wenn man 3 Pfund Käs um 17 Groſchen kauft, wie viel Kreuzer koſtet 1 Pfund? Ant. 17 kr.

Fr. Wenn man 4 Latten um 7 Batzen kauft, wie viel Kreuzer koſtet eine? Ant. 7 kr. u. ſ. w.

B) Uebungen, wobey auch einfache Einheiten getheilt werden.

a) Theilung einer einfachen Einheit.



[Der Lehrer macht einen ſenkrechten Strich an die Tafel, theilt ihn durch ein Querſtrichlein in 2 gleiche Theile (wie hier links) deutet auf das untere Stücklein und ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen eine Ehle Band mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon die halbe Ehle.

[Er macht wieder einen ſolchen Strich, theilt ihn in 3 gleiche Theile, deutet auf das unterſte Stücklein und ſpricht:]

Wenn 3 Perſonen eine Ehl mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon eine drittels Ehle.

[Er macht wieder einen ſolchen Strich, theilt ihn in 4 gleiche Theile, deutet auf das unterſte Stücklein und ſpricht:]

Wenn aber 4 Perſonen eine Ehle mit einander zu theilen haben, was bekommt 1 Perſon davon? Ant.

Eine 4tels Ehle. [Nämlich wie hier links.]

[Eben ſo können noch folgende Fragen behandelt werden:]

Was bekommt 1 Perſon, wenn ihrer 5 eine Ehle mit einander zu theilen haben? Ant. Eine 5tels Ehle.

Was bekommt 1 Perſon, wenn ihrer 6 eine Ehle mit einander zu theilen haben?

Was — 1 —, wenn ihrer 10 eine Ehle mit einander zu theilen haben?

L. Sprecht mir jetzt Folgendes mit einander nach!

Wenn 2 Perſonen 1 Ehl mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon; der halbe Theil von 1 Ehle iſt eine halbe Ehle.

Wenn 3 Perſonen 1 Ehl mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon; der 3te Theil von 1 Ehle iſt eine 3tels Ehle.

Wenn 4 Perſonen 1 Ehl mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 4ten Theil davon; der 4te Theil von 1 Ehle iſt ꝛc. bis:

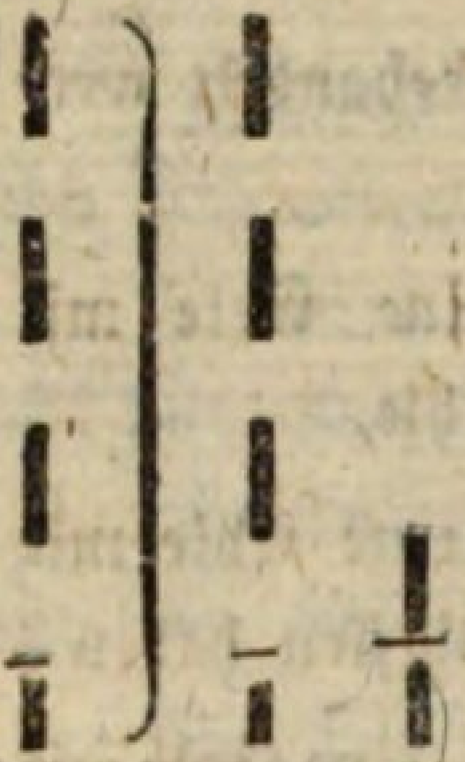
Wenn 10 Perſonen 1 Ehle mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 10ten Theil davon; der 10te Theil von 1 Ehle iſt eine 10tels Ehle.

b) Theilung jeder zuſammengeſetzten Einheit.

a) In 2 gleiche Theile.

L. Wenn 2 Perſonen 7 Ehlen Band mit einander theilen; wie viel Ehlen bekommt da 1 Perſon? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes austheile!

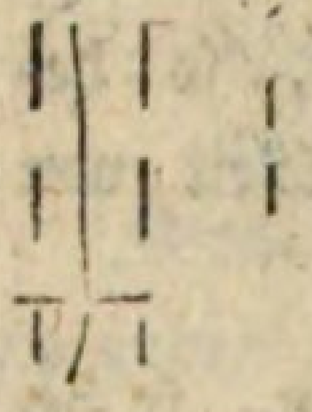


[Er macht 2 ſenkrechte Striche, faſt ſo lang als ein Finger, dann unter dieſe wieder 2 ſolche Striche, dann noch 2, und zuletzt noch einen ſolchen Strich auf einen andern Platz der Tafel, indem er ſpricht: Eine, zwey. 3, 4. 5, 6. 7.

Hierauf theilt er den 7ten Strich in 2 gleiche Theile, ſetzt ſo viel als eine Hälfte unter die erſten 3 Striche, und eben ſo viel unter die andern 3, zieht durch beyde Reihen eine feine Linie wie hier links, deutet auf die erſte Reihe und ſpricht:]

Wie viel Ehlen bekommt alſo eine Perſon? Ant. 3 und eine halbe Ehle.

[Eben ſo werden noch einige Fragen gegeben, und mittelſt der Striche aufgelöſt, als:]



Fr. Wenn 2 Perſonen 5 Ehlen mit einander theilen, wie viel bekommt 1 Perſon? Ant. 2 und eine halbe Ehle (Nämlich wie hier links.)

Fr. Wenn 2 Perſonen 9 Ehlen mit einander theilen, wie viel bekommt da 1 Perſon? Ant. 4 und eine halbe Ehle.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

Wenn 2 Perſonen 1 Ehl mit einander theilen, ſo be-

kommt 1 Perſon den halben Theil davon; der halbe Theil von 1 Ehle iſt 1 halbe Ehle.

Wenn 2 Perſonen 2 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon, der halbe Theil von 2 Ehlen iſt 1 Ehle.

Wenn 2 Perſonen 3 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon; der halbe Theil von 3 Ehlen iſt $1\frac{1}{2}$ Ehle.

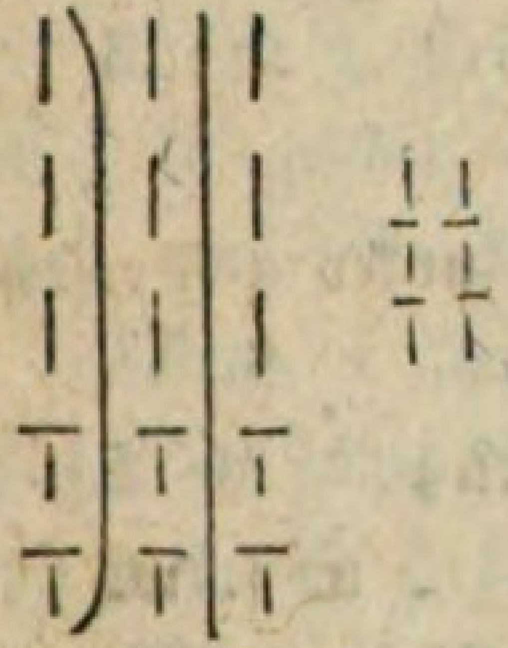
Wenn 2 Perſonen 4 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon ꝛc. bis

Wenn 2 Perſonen 20 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon; der halbe Theil von 20 Ehlen iſt 10 Ehlen.

b) In 3 gleiche Theile.

L. Wenn 3 Perſonen 11 Ehlen Band mit einander theiler, wie viel bekommt 1 Perſon? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!



[Er macht wie vorhin 3 Striche, unter dieſe wieder 3, alsdann noch 3, und zuletzt 2 Striche auf einen beſondern Platz, theilt einen dieſer letztern in 3 gleiche Theile, ſetzt unter jede Reihe der ganzen ſo viel als ein Drittel, theilt nun auch den übrigen Strich eben ſo in 3 gleiche Theile und ſetzt wieder unter jede Reihe ein Drittel ꝛc. wie hier links. Hierauf deutet er auf die erſte Reihe und ſpricht:]

Wie viel Ehlen bekommt alſo 1 Perſon? Ant. $3\frac{2}{3}$ Ehlen.

[Eben ſo werden noch einige Fragen gegeben und aufgelöst, als:]

Fr. Wenn 3 Perſonen 7 Ehlen Band mit einander theilen, wie viel bekommt 1 Perſon? Ant. $2\frac{1}{3}$ Ehl.

u. ſ. w.

c. Sprecht mir Folgendes nach!

Wenn 3 Perſonen 1 Ehl mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon; der 3te Theil von 1 Ehl iſt $\frac{1}{3}$ Ehl.

Wenn 3 Perſonen 2 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon, * der 3te Theil von 2 Ehlen iſt 2 drittels Ehlen.

* [oder, wenn dieß den Lehrlingen zu ſchwer ſcheint: der 3te Theil von 1 Ehl iſt 1 drittels Ehle, alſo iſt der 3te Theil von 2 Ehlen 2 drittels Ehlen.]

Wenn 3 Perſonen 3 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon; der 3te Theil von 3 Ehlen iſt 1 Ehle.

Wenn 3 Perſonen 4 Ehlen mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon; der 3te Theil von 4 Ehlen iſt $1\frac{1}{3}$ Ehl.

u. ſ. w.

[Eben ſo werden 1, 2, 3 ꝛc. Ehlen unter 4 Perſonen vertheilt;

alsdann unter 5 Perſonen;

— — 6 — . u. ſ. w.

Man braucht hierbey nur bloſe Fragen zu geben, und dieſelben bald mit, bald ohne Striche löſen zu laſſen.]

Wiederholung der vorigen Uebung mit Perſonen und Geld.

[Auch hier kann man ſich wieder der Striche bedienen, wie vorhin.]

L. Sprecht mir Folgendes nach!

a.

Wenn 2 Perſonen 1 Kreuzer mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der halbe Theil davon; der halbe Theil von 1 kr. iſt $\frac{1}{2}$ kr.

Wenn 2 Perſonen 2 kr. mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der halbe Theil davon; der halbe Theil von 2 kr. iſt 1 kr.

u. ſ. w.

L. Wie viel Kreuzer (Aepfel, Birnen) bekommt 1 Perſon, wenn ihrer zwey 9 kr. mit einander theilen? Ant. $4\frac{1}{2}$ kr.

L. Wie viel kr. bekommt 1 Perſon, wenn ihrer zwey 17 kr. mit einander theilen? Ant. $8\frac{1}{2}$ kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nie über 20 kr. für 2 Perſonen!

b.

[Der Lehrer läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wenn 3 Perſonen 1 Kreuzer mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der 3te Theil davon; der 3te Theil von 1 kr. iſt $\frac{1}{3}$ kr.

Wenn 3 Perſonen 2 kr. mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der 3te Theil davon, der 3te Theil von 2 kr. iſt $\frac{2}{3}$ kr.

Wenn 3 Perſonen 3 kr. mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der 3te Theil davon, der 3te Theil von 3 kr. iſt 1 kr.

u. ſ. w.

L. Wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn ihrer drey 11 kr. mit einander theilen? Ant. $3\frac{2}{3}$ kr.

L. Wie viel Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn ihrer drey 7 kr. mit einander theilen? Ant. $2\frac{1}{3}$ kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht mehr als 30 kr. für 3 Perſonen.

[Eben ſo werden noch Fragen über 4 Perſonen, welche 1, 2 ꝛc. bis 40 kr. theilen.

Alsdann über 5 Perſonen, welche 1, 2 ꝛc. bis 50 kr. theilen.]

u. ſ. w.

Wiederholung der vorigen Uebung.

Mit Ehlen (Pfund, Loth, Mäßl. ꝛc.) und Geld.

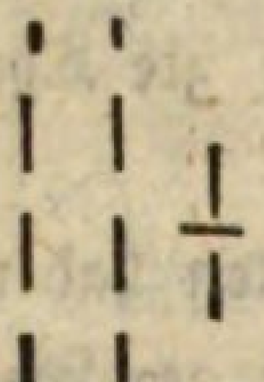
a.

Wenn 2 Ehlen Band 1 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehle den halben Theil davon, der halbe Theil von 1 kr. iſt $\frac{1}{2}$ kr.

Wenn 2 Ehlen 2 Kreuzer koſten, ſo koſtet 1 Ehle den halben Theil davon, der halbe Theil von 2 kr. iſt 1 kr.

Wenn 2 Ehlen 3 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehl den halben Theil davon, der halbe Theil von 3 kr. iſt $1\frac{1}{2}$ kr.

u. ſ. w.



L. Wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehl, wenn 2 Ehlen 7 kr. koſten?

Ant. $3\frac{1}{2}$ kr. (Nämlich wie hier links.)

L. Wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehl, wenn 2 Ehlen 11 kr. koſten?

Ant. $5\frac{1}{2}$ kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 20 Kreuzer für 2 Ehlen. u. ſ. w.

b.

Wenn 3 Ehlen Band 1 kr. koſten, ſo koſtet 1 Ehle den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 1 kr. iſt $\frac{1}{3}$ kr.

Wen 3 Ehlen 2 kr koſten, ſo koſtet 1 Ehle den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 2 kr. iſt $\frac{2}{3}$ kr.

Wenn 3 Ehlen 3 kr koſten, ſo koſtet 1 Ehl den 3ten Theil davon, der 3te Theil von 3 kr. iſt 1 kr.

u. ſ. w.

L. Wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehl, wenn 3 Ehlen 8 kr. koſten? Ant. $2\frac{2}{3}$ kr.

L. Wie viel Kreuzer koſtet 1 Ehle, wenn 3 Ehlen 13 Kreuzer koſten? Ant. $4\frac{1}{3}$ kr.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 30 kr. für 3 Ehlen!

[Eben ſo werden noch Fragen über 4 Ehlen um 1, 2 ꝛc. bis 40 kr. gegeben.

Alsdann über 5 Ehlen um 1, 2 ꝛc. bis 50 kr.]

u. ſ. w.

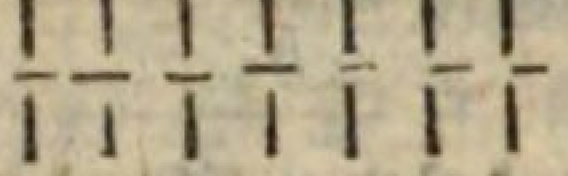
Beſondere Uebungen mit den Theilen — oder Brüchen.

a) Verwandlung jeder Anzahl ganzer Dinge in Theile.

a) Ganze (Ehlen, Pfund, Kreuzer ꝛc.) in halbe.

L. 7 ganze Ehlen, wie viel halbe ſind ſie? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache!



[Er macht 7 Striche an die Tafel, theilt jeden in 2 gleiche Theile wie hier links, und ſpricht:]

Wie viel halbe Ehlen ſind alſo 7 ganze? Ant. 14 halbe.

[Eben ſo werden noch einige Fragen gegeben, und mittelſt der Striche gelöst, als:]

Fr. 3 ganze Ehlen, wie viel halbe ſind ſie? Ant. 6 halbe.

Fr. 5 ganze Ehlen, wie viel halbe ſind ſie? Ant. 10 halbe.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 ganze Ehle iſt 2 halbe Ehlen, alſo ſind 2 ganze 2 mal 2 halbe oder 4 halbe.

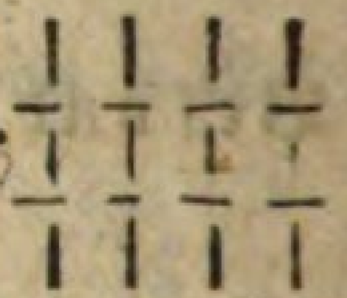
1 — — — 2 — —, — ſind 3 ganze 3 mal 2 halbe oder 6 halbe.

1 — — — 2 — —, — ſind 4 ganze 4 mal 2 halbe oder 2c. bis

1 — — — 2 — —, — ſind 10 ganze 10 mal 2 halbe oder 20 halbe.

b) Ganze (Ehlen) in 3tel.

Fr. 4 ganze Ehlen, wie viel 3tels Ehlen ſind ſie Ant. 12 Drittelsehlen



Fr. 7 ganze Ehlen, wie viel 3tels Ehlen ſind ſie? Ant. 21 Drittelsehlen.

u. ſ. w.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

1 ganze Ehle iſt 3 Drittelsehlen, alſo ſind 2 ganze 2 mal 3 Drittelsehlen oder 6 Drittelsehlen.

1 — — — 3 —, alſo ſind 3 ganze 3 mal 3 Drittelsehlen oder 9 2c. bis:

1 ganze Ehle iſt 3 Drittelsehlen, alſo ſind 10 ganze 10 mal 3 Drittelsehlen oder 30 Drittelsehlen.

[Eben ſo werden eine, 2 ꝛc. bis 10 Ehlen in 4telsehlen verwandelt; alsdann in 5telsehlen, 6telsehlen ꝛc. bis 10tels Ehlen.]

---

b) Verwandlung jeder Anzahl Theile (welche zuſammen nicht weniger als ein Ganzes ausmachen) in Ganze.

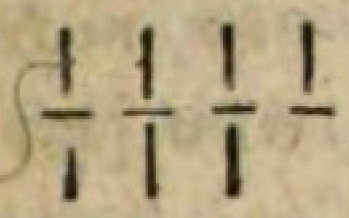
a) Halbe Ehlen (Kreuzer ꝛc.) in Ganze.

L. 7 Halbe Ehlen, wie viel Ganze ſind ſie? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache.

[Er macht einen Strich, theilt ihn in 2 gleiche Theile und ſpricht:] 2 halbe.

[Er macht neben dieſen Strich wieder ſo einen theilt ihn in 2 gleiche Theile und ſpricht:] 4 halbe.



[Er macht wieder einen ſolchen Strich, und ſpricht:] 6 halbe.

[Er macht noch einen halb ſo großen Strich, daß die ganze Darſtellung ausſieht, wie hier links und ſpricht:] 7 halbe Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 3 ganze und 1 halbe Ehle.

[Eben ſo werden noch einige Fragen gegeben und mittelſt der Striche gelöst, als:]

Fr. 11 halbe Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 5 ganze und ½ Ehle.

Fr. 16 halbe Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 8 ganze.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

2 halbe Ehlen ſind 1 ganze Ehle. 4 halbe Ehlen ſind 2 ganze Ehlen.
6 — — — 3 — Ehlen. 8 — — ſind 4 ganze Ehlen.
10 — — — 5 — — . 12 — — ſind 6 ꝛc. bis:
20 — — — 10 — — .

L. 9 halbe Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 4 ganze und eine halbe Ehle.

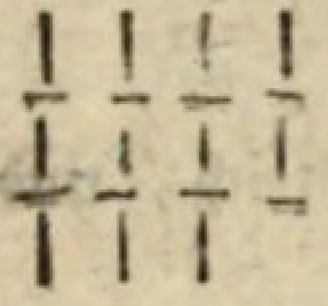
L. 14 halbe Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 7 ganze.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 20 halbe Ehlen!

b.

L. 11 Drittels Ehlen, wie viel ganze machen ſie aus? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache!



[Er macht einen Strich theilt ihn in 3 gleiche Theile, dann wieder einen ſolchen, und noch einen, ſo ſind es 9 Drittel, zu dieſen jetzt noch 2 Drittel, ſo ſind es 11 Drittel, wie man hier links ſieht, und ſpricht zuletzt:]

Wie viel ganze Ehlen ſind alſo 11 Drittelsehlen? Ant. 3 ganze und 2 Drittelsehlen.

[Eben ſo werden noch einige Fragen gegeben und mit Strichen gelöst, als:]

Fr. 16 Drittelsehlen, wie viel ganze ſind ſie?
Ant. 5 ganze und 1 Drittelsehle.

F. 12 Drittelsehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 4 ganze.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

3 Drittelsehlen ſind 1 ganze Ehle. 6 Drittelsehlen ſind 2 ganze Ehlen.
9 — — 3 — Ehlen. 12 — ſind 4 ganze Ehlen.
15 — — 5 — — . 18 — ſind 6 ꝛc. bis
30 — — 10 — — .

L. Wie viel ganze Ehlen ſind 6 Drittelsehlen?

Ant. 2 ganze.

L. 14 Drittelsehlen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 4 ganze und $\frac{2}{3}$ Ehlen.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 30 Drittelsehlen!

(Eben ſo werden 4 bis 40 Viertelsehlen in ganze verwandelt;
alsdann 5 bis 50 Fünftelsehlen in ganze,
— 6 bis 60 Sechstelsehlen ꝛc. bis
10 bis 100 Zehntelsehlen in ganze.)

Anm. Man könnte jetzt die 4 Species, wie ſie oben in ganzen Zahlen vorgekommen ſind, hier in lauter gleichen Theilen (das iſt: in Brüchen mit einerley Nennern) durchgehen; allein ich verſpare ſowohl dieſe als alle noch übrige Uebungen der Brüche bis zur Bezeichnung mit Ziffern.

Nähere Bekanntſchaft mit dem Gelde vorzüglich in größern Zahlen nebſt Anwendung.

a) Es werden Groſchen, Batzen und Sechſer ꝛc. in Kreuzer verwandelt.

a) Groſchen in Kreuzer.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

10 Groſchen ſind 30 Kreuzer.

11 Groſchen ſind 10 Groſchen uud 1 Groſchen:
10 Groſchen ſind 30 Kreuzer, 1 Groſchen
iſt 3 Kreuzer,
30 Kreuzer und 3 Kr.
ſind 33 Kreuzer.

12 Groſchen ſind 10 Groſchen und 2 Groſchen:
10 — ſind 30 Kreuzer, 2 Gr. ſind
6 Kreuzer,
30 Kreuzer und 6 Kr. ſind
36 Kreuzer.

13 Groſchen ſind 10 Groſchen und 3 Groſchen:
10 Groſchen ſind 30 Kreuzer, 3 Groſchen
ſind 9 Kreuzer,
30 Kreuzer und 9 Kreuzer ſind 39 Kreuzer.

14 Groſchen ſind 10 Groſchen und 4 Groſchen:
10 Groſchen ſind 30 Kreuzer, 4 Groſchen
ſind 12 Kreuzer,
30 Kreuzer und 12 Kr.
ſind 42 Kreuzer.

15 Groſchen ſind 10 Groſchen und 5 Groſchen, ꝛc. bis
20 Groſchen ſind 10 Groſchen und 10 Groſchen, oder
30 Kreuzer und 30 Kreuzer, das ſind 60 Kr.

Fr. 13 Groſchen, wie viel Kreuzer ſind ſie? —

Ant. 13 Groſchen ſind 10 Groſchen und 3 Groſchen ꝛc. 39 Kreuzer. *

* [Wenn der Lehrling den Betrag ſogleich ohne viele Worte angeben kann, ſo braucht man ihn die ganze Auflöſung nicht ſagen zu laſſen. Dieſes gilt auch bey allen einzelnen Fragen in den folgenden Uebungen.]

Fr. 17 Groſchen, wie viel Kreuzer ſind ſie? Ant. 17 Groſchen ſind ꝛc. 51 kr.

Fr. Wie viel Kreuzer ſind 14 Groſchen? Ant. 14 Groſchen ſind ꝛc. 42 Kreuzer.

u. ſ. w.

---

b) Batzen in Kreuzer.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

10 Batzen ſind 40 Kreuzer.

11 Batzen ſind 10 Batzen und 1 Batzen:

10 Batzen ſind 40 Kreuzer, 1 Batzen iſt 4 Kreuzer,

40 Kreuzer und 4 Kr. ſind 44 Kreuzer.

12 Batzen ſind 10 Batzen und 2 Batzen:

10 Batzen ſind 40 Kreuzer, 2 Batzen ſind 8 Kreuzer,

40 Kreuzer und 8 Kr. ſind 48 Kreuzer.

13 Batzen ſind 10 Batzen und 3 Batzen. ꝛc. bis:

20 Batzen ſind 10 Batzen und 10 Batzen, oder

40 Kreuzer und 40 Kreuzer, das ſind 80 Kr.

Fr. Wie viel Kreuzer ſind 14 Batzen?

Ant. 14 Batzen ſind 10 Batzen und 4 Batzen ꝛc. 56 Kreuzer.

Fr. Wie viel Kreuzer ſind 18 Batzen? Ant. 18 Batzen ſind ꝛc. 72 Kreuzer.

u. ſ. w.

---

c) Sechſer in Kreuzer.

10 Sechſer ſind 60 Kreuzer.

11 Sechſer ſind 10 Sechſer und 1 Sechſer:
10 Sechſer ſind 60 Kreuzer, 1 Sechſer iſt 6 Kreuzer,
60 Kreuzer und 6 Kr. ſind 66 Kreuzer.

12 Sechſer ſind 10 Sechſer und 2 Sechſer:
10 Sechſer ſind 60 Kreuzer, 2 Sechſer ſind 12 Kreuzer,
60 Kreuzer und 12 Kreuzer ſind 72 Kreuzer.

13 Sechſer ſind 10 Sechſer und 3 Sechſer ꝛc. bis:

20 Sechſer ſind 10 Sechſer und 10 Sechſer, oder
60 Kreuzer und 60 Kreuzer, das ſind 120 Kreuzer.

Fr. Wie viel Kreuzer ſind 13 Sechſer?

Ant. 13 Sechſer ſind 10 Sechſer und 3 Sechſer ꝛc. 78 Kreuzer.

Fr. Wie viel Kreuzer ſind 15 Sechſer? Ant. 15 Sechſer ſind ꝛc. 90 Kreuzer.

u. ſ. w.

---

b) Es werden wieder Kreuzer in Groſchen, Batzen und Sechſer verwandelt.

a) Kreuzer in Groſchen.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

30 Kreuzer ſind 10 Groſchen.

33 Kreuzer ſind 30 Kreuzer und 3 Kreuzer:
30 Kreuzer ſind 10 Groſchen, 3 Kreuzer ſind 1 Groſchen,
10 Groſchen und 1 Groſchen ſind 11 Groſchen.

36 Kreuzer ſind 30 Kreuzer und 6 Kreuzer:
30 Kreuzer ſind 10 Groſchen, 6 Kreuzer ſind 2 Groſchen,
10 Groſchen und 2 Groſchen ſind 12 Groſchen.

39 Kreuzer ſind 30 Kreuzer und 9 Kreuzer. ꝛc.

42 Kreuzer ſind 30 Kreuzer und 12 Kreuzer ꝛc. bis:

60 Kreuzer ſind 30 Kreuzer und 30 Kreuzer, oder
10 Groſchen und 10 Groſchen, das ſind 20 Groſchen.

L. Wie viel Groſchen ſind 49 Kreuzer?

Auflöſung. 49 Kreuzer ſind 30 Kreuzer und 19 Kr.
30 Kreuzer ſind 10 Groſchen, 19 Kr. ſind 6 Gr. u. 1 Kr.
10 Groſchen und 6 Groſchen ſind 16 Groſch.
es ſind alſo 16 Groſchen und 1 Kreuzer.

L. Wie viel Groſchen ſind 56 Kreuzer?

L. Wie viel Groſchen ſind 40 Kreuzer?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 60 Kreuzer!

---

b) Kreuzer in Batzen.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

40 Kreuzer ſind 10 Batzen.

44 Kreuzer ſind 40 Kreuzer und 4 Kreuzer:
40 Kreuzer ſind 10 Batzen, 4 Kreuzer ſind 1 Batzen,
10 — und 1 Batzen ſind 11 Batzen.

48 Kreuzer ſind 40 Kreuzer und 8 Kreuzer:
40 — ſind 10 Batzen, 8 Kreuzer ſind 2 Batzen,
10 — und 2 Batzen ſind 12 Batzen.

52 Kreuzer ſind 40 Kreuzer und 12 Kreuzer ꝛc. bis ohngefähr:
80 — — 40 — — 40 —, oder
10 Batzen und 10 Batzen, das iſt: 20 Batz.

L. Wie viel Batzen ſind 55 Kreuzer?

Auflöſung 55 Kreuzer ſind 40 Kreuzer und 15 Kr.
40 — ſind 10 Batzen, 15 Kr. ſind 3 Batz. und 3 Kr.
10 Batzen und 3 Batzen ſind 13 Batzen,
es ſind alſo 13 Batz. und 3 Kreuzer.

L. Wie viel Batzen ſind 67 Kreuzer?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 80 Kreuzer!

---

c) Kreuzer in Sechſer.

L. Sprecht mir Folgendes nach!

60 Kreuzer ſind 10 Sechſer.
66 — — 60 Kreuzer und 6 Kreuzer:
60 — ſind 10 Sechſer, 6 Kreuzer ſind 1 Sechſer,
10 — und 1 Sechſer ſind 11 Sechſer.

72 Kreuzer ſind 60 Kreuzer und 12 Kreuzer:
60 — ſind 10 Sechſer, 12 Kreuzer ſind 2 Sechſer,
10 Sechſer und 2 Sechſer ſind 12 Sechſer.

u. ſ. w.

L. Wie viel Sechſer ſind 80 Kreuzer? Auſl.

80 Kreuzer ſind 60 Kreuzer und 20 Kreuzer:

60 — ſind 10 Sechſer, 20 Kr. ſind 3 Sechſer und 2 Kr.

10 Sechſer und 3 Sechſer ſind 13 Sechſer,

es ſind alſo 13 Sechſer uud 2 Kr.

L. Wie viel Sechſer ſind 100 Kreuzer?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 120 Kr.!

---

c) Es werden Sechſer in Groſchen, und Batzen in halbe Batzen verwandelt.

a) Sechſer in Groſchen.

L. 1 Sechſer iſt 2 Groſchen, wie viel Groſchen ſind 5 Sechſer? Ant. 10 Groſchen.

L. Wie viel Groſchen ſind 7 Sechſer? Ant. 14 Groſchen.

L. Wie viel Groſchen ſind 4 Sechſer? Ant. 8 Groſchen.

u. ſ. w.

L. Sagt Folgendes durch!

10 Sechſer ſind 20 Groſchen.

11 — — 10 Sechſer und 1 Sechſer:

10 — ſind 20 Groſchen, 1 Sechſer iſt 2 Groſchen,

20 — und 2 — ſind 22 Groſchen.

12 Sechſer ſind 10 Sechſer und 2 Sechſer:

10 — ſind 20 Groſchen, 2 Sechſer ſind 4 Groſchen,

20 — und 4 — ſind 24 Groſchen.

13 Sechſer ſind 10 Sechſer und 3 Sechſer ꝛc. bis:
20 — — 10 — — 10 — , oder
20 Groſchen und 20 Groſchen, das ſind 40 Groſchen.

L. 15 Sechſer, wie viel Groſchen ſind ſie? Ant. —
15 — ſind 10 Sechſer und 5 Sechſer:
10 — ſind 20 Groſchen, 5 Sechſer ſind 10 Groſchen,
20 Groſ. u. 10 Groſ. ſind 30 Groſchen.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 20 Sechſer!

---

b) Batzen in halbe Batzen.

L. 1 ganzer Batzen iſt 2 halbe Batzen;
wie viel halbe Batzen ſind 6 ganze? Ant. 12 halbe Batzen.
L. Wie viel halbe Batzen ſind 4 ganze? Ant. 8 halbe —
L: — — — — — 7 — ? — 14 — —
u. ſ. w.

L. Sagt Folgendes durch!
10 ganze Batzen ſind 20 halbe Batzen.
11 — — — 10 ganze und 1 ganzer:
10 — ſind 20 halbe, 1 ganzer iſt 2 halbe,
20 — und 2 — ſind 22 halbe.
12 ganze Batzen ſind 10 ganze und 2 ganze:
10 — ſind 20 halbe, 2 ganze ſind 4 halbe ꝛc. bis:
20 ganze Batzen ſind 10 ganze, und 10 ganze, oder
20 halbe und 20 halbe, das ſind 40 halbe.

L. 17 ganze Batzen, wie viel halbe ſind ſie?

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 20 ganze Batzen!

---

d) Es werden wieder Groſchen in Sechſer, und halbe Batzen in ganze verwandelt.

a) Groſchen in Sechſer.

L. 2 Groſchen ſind 1 Sechſer; 10 Groſchen, wie viel Sechſer ſind ſie? Ant. 5 Sechſer.

L. 18 Groſchen, wie viel Sechſer ſind ſie? Ant. 9 Sechſer.

L. 17 Groſchen, wie viel Sechſer ſind ſie? Ant. 8 Sechſer und 1 Groſchen.

u. ſ. w.

L. Sagt Folgendes durch!

20 Groſchen ſind 10 Sechſer.
22 — — 20 Groſchen und 2 Groſchen:
20 — ſind 10 Sechſer, 2 Gr. ſind 1 Sechſer,
10 — und 1 Sechſer ſind 11 Sechſer.

24 Groſchen ſind 20 Groſchen und 4 Groſchen ꝛc. bis:
40 Groſchen ſind 20 Groſchen und 20 Groſchen, oder 10 Sechſer und 10 Sechſer, das ſind 20 Sechſer.

L. 35 Groſchen, wie viel Sechſer ſind ſie? Ant. —
35 Groſchen ſind 20 Groſchen und 15 Groſchen:
20 — — 10 Sechſer, 15 Groſchen ſind 7 Sechſer und 1 Groſchen,
10 — und 7 Sechſer ſind 17 Sechſer,
es ſind alſo 17 Sechſer und 1 Groſchen.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 40 Sechſer!

---

b) Halbe Batzen in ganze.

L. 2 halbe Batzen ſind 1 ganzer; 12 halbe Batzen, wie viel ganze ſind dieſe? Ant. 6 ganze.

L. 16 halbe Batzen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 8 ganze.

L. 7 halbe Batzen, wie viel ganze ſind ſie? Ant. 3 ganze und 1 halber.

u. ſ. w.

L. Sagt Folgendes durch!

20 halbe Batzen ſind 10 ganze.

22 halbe Batzen ſind 20 halbe und 2 halbe:
20 — ſind 10 ganze, 2 halbe ſind 1 ganzer,
10 — und 1 — ſind 11 ganze.

24 halbe Batzen ſind 20 halbe und 4 halbe:
20 — ſind 10 ganze, 4 halbe ſind 2 ganze ꝛc. bis:

40 halbe Batzen ſind 20 ganze.

L. 37 halbe Batzen, wie viel ganze ſind ſie? Ant.
37 — — ſind 20 halbe und 17 halbe:
20 — ſind 10 ganze, 17 halbe ſind 8 ganze und 1 halber,
10 ganze und 8 ganze ſind 18 ganze,
es ſind 18 ganze und 1 halber.

L. Gebt einander eben ſolche Fragen; nehmt aber nicht über 40 halbe Batzen!

---

e) Halbe Batzen in Gulden.

L. Wie viel halbe Batzen braucht man zu 1 fl.? Ant. 30 h. Batzen.

L. So ſaget jetzt Folgendes durch!

a.

30 halbe Batzen ſind 1 fl.
31 — — — 30 halbe B. und 1 halber Batzen oder 1 fl. 2 kr.
32 — — — 30 — — — 2 halbe Batzen oder 1 fl. 4 kr.
33 — — — 30 — — — 3 — Batz. ꝛc. bis
40 — — — 30 — — — 10 — — oder 1 fl. 20 kr.

b.

41 halbe B. ſind 30 halbe B. und 11 halbe B. oder 1 fl. 22 kr.
42 — — — 30 — — — 12 — — oder 1 fl. 24 kr.
43 — — — 30 — — — 13 — — ꝛc. bis:
50 — — — 30 — — — 20 — — oder 1 fl. 40 kr.

c.

51 halbe B. ſind 30 halbe B. und 21 halbe B. oder 1 fl. 42 kr.
52 — — — 30 — — — 22 — — oder 1 u. 44 kr.
53 — — — 30 — — — 23 — — oder ꝛc. bis:
60 — — — 2 fl.

L. Wie viel halbe Batzen braucht man zu 1 fl.? Ant. 30 halbe Batzen.
L. Wie — — — — — — 2 fl? — 60 halbe Batzen.
L. — — — — — — — 3 fl? — 90 halbe Batzen.

L. 54 halbe Batzen, wie viel Gulden? Ant. 54 halbe Batzen ſind 30 halbe Batzen und 24 halbe Batzen, oder 1 fl. 48 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen, nehmt aber nicht über 100 halbe Batzen!

---

f) Zehner in Gulden.

L. So wie man 6 Kreuzer einen Sechſer heiſt, eben ſo kann man auch 10 Kreuzer einen Zehner und 5 Kreuzer einen Fünfer heiſen.

Wie viel Zehner braucht man demnach zu 1 fl.? Ant. 6 Zehner.

L. Saget daher Folges durch!

a.

6 Zehner ſind 1 fl.
7 Zehner ſind 6 Zehner und 1 Zehner oder 1 fl. 10 kr.
8 — — 6 — — 2 — , — 1 fl. 20 kr.
9 — — 6 — — 3 — , — 1 fl. 30 kr.
10 — — 6 — — 4 — , — 1 fl. 40 kr.
11 — — 6 — — 5 — , — 1 fl. 50 kr.
12 — — 2 fl.

b.

9 Zehner ſind 1 Gulden. 12 Zehner ſind 2 Gulden.
18 — — 3 — . 24 — — 4 —

30 Zehner ſind 5 Gulden. 36 Zehner ſind 6 Gulden.
42 — — 7 — . 48 — — 8 —
54 — — 9 — . 60 — — 10 —

L. 15 Zehner, wie viel Gulden? Ant. 15 Zehner ſind 12 Zehner und 3 Zehner, das iſt: 2 fl. 30 kr.

L. 23 Zehner, wie viel Gulden? Ant. 23 Zehner ſind 18 Zehner und 5 Zehner, das iſt: 3 fl. 50 kr.

L. 26 Zehner, wie viel Gulden? Ant. 26 Zehner ſind 24 Zehner und 2 Zehner, das iſt: 4 fl. 20 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen, nehmet aber noch nicht über 60 Zehner!

c.

60 Zehner	ſind 10 fl.					
61	—	— 60 Zehner	oder	10 fl.		
	und 1	—	—	10 kr.	Zuſ. 10 fl. 10 kr.	
62	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 2	—	—	20 kr.	Zuſ. 10 fl. 20 kr.	
63	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 3	—	—	30 kr.	Zuſ. 10 fl. 30 kr.	
64	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 4	—	—	40 kr.	Zuſ. 10 fl. 40 kr.	
65	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 5	—	—	50 kr.	Zuſ. 10 fl. 50 kr.	
66	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 6	—	—	1 fl.	Zuſ. 11 fl.	
67	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 7	—	—	1 fl. 10 kr.	Zuſ. 11 fl. 10 kr.	
68	—	ſind 60	—	—	10 fl.	
	und 8	—	—	1 fl. 20 kr.	Zuſ. 11 fl. 20 kr.	

u. ſ. w.

L. 80 Zehner, wie viel Gulden? Ant. 80 Zehner ſind 60 Zehner oder 10 fl., und 20 Zehner oder 3 fl. 20 kr. zuſammen 13 fl. 20 kr.

L. 92 Zehner, wie viel Gulden? Ant.

92	—	ſind 60 Zr. oder 10 fl.		
		und 32 — —	5 fl. 20 kr. zuſammen	
				15 fl. 20 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen, nehmet aber nicht über 100 Zehner?

---

g) Fünfer in Gulden.

L. Wie viel Fünfer braucht man wohl zu 1 Gulden? Ant. 12 Fünfer.

L. So ſprecht mir Folgendes nach!

a.

12	Fünfer	ſind 1 fl.							
13	—	—	12	Fünfer	und 1	Fünfer,	das iſt:		1 fl. 5 kr.
14	—	—	12	—	— 2	—	—	—	1 fl. 10 kr.
15	—	—	12	—	— 3	—	—	—	1 fl. 15 kr.
16	—	—	12	—	— 4	—	—	—	rc. bis:
24	—	— 2 fl.							

b.

12	Fünfer	ſind	1	Gulden.	24	Fünfer	ſind	2	Gulden
36	—	—	3	—	. 48	—	—	4	—
60	—	—	5	—	. 72	—	—	6	—
84	—	—	7	—	. 96	—	—	8	— .

L. 31 Fünfer, wie viel Gulden? Ant. 31 Fünfer ſind 24 Fünfer und 7 Fünfer, das iſt: 6 fl. 35 kr.

[Anm. Fällt die Auflöſung zu ſchwer, ſo kann man wie vorhin noch angeben laſſen, wie viel Gulden 25 Fünfer, 26 Fünfer ꝛc. bis 36 oder 48 Fünfer ſind.]

L. 74 Fünfer, wie viel Gulden? Ant. 74 Fünfer ſind 72 Fünfer und 2 Fünfer, das iſt: 6 fl. 10 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen, nehmet aber nicht über 100 Fünfer!

---

h) Zwölfer oder Dreybätzner in Gulden.

L. Wie viel Dreybätzner braucht man zu 1 fl.? Ant. 5 Drb.

L. So ſage jeder Folgendes durch!

a.

5	Drbätzner	ſind	1 fl.						
6	—	—	5	Drb.	und	1	Drb.	das iſt:	1 fl. 12 kr.
7	—	—	5	—	—	2	—	— —:	1 fl. 24 kr.
8	—	—	5	—	—	3	—	— —:	1 fl. 36 kr.
9	—	—	5	—	—	4	—	— —:	1 fl. 48 kr.
10	—	—	2 fl.						

b.

10	Drb.	ſind	2 fl.	20	Drb.	ſind	4 fl.
30	—	—	6 fl.	40	—	—	8 fl.
50	—	—	10 fl.	60	—	—	12 fl.
70	—	—	14 fl.	80	—	—	16 fl.
90	—	—	18 fl.	100	—	—	20 fl.

L. 49 Dreybätzner, wie viel Gulden? Ant. 49 Drb. ſind 40 Dr. oder 8 fl., und 9 Drb. oder 1 fl. 36 kr. Zuſ. 9 fl. 36 kr.

L. 87 Drbtzr., wie viel Gulden? Ant 87. Drb. ſind 80 Drb. oder 16 fl. und 7 Drb. oder 1 fl. 24 kr. Zuſammen 17 fl. 24 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen!

---

i) Sechsbätzner in Gulden.

L. Sage jeder Folgendes durch!

a.

1 Sechsb.	iſt	2 Dreyb.	oder	24 kr.
2 —	ſind	4 —	—	48 kr.
3 —	—	6 —	—	1 fl. 12 kr.
4 —	—	8 —	—	1 fl. 36 kr.
5 —	—	10 —	—	2 fl.
6 —	—	12 —	—	2 fl. 24 kr.
7 —	—	14 —	—	2 fl. 48 kr.
8 —	—	16 —	—	3 fl. 12 kr.
9 —	—	18 —	—	3 fl. 36 kr.
10 —	—	20 —	—	4 fl.

b.

10 Sechsb.	ſind	4 fl.	20 Sechsb.	ſind	8 fl.
30 —	—	12 fl.	40 —	—	16 fl.
50 —	—	20 fl.	60 —	—	24 fl.
70 —	—	28 fl.	80 —	—	32 fl.
90 —	—	36 fl.	100 —	—	40 fl.

L. 47 Sechsbätzner, wie viel Gulden? Ant.

47 — ſind 40 Sechsb. oder 16 fl.
und 7 — — 2 fl. 48 kr.
Zuſammen 18 fl. 48 kr.

L. 83 Sechsb. wie viel Gulden? Ant. 83 Sechsb. ſind
80 — oder 32 fl., und 3 Sechsb. oder 1 fl. 12 kr.
Zuſammen 33 fl. 12 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen!

---

k) Halbe Gulden in ganze Gulden.

L. 1 halber Gulden iſt 30 Kreuzer, 2 halbe Gulden ſind 1 ganzer, 3 halbe Gulden ſind 1 fl. 30 Kreuzer. Wie viel ganze Gulden ſind 10 halbe? Ant. 5 ganze Gulden.

L. Wie viel g. Gulden ſind 11 halbe? Ant. 4 fl. 30 kr.
L. — — — — 12 — ? — 6 ganze fl.
L. — — — — 17 — ? — 8 fl. 30 kr.
L. — — — — 20 — ? — 10 ganze fl.

L. Saget Folgendes durch!
20 halbe Gulden ſind 10 ganze. 40 halbe G. ſind 20 ganze
60 — — — 30 — . 80 — — — 40 —
100 — — — 50 — .

L. 70 halbe Gulden, wie viel ganze Gulden? Ant.
70 — G. ſind (60 halbe oder 30 ganze, und 10 halbe oder 5 ganze.) Zuſammen 35 ganze.

L. 53 halbe Gulden, wie viel Gulden und übrigen Kr.? Ant. 53 halbe G. ſind (40 halbe oder 20 ganze, und 13 halbe oder 6 fl. 30 kr.) Zuſammen 26 fl. 30 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen!

---

l) Viertels Gulden in ganze Gulden.

L. 1 Viertels Gulden iſt 15 Kreuzer. Wie viel Kreuzer ſind 2 — — ? Ant. (2 mal 15 kr. oder) 30 kr.

L. Wie viel Kreuzer ſind 3 Vrtls Gulden? Ant. 45 kr.

L. Wie viel ViertelsGulden braucht man zu 1 ganzen Gulden? Ant. 4 VrtlsGulden.

L. 5 VrtlsGulden, wie viel Gulden und übrige Kreuzer? Ant. 1 fl. 15 kr.

L. 7 VrtlsGulden, wie viel Gulden und übrige Kreuzer?

L. 40 VrtlsGulden, — — ganze Gulden ſind ſie?

L. 80 — — , — — — — — — ?

L. 53 VrtlsGulden, wie viel ganze Gulden und übrige Kreuzer? Ant. 53 VrtlsGulden ſind (40 VrtlsGulden oder 10 ganze, und 13 VrtlsG. oder 3 fl. 15 kr.) Zuſ. 13 fl. 15 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen!

---

m) Drittels Gulden oder Kopfſtücke in Gulden.

L. 1 Kopfſtück iſt 20 kr. Wie viel Kopfſtücke braucht man alſo zu 1 Gulden? Ant. 3 Kopfſt.

L. So ſaget Folgendes her!

3 Kpfſt. ſind 1 fl.	4 Kpfſt. ſind 3 Kpfſt. und 1 Kpfſt. oder 1 fl. 20 kr.
	5 — — 3 Kpfſt. und 2 Kpfſt. oder 1 fl. 40 kr.
6 Kpfſt. ſind 2 fl.	7 — — 6 Kopfſt. und 1 Kpfſt. oder 2 fl. 20 kr.
	8 — — 6 Kopfſt. und 2 Kopfſt. oder 2 fl. 40 kr.
9 Kpfſt. ſind 3 fl.	10 Kpfſt. ſind 9 Kpfſt. und 1 Kpfſt. oder 3 fl. 20 kr.
	11 — — 9 Kpfſt. und 2 Kpfſt. oder 3 fl. 40 kr.
12 Kpfſt. ſind 4 fl.	13 Kpfſt. ſind 12 Kpfſt. und 1 Kpfſt. oder 4 fl. 20 kr.

u. ſ. w.

L. 17 Kopfſtück, wie viel Gulden und übrige Kreuzer?
Ant. 17 Kpfſt. ſind (15 Kpfſt. und 2 Kpfſt. oder) 5 fl. 40 kr.
L. 30 Kpfſtück, wie viel Gulden? Ant. 10 fl.
L. 60 — , — — — ? — 20 fl.
L. 90 — , — — — ? — 30 fl,
L. 47 — , — — — und übrige Kreuzer?
Ant 47 Kpfſt. ſind 30 Kpfſt. oder 10 fl.
und 17 — — 5 fl. 40 kr. Zuſ. 15 fl. 40 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen!

---

n) Kronthaler in Gulden.

a) Halbe oder kleine Kronthaler.

L. Einen halben Kronthaler wollen wir einen kleinen Thaler heiſen. 1 kleiner Thaler iſt 1 fl. und 21 Kreuzer, das iſt: 1 fl., 1 Kopfſtück und 1 Kreuzer.

Saget daher Folgendes durch!

1 kl. Th. iſt 1 fl., 1 Kpfſt. und 1 kr. oder
1 fl. 20 kr. und 1 kr. Zuſammen 1 fl. 21 kr.

2 kl. Th. ſind 2 fl., 2 Kpfſt. und 2 kr. oder
2 fl., 40 kr. und 2 kr. Zuſammen 2 fl. 42 kr.

3 kl. Th. ſind 3 fl., 3 Kpfſt. und 3 kr. oder
3 fl., 1 fl und 3 kr. Zuſammen 4 fl. 3 kr.

4 kl. Th. ſind 4 fl., 4 Kpfſt. und 4 kr. oder
4 fl., 1 fl. 20 kr. und 4 kr. Zuſ. 5 fl. 24 kr.

5 kl. Th. ſind 5 fl., 5 Kpfſt. und 5 kr. oder
5 fl., 1 fl. 40 kr. und 5 kr. Zuſ. 6 fl. 45 kr.

6 kl. Th. ſind 6 fl., 6 Kpfſt. und 6 kr. oder
6 fl., 2 fl. und 6 kr. Zuſammen 8 fl. 6 kr.

u. ſ. w.

L. 25 kleine Th. wie viel Gulden? Ant.

25 kl. Th. ſind 25 fl., 25 Kpfſt. und 25 kr. oder
25 fl., 8 fl. 20 kr. Zuſ. 33 fl. 45 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen, nehmt aber für jetzt nicht über 30 kleine Thaler!

---

b) Ganze oder große Kronthaler.

L. 1 großer Thaler iſt 2 kleine Thaler. Wollt ihr nun große Thaler in Gulden verwandeln, ſo könnt ihr ſie zuerſt in kleinen angeben. Saget daher Folgendes durch!

1 gr. Th. iſt 2 kl. Thaler, das iſt: 2 fl., 2 Kpfſt. und 2 kr.
oder 2 fl. 40 kr. u. 2 kr. ꝛc.
2 gr. Th. ſind 4 kl. Thaler, das iſt: 4 fl., 4 Kpfſt. u. 4 kr.
oder 4 fl., 1 fl. 20 kr. und 4 kr. ꝛc.
3 gr. Th. ſind 6 kl. Thaler, das iſt: 6 fl., 6 Kpfſt. und 6 kr. ꝛc.

u. ſ. w.

---

c) Große und kleine Thaler zugleich.

L. 1 großer und 1 kleiner Thaler, ſind 3 kleine Thaler. Wie viel kleine Thaler ſind 2 große und 1 kleiner? Ant.
5 kl. Thaler.

L. — — — — — 3 — — 1 kleiner? Ant.
7 kl. Thaler.

L. Um große und kleine Thaler zugleich in Gulden angeben zu können, verfährt man oft am beſten, wenn man alles in kleinen Thalern berechnet.

Wie viel Gulden ſind wohl 7 große und 1 kleiner Thaler? Ant. 7 gr. Th. und 1 kl. Th. ſind 15 kl. Thaler, das iſt:
15 fl., 15 Kpfſt. und 15 kr., oder
15 fl., 5 fl und 15 kr. Zuſ. 20 fl. 15 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Aufgaben, nehmt aber noch nicht über 15 große Thaler!

L. Wie viel Gulden ſind 10 große Kronthaler? Ant. — 27 fl.

L. — — — — 20 — — ? Ant. — 54 fl.

•) Louisd'or (ſprich: Luidor) in Gulden.

L. 1 Louisd'or iſt gewöhnlich 11 fl. Saget daher Folgendes durch!

a.

1 Lsd'or iſt 11 fl.	2 Lsd'or ſind 22 fl.
3 — ſind 33 fl.	4 — — 44 fl.
5 — — 55 fl.	6 — — 66 fl.
7 — — 77 fl.	8 — — 88 fl.
9 — — 99 fl.	10 — — 110 fl.

b.

11 Ldr. ſind 10 Ldr. und 1 Ldr., oder 110 fl. und 11 fl. Zuſ. 121 fl.

12 — — 10 — — 2 —, — 110 fl. und 22 fl. Zuſ. 132 fl.

13 — — 10 — — 3 —, — 110 fl. und 33 fl. Zuſ. 143 fl.

14 — — 10 — — 4 —, — 110 fl. und 44 fl. ꝛc. bis:

20 — — 10 — — 10 —, — 110 fl. und 110 fl. Zuſ. 220 fl.

c.

10 Louisd'or	ſind	110 fl.	20 Louisd'or	ſind	220 fl.
30 —	—	330 fl.	40 —	—	440 fl.
50 —	—	550 fl.	60 —	—	660 fl.
70 —	—	770 fl.	80 —	—	880 fl.
90 —	—	990 fl.	100 —	—	eilfhundert Gulden, oder ein Tauſend und 1 Hundert Gulden.

---

p) Dukaten in Gulden.

Ein Dukaten gilt gewöhnlich 5 fl. 30 kr., hat man daher mehrere derſelben in Gulden anzugeben, ſo kann man ſie zuerſt in Louisd'or verwandeln.

Fr. 40 Dukaten, wie viel Gulden? Ant.

40 — ſind 20 Louisd'or, das iſt: 220 fl.

Fr. 35 — , wie viel Gulden? Ant.

35 — ſind 17 Ldr. und 1 Dukaten, oder 187 fl. und 5 fl. 30 kr. Zuſ. 192 fl. 30 kr.

[Wird 1 Dukaten höher oder geringer als 5 fl. 30 kr. genommen, ſo wird man ſich nach dem Bisherigen eben ſo leicht zu helfen wiſſen. Uebrigens kommt die Berechnung dieſer Geldart im gewöhnlichen Umgange nicht ſo häufig vor als die obigen, und kann eben daher für jetzt übergangen werden.]

---

q) Livers (Liwer) in Gulden.

Der Livre iſt ein franzöſiſches Geld, welches nicht ſelten auch in den Rheingegenden auf der teutſchen Seite vorkommt und ſoviel als $27\frac{1}{2}$, Kreuzer beträgt. Um nun mehrere Livres

in Gulden anzugeben, kann man ſich jeden als 1 Sechsbätzner, 1 Groſchen und 1 halben Kreuzer denken. z. B.

Fr. 40 Livres, wie viel Gulden ſind ſie? Ant.

40 — ſind 40 Sechsb. 40 Groſchen und 40 halbe kr.

das iſt; 16 fl., 2 Gulden und 20 kr.

Zuſammen 18 fl. 20 kr.

[Auch dieſe Geldart übergeht man für jetzt noch mit den Lehrlingen, beſonders dort, wo ſie ganz ungewöhnlich iſt.]

Verbindung obiger Geldarten mit andern beym gewöhnlichen Rechnen vorkommenden Gegenſtänden.

a.

L. Wenn 1 Ey (Apfel, Birne ꝛc.) 1 Kreuzer koſtet, ſo koſten 60 ſolche Eyer 60 Kreuzer oder 1 fl.

Wie viel Gulden koſten aber 70 Eyer, wenn jedes 1 Kreuzer koſtet? Ant. 1 fl. 10 kr.

L. Was koſten aber 83 Eyer, wenn 1 Ey 1 kr. koſtet? Ant. 1 fl. 23 kr.

L. — — 100 Eyer, wenn 1 Ey 1 kr. koſtet? Ant. 1 fl. 40 kr.

b.

L. Wenn 1 Ey, eine Schreibfeder, 1 Bleyſtift, 1 Ehle Band, 1 Pfund Farb, Fleiſch, Butter, oder überhaupt ein einzelnes Ding mehr als 1 Kreuzer koſtet, und nach Gulden gefragt wird, ſo kann man oft ſehr leicht in halben Batzen, Groſchen, Batzen, Fünfern, Sechſern ꝛc. rechnen. Dieß wollen wir jetzt thun.

Fr. Wie viel Gulden koſten 50 Ehlen Band,

1) wenn 1 Ehle 2 Kreuzer koſtet?
2) — 1 — 3 — — ?
3) — 1 — 4 — — ?
4) — 1 — 5 — — ?
5) — 1 — 6 — — ?

Auflöſungen.

[Anm. Man laſſe dieſe Auflöſungen von mehreren einzelnen Schülern herſagen, wie folgt:]

1) Wenn 1 Ehle 2 kr. koſtet, ſo koſten 50 ſolche Ehlen 50 mal 2 kr oder 50 halbe B. das iſt: (30 halbe B. und 20 halbe B. oder) 1 fl. 40 kr.
2) Wenn 1 Ehle 3 kr. koſtet, ſo koſten 50 Ehlen 50 mal 3 kr. oder 50 Groſchen. Das iſt: (40 Gr. und 10 Gr. oder) 2 fl. 30 kr.
3) Wenn 1 Ehle 4 kr. koſtet, ſo koſten 50 Ehlen 50mal 4 kr. oder 50 Batzen. Das iſt: (45 B. und 5 B. oder) 3 fl. 20 kr.
4) Wenn 1 Ehle 5 kr. koſtet, ſo koſten 50 Ehlen 50mal 5 kr. oder 50 Fünfer. Das iſt: (48 F. und 4 F. oder) 4 fl. 20 kr.
5) Wenn 1 Ehle 6 kr. koſtet, ſo koſten 50 Ehlen 50mal 6 kr. oder 50 Sechſer. Das iſt: 5 fl.

Fr. Wenn 1 Ehle 3 kr. koſtet, wie viel Gulden koſten da 47 ſolche Ehlen? Ant. 47 mal 3 kr. oder 47 Groſchen. Das iſt: (40 Gr. und 7 Gr. oder) 2 fl. 21 kr.

L. Gebet einander ſelbſt ſolche Beyſpiele, nehmet aber nicht über 100 Ehlen, und 1 Ehle zu 2 Kreuzer, 3, 4, 5 bis höchſtens 6 Kreuzer!

[Eben ſo werden ſolche Aufgaben gelöst, wobey der einzelne Betrag 10 Kreuzer, 12, 15, 20, 24 und 30 Kreuzer

iſt, und folglich alles in Zehnern, Dreybätznern, Viertels-Gulden ꝛc. genommen werden kann. Indeſſen kann man dieſe Berechnungen auch für jetzt noch übergehen, und hiernächſt weiter fortfahren.]

Vortheilhafte Berechnungsart durch Umkehrung der gegebenen Zahlen.

a.

L. Nichts iſt leichter zu berechnen, als: wie viel Gulden 60 Ehlen, Pfund, Bretter oder andere Gegenſtände koſten, wenn der einzelne Betrag in Kreuzern gegeben iſt.

Wie viel Gulden koſten demnach 60 Ehlen Band, wenn jede Ehle 7 Kreuzer koſtet? Ant. —

L. 60 mal 7 Kreuzer ſind ſo viel als 7 mal 60 kr. Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Aufl. Wenn 1 Ehle 7 kr. koſtet, ſo koſten 60 Ehlen 60 mal 7 kr. oder 7 mal 60 kr. das iſt: 7 fl.

L. Wer will mir dieſes eben ſo durch Umkehrung berechnen? Aufl. Wenn 1 Ehle 7 kr. ꝛc.

Fr. Wie viel Gulden koſten 60 Ehlen, wenn 1 Ehle 11 kr. koſtet? Aufl.

Wenn 1 Ehle 11 kr. koſtet, ſo koſten 60 Ehlen 60 mal 11 kr. oder 11 mal 60 kr. das iſt: 11 fl.

Fe. Wie viel Gulden koſten 60 Ehlen, wenn 1 Ehle 53 kr. koſtet?

Ant. Wenn 1 Ehle 53 kr. koſtet, ſo koſten 60 Ehlen 60 mal 53 kr. oder 53 mal 60 kr. das iſt: 53 fl.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 60 Ehlen, Pfund ꝛc.; ſo daß der einzelne Betrag ſelbſt nicht über 60 kr. iſt!

b.

L. Hat man den Geldbetrag für 61 Ehlen zu ſuchen, ſo ſucht man ihn zuerſt nur für 60 Ehlen, und zählt alsdann den Betrag der Ehle vollends dazu.

Fr. Wie viel Gulden koſten 61 Ehlen, wenn 1 ſolche Ehle 17 kr. koſtet? Ant. 60 mal 17 Kreuzer, und 1 mal 17 kr. das iſt: 17 fl. 17 kr.

Fr. Wie viel Gulden koſten 61 Ehlen, wenn 1 Ehle 23 kr. koſtet?

Ant. 60 mal 23 Kreuzer und 1 mal 23 kr. das iſt: 23 fl. 23 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 61 Ehlen!

---

c.

L. Eben ſo leicht findet man auch den Guldenbetrag für 59 Ehlen. Man berechnet nämlich wieder zuerſt 60 Ehlen, und zieht alsdann den Werth der 1 Ehle ab.

Fr. Wie viel Gulden koſten 59 Ehlen, wenn jede Ehle 17 kr. koſtet? Ant. 60 mal 17 Kreuzer, weniger 1 mal 17 kr. Das iſt: 17 fl., weniger 17 kr. oder*
16 fl. 43 kr.

* 10 kr. von 17 fl., bleiben 16 fl. 50 kr.,
7 kr. von 16 fl. 50 kr. bleiben 16 fl. 43 kr.

Fr. Wie viel Gulden koſten 59 Ehlen, jede zu 43 kr.? Ant. 60 mal 43 Kreuzer, weniger 1 mal 43 kr. das iſt:
43 Gulden, weniger 43 kr. oder * 42 fl. 17 kr.

* 40 kr. von 43 fl., bleiben 42 fl. 20 kr.,
3 kr. von 42 fl. 20 kr. bleiben 42 fl. 17 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen über 59 Ehlen!

---

d.

L. Wie viel Gulden koſten 2 Ehlen, wenn 1 ſolche Ehle 46 kr. koſtet? Ant. —

L. Gebet Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne! Koſtet 1 Ehle 46 kr., ſo koſten 2 ſolche Ehlen 2 mal 46 kr. oder 46 mal 2 kr. oder 46 halbe Batzen. Das iſt: (30 halbe B. und 16 halbe B. oder) 1 fl. 32 kr.

L. Sage du dieſe Berechnung eben ſo her! Du auch! ꝛc.

L. Auf dieſe Art kann man jedes Mal den Gulden-Betrag, durch Umkehrung, in halben Batzen finden, wenn der einfache Werth in Kreuzern angegeben iſt, und 2 mal genommen werden ſoll. Und eben ſo kann man durch Umkehrung in Groſchen, Batzen, Fünfern u. ſ. w. rechnen, wenn der einfache Werth in Kreuzern gegeben iſt, und 3 mal, 4 mal, 5 mal ꝛc. genommen werden ſoll.

Berechnet jetzt Folgendes in halben Batzen!

Fr. Was koſten 2 Ehlen, wenn jede 37 kr. koſtet?

Ant. 2 mal 37 kr. oder 37 mal 2 kr. oder 37 halbe Batzen.

Das iſt (30 halbe B. und 7 halbe B. oder) 1 fl. 14 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 2 Ehlen (Pfund ꝛc.), die Ehle darf aber nicht unter 30, und nicht über 60 Kreuzer koſten!

Fr. Was koſten 3 Ehlen, wenn jede 28 kr. koſtet? Ant. 3 mal 28 kr. oder 28 mal 3 kr. oder 28 Groſchen.

Das iſt: (20 Groſchen und 8 Groſchen, oder) 1 fl. 24 kr.

Fr. Was koſten 3 Ehlen, jede zu 54 kr.? Ant. 3 mal 54 kr. oder 54 mal 3 kr. oder 54 Groſchen.

Das iſt: (40 Groſch. und 14 Groſch. oder) 2 fl. 42 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 3 Ehlen, die Ehle darf aber nicht unter 20, und nicht über 60 Kreuzer koſten!

L. Was koſten 4 Ehlen, jede zu 49 Kreuzer? Ant. 4 mal 49 kr. oder 49 mal 4 kr. oder 49 Batzen. Das iſt: (45 B. und 4 B. oder) 3 fl. 16 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 4 Ehlen!

L. Was koſten 5 Ehlen, jede zu 37 Kreuzer? Ant. 5 mal 37 kr. oder 37 mal 5 kr. oder 37 Fünfer. Das iſt: (36 Fünfer und 1 Fünfer, oder) 3 fl. 5 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 5 Ehlen!

L. Was koſten 6 Ehlen, jede zu 49 Kreuzer? Ant. 6 mal 49 kr. oder 49 mal 6 kr. oder 49 Sechſer. Das iſt: 4 fl. 54 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele über 6 Ehlen!

(Auf gleiche Art werden auch 10, 12, 15, 20, 24 und 30 Ehlen in Zehnern, Dreybätznern, Viertels Gulden ꝛc. berechnet. Doch durchgehe man vor Allem Folgendes:

---

e.

L. 18 Kreuzer ſind 3 Sechſer. Wie viel Gulden koſten nun 50 Ehlen, jede zu 18 Kreuzer? Ant.

50 mal 18 kr. oder 50 mal 3 Sechſer, oder 3 mal 50 Sechſer. Das iſt: 15 fl.

L. Was koſten 54 Ehlen, jede zu 18 Kreuzer?

Ant. 54 mal 18 Kreuzer, oder 54 mal 3 Sechſ., oder 3 mal 54 Sechſ. Das iſt: (15 fl. und 12 Sechſer, oder 15 fl., 1 fl. und 12 kr. zuſammen) 16 fl. 12 kr.

[Anm. Weiß ein Schüler ſogleich, ohne dergleichen Zerlegungen, den Guldenbetrag richtig anzugeben, ſo iſt es deſto beſſer; allein man gebe Acht, daß ſolche kurze Antworten nicht in ein mechaniſches Regelwerk ausarten, welches — in drey Tagen wieder vergeſſen iſt.]

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele, ſo daß jede Ehle nur 18 kr. koſtet!

L. Wie 18 Kreuzer läßt ſich auch jede andere Anzahl Sechſer behandeln.

Fr. Was koſten 47 Ehlen, jede zu 36 Kreuzer? Ant. 47 mal 36 kr. oder 47 mal 6 Sechſer, oder 6 mal 47 Sechſer. Das iſt: (24 fl. und 42 Sechſer, oder 24 fl., 4 fl. und 12 kr. Zuſ. 28 fl. 12 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Beyſpiele, ſo daß jede Ehle nur 36 Kreuzer koſtet!

[Auf gleiche Art können vollends Aufgaben behandelt werden, wobey der einfache Betrag 42, 48 und 54 kr. iſt.]

Mehrere Auflöſungen für eine Aufgabe.

L. Wir haben bisher jede Reihe unſerer Rechnungsbeyſpiele faſt immer nur nach einerley Art gelöst. Wollt ihr nun vollends auf alle im gewöhnlichen Umgange vorkommen=

de Aufgaben gefaßt ſeyn, ſo müßt ihr euch jetzt noch üben, einzelne Aufgaben auch auf mehrerley Art zu berechnen. In dieſer Hinſicht iſt es zunächſt nothwendig, daß ihr, um großen Zahlen auszuweichen, jede Anzahl Kreuzer von 1 bis 60 jedes Mal ſogleich in halben Batzen, Groſchen und allen ſchon vorgekommenen Namen anzugeben wiſſet.

Hier macht man die Schüler noch vorzüglich auf jene Kreuzerzahlen aufmerkſam, welche ſich nicht in lauter halben Batzen, Groſchen, Batzen, Sechſern, Dreybätznern ꝛc. angeben laſſen, ſondern zugleich noch mit einem übrigen oder fehlenden Kreuzer, oder halb. B. ꝛc. ausgedrückt werden müſſen. Z. B.

7 kr. ſind 1 Batzen und 1 Groſchen, oder 1 Sechſer und 1 kr.

11 kr. ſind 1 Sechſer und 1 Fünfer, oder 1 Dreybätzner, weniger 1 Kreuzer .... 26 kr. ſind 1 Sechsbätzner und 1 halb. Batzen ꝛc.

Daß ſichs mit einem übrigen oder fehlenden Kreuzer (beſonders, wenn der andere Theil noch eine Sechſerzahl iſt) leichter rechnen laſſe, als wenn der übrige oder fehlende Theil — mehr als 1 Kreuzer iſt, verſteht ſich von ſelbſt.

Es wird daher kein unwichtiges Geſchäft ſeyn, wenn man die Schüler alle Kreuzerzahlen durchgehen läßt, wie folgt:

a.

Wie jede Anzahl Kreuzer von 1 bis 6 mit einem andern Namen vereinfacht werden könne, iſt bekannt.

b.	c.
7 kr. ſind 1 Sechſer und 1 kr.	13 kr. ſind 1 Drbtz. und 1 kr.
8 — — 2 Batzen.	14 — — 1 — u. 1 halb. B. oder 7 halbe Batzen.
9 — — 3 Groſch.	15 — — 1 ViertelsGulden.
10 — — 1 Zehner (dieß iſt beſſer als 1 Sechſer u. 1 B.)	16 — — 4 Batzen.
11 kr. ſind 1 Dreybätzner, weniger 1 Kreuzer.	17 — — 3 Sechſer, weniger 1 Kreuzer.
12 — — 1 Dreybätzner.	18 — — 3 Sechſer.

u. ſ. w.

Anwendung.

Gewicht.

a.

L. Ein Pfund iſt 32 mal ſo viel als 1 Loth.

Wenn nun 1 Loth Taback 2 Kreuzer koſtet, wie viel Gulden koſtet 1 Pfund? Ant. —

L. Wie kann man dieſe Aufgabe ſogleich (ohne Umkehrung) in halben Batzen berechnen? Aufl. a)

L. Wie kann man dieſes (ohne Umkehrung) in ganzen Batzen berechnen? Aufl. b)

L. Wie kann man dieſe Aufgabe durch Umkehrung in Batzen auflöſen? Aufl. c)

L. Wie kann man dieſe Aufgabe durch Umkehrung in Kreuzern berechnen? Aufl. d]

L. 32 kr. ſind 1 halber Gulden und 1 halber Batzen. Wie kann man daher dieſe Aufgabe durch Umkehrung auch in halben Gulden berechnen? Aufl. e)

Auflöſungen.

[Anm. Die Auflöſungen müſſen hier (wo der Lehrer nöthigen falls nachhelfen muß) gemacht werden, wie folgt. —

Erſt ſpäter hin, wo alles gehörig aufgefaßt iſt, dürfen die Antworten auch kürzer ſeyn.]

a) Wenn 1 Loth 2 kr. koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal 2 kr. oder 32 halbe Batzen. Das iſt: (30 halbe B. und 2 halbe B. oder) 1 fl. 4 kr.

b) Wenn 1 Loth 2 kr. koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal 2 kr. oder 32 halbe Batzen. Das iſt: 16 ganze Batzen, oder 1 fl. 4 kr.

c) Wenn 1 Loth 2 kr. koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal 2 kr. oder 2 mal 32 kr. oder 2 mal 8 Batzen. Das iſt: 16 Batzen oder 1 fl. 4 kr.

d) Wenn 1 Loth 2 kr. koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal 2 kr. oder 2 mal 32 kr. das iſt: 64 kr. oder 1 fl. 4 kr.

e) Wenn 1 Loth 2 kr. koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal 2 kr. oder 2 mal 32 kr. oder 2 halbe Gulden und 2 halbe Batzen. Das iſt: 1 fl. 4 kr.

L. Wer will dieſe fünf Auflöſungsarten wiederholen? —

L. Welche dieſer fünf Auflöſungsarten gefällt euch am beſten? —

L. Dieſe Aufgabe läßt ſich zwar leicht berechnen, wie ſie gegeben iſt; allein es gibt viele Fälle, wo man weit leichter durch Umkehrung zurecht kommen kann. Daher iſt es ſehr gut, wenn ihr jetzt noch mehrere Beyſpiele wie dieſes auf mehrerley Art berechnen lernt.

---

b.

L. Wie viel Gulden koſtet 1 Pfund Farbe, wenn das Loth 3 Kreuzer koſtet? Ant. — 1 fl. 36 kr.

L. Wie kann man dieſe Aufgabe löſen

a) Ohne Umkehrung, in Groſchen?

b) Ohne Umkehrung, in Sechſern?

c) Durch Umkehrung, in Batzen?

d) Durch Umkehrung, in Kreuzern?

e) Durch Umkehrung, in halben Gulden und halben Batzen?

[Die Auflöſungen gehen ganz wie vorhin bey 2 Kreuzern.]

Eben ſo kann jetzt jedes Loth zu 4 kr. 5, 6, bis 59 kr. genommen werden. Man läßt aber über jede Frage nur noch 2, 3 oder höchſtens 4 Auflöſungen machen, wobey man, beſonders wenn eine Auflöſung zu umſtändlich wird, immer fragt, ob und wie die Aufgabe einfacher berechnet werden könne.

Demnach nimmt man dieſe Berechnung

für 4 kr. nur in Batzen und halben Gulden;

für 5 kr. nur in Fünfern, Zehnern, Batzen und halben Gulden;

für 6 kr. in Sechſern, Batzen und halben Gulden.

für 7 kr. in Sechſern (und 1 kr.), Batzen und halben Gulden.

u. ſ. w.

Die Berechnung in halben Gulden findet hier, weil in jeder Aufgabe die Zahl 32 vorkommt, immer Statt, und die Schüler werden (vielleicht nur zu bald!) von ſelbſt auf die Regel kommen, nämlich:

So viel Kreuzer das Loth koſtet, ſo viel halbe Gulden und halbe Batzen koſtet das Pfund.

Endlich kann auch 1 Loth zu 1 Kreuzer, 2 kr. 3 kr. ꝛc. angegeben und nach 7 Pfund, 8 Pfund ꝛc. gefragt werden.

Z. B. Wenn 1 Loth Taback 1 kr. koſtet, wie viel Gulden koſten 7 Pfund? Aufl.

Koſtet 1 Loth 1 Kreuzer, ſo koſtet 1 ℔ 32 kr. oder 8 Batzen.

Koſtet aber 1 ℔ 8 Batzen, ſo koſten 7 ℔ 7 mal 8 oder 56 Batzen, das iſt: (45 B. und 11 B. oder) 3 fl. 44 kr.

Fr. Wenn 1 Loth Gewürz 2 kr. koſtet, was koſten 8 ℔?

Ant. Koſtet 1 Loth 1 halben Batzen, ſo koſtet 1 ℔ 32 halbe oder 16 ganze Batzen, das iſt, 1 fl. und 1 Batzen.

Koſtet aber 1 ℔ 1 fl. und 1 Batzen, ſo koſten 8 ℔ 8 fl. und 8 Batzen, das iſt: 8 fl. 32 kr.

u. ſ. w.

Getreid = Mas.

16 Mäslein ſind 1 Simmer. 8 Simmer ſind 1 Malter.

Fr. Wie viel Gulden koſtet 1 Malter

a) wenn 1 Msl. 1 Kreuzer koſtet?

b) — 1 — 2 — — ?

c) — 1 — 3 — — ? u. ſ. w.

Auflöſungen.

a) Koſtet 1 Msl. 1 Kreuzer, ſo koſtet 1 Smr. 16 kr. oder 4 Batzen.

Koſtet aber 1 Smr. 4 Batzen, ſo koſtet 1 Malter 8 mal 4 oder 32 Batzen, das iſt: 2 fl. 8 kr.

b) Koſtet 1 Msl. 1 halben Batzen, ſo koſtet 1 Smr. 16 halbe Batzen, das iſt: 8 ganze Batzen.

Koſtet aber 1 Smr. 8 Batzen, ſo koſtet 1 Malter 8 mal 8 Batzen oder 64 Batzen, das iſt: (60 B. und 4 B. oder) 4 fl. 16 kr.

c) Koſtet 1 Msl. 1 Groſchen, ſo koſtet 1 Smr. 16 Groſchen, das iſt: 8 Sechſer ꝛc 6 fl. 24 kr.

Flüſſigkeits-Mas. (Neues)

10 Mas ſind 1 Stütze. 10 Stützen ſind 1 Ohm ꝛc.

Fr. Wie viel Gulden koſtet 1 Ohm

a) wenn 1 Mas 12 Kreuzer koſtet?

b) wenn 1 Mas 13 — — ? u. ſ. w.

Auflöſungen.

a) Koſtet 1 Mas 12 Kreuzer oder 2 Sechſer, ſo koſtet 1 Stütze 10 mal 2 Sechſer oder 20 Sechſer, das iſt: 2 fl. Koſtet aber 1 Stütze 2 fl. ſo koſtet 1 Ohm 20 fl.

(Alſo 1 Fuder 200 fl.)

b) Koſtet 1 Mas 13 Kreuzer, ſo koſtet 1 Stütze 10mal 13 Kreuzer, oder 13 mal 10 Kreuzer, das iſt: 13 Zehner oder (12 Zehner und 1 Zehner, oder) 2 fl. und 1 Zehner. Koſtet aber 1 Stütze 2 fl. und 1 Zehner, ſo koſtet 1 Ohm 20 fl. und 10 Zehner, das iſt: (20 fl. 6 Zehner und 4 Zehner, oder 20 fl. 1 fl. und 40 kr.) Zuſammen 21 fl. 40 kr.

Zeit-Mas.

7 Tage ſind 1 Woche. 12 Wochen ſind (faſt) 1 Viertel Jahr.

Fr. Wenn ein Kind jeden Tag 1 Kreuzer Spargeld bekommt, wie viel Gulden hat es da in 12 Wochen? a)

Fr. Wie viel Gulden hat man aber in 12 Wochen, wenn man jeden Tag 2 kr. bekommt? b)

wenn — — — 3 kr. — ? c) u. ſ. w.

Auflöſungen.

a) Hat man in 1 Tag 1 Kreuzer, ſo hat man (nach der Angabe) in 1 Woche 7 kr.

Hat man aber in 1 Woche 7 Kreuzer, ſo hat man in 12 Wochen 12 mal 7 kr. oder 7 mal 12 kr. Das iſt: 7 Dreybätzner oder (5 Drb. und 2 Drb.) 1 fl. 24 kr.

b) Hat man in 1 Tag 2 Kreuzer, ſo hat man in 1 Woche 7 mal 2 kr. oder 14 Kreuzer.

Hat man aber in 1 Woche 14 Kreuzer, ſo hat man in 12 Wochen 12 mal 14 kr. oder 14 mal 12 kr.

Das iſt: 14 Dreyb. oder (10 Drb. und 4 Drb.) 2 fl. 48 kr.

c) Hat man in 1 Tag 3 Kreuzer, ſo hat man in 1 Woche 7 mal 3 kr. oder 21 Kreuzer.

Hat man aber in 1 Woche 21 Kreuzer, ſo hat man in 12 Wochen 12 mal 21 kr. oder 21 mal 12 kr.

Das iſt: 21 Dreybätzner, oder (20 Drb. und 1 Drb.) 4 fl. 12 kr.

Anwendung auf das Theilen.

2 Theile.

L. Wenn 2 Perſonen 7 fl. gleichmäſig mit einander theilen, wie viel Gulden und übrige Kreuzer bekommt da jede? Ant. — 3 fl. 30 kr.

L. Wie kann man dieſes anders berechnen? —

L. Theilen 2 Perſonen 1 fl., ſo bekommt jede 1 halben Gulden,
theilen 2 Perſonen 2 fl., ſo bekommt jede 2 halbe Gulden,
theilen 2 Perſonen 3 fl., ſo bekommt jede 3 halbe Gulden,
und ſo geht es auch weiter.

So viel ganze Gulden nämlich 2 Perſonen mit einander theilen, ſo viel halbe Gulden bekommt 1 Perſon.

Berechnet daher in lauter halben Gulden Folgendes!

Fr. Wie viel Gulden bekommt 1 Perſon,

a) wenn 2 Perſonen 25 fl. mit einander theilen?
b) — 2 — 37 fl. — — — ?
c) — 2 — 53 fl. — — — ?
u. ſ. w.

Auflöſungen.

a) Wenn 2 Perſonen 25 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 25 halbe fl., das iſt: (20 halbe Gulden und 5 halbe, oder 10 fl. 2 fl. und 30 kr. oder) 12 fl. 30 kr.

b) Wenn 2 Perſonen 37 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 37 halbe fl., das iſt: (20 halbe G. und 17 halbe G. oder) 18 fl. 30 kr.

c) Wenn 2 Perſ. 53 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 53 halbe Gulden, das iſt: (40 h. und 13 h. oder) 26 fl. 30 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen über 2 Perſonen!

[Anm. Dieſe Auflöſungsart iſt für die gegenwärtigen ſo wie die nächſtfolgenden Beyſpiele gleichwohl nicht die kürzeſte, aber eine wichtige Vorbereitung für andere Fälle.]

---

3 Theile.

L. Wenn 3 Perſonen 17 fl. mit einander theilen, wie viel Gulden bekommt jede? Ant. — 5 fl. 40 kr.

L. Wie kann man dieſe Aufgabe anders berechnen? —

L. Theilen 3 Perſonen 1 fl., ſo bek. 1 Perſ. 1 Kopfſtück oder 20 kr,
theilen 3 — 2 fl., — — 1 — 2 Kopfſtück oder 40 kr,
theilen 3 — 3 fl., — — 1 — 3 Kopfſtück oder 1 fl.

Hat man aber in 1 Woche 7 Kreuzer, ſo hat man in 12 Wochen 12 mal 7 kr. oder 7 mal 12 kr. Das iſt: 7 Dreybätzner oder (5 Drb. und 2 Drb.) 1 fl. 24 kr.

b) Hat man in 1 Tag 2 Kreuzer, ſo hat man in 1 Woche 7 mal 2 kr. oder 14 Kreuzer.

Hat man aber in 1 Woche 14 Kreuzer, ſo hat man in 12 Wochen 12 mal 14 kr. oder 14 mal 12 kr.

Das iſt: 14 Dreyb. oder (10 Drb. und 4 Drb.) 2 fl. 48 kr.

c) Hat man in 1 Tag 3 Kreuzer, ſo hat man in 1 Woche 7 mal 3 kr. oder 21 Kreuzer.

Hat man aber in 1 Woche 21 Kreuzer, ſo hat man in 12 Wochen 12 mal 21 kr. oder 21 mal 12 kr.

Das iſt: 21 Dreybätzner, oder (20 Drb. und 1 Drb.) 4 fl. 12 kr.

Anwendung auf das Theilen.

2 Theile.

L. Wenn 2 Perſonen 7 fl. gleichmäſig mit einander theilen, wie viel Gulden und übrige Kreuzer bekommt da jede? Ant. — 3 fl. 30 kr.

L. Wie kann man dieſes anders berechnen? —

L. Theilen 2 Perſonen 1 fl., ſo bekommt jede 1 halben Gulden,
theilen 2 Perſonen 2 fl., ſo bekommt jede 2 halbe Gulden,
theilen 2 Perſonen 3 fl., ſo bekommt jede 3 halbe Gulden,
und ſo geht es auch weiter.

So viel ganze Gulden nämlich 2 Perſonen mit einander theilen, ſo viel halbe Gulden bekommt 1 Perſon.

Berechnet daher in lauter halben Gulden Folgendes!

Fr. Wie viel Gulden bekommt 1 Perſon,

a) wenn 2 Perſonen 25 fl. mit einander theilen?

b) — 2 — 37 fl. — — — ?

c) — 2 — 53 fl. — — — ?

u. ſ. w.

Aufloſungen.

a) Wenn 2 Perſonen 25 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 25 halbe fl., das iſt: (20 halbe Gulden und 5 halbe, oder 10 fl. 2 fl. und 30 kr. oder) 12 fl. 30 kr.

b) Wenn 2 Perſonen 37 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 37 halbe fl., das iſt: (20 halbe G. und 17 halbe G. oder) 18 fl. 30 kr.

c) Wenn 2 Perſ. 53 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 53 halbe Gulden, das iſt: (40 h. und 13 h. oder) 26 fl. 30 kr.

L. Gebet einander eben ſolche Fragen über 2 Perſonen!

[Anm. Dieſe Auflöſungsart iſt für die gegenwärtigen ſo wie die nächſtfolgenden Beyſpiele gleichwohl nicht die kürzeſte, aber eine wichtige Vorbereitung für andere Fälle.]

---

3 Theile.

L. Wenn 3 Perſonen 17 fl. mit einander theilen, wie viel Gulden bekommt jede? Ant. — 5 fl. 40 kr.

L. Wie kann man dieſe Aufgabe anders berechnen? —

L. Theilen 3 Perſonen 1 fl., ſo bek. 1 Perſ. 1 Kopfſtück oder 20 kr,

theilen 3 — 2 fl., — — 1 — 2 Kopfſtück oder 40 kr,

theilen 3 — 3 fl., — — 1 — 3 Kopfſtück oder 1 fl.

Kurz: So viel Gulden 3 Perſonen mit einander theilen, ſo viel Kopfſtück bekommt 1 Perſon.

Berechnet daher in lauter Kopfſtücken Folgendes!

Fr. Wie viel Gulden bekommt 1 Perſon,

a) wenn 3 Perſonen 25 fl. mit einander theilen?
b) — 3 — 38 fl. — — — ?
c) — 3 — 77 fl. — — — ?
u. ſ. w.

Auflöſungen.

a) Wenn 3 Perſonen 25 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 25 Kopfſtück, das iſt: (24 Kpfſt. und 1 Kopfſt. oder) 8 fl. 20 kr.

b) Wenn 3 Perſonen 38 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon 38 Kopfſt. das iſt: (30 Kpfſt. und 8 Kpfſt. oder 10 fl. 2 fl. und 2 Kpfſt. oder) 12 fl. 40 kr.

c) Wenn 3 Perſ. 77 fl. mit einander theilen, ſo bek. 1 Perſon 77 Kopfſtück, das iſt: (60 Kpfſt. und 17 Kpfſt. oder 20 fl., 5 fl. und 2 Kpfſt.) 25 fl. 40 kr.

2, 3, 4 und noch mehrere Theile.

L. So wie wir jetzt, wo mehrere Gulden zu theilen waren, jeden Theil in lauter halben Gulden, und dann in lauter Kopfſtücken genommen haben, ſo kann man auch, je nachdem die Anzahl Perſonen iſt, jeden Theil in lauter Viertels-Gulden, Dreybätznern, Zehnern ꝛc. nehmen. Saget daher Folgendes durch!

So viel Gulden 2 Perſ. mit einander theilen, ſo viel halbe Gulden bek. 1 Perſon.

So viel Gulden 3 Perſ. mit einander theilen, ſo viel Kopfſtück bek. 1 Perſon

— — — 4 — — einander theilen, ſo viel ViertelsGulden bek. 1 Perſon.

— — — 5 — mit einander theilen, ſo viel Dreybätzner bek. 1 Perſon.

— — — 6 — mit einander theilen, ſo viel Zehner bek. 1 Perſon.

L. Es verſteht ſich von ſelbſt, daß man alle Gulden auch eben ſo auf Ehlen, Pfund und andere Gegenſtände vertheilen kann. Saget daher auch Folgendes durch!

So viel Gulden 2 Ehlen zuſammen koſten, ſo viel halbe Gulden koſtet 1 Ehle allein.

— — — 3 — zuſammen koſten, ſo viel Kopfſtück koſtet 1 Ehle allein.

— — — 4 — zuſammen koſten, ſo viel ViertelsGulden koſtet 1 Ehle allein.

— — — 5 — zuſammen koſten, ſo viel Dreybätzner koſtet 1 Ehle allein.

— — — 6 — zuſammen koſten, ſo viel Zehner koſtet 1 Ehle allein.

Fr. Was koſtet demnach 1 Ehle,

a) wenn 3 Ehlen 2 Gulden koſten? Ant. 2 Kopfſt. oder 40 kr.

b) — 4 — 3 — — ? — 3 VrtlsGuld. oder 45 kr.

c) — 5 — 3 — — ? — 3 Dreyb. od. 36 kr.

d) — 6 — 5 — — ? — 5 Zehner od. 50 kr.

e) — 10 — 7 — — ? — 7 Sechſer od. 42 kr.

f) wenn 12 Ehlen 7 Gulden koſten? Ant. 7 Fünfern, oder 35 kr.
g) — 15 — 13 — — ? Ant. 13 Batzen, oder 52 kr.
h) — 20 — 13 — — ? Ant. 13 Groſch. oder 39 kr.
i) — 30 — 17 — ? Ant. 17 halben Batz. 34 kr.

Erweiterung der vorigen Fälle.

Vorhin ſuchte man jedes Mal aus dem Werthe einer Anzahl Ehlen den Betrag blos für eine einzelne Ehle; nun kann man ihn auch vollends für eine andere Anzahl Ehlen ſuchen laſſen. Die hierüber folgenden Beyſpiele ſind demnach ſchon.

Fälle der Regel de tri.

a) Wenn 3 Ehlen 2 fl. koſten, wie viel fl. koſten 10 Ehl.?
b) — 4 — 3 fl. — , — — fl. — 9 — ?
c) — 5 — 3 fl. — , — — fl. — 8 — ?
d) — 6 — 5 fl. — , — — fl. — 7 — ?
e) — 10 — 7 fl. — , — — fl. — 9 — ?

Auflöſungen.

a) Koſten 3 Ehlen 2 fl., ſo koſtet 1 Ehle 2 Kopfſtück; koſtet aber 1 Ehle 2 Kopfſtück, ſo koſten 10 Ehlen 10 mal 2 Kpfſt. oder 20 Kpfſt. das iſt: 6 fl. 40 kr.

b) Koſten 4 Ehlen 3 fl., ſo koſtet 1 Ehle 3 Viertels-Gulden; koſtet aber 1 Ehle 3 VrtlsGulden ſo koſten 9 Ehlen 9 mal 3 oder 27 VrtlsGulden, das iſt: 6 fl. 45 kr.

c) Koſten 5 Ehlen 3 fl., ſo koſtet 1 Ehle 3 Dreybätz-

ner; koſtet aber 1 Ehle 3 Drbtzr., ſo koſten 8 Ehlen 8 mal 3 Drbtzr., oder 24 Dreybätzner, das iſt: 4 fl. 48 kr.

d) Koſten 6 Ehlen 5 fl., ſo koſtet 1 Ehle 5 Zehner, koſtet aber 1 Ehle 5 Zehner, ſo koſten 7 Ehlen 7 mal 5 Zehner oder 35 Zehner; das iſt: (30 Zehner und 5 Zehner oder) 5 fl. und 50 kr.

[Eben ſo kann aus dem Werthe von 10, 12, 15, 20 und 30 Ehlen der Betrag für jede andere Anzahl Ehlen geſucht werden. In das Verwickeltere dringe man indeſſen für jetzt noch nicht, ſondern übe die Schüler vielmehr in dem, worin ſie bisher die meiſte Schwäche zeigten, ſo werden ſie ſich endlich in weit ſchwerern Fällen ſelbſt zu helfen wiſſen.]

Ende des angewandten Rechnens ohne Ziffern.

Methode des Rechnens.

Angewandtes Zifferrechnen,

das iſt:

Rechnen in benannten Zahlen mit Ziffern.

IVtes Heft.

Inhalt.

Ganze Zahlen.

Seite

Zifferkenntniß . . . .

Die vier Grundrechnungen oder Species.

A) In einerley Geld= und Maß=Arten 1

B) In verſchiedenen Geld= und Maß=Arten . . . 60

Gebrochene Zahlen.

Verwandlung der ganzen Zahlen in gebrochene 94

— der gebrochenen Zahlen in ganze 98

— kleinerer Bruchszahlen in größere 100

— größerer Bruchszahlen in kleinere, das iſt: Abkürzung der Brüche 101

— der Brüche höherer Geld= und Maß=Arten in geringere Arten 103

— geringerer Geld= und Maß=Arten in Brüche höherer Arten 107

Die vier Grundrechnungen in Brüchen 109

Der Dreyſatz — Regel detri . . . 126

Der Vielſatz — Regel dequinque . . 201

Theilungs=Rechnungen 239

Geſellſchafts=Rechnungen 267

Miſchung=Rechnungen 276

Zahlenſtaffeln oder Progreſſionen.

1) Unterſchiedsreihen 336

2) Theilungsreihen 344

Zieler=Rechnungen 348

Druckfehler.

Seite 7, Zeile 5. Hier mache man einen Querſtrich unter 5 kr.
— 12 — 16. Hier ſchreibe man am Ende will.
— 23 — 5, ſchreibe wenigſtens, ſtatt weniſten und, mit dem Meſſen.
— 28 — 18, ſchreibe alſo, ſtatt als.
— 31 — 3, — 3 kr. ſtatt 12 kr.
— 44 — 9, — und, ſtatt muß.
— 52 — 4 und 10, ſchr. alſo, ſtatt als.
— 75 — 1, ſchreibe ausgereicht, ſtatt ausreicht.
— 96 — 5, — $\frac{460}{5}$ ſtatt $\frac{460}{4}$
—103 — 8, — $\frac{6}{9}$ ſtatt $\frac{2}{9}$
—132 — von unten Zeile 6, ſchreibe 1 Ehle ſtatt $\frac{1}{10}$.

Angewandtes Zifferrechnen
oder
das Zifferrechnen in benannten Zahlen.

Ganze Zahlen.

Zifferkenntniß — wird vorausgeſetzt.

Die vier Grundrechnungen oder 4 Species.

A) In einerley Geld- und Masarten.

Zuſammenzählung — Additio.

Anmerkung.

Hier und in allen übrigen Arten des Rechnens macht der Lehrer, da die Bekanntſchaft derſelben ſchon in unbenannten Zahlen vorausgeſetzt wird, faſt immer damit den Anfang, daß er jedes Mal das erſte Beyſpiel ſelbſt anſchreibt, dann den Schülern zum Berechnen aufgibt, es zuletzt (es mag richtig oder unrichtig berechnet worden ſeyn) noch einmal mit lauten Worten berechnet, und ſogleich wieder dieſes Beyſpiel, oder das nächſtfolgende, oder ſonſt ein ähnliches eben ſo von einzelnen Schülern laut berechnen läßt. Dieſes gilt auch in jedem andern Falle, wo man zweifelt, ob eine Aufgabe richtig verſtanden wird.

Ohne ſolches Vor- und Nachmachen eines Beyſpiels, wo die angehörige Regel, wie man weiter unten findet, faſt im-

Druckfehler.

Seite 7, Zeile 5. Hier mache man einen Querſtrich unter 5 kr.
— 12 — 16. Hier ſchreibe man am Ende will.
— 23 — 5, ſchreibe wenigſtens, ſtatt weniſten und, mit dem Meſſen.
— 28 — 18, ſchreibe alſo, ſtatt als.
— 31 — 3, — 3 kr. ſtatt 12 kr.
— 44 — 9, — und, ſtatt muß.
— 52 — 4 und 10, ſchr. alſo, ſtatt als.
— 75 — 1, ſchreibe ausgereicht, ſtatt ausreicht.
— 96 — 5, — $4\frac{6}{5}^{\circ}$ ſtatt $4\frac{6}{4}^{\circ}$
— 103 — 8, — $\frac{6}{9}$ ſtatt $\frac{2}{9}$
— 132 — von unten Zeile 6, ſchreibe 1 Ehle ſtatt $\frac{1}{10}$.

Angewandtes Zifferrechnen
oder
das Zifferrechnen in benannten Zahlen.

Ganze Zahlen.

Zifferkenntniß — wird vorausgeſetzt.

Die vier Grundrechnungen oder 4 Species.

A) In einerley Geld- und Maßarten.

Zuſammenzählung — Additio.

Anmerkung.

Hier und in allen übrigen Arten des Rechnens macht der Lehrer, da die Bekanntſchaft derſelben ſchon in unbenannten Zahlen vorausgeſetzt wird, faſt immer damit den Anfang, daß er jedes Mal das erſte Beyſpiel ſelbſt anſchreibt, dann den Schülern zum Berechnen aufgibt, es zuletzt (es mag richtig oder unrichtig berechnet worden ſeyn) noch einmal mit lauten Worten berechnet, und ſogleich wieder dieſes Beyſpiel, oder das nächſtfolgende, oder ſonſt ein ähnliches eben ſo von einzelnen Schülern laut berechnen läßt. Dieſes gilt auch in jedem andern Falle, wo man zweifelt, ob eine Aufgabe richtig verſtanden wird.

Ohne ſolches Vor- und Nachmachen eines Beyſpiels, wo die angehörige Regel, wie man weiter unten findet, faſt im-

mer ſelbſt in der wörtlichen Auflöſung gehört wird, bekommen die Schüler ſelten eine erträgliche Rechnungsſprache, ſehen das Weſen nur dunkel oder gar nicht ein, vergeſſen die Regeln, die man wie ſo gewöhnlich einer Anzahl Beyſpiele nackt voranſchickt, und ſomit in kurzer Zeit ihr erlerntes Rechnen wieder.

Nebenbey muß er ſie freylich auch auf die einfache Bezeichnung der Geld- und Maßarten, welche gewöhnlich mit dem 1ſten und noch 1 oder 2 andern Buchſtaben geſchieht, aufmerkſam machen.

So bezeichnet man z. B.; Gulden mit Gl. oder fl., Kreuzer mit Kr. oder kr., Pfenning mit Pf. oder ₰ Zentner mit Ztr., Pfund mit Pfd. oder ℔ ꝛc.

[Der Lehrer ſchreibt folgende Poſten unter einander: 24 Kr. 12 — und 8 —, macht einen Querſtrich darunter und ſpricht:]

Ein Wirth empfängt von einem Gaſte 24 Kreuzer für ein Nachteſſen, 12 Kreuzer für Wein und 8 Kreuzer Schlafgeld; wie viel Kreuzer ſind dieß zuſammen?

Auflöſung: 8 und 2 ſind 10, und 4 ſind 14; ich ſchreibe 4 und behalte 1 im Sinn.

1 und 1 ſind 2 und 2 ſind 4; ich ſchreibe 4. Es ſind alſo zuſammen 44 Kreuzer.

24 kr.	[Die ganze Berechnung muß ausſehen, wie hier
12	links.]
8	L. Berechnet eben ſo Folgendes mit Ziffern!
44 kr.	1) Es hat ein Gaſt bey einem Wirthe für
	16 kr. Wein verzehrt; dann für 12 kr. Fleiſch,

für 3 kr. Salat und für 4 kr. Brod; wie viel iſt er dem Wirthe dafür ſchuldig geworden? Ant. 35 kr.

2) Eine Frau kauft für 18 kr. Butter, für 26 kr. Eyer, und für 14 kr. Milch; wie viel gibt ſie in Allem an Geld aus? Ant. 58 kr.

3) Eine Magd hat in ihrem Korbe 17 Pfund Fleiſch, 9 Pfd. Butter, 12 Pfd. Brod und 8 Pfd. Zucker; wie viel Pfund ſind dieß in Allem? Ant. 46 ℔.

4) Ein Metzger verkauft einer Köchin 24 Pfd. Ochſenfleiſch, 17 ℔ Kalbfleiſch, 14 ℔ Hammelfleiſch und 5 ℔ Schweinfleiſch; wie viel Pfund ſind dieß in Allem? Ant. 60 ℔.

5) Ein Vater kauft Tuch, um ſeine 4 Kinder damit zu kleiden: er braucht 10 Ehlen für das größte, 9 Ehlen für das 2te, 8 Ehlen für das 3te und auch 8 Ehlen für das 4te; wie viel Ehlen ſind dieß zuſammen? Ant. 35 Ehlen.

6) Eine Frau hat 5 Stück Tuch auf der Bleiche liegen: das 1ſte enthält 60 Ehlen, das 2te 52 Ehl. das 3te 38 Ehl. das 4te 17 Ehl. und das 5te 9 Ehlen; wie viel Ehlen ſind dieß zuſammen? Ant. 176 Ehlen.

7) Ein Schuhmacher hat an einen Herrn zu fodern: 1ſtens 16 fl. für 2 Paar Stiefel, 2tens 9 fl. für 3 Paar Schuhe, 3tens 1 fl. für Sohlen, 4tens 2 fl. für Fleck; wie viel Gulden macht die ganze Foderung? Ant. 28 fl.

8) Ein Schreiner hat von einem Herrn zu empfangen: 1ſtens 12 fl. für 3 neue Tiſche, 2tens 18 fl. für ein Dutzend Stühle, 3tens 36 fl. für einen Schrank, 4tens 7 fl. für einen Kaſten, 5tens 8 fl. für eine Bettlade; wie viel Geld macht dieſes zuſammen? Ant. 81 fl.

9) Ein Herr hat Geld ausgeliehen, und zwar: 984 fl.

an einen Müller, 867 fl. an einen Bäcker, und 796 fl an einen Bauer; wie viel Geld hat demnach der Herr in Allem ausſtehen? Ant. 2647 fl.

10) Es hat Einer folgende Dinge verkauft: 1ſtens ſein Haus um 1300 fl., 2tens ſeine Aecker um 827 fl., 3tens ſeine Wieſen um 115 fl., 4tens ſein Vieh um 208 fl.; 5tens ſein Hausgeräth um 1004 fl.; wie viel Geld hat er in Allem erlöst? Ant. 3454 fl.

Abziehung — Subtractio.

a.

[Der Lehrer ſchreibt 95 fl., dann unter dieſes: 42 fl. mit einem Querſtrich, und ſpricht:]

Ein Bäcker hat nach und nach 95 fl. für Brod erlöst, und gibt wieder 42 fl. davon aus; wie viel Geld hat er noch übrig? Ant. —

Auflöſung: 2 von 5 bleiben 3. Er ſchreibt 3. 4 von 9 bleiben 5. (Er ſchreibt 5 ſo, daß das ganze Beyſpiel ausſieht, wie hier links.)

95 fl.
42 —
53 fl.

L. Wie viel Gulden bleiben alſo übrig? Ant. 53 fl.

L. Hat man eine kleinere Zahl von einer größern abzuziehen, ſo verfährt man am beſten, wenn man, wie hier, die kleinere unter die größere ſchreibt. Berechnet jetzt Folgendes!

2) Ein Metzger hat 697 fl. in ſeinem Gurte, und gibt 254 fl. davon für Vieh aus; wie viel behält er noch übrig? Ant. 443 fl.

3) Eine Frau hat 170 Eyer, und verkauft 53 davon; wie viel behält ſie noch? Ant. 117 Eyer.

4) Eine Frau hat 250 Eyer, und verkauft 75 davon; wie viel behält ſie noch? Ant 175.

5) Ein Viehhändler hat 100 Stück Vieh: darunter ſind 29 Schweine, das Uebrige ſind Schafe; wie viel Schafe ſind es? Ant. 71 Schafe.

6) Ein Hirt hat 452 Stück Vieh: Darunter ſind 427 Schweine, das Uebrige ſind Geiſen; wie viel Geiſen ſind es? Ant. 25 Geiſen.

7) Ein Bauer hat um 384 fl. Aecker gekauft, und ſogleich 236 fl. daran bezahlt; wie viel iſt er noch ſchuldig? Ant. 148 fl.

8) Es hat Einer ein Landgut um 9780 fl. gekauft, und ſogleich 5352 fl. daran bezahlt; wie viel iſt er noch ſchuldig? Ant. 4428 fl.

9) Das ganze Gut eines Mannes iſt 8063 fl. werth; er hat aber 5124 fl. Schulden; wie hoch ſteht ſein Vermögen noch, wenn er ſeine Schulden bezahlt hat? Ant. Auf 2939 fl.

10) Ein Müller hat ſeine Mühle um 9010 fl. verkauft, und ſich eine andere um 3176 fl. bauen laſſen; wie viel Geld blieb ihm noch von der erſten übrig? Ant. 5834 fl.

11) Ein Vater hat 8000 fl. in ſeiner Kaſſe, er gibt aber ſeinem Sohne 4276 fl. davon, damit ſich dieſer Güter kaufen kann; wie viel bleibt noch in der Kaſſe? Ant. 3724 fl.

---

b.

L. Wie viel Jahre ſind ſchon ſeit Chriſti Geburt verfloſſen?

L. Die Zahl, welche anzeigt, in dem wie vielten Jahre ſeit Chriſti Geburt wir ſind, heist man gewöhnlich die Jahrzahl. Welches war alſo die Jahrzahl vor 3 Jahren?

L. Welches war die Jahrzahl vor 11 Jahren?

L. Vor 15 Jahren kam ein Kind auf die Welt; welches war damals die Jahrzahl?

L. Vor 26 Jahren wurde jemand geboren; in welchem Jahrgang war dieſes?

8. Berechnet noch Folgendes:

1) Im Jahr 1798 nach Chriſti Geburt kam ein Knab zur Welt; wie alt war der im Jahr 1812? Ant. 14 Jahre.

2) Im Jahr 1803 wurde jemand geboren, und ſtarb im Jahr 1814. wieder; wie alt wurde er Ant. 11 Jahre.

3) Als die Jahrzahl 1440 war, wurde die Buchdruckerkunſt erfunden; wie lang iſt dieſes bis jetzt?

4) Als die Jahrzahl 1492 war, wurde Amerika entdeckt; wie lang iſt dieß bis jetzt?

5) Wie viel Jahre ſind ſeit der Erfindung der Buchdruckerkunſt bis zur Entdeckung Amerika's verfloſſen? Ant. 52 Jahre.

L. Sage mir jeder von euch, in welchem Jahrgang er auf die Welt kam, und berechne, wie viel Jahre er bis jetzt alt iſt!

Vervielfältigung — Multiplicatio.

Verwandlung höherer Geld und Masarten in geringere.

Geld.

a.

[Der Lehrer ſchreibt 74, dann unter dieſes: 3 kr. mit einem Querſtrich und ſpricht: Wie viel Kreuzer ſind 74 Groſchen, da 1 Groſchen 3 Kreuzer iſt?

Aufl. 1 Groſchen iſt 1 mal 3 Kreuzer, alſo ſind 74 Groſchen 74 mal 3 Kreuzer, oder 3 mal 74 Kreuzer.... 3 mal 4 ſind 12, ich ſchreibe 2 ꝛc.

74 × [Das Beyſpiel muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]

3 kr. L. Wie viel Kreuzer ſind alſo 74 Groſchen? Ant.

222 kr. 222 Kreuzer.

L. Sage jeder dieſe Berechnung noch einmal mit eben denſelben Worten her! Ant. 1 Groſchen iſt 1 mal 3 Kreuzer, alſo ſind 74 ꝛc.

L. So wie hier könnt ihr jedes Mal die Ueberlegung machen (wenn ihr eine größere Art des Geldes oder anderer Dinge in eine geringere Art verwandeln wollt) und die kleinere Zahl unter die größere ſchreiben.

[Berechnet daher wie vorhin Folgendes.]

1) Wie viel Kreuzer ſind 85 Groſchen? Aufl. 1 Groſchen iſt 1 mal 3 kr. alſo ſind 85 Groſchen 85 mal 3 Kreuzer, oder 3 mal 85 Kreuzer .... 3 mal 5 ſind ꝛc.

Es ſind alſo 255 Kreuzer.

2) Wie viel Kreuzer			ſind 247	Groſchen?		741	Kreuzer
3) Wie	—	—	— 350	—	?	1050	—
4) —	—	—	— 602	—	?	1806	—
5) —	—	—	— 900	—	?	2700	—

u. ſ. w.

Wie viel Kreuzer ſind 61 Batzen, da 1 Batzen 4 Kreuzer iſt? Aufl. 1 Batzen iſt 1 mal 4 kr. alſo ſind 61 Batzen 61 mal 4 Kreuzer, oder 4 mal 61 Kreuzer. 4 mal 1 iſt 4, ich ſchreibe 4 ꝛc. Es ſind alſo 244 Kreuzer.

Wie viel Kreuzer			ſind 73	Batzen?		292	Kreuzer.
—	—	—	— 126	—	?	504	—
—	—	—	— 315	—	?	1260	—

Wie viel Kreuzer ſind 250 Batzen? 1000 Kreuzer.
— — — — 800 — ? 3200 —
u. ſ. w.

Wie viel Kreuzer ſind 97 Sechſer, da 1 Sechſer 6 Kreuzer iſt? Aufl. 1 Sechſer iſt 1 mal 6 Kreuzer, alſo ſind ꝛc. Es ſind alſo 582 Kreuzer.

Wie viel Kreuzer ſind 83 Sechſer? 498 Kreuzer.
— — — — 249 — ? 1494 —
— — — — 302 — ? 1812 —
u. ſ. w.

Wie viel Batzen ſind 78 Dreybätzner? Aufl.
1 Dreybätzner iſt 1 mal 3 Batzen, alſo ſind 78 Dreybätzner 78 mal 3 Batzen, oder 3 mal 78 Batzen. 3 mal 8 ſind 24 ꝛc. Es ſind alſo 234 Batzen.

Wie viel Batzen ſind 85 Dreybätzner? 255 Batzen.
— — — — 124 — ? 372 —
— — — — 302 — ? 906 —
u. ſ. w.

Wie viel Batzen ſind 79 Kopfſtück, da 1 Kopfſtück 5 Batzen iſt? Aufl. 1 Kopfſtück iſt 1 mal 5 Batzen, alſo ſind 79 Kopfſt. ꝛc. 395 Batzen.

Wie viel Batzen ſind 74 Kopfſtück? 370 Batzen.
— — — — 290 — ? 1450 — .
— — — — 405 — ? 2025 — .
u. ſ. w.

Wie viel Batzen ſind 28 Sechsbätzner? Aufl.
1 Sechsbätzner iſt 1 mal 6 Batzen, alſo ſind 28 ꝛc. 168 Batzen.

Wie viel Batzen ſind 39 Sechsbätzner? 234 Batzen.
— — — — 80 — ? 480 —
— — — — 503 — ? 3018 —
u. ſ. w.

b.

Wie viel Kreuzer ſind 78 Dreybätzner?

[Anm. Hier werden mehrere Schüler die Dreybätzner zu⸗erſt in Batzen, und dann die Batzen in Kreuzer verwandeln, andere hingegen werden ſogleich alles in Kreuzern berechnen. Der Lehrer mache ſie daher mit beyden Auflöſungsarten bekannt, übe ſie aber vorzüglich in der letztern, als:]

1 Dreybätzner iſt 1 mal 12 Kreuzer, alſo ſind 78 Dreybätzner 78 mal 12 Kreuzer, oder 12 mal 78 Kreuzer ꝛc. Es ſind 936 kr.

Wie viel Kreuzer ſind 96 Dreybätzner?
— — — — 237 — ?
— — — — 302 — ?
u. ſ. w.

Wie viel Kreuzer ſind 38 Kopfſtück? Aufl.
1 Kopfſtück iſt 1 mal 20 kr., alſo ꝛc. 760 Kreuzer.

Wie viel Kreuzer ſind 64 Kopfſtück?
— — — — 88 — ?
u. ſ. w.

Wie viel Kreuzer ſind 42 Sechsbätzner?
— — — — 505 — ?
u. ſ. w.

Wie viel Kreuzer ſind 24 fl., da 1 Gulden 60 kr. iſt.?
Aufl. 1 fl. iſt 1 mal 60 Kreuzer ꝛc. 1440.

Wie viel Kreuzer ſind 14 Gulden?
— — — — 90 — ?
— — — — 403 — ?
— — — — 9 — ? Aufl.

1 fl. iſt 1 mal 60 kr., alſo ſind 9 fl. 9 mal 60 Kreuzer *
9 mal nichts iſt nichts, ich ſchreibe eine Nulle.

9 mal 6 ſind 54. Es ſind alſo 540 Kreuzer.

* [Hier und in allen Fällen, wo ſchon die größere oder bequemere Zahl die Vervielfältigungszahl iſt, braucht man ſie nicht wie bisher mit dem Vervielfältiger zu verwechſeln.]

Wie viel Kreuzer ſind 7 Gulden? 420 Kreuzer.

— — — — 20 — ? 1200 — .

— — — — 40 — ? 2400 — .

— — — — 30 — ? 1800 — .

— — — — 10 — ? 600 — .

---

c.

Wie viel Batzen ſind 47 Gulden, da 1 fl. 15 Batzen iſt? Aufl.

1 fl. iſt 1 mal 15 Batzen, alſo ſind 47 fl. ꝛc. 705 B.

Wie viel Batzen ſind 73 fl?

— — — — 84 fl.?

— — — — 98 fl.?

— — — — 100 fl.?

u. ſ. w.

Wie viel Groſchen ſind 28 fl., da 1 fl. 20 Groſchen iſt? Ant. 560 Groſchen.

— — — — 73 fl.?

— — — — 85 fl.?

u. ſ. w.

Wie viel Sechſer ſind 58 fl., da 1 fl. 10 Sechſer iſt? Ant. 580 Sechſer.

— — — — 382 fl.? 3820 Sechſer.

— — — — 594 fl.? 5940 — .

u. ſ. w.

Wie viel Dreybätzner ſind 97 fl., da 1 fl. 5 Drbtr. iſt?
Ant. 485 Drbtzner.

— — — — 246 fl.? 1230 Dreybätzner.

u. ſ. w.

Wie viel Kopfſtück ſind 47 fl., da 1 fl. 3 Kopfſtück iſt? Ant.
141 Kopfſtück.

— — — — 84 fl.? 252 Kopfſt.

u. ſ. w.

---

d.

Wie viel Pfenning ſind 49 Kreuzer, da 1 kr. 4 Pfenning iſt?
Ant. 196 Pfenning.

— — — — 38 — ? 152 Pf.

— — — — 57 — ? 228 Pf.

u. ſ. w.

Wie viel Pfenning iſt 1 Groſchen? Ant. 12 Pfenning.

— — — ſind 45 — ? Aufl.

1 Groſchen iſt 1 mal 12 Pf. alſo ſind 45 Groſchen ꝛc.

Wie viel Pfenning ſind 56 Groſchen?

— — — — 68 — ?

— — — — 74 — ?

u. ſ. w.

L. Um Groſchen in Pfenninge zu verwandeln, kann man die Groſchen auch zuerſt in Kreuzer, und alsdann die Kreuzer vollends in Pfenninge verwandeln. Gebt daher Acht, wie ich auf dieſe Art 45 Groſchen in Pfenninge verwandle!

[Er ſchreibt 45, alsdann unter dieſe Zahl 3 kr. mit einem Querſtrich und ſpricht:]

1 Groſchen iſt 1 mal 3 Kreuzer, alſo ſind 45 Groſchen ꝛc. 135 Kreuzer.

1 Kreuzer iſt 1 mal 4 Pfenning, alſo ſind 135 kr. ꝛc. 540 Pfenning.

45 ×	[Die Berechnung muß ausſehen wie hier links:]
3 kr.	L. Berechnet eben ſo wieder Folgendes!
135 ×	Wie viel Pf. ſind 56 Groſchen?
4 Pf.	— — — — 68 — ?
540	— — — — 74 — ?
	u. ſ. w.

L. Um auf dieſe Art Groſchen in Pfenninge zu verwandeln, verwandelt man die Groſchen zuerſt in Kreuzer, und alsdann die Kreuzer vollends in Pfenninge. Was thut man, um eben ſo eine Anzahl Batzen in Pfenninge zu verwandeln? Ant. Man verwandelt die Batzen zuerſt in Kreuzer, und die Kreuzer alsdann in Pfenninge.

L. Eben ſo macht man es auch mit den Sechſern, Dreybätznern u. ſ. w wenn man ſie in Pfenninge verwandeln.

Berechnet mir daher wie vorhin Folgendes!

Wie viel Pfenninge ſind 37 Batzen? Aufl.

1 Batzen iſt 1 mal 4 Kreuzer, alſo ſind 37 Batzen ꝛc. 148 Kreuzer.

1 Kreuzer iſt 1 mal 4 Pfenning, alſo ſind 148 kr. ꝛc. 592 Pfenning.

Wie viel Pfenning ſind 46 Batzen?
— — — — 53 — ? u. ſ. w.
— — — — 34 Sechſer?
— — — — 82 — ? u. ſ. w.
— — — — 17 Dreybätzner? Aufl.

1 Drbtzr. iſt 1 mal 12 kr. alſo ſind 17 Drb. ꝛc. 204 kr.

1 Kreuzer iſt 1 mal 4 Pf. alſo ſind 204 kr. ꝛc. 816 Pf.

Wie viel Pfenning ſind 28 Dreybätzner?
— — — — 52 — ? u. ſ. w.

Wie viel Pfenning ſind 14 Kopfſtück?
— — — — 29 — ? u. ſ. w.
Wie — — — 9 Gulden ?
— — — — 7 — ?
— — — — 13 — ?
— — — — 10 — ? u. ſ. w.

[Haben die Schüler in dieſen Verwandlungen die gehörige Fertigkeit erreicht, ſo werden ſie ſich auch leicht auf die Verwandlung des Gewichtes und anderer Masarten verſtehen, wovon ich hier nur die gewöhnlichſten noch anführen will.]

Gewicht.

Wie viel Loth ſind 17 ℔, da 1 ℔ 32 Loth iſt? Aufl.
1 Pfund iſt 1 mal 32 Loth, alſo ſind 17 Pfund ꝛc. 544 Loth.
Wie viel Loth ſind 19 ℔? 608 Loth.
— — — — 27 ℔? 864 —.
— — — — 43 ℔? 1376 —.
u. ſ. w.

100 ℔ ſind 1 Zentner. Iſt alſo 1 Zentner 100 ℔, ſo ſind 2 Zentner 200 ℔; wie viel ℔ ſind aber 3 Zentner? Ant. 300 Pfund.

Wie viel ℔ ſind 4 Zentner? Ant. 400 Pfund.
— — ℔ — 9 — ? — 900 —.
— — ℔ — 18 — ? — 1800 —.
— — ℔ — 34 — ? — 3400 —.
u. ſ. w.

Wie viel Quintlein ſind 26 Loth, da 1 Loth 4 Quintlein iſt? Aufl.

1 Loth iſt 1 mal 4 Quintl., alſo ſind 26 Loth ꝛc. 104 Quintlein.

Wie viel Quintl. ſind 21 Loth? 84 Quintlein.
— — — — 29 — ? 116 —
u. ſ. w.

Wie viel Quintlein ſind 9 Pfund? Aufl.

1 ℔ iſt 1 mal 32 Loth, alſo ſind 9 ℔ 9 mal 32 Loth ꝛc. 288 Loth.

1 Loth iſt 1 mal 4 Quintl. alſo ſind 288 Loth ꝛc. 1152 Quintlein.

Wie viel Quintlein ſind 9 ℔?
— — — — 13 ℔?
u. ſ. w.

Anwendung.

Wenn 1 Loth Farb 2 Kreuzer koſtet, was koſten 27 Loth? Aufl.

Wenn 1 Loth 2 kr. koſtet, ſo koſten 27 Loth 27 mal ſoviel, das iſt: 27 mal 2 kr. oder 2 mal 27 Kreuzer. 2 mal 7 iſt ꝛc. 54 Kreuzer.

Wenn 1 Loth 3 Kreuzer koſtet, wie viel Kreuzer koſten 16 Loth? 48 kr.
— 1 — 4 — —, — viel Kreuzer koſten 15 Loth? 60 kr. oder 1 fl.
— 1 — 5 — —, wie viel Kreuzer koſten 12 Loth? 60 kr. oder 2 fl.
— 1 — Arzney 3 fl. koſtet, wie viel Gulden koſten 24 Loth? 72 fl.

Wenn 1 Loth 4 fl. koſtet, wie viel Gulden koſten 23 Loth? 92 fl.
— 1 — 7 fl. —, — — — — 30 Loth? 210 fl.

Wenn 1 Loth 3 fl. koſtet, wie viel Gulden koſtet 1 Pf.? *
— 1 — 4 fl. — , — — — — 1 Pf.?
128 fl.
— 1 — 7 fl. — , — — — — 1 Pf.?
224 fl.

u. ſ. w.

* Aufl. Wenn 1 Loth 3 fl koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal ſo viel, das iſt: 32 mal 3 fl., oder 3 mal 32 fl. ꝛc. 96 fl.

Wenn 1 Loth 4 fl. koſtet, wie viel fl. koſten 3 Pfund? *
— 1 — 5 fl. — , — — fl. — 7 — ?
— 1 — 3 fl. — , — — fl. — 9 — ?
— 1 — 2 fl. — , — — fl. — 11 — ?
— 1 — 5 fl. — , — — fl. — 10 — ?

u. ſ. w.

* Aufl. Wenn 1 Loth 4 fl. koſtet, ſo koſtet 1 ℔ 32 mal ſo viel, das iſt: 32 mal 4 fl., oder 4 mal 32 fl. ꝛc. 128 fl.

Koſtet aber 1 Pfund 128 fl., ſo koſten 3 Pfund 3 mal ſo viel, das iſt: 3 mal 128 fl. 3 mal 8 iſt 24 ꝛc Alſo 384 fl.

Wenn 1 Pfund Garn 3 Ehlen Tuch gibt, wie viel Ehlen geben 60 ℔? 180 Ehlen.
— 1 — — 2 — Tuch gibt, wie viel Ehlen geben 97 ℔? 194 Ehlen.
— 1 — — 4 — Tuch gibt, wie viel Ehlen geben 89 ℔? 356 Ehlen.
— 1 — — 5 — Tuch gibt, wie viel Ehlen gibt 1 Zentner? *
— 1 — — 2 — — gibt, wie viel Ehlen geben 4 Zentner? **
— 1 — — 3 — — gibt, wie viel Ehlen geben 7 Zentner?

u. ſ. w.

*Wenn 1 ℔ 5 Ehlen gibt, ſo gibt 1 Zentner 100 mal ſo viel, das iſt: 100 mal 5 Ehlen, oder 500 Ehlen.

** Wenn 1 ℔ 2 Ehlen gibt, ſo gibt 1 Zentner 100 mal ſo viel, das iſt: 100 mal 2 Ehlen, oder 200 Ehlen.

Gibt aber 1 Zentner 200 Ehlen, ſo geben 4 Zentner 4 mal ſo viel, das iſt: 4 mal 200 oder 800 Ehlen.

Zeit.

a.

8. Ein natürlicher Tag (das heist: Tag und Nacht zuſammen) iſt 24 Stund, ein Arbeitstag aber iſt gewöhnlich 12 Stund; hier ſoll die Rede nur von natürlichen Tagen ſeyn.

Wie viel Stund ſind demnach 32 Tag? Aufl.

1 Tag iſt 1 mal 24 Stund, alſo ſind 32 Tag ꝛc. 768 Stund.

Wie viel Stund ſind 39 Tag? 936 Stund.

— — — — 25 — ?

u. ſ. w.

Wie viel Tag ſind 19 Wochen, da eine Woche 7 Tag iſt? Aufl.

1 Woche iſt 1 mal 7 Tag, alſo ſind 19 Wochen 19 mal 7 Tage ꝛc. 133 Tag.

Wie viel Tag ſind 13 Wochen?

— — — — 37 — ?

u. ſ. w.

365 Tag machen 1 gemeines Jahr aus, nach 3 gemeinen Jahren nimmt man 366 Tag als 1 Jahr an, welches man Schaltjahr heist. *

Wie viel Tag ſind alſo 7 gemeine Jahre? 2555 Tag.
— — — — 5 — — ? 1825 —
— — — — 16 — — ? 5840 —
— — — — 10 — — ? 3650 —

* Ein Jahr in das andere hat eigentlich 365 Tag 5 Stund und 48⅘ Minuten. Dieſe 48⅘ Minuten ſpart man, weil man das Jahr gern mit ganzen Tagen endiget, zuſammen, bis ſie 1 Tag ausmachen, und nimmt alsdann 366 Tag als 1 Jahr, welches wegen dieſes eingeſchalteten Tages ein Schaltjahr genennt wird und alle 4 Jahre folgt.

Läßt ſich daher die Jahrzahl durch 4 ohne Reſt theilen, ſo hat man ein Schaltjahr.

Da aber jene 5 St. und 48⅘ Minuten in 4 Jahren erſt 23 St. 15⅕ Minuten ausmachen, die man gleichwohl für den Schalttag gelten läßt, folglich dem Schalttage ſelbſt wieder 44⅘ Minuten fehlen, ſo ſpart man auch dieſe fehlenden 44⅘ M. zuſammen, bis ſie 1 Tag ausmachen, und läßt alsdann 1 Schalttag weg, wo einer ſeyn ſollte. Solche Weglaſſung des Schalttages geſchieht nun, wie die alten Berechnungen ausweiſen, jedes Mal 3 mal nacheinander, wo die Jahrzahl auf 00 ausgeht. So war z. B. das Jahr 1600 ein Schaltjahr, und die darauf folgenden Jahrhunderte, nämlich 1700, 1800 und 1900 ſind keine Schaltjahre, obgleich ſie ſich durch 4 ohne Reſt theilen laſſen. Hingegen iſt das Jahr 2000 wieder ein Schaltjahr.

[Mit dieſer Anmerkung macht man die Schüler erſt ſpäterhin bekannt.]

Wie viel Minuten ſind 13 Stund, da 1 St. 60 Minuten iſt? 780 Min.
— — — — 19 — ? 1140 Min.
— — — — 30 — ? 1800 Min.

Wie viel Minuten ſind 3 Tag ? *

— — — — 5 — ? 7200 M.

— — — iſt 1 Woche ? 10080 —

— — — — 1 gem. Jahr ? 525600 M.

* 1 Stund iſt 60 Minuten, alſo iſt 1 Tag 24 mal 60 M. ꝛc. 1440 Minuten.

1 Tag iſt 1440 M. alſo ſind 3 Tag ꝛc. 4320 Minuten.

---

b.

L. Ein Jahr beſteht aus 12 Monaten, deren einige 30 Tage, und die andern 31 Tage haben. Einer von dieſen 12 Monaten, er heist **Februar**, hat 3 Jahr nach einander nur 28, und jedes Mal das 4te Jahr 29 Tage, weßwegen auch jedes 4te Jahr ein Schaltjahr iſt.

Mit dieſen 12 Monaten muß man wohl bekannt ſeyn, wenn man im Rechnen überall fortkommen will. Ich will euch ihre Namen, wie ſie jedes Jahr nach einander folgen, an die Tafel ſchreiben. [Er ſchreibt ſie wie hier folgt:]

Januar, Februar, März, April,
May, Juny, July, Auguſt,
September, Oktober, November, Dezember.

L. Damit ihr dieſe Namen in ihrer gehörigen Ordnung leicht behaltet, ſo merkt euch Folgendes:

1) In jedem der 4 erſten Monaten befindet ſich der Buchſtab r; in dieſen Monaten iſt es gewöhnlich rauh oder kalt.

2) In jedem der 4 andern befindet ſich kein r; in dieſen Monaten iſt es gewöhnlich warm.

3) In jedem der 4 letztern befindet ſich wieder der

Buchſtab r; in dieſen Monaten iſt es aber auch gewöhnlich wieder rauh oder kalt.

Sage jeder die 4 erſten Monate auswendig her! Januar, Februar ꝛc.

L. Sage jeder die 4 andern Monate auswendig her!

L. — — — 4 letztern — — —!

L. Sage jeder alle 12 Monate auswendig her, wie ſie nach einander folgen!

L. Damit ihr auch jedes Mal ſogleich angeben könnt, wie viel Tag jeder Monat hat, ſo müßt ihr zuerſt alle Monate auf einer Hand herſagen können.

Macht daher mit eurer linken Hand eine Fauſt, und legt ſie vor euch auf die Tafel (Bank, Tiſch)!

L. Betrachtet die 4 Knöchel auf dieſer Fauſt, und deutet mit dem rechten Zeigfinger auf jeden dieſer 4 Knöchel!

L. Zwiſchen dieſen 4 Knöcheln befinden ſich 3 Grübchen oder Vertiefungen, deutet auch in jedes Grübchen!

L. Deutet jetzt auf den Knöchel des Zeigfingers, und ſprecht: Januar!

L. Deutet in das Grübchen neben daran, und ſagt: Februar!

L. Deutet auf den folgenden Knöchel, und ſagt: März!

L. — — das folgende Grübchen, und ſagt: April!

L. — — den folgenden Knöchel, und ſagt: May!

L. — — das folgende Grübchen, und ſagt: Juny!

L. — — den folgenden Knöchel, und ſagt: July!

L. Deutet wieder auf den 1ſten Knöchel, nämlich am Zeigfinger, und ſagt: Auguſt!

L. Fahrt eben ſo fort zu deuten, und nennt noch die übrigen Monate!

L. Sage jeder die 12 Monate noch einmal ſo her, indem

er bald auf einen Knöchel, bald in ein Grübchen ſeiner linken Hand deutet!

L. Nun merkt euch dieſes! Jeder Monat, welcher nach unſerm bisherigen Deuten, auf einen Knöchel kommt, hat 31 Tage, jeder andere aber 30 und der Februar gar nur 28 oder 29 Tage.

Deutet daher gerad wieder wie vorhin auf eurer linken Hand, und ſagt Folgendes her!

Der Januar hat 31 Tag, der Februar nicht.
— März — 31 —, — April —.
— May — 31 —, — Juny —.
— July — 31 —.
— Auguſt — 31 —, — September —.
— Oktober — 31 —, — November —.
— Dezember — 31 —.

L. Wie viel Tag hat der July? — Unterſucht es an eurer Hand, wenn ihr es nicht gleich wißt!

L. Wie viel Tag hat der November? Ant. 30.

u. ſ. w.

Januar	31
Februar	28
März	31
April	30
May	31
Juny	30
July	31
Auguſt	31
September	30
Oktober	31
November	30
Dezember	31

[Der Lehrer wiſcht die Monatsnamen weg, ſchreibt ſie wie hier links nebſt ihrer Tagezahl unter einander, und ſpricht:] Hat jeder Monat ſo viel Tage, als ich hier angeſchrieben habe? Ant. Ja.

L. Schreibt ſie eben ſo auf eure Tafeln, zählt alsdann alle dieſe Tage zuſammen, und ſetzt ihre Summe darunter!

L. Wie viel Tage machen alle 12 Monate zuſammen aus?

Ant. 365 Tag.

L. Wie viel Tage würden aber alle 12 Monate zuſammen ausmacheu, wenn der Februar 29 Tag hätte? Ant. 366.

L. Wie heist man ſolches Jahr, welches 366 Tag hat? Ant. 1 Schaltjahr.

L. Wie heist man aber ſolches Jahr, welches 365 Tag hat? Ant. Ein gemeines Jahr.

L. Mit dem 1ſten Tage des Januars fängt das neue Jahr an, der eben deßwegen der Neujahrstag heist; welcher Tag iſt aber der letzte im Jahr? Ant. der 31te Dezember.

L. Wie viel Tag ſind im Januar, Februar und März, zuſammen in einem gemeinen Jahr? Ant. 90 Tage.

31	[Die Monatszahlen werden unter einander geſchrieben, wie hier links und zuſammengezählt:]
28	
31	Wie viel Tag ſind im April, May und Juny zuſammen?
90	

Wie viel Tag ſind im July, Auguſt und Sept. zuſammen?
— — — — — Oktob., Nov. und Dez. — . ?

Anwendung.

Wenn Einer jeden Tag 12 fl. einnimmt, wie viel erhält er da blos im April? Aufl. der April hat 30 Tag. Nimmt man alſo in 1 Tag 12 fl. ein, ſo nimmt man in 30 Tagen 30 mal ſo viel ein, das iſt: 30 mal 12 fl. ꝛc. 360 fl.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben von einzelnen Schülern laut berechnet:]

Wenn Einer täglich 13 fl. einnimmt, wie viel erhält er da im Oktober? 403 fl.

Wenn eine Haushaltung täglich 3 ℔ Brod braucht, wie viel braucht ſie blos im Februar in einem gemeinen Jahr? 84 ℔. Aufl.

Der Februar hat 28 Tag. Braucht man alſo in 1 Tag ꝛc

Wenn eine Haushaltung täglich 4 ℔ Brod braucht, wie viel ℔ braucht ſie für den Februar in einem Schaltjahre? 116 ℔.

Wenn Einer täglich 2 fl. verzehrt, wie viel verzehrt er in einem gemeinen Jahre? Aufl. Ein gemeines Jahr hat 365 Tag. Verzehrt man alſo in 1 Tag ꝛc. 730 fl.

Wenn Einer täglich 3 fl. verzehrt, wie viel verzehrt er in einem Schaltjahre? 1098 fl.

Wenn Einer täglich 9 Stund weit reiſet, wie weit kommt er in den erſten 3 Monaten eines gemeinen Jahres? Aufl. Die erſten 3 Monate machen 90 Tage aus. Reiſet man alſo in 1 Tag 9 Stund, ſo reiſet man in 90 Tagen 90 mal ſo weit ꝛc. 810 St.

Wenn Einer monatlich überhaupt 12 fl. Koſtgeld gibt, wie viel muß er fürs ganze Jahr bezahlen? Aufl. Das Jahr hat 12 Monate.

Gibt man alſo für 1 Monat 12 fl. ſo gibt man für 12 M. ꝛc. 144 fl.

Wenn Einer monatlich 15 fl. Koſtgeld gibt, wie viel macht dieß in 1 Jahre? 180 fl.

Wenn Einer monatlich 13 fl. Koſtgeld gibt, wie viel macht dieß in 3 Jahren? Aufl. Gibt man in 1 Monat 13 fl., ſo gibt man in 1 Jahr 12 mal ſoviel ꝛc. 156 fl.

Gibt man aber in 1 Jahr 156 fl., ſo gibt man in 3 Jahren ꝛc. 468 fl.

Wenn Einer monatlich 9 fl. Koſtgeld gibt, wie viel macht dieß in 4 Jahren? 432 fl.

Wenn Einer monatlich 8 fl. Koſtgeld gibt, wie viel macht dieß in 5 Jahren? 480 fl.

Wenn Einer monatlich für ſein Vieh 7 Zentner Heu braucht, wie viel braucht er in 3 Jahren? 252 Z.

Wenn Einer monatlich 4 Zentner Heu braucht, wie viel braucht er in 5 Jahren? 240 Z.

Raum.

[Die Berechnung des Raumes nach Ruthen, Schuh, Zoll ꝛc. iſt, ohne wenigſten einige Bekanntſchaft mit Meſſen ſelbſt zu haben, meiſt ein leeres Gedächtnißweſen. Mit dieſem Meſſen und Berechnen ſind gewöhnlich nur unſere Handwerker zum Theil vertraut; der Bürger oder Bauer aber, der es eben ſo nothwendig, ja noch nothwendiger als Zins-Kapital- und dergleichen Rechnungen braucht, womit die meiſten Rechenbücher wimmeln, weiß hievon gar nichts.

Will man ſich nun auch, weil es einmal der Brauch ſo iſt, blos mit einigen trockenen Erklärungen behelfen, ſo ſchreite man ſogleich zu den hier folgenden Berechnungen; will man aber gründlich in der Sache ſeyn, und neue Freude und neuen Fleiß unter ſeine Lehrlinge bringen, ſo nehme man vor Allem in der weiter unten folgenden Geometrie wenigſt die Uebung mit dem Längenmaß von A bis Anwendung, und alsdann gegenwärtige Aufgaben durch, als:]

Wie viel Zoll ſind 19 Schuh, da 1 Schuh 12 Zoll iſt? Aufl.

1 Schuh iſt 12 Zoll, alſo ſind 19 Schuh ꝛc. 228 Z.

Wie viel Zoll ſind 17 Schuh? 204 Z.

— — — — 20 — ? 204 Z.

u. ſ. w.

Wie viel Schuh ſind 13 Ruthen, da 1 Ruth 12 Schuh iſt? 156 Sch.

— — — — 18 — ? 216 Sch.

— — — — 30 — ? 360 Sch.

u. ſ. w.

Wie viel Zoll ſind 3 Ruthen? * 432 Zoll.
— — — — 2 — ? 288 —
— — — — 5 — ? 720 —
u. ſ. w.

* Aufl. 1 Ruth iſt 12 Schuh, alſo ſind 3 Ruthen ꝛc. 36 Schuh.
1 Schuh iſt 1 mal 12 Zoll, alſo ſind 36 Schuh ꝛc.

Wenn jeder Zoll von einem ſilbernen Drath 4 Kreuzer koſtet, was koſten 13 Zoll davon? Aufl. Koſtet 1 Zoll 4 kr. ſo koſten 13 Zoll 13 mal ſo viel, das iſt: 13 mal 4 kr. oder 4 mal 13 kr. Alſo 52 kr.

Wenn jeder Zoll von einem ſilbernen Drath 3 kr. koſtet, wie viel Kreuzer koſten 17 Zoll? 51 kr.

Wenn jeder Schuh einer metallenen Stange 3 fl. koſtet, was koſten 14 Schuh? 42 fl.

Wenn jeder Schuh einer metallenen Stange 5 fl. koſtet, was koſten 13 Schuh? 65 fl.

Man macht einen Graben, und braucht zu jeder Ruthe deſſelben 3 Tag; wie lang braucht man zu 73 Ruthen? Aufl.

Braucht man zu 1 Ruth 3 Tag, ſo braucht man zu 73 Ruthen ꝛc. 219 Tag.

Man macht einen Graben, und braucht zu jeder Ruthe 4 Tag; wie lang braucht man zu 86 Ruthen? 344 Tag.

Theilung — Divisio.

A) Aufgaben, wobey die allenfallſigen Reſte nicht als Brüche angegeben zu werden brauchen.

Verwandlung geringerer Geld und Maßarten in höhere.

G e l d.

a.

[Die Reſte werden hier in Kreuzern angegeben.]

kr. Gr.
164 (

[Der Lehrer ſchreibt wie hier links und ſpricht:]

164 Kreuzer, wie viel Groſchen machen dieſe aus?

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

3 Kreuzer ſind 1 Groſchen, alſo ſind 164 Kreuzer ſo viel Groſchen, als 3 Kreuzer darin enthalten ſind. (Er ſchreibt 3 mit kr. auf die linke Seite) 3 ſind in 16 5 mal enthalten ꝛc.

kr. | kr. (Gr.
3 | 164 (54
15
14
12
2

[Die ganze Berechnung muß, wenn man nicht nach der kürzern Art theilt, ausſehen wie hier links.]

L. Wie viel Groſchen ſind alſo 164 Kreuzer?

Ant. 54 Groſchen und 2 Kreuzer.

L. Sage mir jeder die Auflöſung dieſer Aufgabe noch einmal mit folgenden Worten her!

3 Kreuzer ſind 1 Groſchen, alſo ſind 164 Kreuzer ſo viel Groſchen, als 3 Kreuzer darin enthalten ſind;

3 Kreuzer ſind in 164 kr. 54 mal enthalten nebſt 2, folglich ſind 164 kr. 54 Groſchen und 2 Kreuzer.

[Der Lehrer laſſe einen Schüler nach dem andern an die Tafel treten, und die hier folgenden Aufgaben eben ſo mit

Worten und Ziffern laut berechnen, während die übrigen in der Stille ein Gleiches thun.]

Wie viel Groſchen ſind 195 Kreuzer? Aufl. 3 kr. ſind 1 Gr. ꝛc. 65 Gr.

— — — — 252 — ? 84 Gr.

— — — — 403 — ? 134 Gr. 1 kr.

— — — — 551 — ? 183 Gr. 2 kr.

u. ſ. w.

Wie viel Batzen ſind 115 Kreuzer? *

— — — — 324 — ? 81 B.

— — — — 508 — ? 127 B.

— — — — 750 — ? 187 B. 2 kr.

u. ſ. w.

* 4 Kreuzer ſind 1 Batzen, alſo ſind 115 Kreuzer ſo viel Batzen, als 4 Kreuzer darin enthalten ſind. (Hier unterſucht man, wie vielmal.) 4 Kreuzer ſind in 115 kr. 28 mal enthalten, nebſt 3, alſo ſind 115 Kreuzer 28 Batzen und 3 Kreuzer.

Wie viel Sechſer ſind 432 Kreuzer? Aufl. 6 kr. ſind 1 Sechſ. alſo ꝛc. 72 Sechſer.

— — — — 241 — ? — 40 Sechſ. und 1 kr.

— — — — 502 — ? — 83 — — 4 kr.

u. ſ. w.

Wie viel Dreybätzner ſind 864 Kreuzer? 72 Dr. Aufl. 12 kr. ſind 1 Drb. alſo ſind ꝛc.

— — — — 2479 — ? 206 Dr. 7 kr.

— — — — 1906 — ? 158 Dr. 10 kr. u. ſ. w.

Wie viel Kopfſtück ſind 1820 Kreuzer? 91 Kpf. Aufl. 20 kr. ſind 1 Kpf. alſo ſind ꝛc.

— — — — 1907 — ? 95 Kpf. 7 kr. u. ſ. w.

Wie viel Sechsbätzner ſind 4934 Kreuzer? 205 S. 14 kr. Aufl. 24 kr. ſind 1 Sechsbätzner ꝛc.

— — — — 7053 — ? 293 S. 21 kr. u. ſ. w.

Wie viel Gulden ſind 1380 Kreuzer? 23 fl. Aufl. 60 kr. ſind 1 fl. alſo ꝛc.

— — — — 5412 — ? 90 fl. 12 kr.

— — — — 7003 — ? 116 fl. 43 kr.

u. ſ. w.

Um jede Anzahl Kreuzer von 60 bis ungefähr 600 ſogleich in Gulden angeben zu können, nehme man hier auch folgende Uebung durch:

60 Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen unter
120 einander, verdeckt mit der Hand die Nulle bey 60,
180 dann bey 120 u. ſ. w. und ſpricht:
240 Wie vielmal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der Einer-
300 ſtelle? Ant. 1 mal 6.

L. Wie vielmal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 2 mal 6.

L. — — 6 — — hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 3 mal 6.

u. ſ. w.

L. Wenn eine mehrſtellige Zahl lauter Kreuzer bedeutet, ſo kann man ſogleich angeben, wie viel Gulden es ſind, man darf nur darauf ſehen, wie vielmal 6 eine ſolche Kreuzerzahl auſſerhalb der Einerſtelle enthält; denn ſo viel Gulden beträgt ſie, weil 1 mal 6 oder 2 mal 6 ꝛc. auſſer der Einerſtelle ſo viel heiſt als: 1 mal 60, 2 mal 6 ſo viel als: 2 mal 60 u. ſ. w.

Dieſe Zahlen ſollen alſo lauter Kreuzer bedeuten:

[Er verdeckt in 60 die Nulle und ſpricht:]

Sagt mir wieder, wie viel mal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 1 mal 6.

L. Und wie viel Gulden ſind 60 Kreuzer? Ant. 1 fl.

[Er verdeckt die Nulle in 120, und ſpricht:]

Wie viel mal 6 bemerkt ihr hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 2 mal 6.

L. Wie viel Gulden alſo? Ant. 2 fl.

[Er verdeckt die Nulle in 180, und ſpricht:]

Wie viel mal 6 bemerkt ihr hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 3 mal 6.

L. Wie viel Gulden macht alſo dieſe Anzahl Kreuzer? Ant. 3 fl.

u. ſ. w.

[Der Lehrer wiſcht alles weg, ſchreibt die hier links ſtehenden Zahlen unter einander und ſpricht:]

80	Dieſe Zahlen ſollen wieder lauter Kreuzer bedeuten.
90	[Er verdeckt die Nulle in 80 und ſpricht:]
140	Wie viel mal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der Ei-
150	nerſtelle? Ant. 1 mal 6 nebſt 2.
160	L. Dieſe übrigen 2 ſind 2 mal 10 oder 20, weil ſie von der Zehnerſtelle übrig bleiben; wie viel Gulden ſind als 80 Kreuzer? Ant. 1 fl. 20 Kreuzer.

[Er verdeckt die Nulle in 90 und ſpricht:]

Wie viel mal 6 bemerkt man hier? Ant. 1 mal 6 nebſt 3.

L. Wie viel Gulden ſind alſo 90 Kreuzer? Ant. 1 fl. 30 kr.

[Er verdeckt in 140 die Nulle und ſpricht:]

Wie vielmal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 2 mal 6 nebſt 2.

L. Wie viel Gulden ſind alſo 140 Kreuzer? Ant. 2 fl. 20 kr.

[Eben ſo kann man mit 150, 160, 170 und jeder 3ſtelligen Zahl verfahren, welche auf ihrer Einerſtelle eine Nulle hat.]

[Der Lehrer wiſcht auch dieſe Zahlen wieder weg, ſchreibt
83 die hier links ſtehenden, verdeckt 3 in 83 und
85 ſpricht:]
94 Wie viel mal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der
97 Einerſtelle? Ant. 1 mal 6 nebſt 2.
143 [Er ſtreicht 8 durch, ſchreibt 2 darüber und
147 ſpricht:]
154 2 mal 10 Kreuzer ſind 20, die 3 dazu ſind 23;
wie viel Gulden nnd übrige Kreuzer ſind alſo
83 Kreuzer!

Ant. 1 fl. 23 Kreuzer.

L. Wie viel Gulden ſind abet 85 Kreuzer? Ant. 1 fl. 25 kr.

[Er wiſcht dieſe 2 Beyſpiele weg, verdeckt 4 in 94, und ſpricht:]

Wie viel mal 6 bemerkt man hier auſſerhalb der Einerſtelle? Ant. 1 mal 6 nebſt 3.

[Er ſtreicht 9 durch, ſchreibt 3 darüber und ſpricht:]

Das iſt: 1 fl. und 30 kr., und die 4 kr. dazu iſt 34 kr.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind alſo 94 Kreuzer? Ant. 1 fl. 34 kr.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 97 kr.? Ant. 1 fl. 37 kr.

[Eben ſo verdeckt der Lehrer in den übrigen 3 Beyſpielen die Einerſtelle, fragt zuerſt: wie viel mal 6? dann: wie viel fl.? und ſetzt dieſe Uebung hierauf mit andern 3 ſtelligen Zahlen unter 600 fort, bis zur Fertigkeit.]

---

b.

L. Um eine Anzahl Kreuzer in Groſchen zu verwandeln oder anzugeben, unterſucht man, wie viel mal 3 Kreuzer da=

rin enthalten ſind; um eine Anzahl Kreuzer in Batzen zu verwandeln, unterſucht man, wie viel mal 4 Kreuzer darin enthalten ſind.

Was thut man, um eine Anzahl Kreuzer in Sechſer zu verwandeln?

Ant. Man unterſucht, wie viel mal 6 Kreuzer darin enthalten ſind?

L. Was thut man, um eine Anzahl Kreuzer in lauter Dreybätzner zu verwandeln?

L. — — —, — — Anzahl Kreuzer in lauter Kopfſtücke zu verwandeln?

L. — — —, — — Anzahl Kreuzer in lauter Sechsbätzner zu verwandeln?

L. — — —, — eine Anzahl Kreuzer in lauter Gulden zu verwandeln?

L. Was thut man, um eine Anzahl Pfenninge in Kreuzer zu verwandeln?

Ant. Man unterſucht, wie viel mal 4 Pfenning darin enthalten ſind.

L. So berechnet Folgendes!

Wie viel Kreuzer ſind 346 Pfenning? Aufl. 4 Pf. ſind 1 kr. alſo ſind 346 Pf. ꝛc. 86 kr. 2 Pf.

— — — ſind 728 Pfenning?

— — — — 2309 — ?

— — — — 3006 — ?

u. ſ. w.

L. Wie viel Groſchen ſind wohl 575 Pfenning?

L. Um eine Anzahl Pfenning in Groſchen zu verwandeln, kann man die Pfenning zuerſt in Kreuzern angeben; berechnet alſo zuerſt, wie viel Kreuzer 575 Pfenning ſind? Aufl. 4 Pf. ſind 1 kr. ꝛc. alſo ſind 575 Pfenning ꝛc. 143 Kreuzer und 3 Pfenning.

L. Merkt euch die 3 übrigen Pfenninge, und berechnet jetzt, wie viel Groſchen 143 Kreuzer ſind! Aufl.

12 Kreuzer ſind 1 Groſchen, alſo ſind 143 kr. ꝛc. 47 Groſchen und 2 kr.

L. Wie viel Groſchen und übrige Kreuzer und Pfenninge ſind alſo 575 Pfenning? Ant. 47 Groſchen, 2 kr. und 3 Pfenning.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel Groſchen ſind 799 Pfenning? 66 Gr. 1 kr. 3 Pf.
— — — — 1133 — ? 94 Gr. 1 kr. 1 Pf.
— — — — 1002 — ?

u. ſ. w.

L. Um eine Anzahl Pfenninge in Groſchen zu verwandeln, haben wir die Pfenninge zuerſt in Kreuzer, und alsdann erſt die Kreuzer vollends in Groſchen verwandelt; was thut man demnach, um eben ſo eine Anzahl Pfenninge in Batzen zu verwandeln?

Ant. Man verwandelt die Pfenninge zuerſt in lauter Kreuzer, und dann die Kreuzer vollends in Batzen.

L. Was thut man, um eben ſo eine Anzahl Pfenninge in lauter Sechſer zu verwandeln? Ant. Man verwandelt ſie zuerſt in lauter kr. ꝛc.

L. Eben ſo kann man auch verfahren, um eine Anzahl Pfenninge in lauter Dreybätzner, Kopfſtücke, Sechsbätzner und Gulden anzugeben. Berechnet daher Folgendes!

Wie viel Batzen ſind 919 Pfenning? Ant. 57 Batz. 1 kr. 3 Pfen.
— — — — 777 — ? — 48 — 2 kr. 1 Pfen.
— — Sechſer — 575 — ? — 23 Sechſ. 5 kr. 3 Pfen.

Wie viel Sechſer ſind 2265 Pfenning? Ant. 94 Sechſ. 2 kr. 1 Pfen.

— — Dreybätzner ſind 930 Pfenning? Ant. 19 Drb. 4 kr. 2 Pfen.

— — — — 1375 — ? Ant. 28 Drb. 7 kr. 3 Pfen.

— — Kopfſtück ſind 1710 — ? Ant. 21 Kop. 7 kr. 2 Pfen.

— — — — 1077 — ? Ant. 13 Kop. 9 kr. 1 Pfen.

— — Sechsbätzner — 1920 — ? Ant. 20 Sechsb.

— — — — 1398 — ? Ant. 14 — 13 kr. 2 Pfen.

— — Gulden — 2583 — ? Ant. 10 fl. 45 kr. 3 Pfen.

— — — — 7324 — ? Ant. 30 fl. 31 kr.

— — — — 4673 — ? Ant. 19 fl. 28 kr. 1 Pfen.

u. ſ. w.

L. Um eine Anzahl Pfenninge (welche nämlich eine geringere Geldart ſind als die Kreuzer) in Gulden zu verwandeln, haben wir die Pfenninge jedes Mal zuerſt in Kreuzern angegeben. Hat man nun eine Anzahl Groſchen, Batzen oder anderer geringen Geldarten (deren jede mehr iſt als 1 Kreuzer) in Gulden zu verwandeln, ſo kann man ſie ebenfalls zuerſt in Kreuzern angeben.

Berechnet daher Folgendes!

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 425 Groſchen?

Aufl. 1 Groſchen iſt 3 Kreuzer, alſo ſind 425 Gr. ꝛc. 1275 kr.

60 Kreuzer ſind 1 fl., alſo ſind 1275 kr. ꝛc. 21 fl. 15 kr.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 532 Groſchen?
26 fl. 36 kr.

— — — — — — — 827 Groſchen?
41 fl 21 kr.

u. ſ. w.

1) Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 341 Batzen?
22 fl. 44 kr.

— — — — — — ſind 425 Batzen?
28 fl. 20 kr. u. ſ. w.

2) — — — — — Kreuzer ſind 522 Sechſer?
52 fl. 18 kr.

— — — — — — ſind 905 Sechſer?
90 fl. 30 kr.

3) — — — — — — ſind 257 Drey-bätzner? 51 fl. 24 kr.

— — — — — Kreuzer ſind 432 Drey-bätzner? 86 fl. 24 kr.

4) — — — — — Kreuzer ſind 155 Kopf-ſtück? 51 fl. 40 kr.

— — — — — Kreuzer ſind 246 Kopf-ſtück? 82 fl.

5) — — — — — Kreuzer ſind 213 Sechs-bätzner? 85 fl. 12 kr.

— — — — — Kreuzer ſind 504 Sechs-bätzner? 201 fl. 36 kr.

u. ſ. w.

Aufloſungen:

1) Ein Batzen iſt 4 kr. alſo ſind 341 Batzen ꝛc.

2) 1 Sechſer iſt 6 kr., alſo ſind 523 Sechſer ꝛc.
3) 1 Drbtznr. iſt 12 kr., — — 257 Dreybätzn. ꝛc.
4) 1 Kopfſtück iſt 20 kr., — — 155 Kopfſt. ꝛc.
5) 1 Sechsbtzr iſt 24 kr., — — 213 Sechsbätzn. ꝛc.

Gr. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Bey-
425 ſpiel und ſpricht:]

Berechnet wieder, wie vorhin, wie viel Gulden und übrige Kreuzer 425 Groſchen ſind! Ant. 21 fl. 15 kr.

L. Statt, die angegebenen Groſchen, Batzen ꝛc. zuerſt in Kreuzern und alsdann erſt in Gulden zu verwandeln, kann man auch gleich ſo viel Groſchen, Batzen, Sechſer ꝛc. zuſammen denken, als 1 Gulden ausmachen, und unterſuchen, wie vielmal ſolche zuſammen gedachte Anzahl in der gegebenen enthalten iſt. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

20 Groſchen ſind 1 Gulden, alſo ſind 425 Groſchen ſo viel Gulden als 20 Groſchen darin enthalten ſind. (Er ſchreibt links 20, dann Gr. darüber und theilt wie gewöhnlich) 20 Groſchen ſind in 425 Groſchen 21 mal enthalten, nebſt 5 Groſchen, das ſind 5 mal 3 Kreuzer oder 15 kr.

Alſo ſind 425 Groſchen 21 fl. 15 kr.

Gr.	Gr.	fl.
20	425	21
	40	
	25	
	20	
	5 Gr. = 15 kr.	

[Die Berechnung iſt, (nach der längern Verfahrungsart) wie hier links.]

L. Berechnet eben ſo wieder folgende Aufgaben!

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 532 Groſchen?
— — — — — — — 827 — ?
Wie — — ꝛc. ſind 341 Batzen, da 15 Batzen 1 fl. ſind?
— — — — — 425 — ?

Wie viel Gulden ꝛc. ſind 257 Dreybätzner, da 5 Dreybätzner 1 fl. ſind?

— — — — — 432 — ?

Wie — — — — 155 Kopfſtück, da 3 Kopfſtück 1 fl. ſind?

— — — — — 246 — ?

Seckſer
523

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 523 Sechſer, da 10 Sechſer 1 fl ſind? —

L. So viel mal 10 Sechſer man hat, ſo viel Gulden hat man. Soll daher eine etwas große Anzahl Sechſer geſchwind in Gulden verwandelt werden, ſo darf man nur die Einerſtelle durch ein Strichlein abſöndern, und die übrigen Stellen als lauter Zehner betrachten. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel hier ganz kurz berechne!

523 Sechſer ſind (Er macht ein Querſtrichlein bey 3) 52 mal 10 Sechſer und 3 Sechſer, das iſt 52 fl. und 18 Kreuzer.

Sechſer
52/3
52 fl. 18 kr.

[Die Darſtellung dieſer Berechnung mag gemacht werden, wie hier links:]

L. Berechnet eben ſo kurz und mit denſelben Worten Folgendes!

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 905 Sechſer? Aufl. 905 Sechſer ſind 90 mal 10 Sechſer und 5 Sechſer (nämlich 90,5) das iſt: 90 fl. und 30 kr.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 714 Sechſer?
71 fl. 24 Kreuzer.

— — — — — — ſind 407 Sechſer?
40 fl. 42 kr.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 200 Sechſer?

20 fl.

— — — — — — — 53 Sechſer?

5 fl. 18 kr.

— — — — — — — 2370 Sechſer?

237 fl. 54 kr.

u. ſ. w.

Drbtznr. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende
257 Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 257 Dreybätzner? —

L. Wie man eine Anzahl Sechſer nicht zuerſt in Kreuzern anzugeben braucht, um ſie in Gulden zu verwandeln, ſo verwandelt man auch die Dreybätzner und Sechsbätzner nicht zuerſt in Kreuzer ſondern lieber gleich in lauter Sechſer, und hat ſomit alsdann wieder die Guldenzahl, wenn man die Einerſtelle abſöndert. Gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

1 Dreybätzner iſt 2 Sechſer, alſo ſind 257 Drbtzr. 257 mal 2 Sechſer, oder 2 mal 257 Sechſer ꝛc. Es ſind alſo 514 Sechſer. Folglich 51 fl. 24 kr.

Drbtzr. [Die Darſtellung mag ausſehen, wie hier
257 links:]
2 Berechnet eben ſo Folgendes!
51,4 Sechſer Wie viel Gulden ꝛc. ſind 432 Drbtzr., da 1
51 fl. 24 kr. Drbtzr. 2 Sechſer iſt?

— — — — ſind 216 Drbtzr.?

u. ſ. w.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 213 Sechbätz-

ner, da 1 Sechsbätzner 4 Sechſer iſt? Aufl. 1 Sechsbätzner iſt 4 Sechſer, alſo ſind 213 Sechsbätzner ꝛc.

852 Sechſer, das iſt: 85 fl. 12 Kreuzer.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 503 Sechsbätzner?

— — — — — — — 198 — ?

u. ſ. w.

Gewicht.

8. Wie man kleinere Arten des Geldes in größere oder höhere Arten verwandelt, ſo verwandelt man auch die geringeren Arten des Gewichtes, der Zeit und aller andern Rechnungs-Gegenſtände in höhere.

Berechnet daher Folgendes!

Wie viel Pfund und übrige Loth ſind 1479 Loth? Aufl.

32 Loth ſind 1 ℔, alſo ſind 1479 Loth ſo viel Pfund, als 32 Loth darin enthalten ſind. (Man unterſucht dieſes) 32 Loth ſind in 1479 Loth 46 mal enthalten nebſt 7, alſo ſind es 46 ℔ und 7 Loth.

Wie viel Pfund ſind 1664 Loth? 52 ℔.

— — — — 1285 —? 40 ℔. 5 Loth.

u. ſ. w.

Wie viel Zentner ſind 700 ℔, da 100 ℔ 1 Zentner ſind? Ant. 7 Zentner.

— — — — 2700 ℔? 27 Zentner.

— — — — 2760 ℔? 27 — und 60 ℔.

— — — — 3897 ℔? 38 — — 97 ℔.

u. ſ. w.

Wie viel Loth ſind 126 Quintlein, da 4 Quintl. 1 Loth ſind? 31 L. 2 Qtl.

Wie viel Loth ſind 227 Quintlein? 56 L. 3 Qt.
— — — — 113 — ? 28 L. 1 Qt.
u. ſ. w.

Wie viel Pfund und übrige Loth und Quintlein ſind 543 Quintlein?

Aufl. (Man unterſucht zuerſt, wie viel Loth es ſind, als:) 4 Quintlein ſind 1 Loth, alſo ſind 543 Qtl. ꝛc. 135 Loth und 3 Qtl.

32 Loth ſind 1 ℔, alſo ſind 135 Loth ꝛc. 4 ℔ und 7 Loth.

Folglich ſind 543 Quintl. 4 ℔. 7 Loth, und 3 Qtl.
Wie viel Pfund ſind 1702 Quintlein? 13 ℔. 9 L. 2 Qt.
— — — — 3073 — ? 24 ℔. 1 Qt.
u. ſ. w.

Wie viel Zentner und übrige Pfund und Loth ꝛc. ſind 26681 Quintl.?

Ant. 2 Zentner. 8 ℔. 14 Loth und 1 Qtl.
Wie viel Zentner ſind 28,813 Quintlein? 2 Z. 25 ℔. 3 L. 1 Qt.
— — — — 23,014 — ? 1 Z. 79 ℔. 25 L. 2 Qt.
— — — — 43,889 — ? 3 Z. 42 ℔. 28 L. 1 Qt.
u. ſ. w.

Zeit.

Wie viel Stund und übrige Minuten ſind 206 Minuten, da 60 Minuten 1 Stund ſind? Aufl. 60 Min. ſind 1 Stund alſo ꝛc. 3 St. 26 Min.

Wie viel Stund ſind 1217 Minuten? 17 St. 20 Min.
— — — — 1404 — ? 23 St. 24 Min.
u. ſ. w.

Wie viel Tag und übrige Stund ſind 656 Stund, da 24 Stund 1 Tag ſind? 27 T. 8 St.

Wie viel Tag ſind 837 Stund? 34 T. 21 St.
— — — — 1685 — ? 70 Tag und 5 St.
u. ſ. w.

Wie viel Wochen und übrige Tag ſind 171 Tag, da 7 Tag 1 Woche ſind? 24 Wochen und 3 Tag.

Wie viel Wochen ſind 165 Tag? 23 W. 4 T.
— — — — 365 — ? 52 W. 1 T.
u. ſ. w.

Wie viel Jahr und übrige Monat ſind 485 Monat, da 12 Monat 1 Jahr ſind? 40 Jahr und 5 Monat.

Wie viel Jahr ſind 136 Monat? 11 J. 4 M.
— — — — 146 — ? 12 J. 2 M.
u. ſ. w.

Wie viel Jahr und übrige Tag ſind 2558 Tag, da 365 Tag 1 Jahr ſind? 7 J. 3 T.

Wie viel Jahr ſind 1460 Tag? 4 J.
— — — — 3650 — ? 10 Jahr.
u. ſ. w.

Wie viel Tag und übrige Stund und Minuten ſind 14,194 Minuten?

Aufl. 60 Minuten ſind 1 Stund, alſo ſind 14194 Minuten ꝛc. 236 Stund und 34 Min.

24 Stund ſind 1 Tag alſo ſind 236 Stund ꝛc. 9 Tag und 20 Stund.

Folglich ſind 14,194 Minuten 9 Tag, 20 Stund und 34 Minuten.

Wie viel Tag ſind 25,832 Minuten? 17 T. 22 St. 32 M.
— — — — 21,800 — ? 15 T. 3 St. 20 M.

u. ſ. w.

Wie viel Wochen und übrige Tag und Stund ſind 1487 Stund?

[Hier ſucht man wieder zuerſt, wie viel Tag, und dann, wie viel Wochen.] Es ſind 8 W. 5 T. 23 St.

Wie viel Wochen ſind 2120 Stund? 12 W. 4 T. 8 St.
— — — — 1526 — ? 9 W. 14 St.

u. ſ. w.

Wie viel Jahr und übrige Wochen und Tag ſind 5000 Tag?

Aufl. 365 Tag ſind 1 Jahr, alſo ſind 5000 Tag ꝛc. 13 Jahr und 55 Tag.

7 Tag ſind 1 Woche, alſo ſind 255 Tag ꝛc. 36 Wochen und 3 Tag.

Folglich ſind 5000 Tag 13 Jahr, 36 Wochen und 3 Tag.

Wie viel Jahr, Wochen und Tag ſind 5542 Tag? 15 Jahr 9 W. und 4 Tag.
— — — — — — ſind 8764 Tag?

u. ſ. w.

Wie viel Jahr, Wochen und Tag ſind 1000 Wochen? Aufl.

1 Woche iſt 1 mal 7 Tag, alſo ſind 1000 Wochen 1000 mal 7 Tag, das iſt: 7000 Tag.

365 Tag ſind 1 Jahr, alſo ſind ꝛc. Folglich ſind 1000 Wochen 19 Jahr 9 Wochen 2 Tag.

Wie viel Jahr, Wochen und Tag ſind 3720 Wochen?
— — — — — — — 2027 — ?

u. ſ. w.

---

2. Weil alle 4 Jahre ein Schaltjahr iſt, ſo kann man

jedes Mal ſogleich finden, ob man ein Schaltjahr habe, nämlich wenn ſich die Jahrzahl durch 4 ohne Reſt theilen läßt. Unterſucht nun geſchwind, ob ſich die Jahrzahl 1796 durch 4 ohne Reſt theilen laſſe! Ant. Ja.

L. War alſo das Jahr 1796 ein Schaltjahr? Ant. Ja.

L. Wie viel Tage hatte da der Februar? Ant. 29 Tag.

L. War auch das Jahr 1810 ein Schaltjahr? Ant. Nein.

L. Iſt wohl dieſes Jahr, in welchem wir jetzt leben, ein Schaltjahr?

L. Wie viel Schalttage befinden ſich in 32 auf einander folgenden Jahren?

Aufl. In 4 Jahren iſt 1 Schalttag, alſo ſind in 32 Jahren ſo viel Schalttage als 4 Jahr in 32 Jahren enthalten ſind.

4 ſind in 32 achtmal enthalten, alſo befinden ſich in 32 Jahren 8 Schalttage.

L. Wie viel Schalttage befinden ſich in 20 nach einander folgenden Jahren? Ant. 5 Schalttage.

L. Wie viel Schalttage befinden ſich in 56 nach einander folgenden Jahren? Ant. 14 Schalttage.

L. Wenn Einer 8 Jahr alt iſt, ſo hat er gewöhnlich auch 8 mal ſeinen Geburtstag erlebt; iſt er 9 Jahr alt, ſo hat er ihn 9 mal erlebt; kurz, ſo viel Jahre Einer alt wird, ſo vielmal kann er auch ſeinen Geburtstag feyern.

Nun iſt Einer 12 Jahre alt geworden, und hat nur 3 mal ſeinen Geburtstag erlebt; wie mag dieſes zugegangen ſeyn? Ant. Er iſt auf einen Schalttag zur Welt gekommen.

Raum.

Wie viel Schuh und übrige Zoll ſind 300 Zoll, da 12 Zoll 1 Schuh ſind? Ant. 25 Schuh.

Wie viel Schuh ſind 234 Zoll? Ant. 19 Sch. 6 Zoll.
Wie — — — 369 —? — 30 — 9 —.

u. ſ. w.

Wie viel Ruthen und übrige Schuh ſind 450 Schuh, da 12 Schuh 1 Ruthe ſind? Ant. 37 Rut. 6 Schuh.

Wie viel Ruthen ſind 500 Schuh? Ant. 41 Rut. 8 Sch.
— — — — 325 — ? — 27 Rut. 1 Sch.

u. ſ. w.

Wie viel Ruthen und übrige Schuh und Zoll ſind 3405 Zoll?

Aufl. 12 Zoll ſind 1 Schuh, alſo ſind 3405 Zoll ꝛc.
283 Schuh und 9 Zoll.
12 Schuh ſind 1 Ruthe, alſo ſind 283 Schuh ꝛc.
3405 Zoll ſind alſo 23 Ruthen 7 Schuh und 9 Zoll.

Wie viel Ruthen, Schuh und Zoll ſind 1218 Zoll? Ant. 8 Ruthen 5 Sch. 6 Zoll.
— — — — — — ſind 2967 Zoll? Ant. 20 Rut. 7 Sch. 3 Zoll.

u. ſ. w.

Zuſammengeſetztere Aufgaben.

Die Reſte werden in Kreuzern angegeben.

a.

1) Wenn 1 Ehle Band 2 Kreuzer koſtet, wie viel Gulden koſten da 784 ſolche Ehlen?

Aufl. Wenn 1 Ehle 2 kr. koſtet, ſo koſten 784 Ehlen 784 mal ſo viel, das iſt: 784 mal 2 Kreuzer, oder 2 mal 784 Kreuzer.

2 mal 4 ſind 8 ꝛc. das ſind 1568 Kreuzer.

60 Kreuzer ſind 1 fl., alſo ſind 1568 kr. ꝛc. 26 fl. 8 kr.

2) Wenn 1 Ehle 2 kr. koſtet, wie viel Gulden koſten 693 ſolche Ehlen? Ant. 23 fl. 6 kr.

3) Ein Krämer hat 532 Ehlen Band, jede zu 5 kr; wie viel Gulden koſten ſie zuſammen? Aufl. Koſtet 1 Ehl 5 kr. ſo koſten 532 Ehlen ꝛc. 44 fl. 20 kr.

4) Ein Häfner hat 259 Häfen, und verkauft jeden um 7 kr wie viel Gulden löst er? Aufl. Koſtet 1 Hafen 7 kr. ſo koſten 259 Häfen ꝛc. 30 fl. 13 kr.

5) Ein Ziegler hat 9000 Ziegel zu 5 kr. im Vorrathe; wie viel Gulden betragen ſie? Ant. 750 fl.

6) Man hat 93 Pfund Käs zu 11 kr.; wie viel Gulden macht dieß? Ant. 17 fl. 3 kr.

Wie viel Gulden koſten	523	Ehlen Band,	jede zu 6 kr.? *
— — — —	905	— ,	jede zu 6 kr.? 90 fl. 30 kr.
— — — —	714	— ,	— — 6 kr.? 71 fl. 24 kr.
— — — —	2605	— ,	— — 6 kr.? 260 fl. 30 kr.
— — — —	257	— ,	— — 12 kr.? **
— — — —	848	— ,	— — 12 kr.?
— — — —	371	— ,	— — 18 kr.?
— — — —	403	— ,	— — 18 kr.?
— — — —	278	— ,	— — 24 kr.?
— — — —	529	— ,	— — 24 kr.?
— — — —	2047	— ,	— — 30 kr.?
— — — —	583	— ,	— — 36 kr.?
— — — —	155	— ,	— — 20 kr.? ***
— — — —	438	— ,	— — 20 kr.?

Wie viel Gulden koſten	619	Ehlen,	jede zu	20 kr.?
— — — —	254	—,	— —	40 kr.?
— — — —	705	—,	— —	40 kr.?
— — — —	223	—,	— —	15 kr.?
— — — —	437	—,	— —	15 kr.?
— — — —	502	—,	— —	45 kr.?
— — — —	321	—,	— —	45 kr.?

u. ſ. w.

* Hier muß in allen Fällen, wo der Betrag des Einzelnen 6 kr., 12 kr., 18 kr., oder überhaupt eine ſolche Kreuzerzahl iſt, die ſich in Sechſern angeben läßt, und nach Gulden gefragt wird, geſchieht die Berechnung am leichteſten in lauter Sechſern, daher für die obigen Aufgaben folgende Auflöſungen:

Koſtet 1 Ehle 1 Sechſer, ſo koſten 523 Ehlen 523 Sechſer, das iſt: (Man ſöndert hier die Einerſtelle ab) 52 fl. u. 18 kr.

** 12 Kreuzer ſind 2 Sechſer:

Koſtet alſo 1 Ehl 2 Sechſer, ſo koſten 257 Ehlen 257 mal ſo viel, das iſt: 257 mal 2 Sechſer, oder 2 mal 257 Sechſer (2 mal 7 iſt 14 ꝛc.) das ſind 514 Sechſer oder 51 fl. 24 kr.

*** Iſt der einzelne Betrag in 20 oder 40 kr. gegeben, und wird nach Gulden gefragt, ſo läßt ſich Alles leicht in Kopfſtücken berechnen, als:

Koſtet 1 Ehle 20 kr. oder 1 Kopfſtück, ſo koſten 155 Ehlen 155 Kopfſtück. Nun ſind 3 Kopfſtück 1 fl., alſo ſind 155 Kopfſtück ſo viel Gulden als 3 Kopfſt. darin enthalten ſind (Man unterſucht dieſes) 51 mal nebſt 2 Kopfſt.. Das iſt alſo: 51 fl. 40 kr.

Eben ſo die andern 2 Auflöſungen, und dann:

Wenn 1 Ehl 40 kr. oder 2 Kopfſtück koſtet, ſo koſten

254 Ehlen 254 mal 2 Kpf. ꝛc. alſo 508 Kopfſtück. Nun ſind 3 Kopfſtück 1 fl., alſo ſind 508 Kopfſtück ꝛc. 169 fl. 20 kr.

Eben ſo kann man auch, wenn der einzelne Werth 15 kr. oder 45 kr., oder ſonſt eine taugliche Kreuzerzahl iſt, alles in lauter Viertelsgulden oder in andern Brüchen berechnen; allein weil hier noch nichts von Brüchen vorgekommen iſt, ſo halte man ſich jetzt, auſſer den Fällen mit den Sechſern und Kopfſtücken nur noch an die Auflöſung in Kreuzern als: Koſtet 1 Ehl 15 kr., ſo koſten 223 Ehlen 223 mal 15 kr. ꝛc. 3345 kr. Nun ſind 60 kr. 1 fl., alſo ſind 3345 kr. ꝛc. 55 fl. 45 kr.

u. ſ. w.

B) Aufgaben, wobey die allenfallſigen Reſte als Brüche angegeben werden, wenn ſie ſich nicht mehr in geringere Geld- oder Maßarten verwandeln laſſen.

a) Die Reſte werden in geringern Geldarten angegeben.

L. Wenn 2 Perſonen etwas gleichmäßig mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon; wenn 3 Perſonen etwas gleichmäßig mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon.

Wenn demnach 4 Perſonen etwas gleichmäßig mit einander theilen, was bekommt 1 Perſon? Ant. den 4ten Theil davon.

Wenn aber 5 Perſonen etwas gleichmäßig mit einander theilen, was bekommt 1 Perſon? Ant. den 5ten Theil davon.

u. ſ. w.

fl. [Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehende Zahl und
734 ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen 734 Gulden mit einander theilen, wie viel Gulden bekommt da 1 dieſer Perſonen? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Wenn 2 Perſonen 734 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon.

Ich finde den halben Theil von 734 fl., wenn ich unterſuche, wie viel mal 2 fl. darin enthalten ſind: (Er ſchreibt links 2 und fl. darüber ꝛc.)

2 ſind in 7. 3 mal enthalten ꝛc. Es bekommt alſo 1 Perſon 367 fl.

fl.	fl.	
2	734 (	367
	ꝛc.	

[Die Berechnung muß wieder ausſehen, wie hier links angezeigt iſt.]

[Der Lehrer läßt eben ſo mit lauten Worten von einzelnen Schülern folgende Aufgaben berechnen:]

Wie viel Gulden bekommt 1 Perſon, wenn 2 Perſonen 376 fl. mit einander theilen? 188 fl.

Wie viel ꝛc. wenn 2 Perſonen 798 fl. mit einander theilen? 399 fl.

— — — — 3 — 471 — — — theilen? 157 fl.

— — — — 3 — 912 — — — theilen? 304 fl.

— — — — 4 — 328 — — — theilen? 82 fl.

— — — — 5 — 1870 — — — theilen? 374 fl.

— — — — 6 — 7302 — — — theilen? 1217 fl.

— — — — 7 — 2135 — — — theilen? 305 fl.

— — — — 8 — 4736 — — — theilen? 592 fl.

Wie viel ꝛc. wenn 9 Perſonen 5463 fl. mit einander theilen?
607 fl.

— — — — 10 — 370 — — — theilen?
37 fl.

— — — — 10 — 7480 — — — theilen?
748 fl.

— — — — 11 — 4983 — — — theilen?
453 fl.

— — — — 11 — 2937 — — — theilen?
267 fl.

— — — — 20 — 1960 — — — theilen?
98 fl.

— — — — 30 — 2400 — — — theilen?
80 fl.

— — — — 24 — 6240 — — — theilen?
260 fl.

— — — — 37 — 1554 — — — theilen?
42 fl.

— — — — 13 — 1261 — — — theilen?
97 fl.

— — — — 18 — 1296 — — — theilen?
72 fl.

L. Wie viel Gulden und übrige Kreuzer bekommt 1 Perſon, wenn 2 Perſonen 735 Gulden mit einander theilen?

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Wenn 2 Perſonen 735 fl. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon. Ich finde ꝛc. Es bleibt 1 fl. übrig, das iſt: 60 Kreuzer (Er ſchreibt 60 kr. unter 1 fl.

Nun theilen die 2 Perſonen auch noch dieſe 60 Kreuzer.

Theilen aber 2 Perſonen 60 Kreuzer mit einander, ſo bekommt 1 Perſon den halben Theil davon.

Ich finde den halben Theil von 60 Kreuzern, wenn ich unterſuche, wie viel mal 2 Kreuzer in 60 Kreuzern enthalten ſind ꝛc.

fl. | fl.
2 | 735 (367
ꝛc.
1 fl.
2 | 60kr (30

Es bekommt alſo 1 Perſon 367 fl. 30 kr. [Die Berechnung ſieht aus, wie hier links angezeigt iſt.]

[Eben ſo werden von einzelnen Schülern mit lauten Worten folgende Aufgaben berechnet:]

Was bekommt 1 Perſon, wenn 2 Perſonen 517 fl. mit einander theilen? 258 fl. 30 kr.

Was ꝛc. wenn 3 Perſonen 673 fl. mit einander theilen? 224 fl. 20 kr.

— — — 3 — 8437 — — — theilen? 2812 fl. 20 kr.

— — — 4 — 1509 — — einander theilen? 377 fl. 15 kr.

— — — 5 — 8631 — — einander theilen? 1726 fl. 12 kr.

— — — 6 — 469 — — einander theilen? 78 fl. 10 kr.

— — — 10 — 2931 — — einander theilen? 293 fl. 6 kr.

— — — 12 — 3577 — — einander theilen? 298 fl. 5 kr.

— — — 15 — 10591 — — einander theilen? 706 fl. 4 kr.

— — — 20 — 7941 — — einander theilen? 397 fl. 3 kr.

— — — 30 — 2671 — — einander theilen? 89 fl. 2 kr.

Was ꝛc. wenn 60 Perſonen 4321 fl. mit einander theilen?
72 fl. 1 kr.

Wenn 3 Perſonen 674 fl. mit einander theilen, wie viel bekommt da 1 Perſon?

[Die Berechnung geſchieht hier wie vorhin. Es bleiben 2 fl. übrig, das iſt: 2 mal 60 Kreuzer, oder 120 kr. ꝛc] Es bekommt alſo 1 Perſon 224 fl. 40 kr.

Wie viel bekommt 1 Perſon, wenn 3 Perſonen 437 fl. mit einander theilen? 145 fl. 40 kr.

Wie viel ꝛc. wenn 4 Perſonen 915 fl mit einander theilen?
228 fl. 45 kr.

— — — — 5 — 732 — — einander theilen?
146 fl. 24 kr.

— — — — 6 — 2375 — — einander theilen?
395 fl 50 kr

— — — — 10 — 2934 — — einander theilen.
293 fl. 24 kr

— — — — 12 — 3578 — — einander theilen?
298 fl. 10 kr.

— — — — 15 — 10594 — — einander theilen?
706 fl. 16 kr.

— — — — 20 — 7945 — — einander theilen?
397 fl. 15 kr.

— — — — 30. — 2677 — — einander theilen?
89 fl. 14 kr.

— — — — 60 — 4329 — — einander theilen?
72 fl. 9 kr

Wie viel Geld bekommt 1 Perſon, wenn 8 Perſonen 963 fl. mit einander theilen?

Die Auflöſung geſchieht wie vorhin. Es bleiben 4 Kreuzer über, das iſt 4 mal 4 Pfenning oder 16 Pfenning, und 1 Perſon bekommt 120 fl. 22 kr. und 2 Pf.

fl.
8 | 963 (120 fl.
ꝛc.

[Die ſchriftliche Darſtellung geht wieder, wie hier links angezeigt iſt.]

3 fl. =
8 | 180 kr. (22 kr.
ꝛc.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst:]

4 =
8 | 16 Pf. (2 Pf.

Wie viel bekommt 1 Perſon, wenn 8 Perſonen 365 fl. mit einander theilen?
45 fl. 37 kr. 2 Pf.

Wie viel ꝛc. wenn 16 Perſonen 573 fl. mit einander theilen?
35 fl. 48 kr. 3 Pf.

— — — — 16 — 398 fl. mit einander theilen?
24 fl. 52 kr. 2 Pf.

— — — — 24 — 9735 fl. mit einander theilen?
405 fl. 37 kr. 2 Pf.

— — — — 32 — 8042 fl. mit einander theilen?
251 fl. 18 kr. 3 Pf.

— — — — 40 — 6353 fl. mit einander theilen?
158 fl. 49 kr. 2 Pf.

---

b) Die Reſte werden als Brüche angegeben.

a) Erklärung der Brüche.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{1}{2}$ Pf. $\frac{1}{3}$ Pf. $\frac{1}{4}$ Pf. und ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen einen Pfenning mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der halbe Theil von 1 Pfenning;

wenn 3 Perſonen 1 Pfenning mit einander zu theilen haben, ſo gehört einer Perſon der 3te Theil von 1 Pfenning Was gehört einer Perſon, wenn ihrer 4 einen Pfenning mit einander zu theilen haben? Ant. Der 4te Theil von 1 Pfenning.

L. Was ꝛc. wenn ihrer 5 einen Pf. mit einander zu theilen haben? Der 5te Th. von 1 Pf.

L. Was ꝛc. wenn ihrer 6 einen Pf. mit einander zu theilen haben? Der 6te Th. von 1 Pf.

Was ꝛc. wenn ihrer 7 einen Pf. mit einander zu theilen haben? Der 7te Th. von 1 Pf.

u. ſ. w.

L. Der halbe Theil von 1 Pfenning iſt ein halber Pfenning;
— 3te — — 1 — — — 3tels Pfenning.

Was iſt der 4te Theil von 1 Pfenning? Ant. Ein 4tels Pfenning.
L. — — — 5te — — 1 — ? Ant. Ein 5tels Pfenning.
L. — — — 6te — — 1 — ? Ant. Ein 6tels Pfenning.

u. ſ. w.

L. Schreibt jetzt auch wie hier einen halben Pfenning, einen drittels Pfenning und einen 4tels Pfenning, dann einen 5tels Pfenning, einen 6tels Pfenning, u. ſ. w. bis 10tels Pfenning!

L. Zeigt euer Geſchriebenes! ($\frac{1}{2}$ Pf $\frac{1}{3}$ Pf. $\frac{1}{4}$ Pf. $\frac{1}{5}$ Pf. ꝛc.

[Der Lehrer ſchreibt: $\frac{2}{3}$ Pf. $\frac{3}{4}$ Pf. $\frac{4}{5}$ Pf. $\frac{6}{7}$ Pf. $\frac{7}{8}$ Pf. $\frac{8}{9}$ Pf. $\frac{9}{10}$ Pf., deutet und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wenn 3 Perſonen 2 Pfenning mit einander theilen, ſo be-

kommt 1 Perſon den 3ten Theil davon, das iſt: den 3ten Theil von 2 Pfenning.

Der 3te Theil von 1 Pfenning iſt 1 drittels Pfenning, als iſt
— 3te — — 2 — 2 — Pfenning.

Wenn 4 Perſonen 3 Pfenning mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 4ten Theil davon, das iſt: den 4ten Theil von 3 Pfenning.

Der 4te Theil von 1 Pfenning iſt 1 Viertels Pfenning, als iſt
— 4te — — 3 — 3 — Pfenning.
u. ſ. w.

L. Auf dieſe Art wie hier bezeichnet man den halben, dritten und jeden andern Theil nicht nur von Pfenningen, ſondern überhaupt von allen Geld- und Maßarten. Wißt ihr aber auch, wie man ſolche 2 Zahlen, welche mit einander einen oder mehrere Theile von 1 Ganzen anzeigen, zuſammen als eine einzige Zahl heiſt?

Ant. *Eine gebrochene Zahl*, oder *einen Bruch*.

L. Wie heiſt man die Ziffern über dem Querſtrich? Ant. Zähler.

L. — — — — — unter — — ? Ant. Nenner.

---

b) Anwendung.

3 | kr. 47 ([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wenn beym Theilen des Geldes ein Guldenreſt bleibt, ſo gibt man ihn, wie ihr vorhin gelernt habt, in Kreuzern an; bleibt ein Kreuzerreſt, ſo gibt man ihn in Pfenningen

an; bleibt aber ein Pfenningreſt, ſo gibt man ihn (da wir keine geringere Geldart mehr annehmen) als einen Bruch an.

Wie viel Kreuzer und übrige Pfenning bekommt nun 1 Perſon, wenn 3 Perſonen 47 Kreuzer mit einander theilen? Aufl.

Wenn 3 Perſonen 47 kr. mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon. Ich finde ꝛc. Es bleiben 2 Kreuzer übrig, das ſind 8 Pfenning.

Nun theilen die 3 Perſonen auch noch dieſe 8 Pfenning.

Theilen aber 3 Perſonen 8 Pfenning mit einander, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon. Ich finde ꝛc. Es bleiben 2 Pfenning übrig, welche auch noch getheilt werden müſſen.

Theilen aber 3 Perſonen 2 Pfenning mit einander, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon.

Der 3te Theil von 1 Pfenning iſt 1 drittels Pfenning, alſo iſt

Der 3te — — 2 — 2 — Pfenning.

3 | kr. 47 ꝛc. (15 kr.
17
ꝛc.
3 | 2 8 2 Pf. ($2\frac{1}{3}$ Pf. $2\frac{2}{3}$ Pf.

[Man ſchreibt $\frac{2}{3}$ Pf. und die ganze Darſtellung muß ausſehen, wie hier links angezeigt iſt.]

Es bekommt alſo 1 Perſon 15 kr. und $2\frac{2}{3}$ Pf.

[Eben ſo werden von einzelnen Schülern mit lauten Worten folgende Aufgaben berechnet:]

Wie viel Geld bekommt 1 Perſon, wenn 3 Perſonen 44 Kreuzer mit einander theilen? 14 kr. $2\frac{2}{3}$ Pf.

Wie viel ꝛc., wenn 5 Perſonen 57 Kreuzer mit einander theilen? 11 kr. 1 $\frac{3}{5}$ Pf.

— — —, — 5 — 48 Kreuzer mit einander theilen? 9 kr. $2\frac{2}{5}$ Pf.

Wie viel ꝛc. wenn 7 Perſonen 59 Kreuzer mit einander theilen? 8 kr. $1\frac{5}{7}$ Pf.

— — —, — 7 — 936 Gulden mit einander theilen? 133 fl. 42 kr. $3\frac{3}{7}$ Pf.

— — —, — 7 Perſonen 5379 Gulden mit einander theilen? 768 fl. 25 kr. $2\frac{6}{7}$ Pf.

— — —, — 11 Perſonen 8949 Gulden mit einander theilen? 813 fl. 32 kr. $2\frac{10}{11}$ Pf.

— — —, — 13 Perſonen 7053 Gulden mit einander theilen? 542 fl. 32 kr. $1\frac{11}{13}$ Pf.

— — —, — 8 Perſonen 973 Gulden mit einander theilen? 121 fl. 37 kr. 2 Pf.

— — —, — 9 Perſonen 5362 Gulden mit einander theilen? 595 fl. 46 kr. $2\frac{6}{9}$ Pf..

---

29 | fl. 27 ([Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel uud ſpricht:]

Wie viel Geld bekommt 1 Perſon, wenn 29 Perſonen 27 Gulden mit einander theilen? Auflöſung:

Wenn 29 Perſonen 27 Gulden mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon keinen ganzen Gulden, ich verwandle daher die 27 Gulden in lauter Kreuzer.

1 Gulden iſt 60 Kreuzer, alſo ſind 27 fl. ꝛc. (Man ſchreibt 60 unter 27, und multiplizirt) Es ſind 1620 kr.

Theilen alſo 29 Perſonen 1620 Kreuzer mit einander, ſo bekommt 1 Perſon ꝛc. 55 kr. $3\frac{13}{29}$ Pf.

29 | fl.
27 (
60
1620 kr (55kr.
ꝛc.
25
4
29 | 100 Pf. ($3\frac{13}{29}$ Pf.
ꝛc.

[Die Berechnung muß ausſehen wie hier links angezeigt iſt.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:]

Wie viel Geld bekommt 1 Perſon, wenn 23 Perſonen 21 Gulden mit einander theilen? 54 kr. $3\frac{3}{23}$ Pf.

Wie viel ꝛc. wenn 17 Perſonen 14 fl. mit einander theilen? 49 kr. $1\frac{1}{17}$ Pf.

— — — — 13 — 11 fl. mit einander theilen? 50 kr. $3\frac{1}{13}$ Pf.

— — — — 11 — 10 fl. mit einander theilen? 54 kr. $2\frac{2}{11}$ Pf.

— — — — 7 — 4 fl. mit einander theilen? 34 kr. $1\frac{1}{7}$ Pf.

[Nun kann man ſtatt der Perſonen auch Zentner, Pfund, Ehlen oder andere Namen nehmen, und überhaupt ſolche Aufgaben berechnen laſſen, wobey die Theilungszahl bald größer, bald kleiner als der Theiler iſt, es mag ein Reſt bleiben oder nicht — wie folgt:]

Wenn 2 Zentner Gewürz 175 fl. koſten, was koſtet da 1 ſolcher Zentner?

Aufl. Wenn 2 Zentner 175 fl. koſten, ſo koſtet 1 Zentner den halben Theil davon. Ich finde den halben Theil von 175, wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 2 darin enthalten iſt!

2 ſind in 17 ꝛc. 87 mal enthalten, und es bleibt 1 übrig, das iſt 1 fl. oder 60 Kreuzer.

Nun muß auch der halbe Theil von 60 kr. noch genommen werden.

Ich finde den halben Theil von 60, wenn ich unterſuche, wie vielmal die Zahl 2 in 60 enthalten iſt. 2 ſind in 6 ꝛc.

Ein Zentner koſtet alſo 87 fl. 30 kr.

[Eben ſo werden folgende und ähnliche Aufgaben mit Worten und Ziffern von einzelnen Schülern laut gelöſt:]

Wenn	2	Zentner	149	fl.	koſten,	wie viel koſtet	1	Zentner?
—	3	—	260	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	4	—	357	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	5	—	143	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	7	—	153	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	15	Pfund	34	fl.	—,	— — —	1	Pfund?
—	24	—	150	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	27	—	134	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	18	Ehl. Tuch	105	fl.	—,	— — —	1	Ehle ?
—	36	—	234	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	15	Ehl Band	13	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	17	—	15	fl.	—,	— — —	1	— ?
—	16	—	10	fl.	—,	— — —	1	— ?

L. Wie wir bisher mit dem Theilen des Geldes verfahren ſind, ſo verfährt man gewöhnlich auch mit dem Theilen des Gewichtes und aller andern Masarten, das heiſt: wenn von einer größern Art ein Reſt bleibt, ſo verwandelt man ihn in die nächſt kleinere Art und gibt das, was nicht mehr in eine kleinere verwandelt werden kann, als Bruch an.

7 | Zent. 16 ([Er ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wenn man um 7 fl. 16 Zentner Heu bekommt, wie viel Zentner und übrige Pfund, Loth ꝛc. bekommt man da um 1 fl.? — *

* [Sollten ſich die Schüler hier, wo die Geld = Zahl die Stelle des Theilers einnimmt, nicht ſogleich auf die Auflöſung verſtehen, ſo laſſe man ſie vor Allem Folgendes durchſagen:]

Wenn man um 2 fl. 1 Zentner bekommt, ſo bekommt

man um 1 fl. nicht ſo viel, ſondern nur den halben Thei von 1 Zentner.

Wenn man um 3 fl. 1 Zentner bekommt, ſo bekommt man um 1 fl. nicht ſo viel, ſondern nur den 3ten Theil von 1 Zentner. ꝛc. bis

Wenn man um 10 fl. 1 Ztr. bekommt, ſo bekommt man um 1 fl. nicht ſo viel, ſondern nur den 10ten Theil von 1 Zentner.

[Und nun die Auflöſung.]

Wenn man um 7 fl. 16 Zentner bekommt, ſo bekommt man um 1 fl. den 7ten Theil davon. Ich finde den 7ten Theil von 16, wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 7 darin enthalten iſt ꝛc.

Es bleiben 2 Zentner übrig; dieß ſind 200 Pfund.

Nun muß ich auch den 7ten Theil von dieſen 200 ℔ nehmen; ich finde aber den 7ten Theil von 200, wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 7 darin enthalten iſt ꝛc.

Es bleiben 4 ℔ übrig, das iſt: 4 mal 32 Loth (man multiplizirt) oder 128 Loth.

7 | Zent. 16 ꝛc. (2

Nun muß ich auch den 7ten Theil von 128 Loth nehmen.

7 | 2 200 ℔ ꝛc. (28

Ich finde aber den 7ten Theil von 128 wenn ich unterſuche ꝛc.

4 × 32

7 | 128 Lth ꝛc. (18

Man bekommt alſo um 1 fl. 2 Zentner, 28 Pfund, 18 Loth, $1\frac{1}{7}$ Quintel.

7 | 2 8 Qtl. 1 ($1\frac{1}{7}$

[Die ſchriftliche Darſtellung kann wieder gemacht werden, wie hier links angezeigt iſt.]

Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:

Wenn man um 7 fl. 12 Ztr. bekommt, wie viel bek. man um 1 fl.?

— — — 9 fl. 20 — —, — — bek. man um 1 fl.?

— — — 11 fl. 18 — —, — — bek. man um 1 fl.?

— — — 7 fl. 5 — —, — — bek. man um 1 fl.?

— — — 9 fl. 8 — —, — — bek. man um 1 fl.?

— — — 6 fl. 4 — —, — — bek. man um 1 fl.?

Wenn — — 2 fl. 27 ℔ Farb bek., — — bek. man um 1 fl.?

— — — 3 fl. 41 ℔ — —, — — bek. man um 1 fl.?

— — — 4 fl. 53 ℔ — —, — — bek. man um 1 fl.?

Wenn — — 3 kr. 11 Loth bek., — — hat man da um 1 kr.?

— — — 5 kr. 12 Loth bek, — viel hat man da um 1 kr.?

— — — 6 kr. 15 — —, — viel hat man da um 1 kr.?

— — — 7 kr. 4 — —, — viel hat man da um 1 kr.?

— — — 9 kr. 5 — —, — viel hat man da um 1 kr.?

— — — 6 kr. 3 — —, — viel hat man da um 1 kr.?

u. ſ. w.

Wenn man um 8 fl. 19 Wochen lang arbeitet, wie viel Wochen und übrige Tage ꝛc. arbeitet man da um 1 fl.? (die Arbeitswoche hat 6 Tage, und der Arbeitstag 12 Stund!) Aufl.

Arbeitet man um 8 fl. 19 Wochen, ſo arbeitet man um 1 fl. den 8ten Theil von 19 Wochen. Ich finde ꝛc.

Man arbeitet alſo um 1 fl. 2 Wochen, 2 Tag und 3 Stund.

Wenn man um 7 fl. 16 Wochen lang arbeitet, wie viel Wochen und übrige Tage, Stunden ꝛc. arbeitet man da um 1 fl.?

Wenn man um 9 fl. 23 Wochen lang arbeitet, wie lang arbeitet man da um 1 fl.?

Wenn man um 8 fl. 5 Wochen lang arbeitet, wie lang arbeitet man da um 1 fl?

Wenn man um 4 fl. 3 Wochen lang arbeitet, wie lang arbeitet man da um 1 fl.?

u. ſ. w.

Wenn man um 5 fl. ein 28 Ruthen langes Stück an einem Wege ausbeſſert; wie viel Ruthen und übrige Schuh und Zoll bearbeitet man da um 1 fl.? Aufl.

Bearbeitet man um 5 fl. 28 Ruthen, ſo bearbeitet man um 1 fl. den 5ten Theil davon ꝛc.

Wenn man um 7 fl. ein 25 Ruthen langes Stück an einem Wege ausbeſſert, wie viel Ruthen, Schuh ꝛc. bearbeitet man da um 1 fl.?

Wenn man um 11 fl. ein 26 Ruthen langes Stück an einem Wege ausbeſſert, wie viel Ruthen, Schuh ꝛc. bearbeitet man da um 1 fl.?

Wenn man um 13 fl. einen 7 Ruthen langen Graben macht, ein wie langes Stück macht man da um 1 fl.?

Wenn man um 17 fl. einen 9 Ruthen langen Graben macht, ein wie langes Stück macht man da um 1 fl.?

u. ſ. w.

B) In verſchiedenen Geld = und Maßarten.

Addition.

Geld.

[Der Lehrer ſchreibt 1527 fl. 4 kr. 2 Pf. Alsdann
unter dieſes 432 fl. 20 — 3 —, dann
unter dieſes 2503 fl. 15 — 1 —, dann
unter dieſes 24 fl. 28 — 3 —, macht einen
Querſtrich darunter, und ſpricht:]

Wenn man mehrere Poſten in verſchiedenen Geldarten zuſammen zu zählen hat, ſo ſchreibt man Gulden unter Gulden, Kreuzer unter Kreuzer, und Pfenning unter Pfenning. Nach dieſem zählt man die Pfenninge zuſammen, verwandelt ihre Summe in Kreuzer, behält die herauskommenden Kreuzer im Sinnn, und ſchreibt die übrigen Pfenninge unter die angegebenen.

Nun zählt man die im Sinne behaltenen und angegebenen Kreuzer allenfalls auf einem beſondern Platze zuſammen, verwandelt ihre Summe in Gulden, und ſchreibt die allenfalls übrigen Kreuzer unter die angegebenen.

Endlich zählt man auch die im Sinne behaltenen und die angegebenen Gulden zuſammen, und ſchreibt ihre Summe unter die angegebenen.

Dieſes Beyſpiel hier ſoll nun ſo heiſen:

Ein Mann hat Geld ausgelehnt und zwar

Im Januar 1527 fl. 4 kr. und 2 Pfenning. Im Februar 432 fl. 20 kr. und 3 Pf. Im März 2503 fl. 15 kr. u. 1 Pf., und im April 24 fl. 28 kr. und 3 Pf. Wie viel macht dieſes zuſammen?

[Die Auflöſung, die der Lehrer den Schülern nöthigenfalls machen hilft, iſt folgende:]

3 Pfenning und 1 Pfenning ſind 4, und 3 ſind 7, und 2 ſind 9, das ſind 2 kr. und 1 Pf. Ich ſchreibe 1 Pf. und behalte 2 kr. im Sinn. 2 kr. und 8 kr. ſind 10 kr. und 5 ſind 15 und 4 ſind ꝛc. 69 Kreuzer, das iſt: 1 fl. und 9 kr. Ich ſchreibe 9 kr. und behalte 1 fl. im Sinn. 1 fl. und 4 fl. ſind 5 und 3 ſind ꝛc. 4487 fl. 9 kr. u. 1 Pf.

1527 fl.	4 kr.	2 Pf.	
432 fl.	20 kr.	3 Pf.	
2503 fl.	15 kr.	1 Pf.	
24 fl.	28 kr.	3 Pf.	
4487 fl.	9 kr.	1 Pf.	

[Die ganze Berechnung muß ausſehen, wie hier links.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben von einzelnen Schülern laut berechnet:]

1) Ein Mann hat folgende 3 Poſten in Geld ausſtehen:

1ſtens	238 fl.	53 kr.	2 Pf.	Wie viel beträgt die ganze Summe?
2tens	609 fl.	39 kr.	1 Pf.	
3tens	2680 fl.	58 kr.	3 Pf.	
Ant.	3529 fl.	31 kr.	2 Pf.	

2) Eie Kaufmann hat verſchiedenes Geld ausgeborgt, und zwar:

Im Januar	35 fl.	48 kr.	2 Pf	Wie viel macht dieß zuſammen?
Im Februar	400 fl.	39 kr.	1 Pf.	
Im März	62 fl.	— —	2 Pf.	
Im April	1327 fl.	5 kr.		
Ant.	1825 fl.	33 kr.	1 Pf.	

3) Ein Mann iſt verſchiedenen Leuten folgendes Geld ſchuldig:

1ſtens	235 fl.	58 kr.	2 Pf.		
2tens	47 fl.	9 kr.	3 Pf		
3tens	—	46 kr.	1 Pf.	Wie groß iſt die ganze Schuld?	
4tens	204 fl.	21 kr.			
5tens	68 fl	— —	2 Pf.		
Ant.	556 fl	16 kr.			

4) Es hat ſich jemand ein neues Kleid machen laſſen, und

bezahlte für das Tuch	28 fl.	54 kr.	—	
für das Futter	12 fl	42 kr.	—	
für Knöpfe	3 fl.	18 kr.	2 Pf.	Wie hoch kam das Kleid in Allem?
für Seiden u. and. Zugehör		24 kr.	2 Pf.	
Macherlohn	3 fl.	12 kr.	—	
Ant. Auf.	48 fl.	31 kr.		

5) Eine Frau hat auf dem Wochenmarkte folgende Ausgaben gemacht:

1ſtens 48 kr. für Butter; 2tens 32 kr. und 2 Pf. für Eyer; 3tens 24 kr. für Unſchlittkerzen; 4tens 6 kr. 3 Pf. für Kienholz; 5tens 2 kr. und 2 Pf. für Schwefelhölzer; wie viel Geld hat ſie in Allem ausgegeben? Ant. 1 fl. 53 kr. 3 Pf.

u. ſ. w.

Gewicht.

8. Wie man beym Zuſammenzählen verſchiedener Geldarten die gleichnamigen Zahlen unter einander ſchreibt, alsdann die Zahlen der kleinern Art zuſammenzählt, und in die nächſt höhere Art verwandelt, ſo macht man es auch mit den ver-

ſchiedenen Arten des Gewichtes, der Zeit und allen andern Rechnungsgegenſtänden. Schreibt daher Folgendes, und berechnet es!

Ein Kaufmann hat von einem andern nach und nach folgende Lieferungen an Baumwolle erhalten:

1) 1ſtens	34 Zentner	79 Pfd.	25 Lth.	3 Qtl.	Was wiegt alle dieſe Baumwolle zuſammen?
2tens	10 —	52 —	18 —	—	
3tens	17 —	— —	30 —	2 —	
4tens	8 —	4 —	— —	—	
Ant.	70 —	37 —	10 —	1 —	

2) Es wird eine Glocke gegoſſen: dazu nimmt man

1ſtens Kupfer:	6 Ztr.	45 ℔.	9 Lth.	1 Qtl.	Wie ſchwer wird die Glocke?
2tens Meſſing:	4 —	18 —	25 —	2 —	
3tens Zinn :	—	94 —	13 —	1 —	
Ant.	11 —	58 —	16 —		

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben!]

Zeit.

1) Vier Taglöhner haben an einem Gebäude gearbeitet, und zwar:

Der 1ſte	8 Woch.	3 Tag	7 St.	52 Min.	Wie viel Wochen, Tag ꝛc. macht dieß zuſammen, da 1 Arbeitswoche 6 Tag, und 1 Arbeitstag 12 Stund hat?
— 2te	5 —	5 —	4 —	35 —	
— 3te	4 —	2 —	8 —	50 —	
— 4te	3 —	4 —	6 —	49 —	
Ant.	22 —	4 —	4 —	6 —	

2) Drey Zimmerleute haben an einem Bau gearbeitet, und zwar:

Der 1ſte	9 Woch.	4 Tag	1 St.	54 Min.		Wie viel Wochen, Tag ꝛc. macht dieſes zuſammen?
— 2te	7 —	3 —	5 —	— —		
— 3te	= —	5 —	= —	49 —		
Ant.	18 —	= —	7 —	43 —		

[Eben ſo noch beliebige Beyſpiele!]

Raum.

1) Vier Arbeiter haben einen Graben geſäubert:

Der 1ſte	bearbeitete	7 Ruth.	11 Sch.	10 Zoll.	Wie lang iſt der ganze Graben?
— 2te	—	9 —	8 —	7 —	
— 3te	—	6 —	10 —	9 —	
— 4te	—	8 —	7 —	5 —	
	Ant.	33 —	2 —	7 —	

2) Drey Dörfer haben einen Weg mit einander gemacht:

Das 1ſte	bearbeitete	96 Rth.	11 Sch.	8 Zoll	Wie lang iſt der ganze Weg?
— 2te	—	143 —	9 —	10 —	
— 3te	—	205 —	10 —	10 —	
	Ant.	446 —	8 —	4 —	

[Eben ſo beliebige Beyſpiele von Gräben und Wegen!

Subtraction.

Geld.

L. Wenn man verſchiedene Arten des Geldes oder anderer Gegenſtände von einander abzuziehen hat, ſo ſchreibt man gerad wie beym Zuſammenzählen die gleichnamigen Zahlen unter einander und fängt die Berechnung mit der geringſten Art an.

Berechnet daher Folgendes!

1) Wie viel bleibt übrig, wenn man von

365 fl. 53 kr. und 3 Pf.
234 fl. 28 kr. und 2 Pf. abzieht?

Ant. 131 fl. 25 kr. 1 Pf.

2) Wenn Einer in ſeiner Kaſſe

453 fl. 3? kr. 2 Pf. hat,
aber davon 426 fl. 25 kr. 1 Pf. ausgibt; wie viel

bleibt noch übrig? Ant. 27 fl. 7 kr. 1 Pf.

3) Wenn Einer 792 fl. 30 kr. 2 Pf Schulden hat, aber
372 fl. 24 kr. daran abbezahlt;

wie hoch ſind ſeine Schulden

noch? Ant. 420 fl. 6 kr. 2 Pf.

L. Wenn man von einer geringern Geld = oder Maßart nicht ſo viel abziehen kann, als angegeben iſt, ſo nimmt man von der nächſthöhern Art eine Einheit herüber, und zieht als= dann ab.

Berechnet demnach Folgendes!

Wenn man 538 fl. 9 kr. und 1 Pf. hat, und davon
247 fl. 6 kr. — 2 Pf. ausgibt; wie viel behält
man noch übrig? Aufl.

2 Pf. kann ich von 1 Pf. nicht abziehen; ich nehme 1 Kreuzer herüber, das iſt: 4 Pf. (Hier kann man, nachdem man zu 9 einen Punkt gemacht hat, einen kleinen 4er über 1 Pf. ſchreiben!) 2 Pf. von dieſen 4 Pf. bleiben 2 und 1 ſind 3 Pf. (Man ſchreibt 3 Pf.) 6 kr. von 8 bleiben 2 ꝛc.

538 fl. 9 kr. $\overset{4}{1}$ Pf. 247 fl. 6 kr. 2 Pf. 291 fl. 2 kr. 3 Pf.	[Dieſe Berechnung wird ausſehen wie hier links:]

L. Eben ſo könnt ihr jede Einheit, die ihr von einer höhern Art herüber nehmt, durch kleinere Ziffern bezeichnen, und ſogleich davon abziehen.

Berechnet demnach Folgendes!

Wen man 693 fl. 28 kr. und 2 Pf. hat, und davon 264 fl. 20 kr. und 3 Pf. ausgibt, wie viel bleibt noch? 429 fl. 7 kr. 3 Pf.

Wenn man 375 fl. 32 kr. und 2 Pf. hat, aber davon 124 fl. 43 kr. und 1 Pf. ausgibt, wie viel bleibt noch übrig? Aufl.

375 fl. 32 kr. 2 Pf. (über 32: 60)	1 Pf. von 2, bleibt 1 Pf.
124 fl. 43 kr. 1 Pf.	43 kr. von 32 kr. kann ich nicht, ich nehme 1 fl. herüber, das iſt: 60 kr.
250 fl. 49 kr. 1 Pf.	3 von 0 kann ich nicht;
	3 von 10, bleiben 7, und 2 ſind 9.
	4 von 5 bleibt 1 und 3 ſind 4 ꝛc.

Wenn man 9831 fl. 25 kr. und 3 Pf. hat, und davon 642 fl. und 47 kr. ausgibt, wie viel bleibt noch Reſt? 9188 fl. 38 kr. und 3 Pf.

L. Ueberhaupt iſt es beym Abziehen verſchiedener Geld- und Masarten gut, wenn man vor Allem darauf ſieht, ob man auf jeder Stelle gleich abziehen könne, und das, was von einer höhern Art herüber genommen werden muß, wie in den vorigen Beyſpielen mit kleinern Ziffern über die gehörige Stelle ſchreibt.

Wenn man 235 fl. 37 kr. und 1 Pf. hat, aber 91 fl. 49 kr. und 2 Pf. ausgibt, wie viel bleibt noch übrig? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

[Er ſchreibt das gegebene Beyſpiel an die Tafel und ſpricht:]

2 Pf. kann ich von 1 Pf. nicht abziehen, und 49 kr. von 37 kr. auch nicht; ich nehme daher von der höchſten Stelle 1 fl., das iſt: 60 Kreuzer. Hievon laſſe ich 59 auf der Kreuzerſtelle, und behalte noch 1 Kreuzer, das iſt: 4 Pfenning für die Pfenningſtelle.

59 4	2 Pf von 4 bleiben 2 und 1 ſind 3 Pf. 9 kr. von 9 bleibt nichts, und 7 ſind 7. 4 von 5 bleibt 1, und 3 ſind 4 ꝛc.
235 fl. 37 kr. 1 Pf.	
91 fl. 49 kr. 2 Pf.	
143 fl. 47 kr. 3 Pf.	

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Es hat Einer 327 fl. 35 kr. und 1 Pf. in ſeiner Kaſſe, und gibt 120 fl. 36 kr. und 3 Pf. davon aus; wie viel bleibt noch übrig? 206 fl. 58 kr. 2 Pf.

L. Um zu ſehen, ob man richtig abgezogen habe, macht man die Probe, indem man nämlich die Zahlen unter dem Querſtrich und über dem Querſtrich zuſammenzählt; kommt die obere angegebene Zahl wieder heraus, ſo iſt die Berechnung richtig.

Macht alſo vollends die Probe!

[Die ganze Berechnung wird nun ſo gemacht:]

59 4	2 Pf. und 3 ſind 5 Pf. das iſt: 1 kr. und 1 Pf. ich ſchreibe 1 Pf. und behalte 1 kr im Sinn. 1 kr. und 8 ſind 9 und 6 ſind 15, ich ſchreibe 5 ꝛc.
327 fl. 35 kr. 1 Pf.	
120 fl. 36 kr. 3 Pf.	
206 fl. 58 kr. 2 Pf.	
327 fl. 35 kr. 1 Pf.	

[Eben ſo werden folgende Aufgaben mit der Probe gemacht:]

Ein Kaufmann muß für erhaltene Waar ſammt Fuhrlohn 197 fl. 18 kr. und 2 Pf. bezahlen: Der Fuhrlohn al-

lein macht 23 fl. 30 kr. und 3 Pf.; wie viel koſtet die Waar allein? 173 fl. 47 kr. 3 Pf.

Ein Kaufmann hatte für 527 fl. Kaffe zu verkaufen, und erlöste ſchon 460 fl. 30 kr. und 3 Pf.; wie viel Geld hat er noch dafür einzunehmen? [Die Berechnung iſt folgende:]

527 fl. 59 4 460 fl. 30 kr. 3 Pf. 66 fl. 29 kr. 1 Pf.	3 Pf. kann ich von nichts nicht abziehen, 30 kr. auch nicht; ich entlehne daher 1 fl., das iſt 60 kr. Hievon laſſe ich 59 kr. auf der Kreuzerſtelle ꝛc.

Ein Wirth hat 800 fl. für Wein erlöst: dieſer Wein koſtete ihn aber nur 706 fl. 45 kr. und 2 Pf.; wie viel hat er alſo daran gewonnen? Ant. 93 fl. 14 kr. und 2 Pf.

Ein Bauer iſt einem Wirth 129 fl. 10 kr. und 1 Pf. ſchuldig: Der Bauer gibt ihm aber dagegen ſeinen erbaueten Wein um 520 fl.; wie ſtehen ſie jetzt in Hinſicht ihrer Schuld?

Ant. Der Wirth muß dem Bauer 390 fl. 49 kr. und 3 Pf. hinaus bezahlen.

Gewicht.

Ein Bauer hat 6 Ztr. 45 ℔ 28 Lth. Hanf auf den Markt geführt,
und davon 4 — 27 ℔ 19 — verkauft; wie viel hat er noch übrig?

Ant. 2 Ztr. 18 ℔ 9 Lth.

Ein Bäcker hatte	4 Ztr.	73 ℔	31 Lth.	3 Qtl. Weißmehl, und verbackte
nach und nach	2 —	34 ℔	⸗ —	3 — davon, wie viel behielt er
noch übrig?	2 Ztr.	39 ℔	31 Lth.	

Ein Wirth hat ſein Zinngeſchirr umgieſſen laſſen: es betrug 3 Ztr. 25 ℔ 20 Lth. und 2 Qtl.; als es umgegoſſen war, wog es nur noch 2 Ztr. 98 ℔ 23 Lth. und 3 Qtl. Wie groß iſt der Abgang?

3 Ztr.	25 (99)	℔	20 (31)	Loth	2 (4)	Qtl.	
2 —	98	℔	23	Loth	3	Qtl.	
	26	℔	28	—	3	—	

3 Qtl. kann ich von 2 Qtl. nicht abziehen, 23 Lth. von 20 Lth. auch nicht, und 98 ℔ von 25 ℔ ebenfalls nicht; ich entlehne daher 1 Ztr. das iſt: 100 ℔ ꝛc.

Ein Handelsmann hat mehrere Bettfedern erhalten, welche zuſammen 1 Ztr. 4 ℔ und 19 Loth wogen: man leerte die Säcke aus, und fand, daß dieſe Allein 7 ℔. 28 Loth und 2 Qtl. hatten; wie ſchwer waren die Federn allein? 96 ℔ 22 Loth und 2 Qtl.

Zeit.

Ein Taglöhner hat jemanden 7 Wochen, 5 Tag und 6 Stund gearbeitet, und iſt erſt für 4 Wochen 3 Tag und 6 Stund bezahlt; für wie viel Wochen, Tag ꝛc. hat er ſeinen Lohn noch zu fodern. Für 3 Wochen 2 Tag.

Ein Taglöhner hat jemanden 20 Wochen gearbeitet, und iſt erſt für 10 Wochen, 4 Tag und 8 Stund bezahlt; für

wie viel Wochen hat er ſeinen Lohn noch zu gut? Für 9 Wochen 1 Tag 4 St.

[Eben ſo beliebige Aufgaben.]

Raum

1) Ein Acker iſt 192 Ruthen 11 Sch. und 11 Zoll lang: man verkauft ein Stück davon welches 64 Ruthen 9 Sch. 7 Zoll lang iſt; wie lang iſt noch das übrige Stück?

Ant. 128 Ruthen 2 Sch. 4 Zoll.

2) Ein Acker iſt 114 Rth. 3 Sch. 7 Zoll lang; man verkauft ein Stück davon, welches 40 Rth. 9 Sch. 9 Zoll lang iſt; wie lang iſt das Uebrige noch?

Ant. 73 Rth. 5 Sch. 10 Zoll.

3) Ein Acker, 150 Ruthen lang, iſt auf eine Strecke weit mit Korn beſäet, und das übrige Stück, welches noch 79 Rth. 10 Sch. und 11 Zoll lang iſt, enthält Klee; wie lang iſt das Kornſtück? Auflöſung:

Der ganze Acker iſt 150 Ruthen,
das Kleeſtück . . 79 — 10 Sch. 11 Zoll, alſo

das Kornſtück . . 70 Ruthen 1 Sch. 1 Zoll.

4) Ein Acker iſt 107 Ruthen 9 Sch. und 10 Zoll lang: der Eigenthümer möchte aber von dem daran ſtoſenden noch ein Stück dazu kaufen, ſo daß ſein Acker gerad 200 Ruthen lang wird; wie lang muß das Stück noch ſeyn, welches er dazu kaufen will? Aufl.

An 200 Ruthen hat er erſt 107 Ruth. 9 Sch. und 10 Zoll, folglich bleibt ihm noch gerad ſo viel zu kaufen, als

übrig bleibt, wenn man von 200 Ruthen 107 Rth. ꝛc. abzieht, alſo 92 Rth. 2 Sch. 2 Zoll.

Multiplication.

Geld.

29 fl. 52 kr. 3 Pf.	
	7

Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:

Wenn 1 Zentner Farb 29 Gulden, 52 Kreuzer und 3 Pfenning koſtet, wie viel Gulden und übrige Kreuzer ꝛc. koſten da 7 ſolche Zentner? Ant. —

L. Wenn man verſchiedene Arten des Geldes oder anderer Dinge zu vervielfältigen hat, ſo fängt man wieder bey der geringſten Art an, verwandelt den entſtandenen Inhalt in die nächſt höhere Art, und verfährt damit überhaupt ſo, wie wir es beym Zuſammenzählen mit den Summen der geringern Arten gemacht haben.

Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Wenn 1 Zentner 29 fl. 52 kr. und 3 Pf. koſtet, ſo koſten 7 Zentner 7 mal ſo viel, das iſt: 7 mal 3 Pf., 7 mal 52 kr. und 7 mal 29 fl. 7 mal 3 Pf. ſind 21 Pf. das iſt: 5 kr. und 1 Pf. Ich ſchreibe 1 Pf., und behalte 5 Kreuzer im Sinn.

7 mal 2 ſind 14 und die 5 dazu, ſind 19. Ich ſchreibe 9, (auf einen beſondern Platz) und behalte 1 im Sinn.

7 mal 5 ſind 35 und 1 ſind 36. Ich ſchreibe 36. Es ſind alſo 369 kr. das iſt: (durch 60 oder auch nur durch 6 getheilt!) 6 fl. und 9 Kreuzer.

Ich ſchreibe 9 kr. und behalte 6 fl. im Sinn.

7 mal 9 ſind 63, und 6 ſind 69. Ich ſchreibe 9 und behalte 6 ꝛc.

29 fl. 52 kr. 3 Pf.	Wie viel koſten alſo 7 Ehlen, jede
7	zu 29 fl. ꝛc.?
209 fl. 9 kr. 1 Pf	Ant. 209 Gulden, 9 kr. und 1 Pf.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn 1 Zentner 25 fl. 32 kr. und 3 Pf. koſtet, wie viel Gulden und übrige Kreuzer koſten da 7 Zentner? Aufl. Wenn 1 Ztr. ꝛc., ſo koſten 7 Ztr. 7 mal ſo viel ꝛc. Alſo 178 fl. 49 kr. 1 Pf.

Wenn 1 Ztr. 13 fl. 47 kr. u. 2 Pf. koſtet, was koſten 5 Ztr.?
68 fl. 57 kr. 2 Pf.

— 1 — 14 fl. 49 kr. 1 Pf. koſtet, was koſten 7 Ztr.?
103 fl. 44 kr. 3 Pf.

— 1 Ehl Tuch 9 fl. 57 kr. u. 3 Pf. koſtet, was koſten 6 Ehlen?
59 fl. 46 kr. 2 Pf.

— 1 — 8 fl. 7 kr. und 2 Pf. koſtet, was koſten 51 Ehlen?
Aufl. —

Wenn ꝛc. ſo koſten 51 Ehlen 51 mal ſo viel, das iſt: 51 mal 2 Pf., 51 mal 7 kr. ꝛc.

51 mal 2 Pf. oder 2 mal 51 Pf. ſind 102 Pf. das iſt: 25 kr. und 2 Pf. Ich ſchreibe 2 Pf.

51 mal 7 kr. oder 7 mal 51 kr. ſind 357 kr. die 25 kr. dazu gezählt, ſind 382 kr das iſt: 6 fl. und 22 kr. ꝛc.

51 Ehlen koſten alſo 414 fl. 22 kr. 2 Pf.

Wenn 1 Ehle 5 fl. 9 kr. und 3 Pf. koſtet, was koſten 78 Ehlen? 402 fl 40 kr. 2 Pf.

— 1 — 2 fl. 8 kr. und 2 Pf. koſtet, was koſten 87 Ehlen? 186 fl. 19 kr. 2 Pf.

— 1 — 8 fl. 3 kr. und 2 Pf. koſtet, was koſten 36 Ehlen? 290 fl. 6 kr.

Wenn Einer jeden Tag 25 kr und 3 Pf. verdient, wie viel Gulden und übrige Kreuzer ꝛc. verdient er in 54 Tagen? 23 fl. 10 kr. 2 Pf.

Wenn Einer jeden Tag 34 kr. und 2 Pf. verdient, was verdient er in 95 Tagen? 54 fl. 37 kr. und 2 Pf.

Wenn Einer täglich 46 kr. und 1 Pf. verdient, was verdient er in 37 Tagen?

Ant. 28 fl. 31 kr. und 1 Pf.

1 Kronenthaler iſt 2 fl. 42 kr.: wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 68 Kronenthaler? 183 fl. 36 kr. *

* Hier läßt ſich alles leicht in Sechſern berechnen.

Wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 83 Krthaler? 224 fl 6 kr.

Wenn Einer täglich 1 Krthaler verzehrt, wie viel Gulden verzehrt er in 28 Tagen? 75 fl. 36 kr.

Wenn Einer täglich 1 Krthaler verzehrt, wie viel Gulden verzehrt er in 37 Tagen? 99 fl. 54 kr.

Wenn 1 Händler 10 fette Gänſe, jede um 1 Krthaler verkauft, wie viel Gulden erhält er dafür? 27 fl.

1 kleiner Krthaler iſt 1 fl. 21 kr.: wie viel Gulden und übrige Kreuzer ſind 73 kl. Krthaler? 98 fl. 33 kr. *

* Hier kann die Berechnung auch leicht in Groſchen gemacht werden.

Wenn Einer jede Woche 1 kl. Krthaler verdient, wie viel Gulden und übrige Kreuzer verdient er in 53 Wochen? 71 fl. 33 kr.

Wenn Einer wöchentlich 1 kl. Krthaler verdient, wie viel Gulden verdient er in 46 Wochen? 62 fl. 6 kr.

Wenn Einer wöchentlich 1 kl. Krthaler verdient, wie viel Gulden verdient er in 20 Wochen? 27 fl.

Gewicht.

Ein Kaufmann verſendet an einen andern 7 Päck Baumwolle, jeden zu 2 Ztr. 24 ℔ 19 Loth und 3 Qtl.; wie viel Ztr. und übrige Pfund beträgt dieß in Allem? Aufl.

2 Ztr. 24 ℔ 19 Lth. 3 Qtl. 7 15 Ztr. 72 ℔ 10 Lth. 1 Qtl.	Wiegt 1 Pack 2 Ztr. 24 ℔ ꝛc., ſo wiegen 7 Päck 7 mal ſo viel, das iſt: 7 mal 3 Qtl., 7 mal 19 Lth. ꝛc.

Man hat 8 Kanonen, deren jede 9 Ztr. 54 ℔ und 25 Lth. wiegt; wie viel Zentner, Pfund ꝛc. wiegen alle zuſammen? 76 Ztr. 38 ℔ und 8 Lth.

Man hat 6 Kanonen, deren jede 4 Ztr. 88 ℔ und 26 Lth. wiegt; wie viel Ztr., Pfund ꝛc. wiegen alle zuſammen? 29 Ztr. 32 ℔ und 28 Loth.

Man hat 3 Glocken gegoſſen, deren jede 5 Ztr. 37 ℔ 28 Loth und 2 Qtl. wiegt; wie viel Ztr., ℔ ꝛc. wiegen alle zuſammen? 16 Ztr. 13 ℔. 21 Loth 2 Qtl.

Zeit.

Es hat Einer um 1 Louisd'or 3 Wochen 4 Tag und 9 Stunden gearbeitet; wie viel Wochen, Tag ꝛc. hatte er demnach um 5 Louisd'or zu arbeiten? (den Arbeitstag zu 12 Stunden, und die Arbeitswoche zu 6 Tagen.)

Aufl. 5 mal ſo viel, das iſt: 5 mal 9 Stund, 5 mal 4 Tag ꝛc. Alſo 18 Wochen 5 Tag und 9 Stund.

Wenn Einer mit 1 Wagen voll Heu für ſein Vieh 5 Wochen und 4 Tag ausreicht; wie viel Wochen und Tag würde er eben ſo mit 8 ſolchen Wägen ausreichen? 44 Wochen und 4 Tag.

Eine Haushaltung hat mit 1 Wagen voll Holz 9 Wo-

chen und 3 Tag ausreicht; wie lang könnte ſie demnach mit 10 ſolchen Wägen ausreichen? 94 Wochen und 2 Tag.

Raum.

4 Dörfer haben einen Graben zu machen, woran jedes Dorf 27 Ruthen 9 Schuh und 8 Zoll zu bearbeiten hat; wie lang wird der Graben? Ant. 111 Rth. 2 Sch. 8 Zoll.

Ein Arbeiter hat einen Weg zu ſäubern, und bearbeitet jeden Tag 3 Ruthen 7 Schuh und 9 Zoll; wie weit kommt er in 14 Tagen damit? 51 Ruthen und 6 Zoll.

[Eben ſo beliebige Beyſpiele.]

Diviſion.

[Der Lehrer ſchreibt 3 | 674 fl. 29 kr. 3 Pf. (und ſpricht:]

Wenn 3 Perſonen 674 Gulden 29 kr. und 3 Pf. gleichmäßig mit einander theilen, wie viel Gulden und übrige Kreuzer bekommt 1 Perſon?

L. Wenn man verſchiedene Arten des Geldes oder anderer Dinge wie hier zu theilen hat, ſo theilt man zuerſt die höchſte Art, verwandelt den allenfallſigen Reſt in die nächſt geringere Art, zählt die angegebene geringere dazu, und theilt eben ſo dieſe Summe u. ſ. w. Gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

Wenn 3 Perſonen 674 fl. 29 kr. und 3 Pfenning mit einander theilen, ſo bekommt 1 Perſon den 3ten Theil davon.

Ich finde den 3ten Theil, wenn ich unterſuche, wie vielmal die Zahl 3 in jeder angegebenen Zahl enthalten iſt.

3 ſind in 6. 2 mal enthalten ꝛc. Es bleiben 2 fl. übrig, das iſt: 2 mal 60 kr. oder 120 kr. Ich zähle 29 kr. dazu, ſo ſind es 149 Kreuzer.

3 ſind in 14. 4 mal enthalten ꝛc. Es bleiben 2 Kreuzer übrig, das iſt: 2 mal 4 Pf. oder 8 Pf. die 3 Pf. dazu ſind 11 Pf. 3 ſind in 11. 3 mal enthalten ꝛc.

3 | 674 fl. 29 kr. 3 Pf. (224 fl.
ꝛc.
2
120 kr.
29
3 | 149 kr. (49 kr.
ꝛc.
2
8 Pf.
3
3 | 11 Pf. ($3\frac{2}{3}$ Pf.
ꝛc.
2

Der 3te Theil von 674 Gulden 29 kr. und 3 Pf. iſt alſo 224 fl. 49 kr. und $3\frac{2}{3}$ Pf. Und ſo viel bekommt jede der 3 Perſonen. [Die Berechnung kann geſetzt werden, wie hier links angezeigt iſt] [Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:]

Wenn 5 Perſonen 1219 fl. 56 kr. und 2 Pf. mit einander theilen, was erhält da 1 Perſon? 243 fl. 59 kr. $1\frac{1}{5}$ Pf.

Wenn 8 Perſonen 2583 fl. 32 kr. und 1 Pf. mit einander theilen, wie viel erhält da 1 Perſon? 322 fl. 52 kr. $2\frac{1}{8}$ Pf.

[Eben ſo beliebige Aufgaben über Perſonen und Geld!]

Andere Aufgaben.

1) Wenn 6 Ehlen Tuch 29 fl. 28 kr. und 2 Pf. koſten, wie viel Gulden und übrige Kreuzer koſtet 1 Ehle? Ant. Den 6ten Theil davon. Ich finde ꝛc.

Alſo 4 fl. 54 kr. und 3 Pf.

2) Wenn 20 Ehlen 107 fl. 48 kr. und 1 Pf. koſten, was koſtet da 1 Ehle? Ant. 5 fl. 23 kr. $1\frac{13}{20}$ Pf.

3) Wenn 5 Ztr. Farb 702 fl. 36 kr. und 3 Pf. koſten, was koſtet da 1 Ztr.? Ant. 140 fl. 31 kr. 1 und $\frac{2}{7}$ Pf.

4) Wenn 8 Ztr. 274 fl. 10 kr. und 3 Pf. koſten, was koſtet da 1 Ztr.? Ant. 34 fl. 16 kr. $1\frac{3}{8}$ Pf.

5) Wenn man um 7 fl. 16 Zentner 32 ℔ und 27 Lth. bekommt, wie viel Ztr. und übrige ℔ hat man da um 1 fl.? Ant. 2 Ztr. 33 ℔ 8 Lth. 1 und $\frac{5}{7}$ Qtl.

6) Wenn man um 20 fl. 30 Ztr. 15 ℔ und 24 Lth. bekommt, wie viel hat man da um 1 fl.? Ant. 1 Ztr. 50 ℔ 25 und 4 zwanzigſtels Loth. (oder 1 Fünftels Loth.)

7) Wenn man um 9 fl. 23 Wochen 5 Tag und 5 Stund gearbeitet hat, wie lang hat man da um 1 fl. gearbeitet? (Die Arbeitswoche zu 6 Tag ꝛc.(Ant. 2 Wochen 3 Tag 11 und $\frac{2}{9}$ Stund.

8) Wenn man um 8 fl. 20 Wochen 4 Tag und 4 Stund arbeitet, wie lang arbeitet man da um 1 fl.? Ant. 2 Woch. 3 Tag und $\frac{4}{8}$ St. (oder 1 halbe St.)

9) Wenn man um 24 fl. einen Riemem Feld bekommt, welcher 159 Ruthen, 9 Schuh und 11 Zoll lang iſt; wie viel hat man da um 1 fl.?

(Aufl. bekommt man um 24 fl. 159 Ruthen ꝛc.', ſo bekommt man um 1 fl. den 24ſten Theil davon ꝛc. Alſo 6 Rth. 7 Sch. 10 und 23 vierundzwanzigſtels Zoll.)

10) Wenn man um 30 fl. einen Riemen Feld bekommt, welcher 125 Ruthen 10 Schuh und 8 Zoll lang iſt; wie viel hat man da um 1 fl.?

Ant. 4 Rth. 2 Sch. und $4\frac{4}{15}$ Zoll.

Vermiſchte Aufgaben.

a.

1) Ein Bäcker gab von dem Gelde, das er aus Brod erlöst hatte, wieder 42 fl. für Mehl aus, und behielt noch 53 fl. übrig; wie viel hätte er aus ſeinem Brode erlöst?

2) Ein Viehhändler gab von dem Gelde, das er in ſeinem Gurte hatte, 254 fl. für Vieh aus, und behielt noch 443 fl. übrig; wie viel hatte er anfangs darin?

3) Eine Frau hat 53 Eyer, ſie mögte aber gern gerad 170 haben; wie viel fehlen ihr noch?

4) Ein Schäfer hat 234 Schafe, er mögte aber gern gerad 300 haben; wie viel fehlen ihm noch?

5) Ein Bauer biethet ſeinem Nachbar 427 fl. für einen Acker, der Nachbar will aber 452 fl. haben; um wie viel verlangt alſo letzterer mehr?

6) Eine Frau hat 193 Eyer, ihre Nachbarinn hat 240; um wie viel hat letztere mehr?

7) Eine Frau hat 174 Eyer, ihre Nachbarinn hat um 23 mehr; wie viel haben beyde zuſammen?

8) Ein Bauer verkaufte einen Acker um 132 fl., er erkaufte auch eine Wieſe, und zwar um 27 fl. theurer als den Acker; wie viel Geld löste er aus beyden zuſammen?

9) Das Vermögen eines Mannes wird auf 10,000 fl. geſchätzt, ſein bares Geld allein iſt 325 fl.; wie viel iſt alſo ſein übriges Vermögen werth?

10) Ein Bauer iſt einem Müller 264 fl. ſchuldig, der Bauer gibt ihm aber dagegen um 300 fl. Getreid; wie ſtehen ſie jetzt in Hinſicht ihrer Schuld?

11) Als die Jahrzahl 1798 war, kam ein Kind zur Welt, und lebte gerad 14 Jahr; welches war die Jahrzahl, da es ſtarb?

12) Im Jahr 1440 iſt die Buchdruckerkunſt erfunden, und 52 Jahr darnach Amerika entdeckt worden; welches war alſo die Jahrzahl, als Amerika entdeckt wurde?

Aufloſungen.

Nro. 1) Das Geld, welches er für Mehl ausgab, und das, was er noch übrig behielt, macht zuſammen dasjenige aus, welches er aus Brod erlöst hatte, und iſt: 95 fl. Nro. 2) 697 fl.

Nro. 3) Von den 170 Eyern hat ſie erſt 53, alſo fehlen ihr die übrigen, nämlich 117. Nro. 4) 66 Schafe.

Nro. 5) Gäbe der Bauer an Statt 452 fl. nur 427, ſo bekäme der Nachbar um 25 weniger, und gerad ſo viel verlangt er mehr. Nro. 6(Um 47 Eyer.

Nro. 7) Die Frau hat 174 Eyer, die Nachbarinn hat alſo auch 174 und erſt noch 23 dazu, das ſind zuſammen 371 Eyer. Nro. 8) 291 fl. Nro. 9) 9675 fl.

Nro. 10) Da der Bauer an Statt 300 fl. nur 264 fl. zu zahlen hat, ſo gibt er um 36 fl. zu viel, und dieſe iſt jetzt der Müller dem Bauer ſchuldig.

Nro. 11) Zu der Jahrzahl 1798 kamen endlich auch die 14 Jahre, welche das Kind überlebte, alſo war ſie als. dann 1812. Nro. 12) 1492.

---

b.

1) Drey Perſonen theilten eine Erbſchaft ſo mit einander, daß jede 252 fl. erhielt; wie viel Gulden betrug die ganze Erbſchaft?

2) Unter 5 Kinder wurde ein Korb voll Aepfel ausge-

theilt, und jedes bekam 45; wie viel Aepfel waren in dem Korbe?

3) Man hat eine Anzahl Schafe um 105 fl. gekauft, und jedes koſtete 7 fl.; wie viel Schafe waren es?

4) Man hat einen Pack Tuch um 162 fl. gekauft, und jede Ehle kam auf 9 fl.; wie viel Ehlen waren in dem Packe?

5) Es will Einer 8 Ehlen Tuch kaufen; wie viel Gulden koſtet jede Ehle, wenn man für alle zuſammen 104 fl. zahlt?

6) Man hat 14 Malter Korn um 112 fl. gekauft; wie hoch kam jedes Malter?

7) Ein Buch hat 70 Blätter; wie viel Seiten hat es?

8) Ein Buch hat 53 Blätter; wie viel Seiten ſind dieß?

9) Ein Buch hat 212 Seiten; wie viel Blätter hat es

10) Auf der letzten Seite eines Buches oben ſteht die Zahl 178; wie viel (geziffer te) Blätter hat es?

11) Ein Buch hat 184 Seiten; wie viel Bogen Papier ſind dieß, da 8 Blätter einen Bogen ausmachen?

12) Ein Buch hat 160 Seiten, und jeder Bogen Papier koſtet 2 Pfenning; wie hoch kommt blos das Papier dieſes Buches?

13) Man hat 4 Pfund Gewürz, und verkauft jedes Quintlein um 3 Kreuzer; wie viel Gulden erlöst man?

14) Man hat 7 Pfd. Gewürz, und verkauft jedes Quintlein um 2 Kreuzer; wie viel Gulden erlöst man?

15) Eine Mühle geht 3 Wochen, Tag und Nacht, und bringt dem Eigenthümer jede Stund 5 kr. ein; wie viel Gulden macht dieſes in Allem?

16) Eine Mühle geht 4 Wochen, Tag und Nacht, und erträgt dem Eigenthümer jede Minute 3 Pfenning; wie viel Gulden alſo in Allem?

Auflöſungen.

Nro. 1) Erhielt 1 Perſon 252 fl. ſo erhielten alle 3 zuſammen 3 mal 252 fl., das iſt: 756 fl., und ſo viel betrug die ganze Erbſchaft. Nro. 2) 225 Aepfl.

Nro. 3) Hat man um 7 fl. 1 Schaf, ſo hat man um 105 fl. ſo viel Schafe, als 7 fl. in 105 fl. enthalten ſind; alſo 15 Schafe. Nro. 4) 18 Ehlen.

Nro. 5) Koſten 8 Ehlen 104 fl., ſo koſtet 1 Ehle den 8ten Theil davon; dieſen finde ich, ꝛc. Alſo koſtet jede Ehle 13 fl. Nro. 6) 8 fl.

Nro. 7) 1 Blatt hat 2 Seiten, alſo haben 70 Blätter 70 mal 2 Seiten, oder 2 mal 70 Seiten, das iſt: 140 Seiten. Nro. 8) 106 Seiten.

Nro. 9) 2 Seiten ſind 1 Blatt, alſo ſind 212 Seiten ſo viel Blätter, als 2 in 212 enthalten ſind, das iſt: 101 Bl. Nro. 10) 89 Blätter.

Nro. 11) $11\frac{1}{2}$ Bogen. Nro. 12) Auf 5 kr.

Nro. 13) Koſtet 1 Qtl. 3 kr., ſo koſtet 1 Loth 4 mal 3 kr., das iſt: 12 kr., oder 2 Sechſer; Koſtet aber 1 Loth 2 Sr. ſo koſtet 1 ℔ 32 mal 2 Sr. oder 2 mal 32 Sr., das iſt: 64 Sr.;

und koſtet 1 ℔ 64 Sr., ſo koſten 4 ℔ 4 mal 64 Sr., das iſt: 256 Sr., oder 25 fl. 36 kr.

[Oder auch ſo:]

4 ℔ ſind 4 mal 32 Loth, das iſt: 128 Loth.

1 Loth iſt 4 Qtl. alſo ſind 128 Loth 128 mal 4 Qtl. oder 4 mal 128 Qtl., das iſt: 512 Qtl.

Koſtet aber 1 Quintel 3 kr., ſo koſten 512 Qtl. ꝛc. Alſo 25 fl. 36 kr.

32
4
———
128 Loth
4
———
512 Qtl.
3
———
60 | 1536 kr. (25 fl.
ꝛc.
36 kr.

Die Berechnung kann geſchrieben werden wie hier links.

Nro. 14) 29 fl. 52 kr.

Nro. 15) 42 fl. Nro. 16) 504 fl.

---

c.

Anmerkung

Mit folgenden 6 Aufgaben oder auch noch mit den übrigen bis: Gebrochene Zahlen, kann man einsweilen nur die reifern Schüler bekannt machen, oder, wenn ſie überhaupt zu ſchwer ſind, bis ſpäterhin warten

1) Ein Mann hatte im Jahr 1803 am 24ſten Juny Geld ausgeliehen, und nach 8 Jahren 4 Monaten und 14 Tagen wieder eingezogen; in welchem Jahrgange, und Monatstage hat er es alſo wieder empfangen?

2) Ein Mann hat im Jahr 1805 den 19ten April irgendwo Geld geliehen, und es nach 7 Jahren, 2 Monaten und 14 Tagen wieder zurück gegeben; in welchem Jahrgange und Monats-Tage geſchah dieſe Rückgabe?

3) Im Jahr 1804 den 25 September kam ein Kind auf die Welt, und lebte nur 8 Jahr, 6 Monat und 11 Tag; in welchem Jahrgange und Monatstage ſtarb es?

4) Im Jahr 1803 den 24ſten November kam ein Kind zur Welt, und lebte 7 Jahr, 3 Monat und 16 Tag; in welchem Jahrgange und Monatstage ſtarb es?

5) Im Jahr 1724 den 19ten November um 10 Uhr 25 Minuten Morgens kam jemand zur Welt, und lebte 52 Jahr, 9 Monat, 14 Tag, 7 Stund und 13 Minuten; in welchem Jahrgange, Monatstag, in welcher Stund und Minute ſtarb er?

6) Im Jahr 1794 den 14ten April um 5 Uhr 58 Minuten Nachmittags wurde jemand geboren, und lebte 17 Jahr, 10 Monat, 21 Tag, 22 Stund und 43 Minuten; in welchem Jahrgange, Monatstag, in welcher Stund und Minute ſtarb er?

Auflöſungen.

Bey dieſen Aufgaben muß man vor Allem angeben, wie viel Jahre Monat und Tag ꝛc. ſeit Chriſti Geburt bis zu der angegebenen Zeit verfloſſen ſind, als:

1) Der Mann hat ſein Geld

im 1803ten Jahr nach Chriſti Geburt ausgeliehen, alſo waren da 1802 Jahr nach Chriſti Geburt vorbey. Er hatte es im Juny ausgeliehen, alſo waren da 5 Monat vorbey. Er hatte es am 24ſten ausgeliehen, alſo waren da 23 Tag vorbey.

Zählt man alſo zu dieſer Zeit die 8 Jahr 4 Monat und 14 Tag, ſo kommen die Jahre, Monate und Tage heraus, welche auch bis dahin ſeit Chriſti Geburt verfloſſen ſind, und ſich nun leicht vollends in die gewöhnliche Angabe der Jahrzahl umſetzen laſſen.

Dieſe Berechnung wird demnach ausſehen, wie hier links:

1802 J. 5 M. 23 Tag.	14 Tag und 23 Tag
8 — 4 — 14 —	ſind zuſam. 37 Tag
Alſo 1810 J. 10 M. 6 Tag	worin alſo 1 Monat iſt.
im Jahr 1811 den 7ten November.	1 Monat zu 4 u. 5

Monat gibt 10 Monat. Der 10te Monat aber iſt der Oktober, welcher 31 Tag hat, alſo bleiben von 37 Tagen nur 6 Tag.

Weil nun bis zum Wiederempfange, 1810 Jahre, und ſchon wieder 10 Monat nebſt 6 Tage vom 11ten Jahre vorbey waren, ſo hat er ſein Geld im Jahr 1811 den 7ten November wieder empfangen.

[Eben ſo werden die 5 übrigen Beyſpiele berechnet, als:]

2) 1804 J. 3 M. 18 Tag 7 — 2 — 14 — Alſo 1811 J. 6 M. 2 Tag Im Jahr 1812 den 3ten July.	14 Tag und 18 Tag ſind 32 Tag, worin alſo 1 Monat iſt. 1 Monat zu 2 und 3 Mon. gibt 6 Monat.

Der 6te Monat aber iſt der Juny, welcher 30 Tag hat, alſo bleiben von 32 Tag nur 2 Tag ꝛc.

3) 1803 J. 8 M. 24 Tag 8 — 6 — 11 — Alſo 1812 J. 3 M. 4 Tag Im Jahr 1813 den 5ten April.	Es ſind 35 Tag, worin alſo 1 Monat iſt. 1 Mon. zu 6 und 8 Monaten gibt 15 Monat oder 1 J. u. 3 Mon.

Der 3te Monat aber iſt der März, welcher 31 Tag hat, folglich bleiben von 35 Tagen nur 4 Tag ꝛc.

4) 1802 J. 10 M. 23 Tag 7 — 3 — 16 — Alſo 1810 J. 2 M. 11 Tag Im Jahr 1811 den 12ten März.	Es ſind 39 Tag, worin alſo 1 Monat iſt. 1 Mon. zu 3 und 10 Monat, ſind 14 Mon. oder 1 Jahr und 2 Monat.

Der 2te Monat iſt der Februar. — Nun 1 Jahr zu 7 und 1802 Jahren, gibt 1810 Jahr, und die 2 Monate ſind im Jahr 1811, welches kein Schaltjahr iſt, folglich im Februar nur 28 Tag hat; mithin bleiben von 39 Tagen 11 Tag ꝛc.

5) 1723 J. 10 M. 18 T. 10 St. 25 M. 52 — 9 — 14 — 7 — 13 — Alſo 1776 J. 8 M. 1 T. 17 St. 38 M. Im Jahr 1777 den 2ten Sept. um 5 Uhr 38 M.	Es ſind 38 Min. u. 17 St. Alsdann 32 Tag,

Nachmittags.

worin alſo 1 Monat iſt.

1 Mon. zu 9 und 10 Monaten gibt 20 Mon. oder 1 Jahr und 8 Monat.

Der 8te Monat iſt der Auguſt, welcher 31 Tag hat, alſo bleibt von 32 Tagen 1 Tag... Den 2ten September von Nachts 12 Uhr an 17 Stund, iſt Nachmittags um 5 Uhr ꝛc.

6) 1793 J. 3 M. 13 T. 17 St. 58 M. 17 — 10 — 21 — 22 — 44 — Alſo 1811 J. 2 M. 6 T. 16 St. 41 M. Im Jahr 1812 den 7ten März Nachmittags um 4 Uhr 41 Minuten.	Es ſind 101 Minuten, das iſt: 1 St. 41 Minuten.

1 Stund zu 22 und 17 St. gibt 40 Stund, das iſt: 1 Tag und 16 Stund.

1 Tag zu 21 und 13 Tag gibt 35 Tag, worin alſo 1 Monat iſt.

1 Monat zu 10 und 3 Monat gibt 14 Monat.

Das iſt: 1 Jahr und 2 Monat. Der 2te Monat iſt der Februar. Nun 1 Jahr zu 17 und 1793 Jahr, dieß gibt 1811 Jahr, und die 2 Monat ſind im 1812ten Jahre, welches ein Schaltjahr iſt, folglich im Februar 29 Tag hat; mithin bleiben von 35 Tagen nur 6 Tag.

Anmerkung.

Die Proben über dieſe Berechnungen ſind die hier nächſt vorkommenden Beyſpiele.

d.

1) Ein Mann hatte im Jahr 1803, den 24ſten Juny Geld ausgeliehen, und im Jahr 1811 den 7ten November wieder eingezogen; wie viel Jahr, Monat und Tag hatte er es alſo ausſtehen?

2) Ein Mann hat im Jahr 1805, den 19ten April irgendwo Geld geliehen, und es im Jahr 1812 den 3ten July wieder zurück gegeben; wie viel Jahr, Monat und Tag hatte er es behalten?

3) Im Jahr 1804 den 25ſten September kam ein Kind zur Welt, und ſtarb im Jahr 1813 den 5ten April wieder; wie viel Jahr, Monat und Tag wurde es alt?

4) Im Jahr 1803 den 24ſten November kam ein Kind zur Welt, und ſtarb im Jahr 1811 den 12ten März wieder; wie viel Jahr, Monat und Tag lebte es?

5) Im Jahr 1724 den 19ten November um 10 Uhr 25 Minuten Morgens kam jemand zur Welt, und ſtarb im Jahr 1777 den 2ten September um 5 Uhr 38 Minuten Nachmittags; wie viel Jahr, Monat, Tag, Stund und Minuten lebte er?

6) Im Jahr 1794 den 14ten April um 5 Uhr 58 Minuten Nachmittags wurde jemand geboren, und ſtarb im Jahr 1812 den 7ten März, Nachmittags um 4 Uhr 41 Minuten; wie viel Jahr, Monat, Tag, Stund und Minuten lebte er?

Auflöſung:

1) Da er ſein Geld wieder einzog, waren ſeit Chriſti Geburt 1810 Jahr ꝛc. vorbey, da er es aber ausgeliehen hatte, erſt 1802 Jahr ꝛc. Ziehet man alſo die geringere Zahl von der größern ab, ſo ſieht man, um wie viel Jahr, Monat ꝛc.

die größere mehr enthält, und ſo lang hatte er ſein Geld ausſtehen. Dieſes Beyſpiel ſieht ſo aus:

1810 J. 10 M. 6 Tag 1802 — 5 — 23 — 8 J. 4 M. 14 Tag	23 Tag kann ich von 6 Tag nicht abziehen, ich entlehne daher den 10ten Monat, das iſt: den Oktober oder 31 Tag; 6 Tag dazu ſind 37 Tag. 23 Tag von 37 Tag bleiben 14 Tag ꝛc.
2) 1811 J. 6 M. 2 Tag 1304 — 3 — 18 — 7 J. 2 M. 14 Tag	18 Tag von 2 Tag kann ich nicht, ich entlehne daher den 6ten Monat, das iſt: den Juny oder 30 Tag. 18 Tag alſo von 32 Tag bleiben 14 Tag ꝛc.

3) Wie die vorige Auflöſung. Alſo 8 Jahr 6 Monat und 11 Tag.

4) 1810 J. 2 M. 11 Tag 1802 — 10 — 23 — 7 J. 3 M. 16 Tag	23 Tag von 11 Tag kann ich nicht, ich entlehne daher den 2ten Monat, das iſt: den Februar, oder (weil das Jahr 1811 kein Schaltjahr iſt) 28 T. u. ſ. w.

5) Da er ſtarb, waren ſeit Chriſti Geburt 1776 Jahr, 8 Monat, 1 Tag, und vom folgenden Tag (Nachts 12 Uhr an bis Nachmittags 5 Uhr ꝛc.) 17 Stund und 38 Minuten vorbey, und da er zur Welt kam, erſt 1723 Jahr, 10 Monat ꝛc. Alſo lebte er 52 J. 9 Mon. 14 Tag 7 Stund und 13 Minuten.

6) 1811 J. 2 M. 6 T. 16 St. 41 Min.
1793 – 3 – 13 – 17 – 58 –

17 J. 10 M. 21 T. 22 St. 43 Min.

Hier wird der 2te Monat, nämlich der Februar, welcher in dem Schaltjahre 1812 29 Tag hat, entlehnt.

L. Sage mir das nächſte Mal jeder von euch den Jahrgang und Monatstag, wo er zur Welt kam. Könnt ihr auch noch Tag und Stund ꝛc. angeben, ſo können wir bis auf die Minute berechnen, wie alt er iſt.

---

e.

[Jetzt kann man wieder unten in der Geometrie, die oben erwähnte Anwendung vornehmen, nämlich:

Eine Schnur reicht rings um den Rand einer Schiefertafel ꝛc. bis; Wie viel Ruthen hat ein viereckiger Acker ꝛc.

Und dann erſt folgende Aufgaben:

1) Ein Garten enthält 12 Reihen Bäume, und jede Reihe 16 Bäume; wie viel Bäume ſind dieß in Allem?

2) Ein Garten enthält 9 Reihen Bäume, und jede Reihe 18 Bäume; wie viel Bäume ſind es in Allem?

3) Ein Garten enthält 13 Reihen Bäume, und jede Reihe 17 Bäume; wie viel Bäume ſind dieß in Allem?

4) Man ſieht ein viereckiges Ziegeldach, und zählt in der unterſten Reihe ſeitwärts 38 Ziegel, und an der linken Seite aufwärts 24 in einer Reihe; wie viel Ziegel enthält das ganze Dach?

5) Man ſieht ein viereckiges Ziegeldach, zählt unten hinüber 64 Ziegel in einer Reihe, und links aufwärts 35; wie viel Ziegel enthält das ganze Dach?

6) Ein viereckiges Ziegeldach hat unten hinüber in einer Reihe 93 Ziegel, und aufwärts 46; wie viel Ziegel alſo in Allem?

7) In einem viereckigen Garten ſtehen alle Bäume reihenweis neben und hinter einander wie die Ziegel auf einem Dache: man zählt nach der Länge in einer Reihe 28 Bäume, und nach der Breite 20; wie viel Bäum enthält der ganze Garten?

8) In einem viereckigen Garten ſtehen alle Bäume reihenweis neben und hinter einander: man zählt in einer Reihe nach der Länge 27, und nach der Breite 14 Bäume; wie viel Bäume enthält der ganze Garten?

9) In einem viereckigen Weingarten ſtehen alle Rebſtöcke reihenweis neben und hinter einander: man zählt in einer Reihe nach der Länge 372 Rebſtöcke, und nach der Breite 9; wie viel Rebſtöcke enthält der ganze Weingarten?

[Eben ſo beliebige Beyſpiele von Kraut = und Kartoffel-Aeckern!]

10) Ein viereckiger Küchenboden iſt mit lauter gleichen Backſteinen gepflaſtert: man zählt vorwärts an einer Seite 24, und ſeitwärts 20; wie viel enthält der ganze Boden?

11) Man ſieht einen viereckigen Haufen Backſteine (das heißt: jede Seite iſt ein Viereck), und zählt ganz unten, vorwärts an einer Seite 23 in einer Reihe, dann ſeitwärts 11, und aufwärts 8; wie viel Backſteine enthält der ganze Haufen?

12) Man ſieht einen viereckigen Haufen Backſteine, und zählt nach der Länge an einer Seite ganz unten 34 in einer Reihe, dann nach der Breite 20, und nach der Höhe 9; wie viel Backſteine enthält der ganze Haufen?

13) Man ſieht einen viereckigen Haufen Backſteine, und

zählt nach der Länge ganz unten 43, dann nach der Breite 20, und nach der Höhe 11; wie viel Backſteine ſind es in Allem?

14) Man ſieht einen viereckigen Haufen Bretter, und zählt nach der Länge ganz unten an einer Seite 5, nach der Breite 17, und aufwärts 8 Bretter; wie viel ſind es in Allem?

Auflöſung einiger der vorſtehenden Beyſpiele.

1) Enthält 1 Reihe 16 Bäume, ſo enthalten 12 Reihen 12 mal ſo viel, das iſt: 12 mal 16, oder 192.

4) Enthält die unterſte Reihe 38 Ziegel, ſo hält jede Reihe ſeitwärts 38, und zählt man aufwärts 24, ſo ſind es 24 ſolche Reihen, alſo 24 mal 38, oder 912 Ziegel.

7) Enthält 1 Reihe nach der Länge 28 Bäume, ſo enthält jede Reihe nach der Länge 28, und ſind nach der Breite 20 auf einer Seite, ſo ſind es 20 ſolche Reihen, das iſt: 20 mal 28, oder 560 Bäume.

11) Sind ganz unten auf einer Seite vorwärts oder nach der Länge 23 Backſteine in einer Reihe, ſo enthält jede Reihe in der unterſten Lage oder Schichte 23 Backſteine, und ſind ganz unten nach der Breite 11, ſo ſind 11 ſolche Reihen in der unterſten Schichte, das iſt: 11 mal 23, oder 253 Backſteine.

Sind aber endlich aufwärts jedes Mal 8 Backſteine in einer Reihe, ſo liegen 8 ſolche Schichten über einander, das iſt: 8 mal 253, oder 2024 Backſteine.

Anm. Nun kann wieder unten in der Geometrie von dem Flächenmaße B. fortgefahren werden bis: Quadratinhalt, oder auch noch bis: Gebrochene Zahlen, a) Brüche und Ganze.

f.

1) Ein Garten enthält 288 Bäume in lauter gleichen Reihen: jede Reihe nach der Breite enthält 12 Bäume; wie viel ſolche Reihen ſind es? Aufloͤſung: Sind 12 Bäume 1 Reihe, ſo ſind 288 Bäume ſo viel Reihen als 12 darin enthalten ſind. 12 ſind in 288 24 mal enthalten, alſo ſind es 24 Reihen.

2) In einem Garten ſtehen 192 Bäume in lauter gleichen Reihen: es machen aber jedes Mal 16 Bäume eine Reihe aus; wie viel Reihen ſind es? Ant. 12 Reihen.

3) In einem Garten ſtehen 184 Bäume in lauter gleichen Reihen, deren jede 23 Bäume enthält; wie viel Reihen ſind es? Ant. 8 Reihen.

L. Wenn jede Reihe vorwärts 23 Bäume und der ganze Garten 8 ſolche Reihen neben einander hat, ſo ſind, wenn man die Bäume ſeitwärts zählt, jedes Mal 8 in einer Reihe. Oder überhaupt ausgeſprochen:

So viel Bäume nach der Länge eines ſolchen Gartens hinter einander ſind, ſo viel enthält jede Reihe, und ſo viel ſolche Reihen neben einander ſind, ſo viel Bäume ſind jedes Mal in einer Reihe ſeitwärts.

4) Wenn alſo in einem Garten 378 Bäume in lauter gleichen Reihen ſtehen, deren jede vorwärts 27 Bäume enthält; wie viel Bäume ſind da, jedes Mal in einer Reihe ſeitwärts? Ant. 14.

[Eben ſo wird auch Folgendes berechnet:]

5) Ein viereckiges Dach hat 768 Ziegel: jede Reihe aufwärts enthält 24 Ziegel, wie viel enthält jede Reihe ſeitwärts? Ant. 32.

6) Ein viereckiges Dach enthält 2793 Ziegel: jede Reihe aufwärts beſteht aus 49 Ziegel, wie viel hat jede ſeitwärts?

7) Ein viereckiger Küchenboden iſt mit 255 gleichen Backſteinen gepflaſtert: es ſind vorwärts jedes Mal 15 Backſteine in einer Reihe; wie viel ſeitwärts? 17.

8) Ein viereckiger Haufen Backſteine enthält 1683 Stück: es ſind vorwärts jedes Mal 17, und ſeitwärts 11 in einer Reihe; wie viel ſind jedes Mal über einander in einer Reihe? Aufl.

Sind vorwärts z. B. ganz unten 17, und ſeitwärts ganz unten jedes Mal 11 in einer Reihe, ſo beſteht die ganze untere Lage oder Schichte aus 11 mal 17 oder 187 Backſteinen.

So viel mal nun 187 in 1683 enthalten ſind, ſo viel ſolche Schichten befinden ſich über einander, und ſo viel ſolche Schichten ſich über einander befinden, ſo viel einzelne Backſteine ſind über einander in einer Reihe.

187 ſind aber in 1683 9 mal enthalten, alſo ſind jedes Mal 9 Backſteine über einander in einer Reihe.

9) Ein viereckiger Haufen Backſteine enthält 8262 Stück: es ſind vorwärts jedes Mal 34, und ſeitwärts 27 in einer Reihe; wie viel ſind jedes Mal aufwärts in einer Reihe? Ant. 9.

10) Ein viereckiger Haufen Backſteine enthält 6084 Stück: man kann nur die vordere Seite ſehen, welche ganz unten hinüber 26, und aufwärts jedes Mal 18 in einer Reihe hat; wie viel Backſteine hat wohl die untere Reihe an einer Nebenſeite? Aufl.

Hat die unterſte Reihe ſeitwärts 26, ſo hat jede Reihe ſeitwärts eben ſo viel, und ſind aufwärts in jeder Reihe 18, ſo ſind 18 ſolche Reihen über einander, das iſt: 18 mal 26 oder 468 in der 1ſten (ſtehenden) Schichte. So viel mal nun 468 in 6084 enthalten ſind, ſo viel ſolche Schichten ſte-

hen hinter einander, und ſo viel ſolche Schichten hinter einander ſtehen, ſo viel einzelne Backſteine befinden ſich auf einer Nebenſeite hinter einander in einer Reihe ꝛc. alſo 13.

11) Ein viereckiger Haufen Backſteine enthält 1232 Stück: man kann nur die vordere Seite ſehen, welche ganz unten 14, und aufwärts jedes Mal 11 in einer Reihe hat; wie viel Backſteine hat wohl die unterſte Reihe an einer Nebenſeite? 8 Backſtein.

12) Ein viereckiger Haufen Backſteine enthält 1350 Stück: man kann, weil er in einer Grube liegt, nur die obere Seite ſehen, welche vorwärts 15, und ſeitwärts jedes Mal 10 in einer Reihe hat; wie viel Backſteine ſind abwärts in jeder Reihe? 9.

---

g.

[Der Lehrer ſchreibt: 13 Fſt. 4 Fl. 6 Sch. 8 kr. und ſpricht:]

Ein Haus hat 13 Fenſter, jedes Fenſter hat 4 Flügel, jeder Flügel 6 Scheiben, und jede Scheibe koſtet 8 Kreuzer; wie viel Gulden koſten alle Scheiben zuſammen? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Hat 1 Fenſter 4 Flügel, ſo haben 13 Fenſter 13 mal 4 Flügel oder 4 mal 13 Flügel (Er ſtreicht den 4er durch, ſetzt ihn unter 13 vervielfältigt und erhält 52 Flügel.)

Hat 1 Flügel 6 Scheiben, ſo haben 52 Flügel 52 mal 6 Scheiben oder 6 mal 52 Scheiben (Er ſtreicht den 6er durch, ſetzt ihn unter 52, multiplizirt, und erhält 312 Scheiben) Koſtet 1 Scheibe 8 kr. ſo koſten 312 Scheiben ꝛc. 2496 kr.

13 Fſt.	Das iſt: 41 fl. 36 kr.
4	[Die Zahlen werden nach und nach un-
52 Fl.	ter einander kommen, wie hier links.]
6	[Eben ſo können folgende Aufgaben zu-
312 Sch.	erſt ſeitwarts, alsdann abwärts geſchrie-
8	ben und berechnet werden:]
60|2.96 kr. (41 fl. ꝛc.	
ꝛc.	

1) Ein Haus hat 12 Fenſter, jedes Fenſter 4 Flügel, jeder Flügel 6 Scheiben, und jede Scheibe koſtet 9 Kreuzer; wie viel Gulden koſten alle Scheiben zuſammen? Ant. 43 fl. 12 kr.

2) Ein Haus hat 14 Fenſter, jedes Fenſter 4 Flügel, jeder Flügel 6 Scheiben, und jede Scheibe koſtet 11 kr.; wie viel Gulden koſten alle Scheiben zuſammen? Ant. 61 fl. 36 kr.

3) In einem Garten ſind 12 Reihen junge Bäumchen; jede Reihe enthält 16 Bäumchen, und jedes koſtet 16 kr.; wie viel Gulden iſt ihr ganzer Betrag? Ant 51 fl 12 kr.

4) In einem Garten ſind 9 Reihen Bäumchen: jede Reihe enthält 18, und jedes Bäumchen koſtete 20 kr.; wie viel Gulden koſteten alle zuſammen. Ant. 54 fl.

Gebrochene Zahlen oder Brüche.

Verwandlung der Ganzen in (uneigentliche) Brüche.

a) Lauter ganze Zahlen.

L. 1 ganze Ehle iſt 2 halbe Ehlen, 1 ganze Ehle iſt 3 Drittels Ehlen,

1 ganze Ehle iſt — wie viel Viertel Ehlen? Ant 4 Viertels Ehlen.

L. 1 ganze Ehle iſt — wie viel 5tels Ehlen? Ant. 5 Fünftels Ehlen.

L. 1 — — iſt — wie — 6tels Ehlen? Ant. 6 Sechstels Ehlen.

u. ſ. w.

---

87 × 2 halbe

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

87 ganze Ehlen, wie viel halbe ſind ſie? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Eine ganze iſt 2 halbe, alſo ſind 87 ganze 87 mal 2 halbe, oder 2 mal 87 halbe.

2 mal 7 ſind 14, ich ſchreibe 4 ꝛc. Es ſind alſo 174 halbe Ehlen.

77 × 2 halbe = $\frac{174}{2}$

[Die Berechnung kann geſetzt werden, wie hier links.]

[Eben ſo werden folgende Aufgaben nach und nach von einzelnen Schülern mit lauten Worten Berechnet:]

74 ganze Ehlen, wie viel halbe ſind ſie? $\frac{148}{2}$ Ehlen.

69 — — , — — — — —? $\frac{138}{2}$ —

87 — — , — — Drittels — —? Auflöſung:

Eine ganze iſt 3 Drittel, alſo ſind 87 ganze 87 mal 3 Drittel, oder 3 mal 87 Drittel. 3 mal 7 ſind 21 ꝛc. Es ſind alſo $\frac{261}{3}$ Ehlen.

---

69 ganze Ehlen, wie viel Drittels Ehlen ſind ſie? $\frac{207}{3}$ Ehlen.

86 — —, — — — — — —? $\frac{258}{3}$ —

86 — —, — — 4tels — — —? $\frac{344}{4}$ —

93 — —, — — 4tels — — —? $\frac{372}{4}$ —

92 — —, — — 5tels — — —? $\frac{460}{4}$ —

u. ſ. w. mit Ehlen

L. Wie man ganze Ehlen in halbe, Drittel, 4tel und andere gleiche Theile verwandelt, ſo verwandelt man auch Gulden, Kreuzer, Pfenninge, Pfund und alle andere Rechnungsgegenſtände in Theile. Berechnet daher Folgendes!

87 ganze Gulden, wie viel halbe Gulden ſind ſie? Aufl
1 ganzer iſt 1 mal 2 halbe, alſo ꝛc. $\frac{174}{2}$ fl.

63 ganze Gulden, wie viel halbe ſind ſie? $\frac{126}{2}$ fl.

75 — —, — — 3tels fl — —? $\frac{225}{3}$ fl.

83 — —, — — 4tels fl. — —? $\frac{332}{4}$ fl.

46 — —, — — 5tels fl. — —? $\frac{230}{5}$ fl.

57 — Kreuzer, — — 3tels kr. — —? $\frac{171}{3}$ kr.

48 — —, — — 4tels kr. — —? $\frac{192}{4}$ kr.

39 — —, — — 6tels kr. — —? $\frac{234}{6}$ kr.

52 — —, — — 7tels kr. — —? $\frac{364}{7}$ kr.

u. ſ. w.

---

84 ganze Pfund, wie viel halbe Pfund ſind ſie? Aufl.

1 ganzes iſt 2 halbe, alſo ꝛc. $\frac{168}{2}$ ℔.

76 ganze Pfund wie viel 3tels Pfund ſind ſie? $\frac{228}{3}$ ℔.

92 — — — — 8tels — — —? $\frac{736}{8}$ ℔.

41 — — — — 9tels — — —? $\frac{369}{9}$ ℔.

28 ganze Loth, wie viel 10tels Loth ſind ſie? $\frac{280}{10}$ Loth.

29 — — , — — 11tels — — —? $\frac{319}{11}$ Loth.

u. ſ. w.

---

b) Gemiſchte Zahlen.

$87\frac{1}{2}$ Ehlen [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

87 ganze und 1 halbe Ehle, wie viel halbe ſind dieß? Aufl.

Eine ganze iſt 2 halbe, alſo ſind 87 ganze 87 mal 2 halbe, oder 2 mal 87 halbe. (Hier kann man wieder einen kleinen 2er unter 7 ſchreiben.) 2 mal 7 halbe ſind 14 halbe und 1 halbe ſind 15 halbe. Ich ſchreibe 5 ꝛc.

$87\frac{1}{2}$ Ehl [Die Berechnung wird ausſehen, wie hier links.]
2
$\frac{175}{2}$ Ehl

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet:]

47 ganze und 1 halbe Ehle, wie viel halbe ſind es?
$\frac{95}{2}$ Ehl.

69 ganze und 1 Drittels Ehle, wie aiel 3tels Ehlen ſind es?
$\frac{208}{3}$ Ehl.

85 ganze und 2 Drittels Ehlen, wie viel 3tels Ehlen ſind es?

$\frac{257}{3}$ Ehl.

56 — — 3 Viertels — , — — 4tels Ehlen ſind es?

$\frac{227}{4}$ Ehl.

68 — — 2 Fünftels — , — — 5tels Ehlen ſind es?

$\frac{342}{5}$ Ehl.

83 — Gulden und 1 halber, wie viel halbe Gulden ſind es?

$\frac{167}{2}$ fl.

24 — und 3 Fünftels Gulden, wie viel 5tels Gulden ſind es?

$\frac{123}{5}$ fl.

37 und 5 Achtels Kreuzer, wie viel 8tels Kreuzer ſind es?

$\frac{301}{8}$ kr.

58 — 3 Viertels — , — — 4tels Kreuzer ſind es?

$\frac{235}{4}$ kr.

u. ſ. w.

Verwandlung der (uneigentlichen) Brüche in ganze, oder gemiſchte Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{179}{2}$ Ehlen und ſpricht:]

179 halbe Ehlen, wie viel ganze ſind ſie?

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

[Er verwiſcht oder durchſtreicht den 2er nebſt dem Querſtrich, richtet das ganze Beyſpiel ein, wie hier weiter unten links, und ſpricht:] 2 halbe Ehlen ſind eine ganze, alſo ſind 179 halbe ſo viel ganze, als 2 halbe darin enthalten ſind. 2 ſind in 17 8 mal enthalten 2c.

hlb.	hlb.		
2	179 Ehlen. ꝛc.	(89 $\frac{1}{2}$	Es ſind alſo 89 ganze und 1 halbe Ehle.

1
L. Berechnet eben ſo Folgendes!

$\frac{345}{2}$ Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? 172$\frac{1}{2}$ Ehl.

$\frac{583}{2}$ — , — — — — — ? 291$\frac{1}{2}$ Ehl.

$\frac{186}{2}$ — , — — — — — ? 93 Ehlen.

L. Wie man mehrere halbe Ehlen in ganze verwandelt, ſo verwandelt man auch mehrere 3tel, 4tel und andere Theile der Ehlen, des Geldes, Gewichtes und aller andern Dinge in ganze.

Berechnet daher wie vorhin Folgendes!

$\frac{860}{3}$ Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? Aufl.

3 Drittels Ehlen ſind eine ganze, alſo ſind 860 Drittels Ehlen ſo viel ganze, als 3 Drittels Ehlen darin enthalten ſind ꝛc.

Dr.	Dr.		
3	800 ꝛc.	(286$\frac{2}{3}$ Ehl.	Es ſind alſo 286 ganze und 2 Drittels Ehlen.

$\frac{694}{3}$ Ehlen, wie viel ganze ſind ſie? 231$\frac{1}{3}$ Ehl.

$\frac{342}{3}$ — , — — — — — ? 114 Ehl.

$\frac{135}{4}$ — , — — — — — ? 33$\frac{3}{4}$ Ehl.

$\frac{529}{4}$ — , — — — — — ? 132$\frac{1}{4}$ Ehl.

$\frac{976}{2}$ Gulden, — — — — — ? Auflöſung:

2 halbe Gulden ſind 1 ganzer, alſo ſind ꝛc. 488 fl.

$\frac{361}{2}$ Gulden, wie viel ganze ſind ſie? 180$\frac{1}{2}$ fl.

$\frac{437}{5}$ Gulden, wie viel ganze ſind ſie? $87\frac{2}{5}$ fl.

$\frac{629}{5}$ Kreuzer — — — — —? $125\frac{4}{5}$ kr.

$\frac{175}{6}$ — — — — — — —? $29\frac{1}{6}$ kr.

$\frac{286}{7}$ Pfund, — — — — —? Auflöſung:

7 Siebentels Pfund ſind 1 ganzes, alſo ꝛc. $40\frac{6}{7}$ ℔.

$\frac{698}{7}$ Pfund, wie viel ganze ſind ſie? $99\frac{5}{7}$ ℔.

u. ſ. w.

Verwandlung kleinerer Bruchszahlen in größere.

[Der Lehrer macht einen ſenkrechten Strich ungefähr 3 Spannen lang an die Tafel, theilt ihn durch 3 Querſtrichlein in 4 gleiche Theile, krümmt das oberſte Querſtrichlein abwärts und ſpricht:]

Dieſer Strich ſoll eine Ehle Band bedeuten, wovon 3 viertel durch das krumme Querſtrichlein abgeſöndert ſind.

Wenn ich jedes 4tel einer Ehle in 2 gleiche Theile zerlege; [Er macht dieſe Eintheilung wie hier links] wie viel ſolche Theile hat alsdann die ganze Ehle? Ant. 8 ſolche Theile.

L. Wie viel 8tel ſind nun blos die abgeſönderten 3 Viertel? Ant. 6 Achtel.

L. Alſo iſt es einerley, ob man ſagt: 3 Viertel, oder 6 Achtel; (Er wiſcht den ganzen Strich weg und ſchreibt $\frac{3}{4}$) denn wenn jedes Viertel 2 gleiche Theile hat, ſo hat die gan-

ze Ehle 4 mal 2 ſolche Theile, das ſind 8 gleiche Theile (Er ſchreibt $\times 2 = 8$ neben 4) und 3 Viertel haben 3 mal 2 ſolche Theile, das ſind 6 Theile. (Er ſchreibt $\times 2 = 6$ neben 3, daß das Beyſpiel ſo ausſieht, wie hier links)

$$\frac{3 \times 2 = 6}{4 \times 2 = 8}$$

Der einzige Unterſchied zwiſchen $\frac{3}{4}$ und $\frac{6}{8}$ iſt alſo nur der, daß der Bruch $\frac{6}{8}$ durch größere Zahlen ausgedruckt iſt, und man kann aus dieſem einzigen Beyſpiel ſchon einſehen, daß man auf dieſe Art jeden angegebenen Bruch durch größere Zahlen ausdrücken kann, ohne ſeinen Gehalt zu verändern, wenn man nämlich ſeinen Zähler und Nenner durch einerley Zahl vervielfältigt. Schreibt daher $\frac{3}{5}$ an!

L. Macht, wie ich vorhin, den Nenner und Zähler dieſes Bruches 2 mal größer!

L. Wie viel iſt der vergrößerte Bruch? Ant. $\frac{6}{10}$.

$$\frac{3 \times 2 = 6}{5 \times 2 = 10}$$

[Die Darſtellung mit Ziffern muß wieder ſeyn, wie hier links.]

L. Wiſchet dieſes weg, ſchreibt $\frac{2}{3}$, und macht eben ſo den Nenner und Zähler 5 mal größer!

L. Wie viel iſt dieſer vergrößerte Bruch? Ant. $\frac{10}{15}$.

L. Wiſchet dieſes weg, ſchreibt $\frac{1}{2}$ und macht eben ſo den Nenner und Zähler dieſes Bruches 7 mal größer!

L. Wie viel iſt dieſer vergrößerte Bruch? Ant. $\frac{7}{14}$.

u. ſ. w.

Verwandlung größerer Bruchszahlen in kleinere.

Das iſt: Abkürzung der Brüche.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{6}{8}$ und ſpricht:]

Statt, einen angegebenen Bruch durch größere Zahlen auszudrücken, indem man aus jedem einzelnen Theile 2 oder mehrere kleinere Theile macht, pflegt man ihn oft lieber auf kleinere Zahlen zurück zu bringen, oder abzukürzen, indem man 2 oder mehrere kleinere Theile zuſammen als einen größern Theil betrachtet. Dieſes aber iſt jedes Mal thunlich, wenn ſich der Nenner und Zähler in lauter 2ern, 3ern oder überhaupt in lauter gleichen ganzen Zahlen, deren keine Eins iſt, ohne Reſt angeben laſſen, das iſt:

Jeder Bruch läßt ſich abkürzen, wenn ſein Nenner und Zähler einen gemeinſchaftlichen Theiler haben.

Will man nun einen ſolchen Bruch wirklich abkürzen, ſo theilt man den Zähler und Nenner durch den gemeinſchaftlichen Theiler.

Läßt ſich in dem Bruche $\frac{6}{8}$ der 6er und 8ter in lauter 2er zerlegen? Ant. Ja.

L. Welche Zahl iſt alſo der gemeinſchaftliche Theiler für $\frac{6}{8}$? Ant. 2.

L. So gebt Acht, wie ich dieſen Bruch abkürze!

$\left.\begin{array}{c}2\\2\end{array}\right| \frac{6}{8},\ \frac{3}{4}$ [Er ſchreibt zwey 2er nebſt einem Strich vor $\frac{6}{8}$ wie hier links:]

L. 2 ſind in 6. 3 mal enthalten (Er ſchreibt 3)

L. 2 ſind in 8. 4 mal enthalten (Er ſchreibt 4)

L. Wie ſchreibt man alſo $\frac{6}{8}$ Ehlen mit geringern Zahlen? Ant. $\frac{3}{4}$ Ehlen.

L. Berechnet eben ſo, wenn ihr auch das Herauskommende ſchon voraus wißt, Folgendes!

Wie ſchreibt man $\frac{6}{10}$ Ehlen mit geringern Zahlen? Ant. $\frac{3}{5}$ Ehlen.

— — — $\frac{10}{15}$ — — — Zahlen? Ant. $\frac{2}{3}$ Ehlen.

— — — $\frac{7}{14}$ — — — Zahlen? Ant. $\frac{1}{2}$ Ehl.

L. Wenn der gemeinſchaftliche Theiler nicht zu groß iſt, ſo braucht man ihn auch nicht anzuſchreiben. Machet daher noch folgende Abkürzungen!

Wie ſchreibt man $\frac{14}{21}$ Ehlen mit geringern Zahlen? Aufl. $\frac{14}{21}$ Ehl. = $\frac{2}{3}$ Ehl.

— — — $\frac{21}{28}$ Gulden mit geringern Zahlen? Ant. $\frac{3}{4}$ fl.

— — — $\frac{6}{9}$ — — — Zahlen? $\frac{2}{3}$ fl.

— — — $\frac{10}{12}$ — — — Zahlen? $\frac{5}{6}$ fl.

— — — $\frac{8}{20}$ Kreuzer — — Zahlen? $\frac{2}{5}$ kr.

u. ſ. w.

Verwandlung der Brüche höherer Geld- und Maßarten in geringere Arten.

Geld.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{1}{2}$ fl. und ſpricht:]

1 halber Gulden, wie viel Kreuzer iſt er? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mit Ziffern berechne!

Ein halber Gulden, heißt ſo viel als: der halbe Theil von 1 ganzen Gulden, das iſt: (Er macht zwey Querſtrichlein) der halbe Theil von 60 Kreuzern (Er ſchreibt zuerſt 2, macht darüber einen Querſtrich, und ſchreibt 60 kr. darüber)

Ich finde den halben Theil von 60 kr., wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 2 in 60 enthalten iſt. (Er theilt auf einem beſondern Platz) 1 halber Gulden iſt alſo 30 Kreu-

zer. (Er ſchreibt zum vorigen = 30 kr. ſo, daß das Beyſpiel $\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{60}{2}$ kr. = 30 kr. ausſieht, wie hier links.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben von einzelnen Schülern nach und nach mit lauten Worten berechnet:]

Wie viel Kreuzer iſt $\frac{1}{3}$ fl.? Aufl. 1 Drittels Gulden heist ſo viel als: der 3te Theil von 1 ganzen Gulden, das iſt:

Der 3te Theil von 60 Kreuzern. Ich finde ꝛc. Alſo 20 kr.

Wie viel Kreuzer iſt

$\frac{1}{4}$ fl.? Ant. 15 kr. $\frac{1}{10}$ fl.? Ant. 6 kr. $\frac{1}{20}$ fl.? Ant. 3 kr.
$\frac{1}{5}$ fl.? — 12 kr. $\frac{1}{12}$ fl.? — 5 kr. $\frac{1}{30}$ fl.? — 2 kr.
$\frac{1}{6}$ fl.? — 10 kr. $\frac{1}{15}$ fl.? — 4 kr. $\frac{1}{60}$ fl.? — 1 kr.

L. 1 halber Gulden iſt 30 kr., $\frac{1}{3}$ fl. iſt 20 kr., $\frac{1}{4}$ fl. iſt 15 kr.; wer von euch kann mir eben ſo kurz aus dem Kopfe her ſagen, wie viel Kreuzer $\frac{1}{2}$ fl., dann $\frac{1}{3}$ fl., $\frac{1}{4}$ fl., $\frac{1}{5}$ fl., $\frac{1}{6}$ fl., $\frac{1}{10}$ fl. ꝛc. bis $\frac{1}{60}$ fl. iſt? Ant. $\frac{1}{2}$ fl. iſt 30 kr. $\frac{1}{3}$ fl. iſt 20 kr. $\frac{1}{4}$ fl. iſt 15 kr. $\frac{1}{5}$ fl. iſt 12 kr. $\frac{1}{6}$ fl. iſt 10 kr. $\frac{1}{10}$ fl. iſt 6 kr. $\frac{1}{12}$ fl. iſt 5 kr. $\frac{1}{15}$ fl. iſt 4 kr. u. ſ. w.

L. Berechnet wie vorhin mit Ziffern Folgendes!

Wie viel Kreuzer und übrige Pfenning iſt $\frac{1}{7}$ fl.? Ant. 8 kr. $2\frac{2}{7}$ Pf.
— — — — — — — $\frac{1}{8}$ fl.? Ant. 7 kr. 2 Pf.
— — — — — — — $\frac{1}{9}$ fl.? Ant. 6 kr. $2\frac{2}{3}$ Pf.
— — — — — — — $\frac{1}{11}$ fl.? Ant. 5 kr. $1\frac{10}{11}$ Pf.

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{2}{3}$ fl. und ſpricht:]

2 Drittels Gulden, wie viel Kreuzer ſind ſie? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mit Ziffern berechne!

2 Drittels Gulden, heist ſo viel als: der 3te Theil von 2 ganzen Gulden, das iſt: (Er macht zwey Querſtrichlein) der 3te Theil von 2 mal 60 Kreuzern, (Er ſchreibt zuerſt den Nenner 3, und ſetzt alsdann 2 × 60 kr. mit einem Querſtrich darüber) das iſt: der 3te Theil von 120 kr.

Ich finde den 3ten Theil von 120 ꝛc. (Er theilt auf einen andern Platz) $\frac{2}{3}$ fl. ſind alſo 40 kr.

$$\tfrac{2}{3}\text{ fl.} = \frac{2 \times 60}{3}\text{kr.} = \frac{120}{3}\text{kr.} = 40\text{ kr.}$$

[Eben ſo werden wieder folgende Aufgaben von einzelnen Schülern mit lauten Worten berechnet:]

Wie viel Kreuzer ſind $\frac{3}{4}$ fl. Ant. 45 kr.
— — — — $\frac{4}{5}$ fl. — 48 kr.
— — — — $\frac{5}{6}$ fl. — 50 kr. *
— — — und übrige Pfenning ſind $\frac{6}{7}$ fl.? Ant. 51 kr. $1\frac{5}{7}$ Pf.
— — — — — — — $\frac{7}{8}$ fl.? Ant. 52 kr. 2 Pf.

u. ſ. w.

* Dieſe vier und alle dergleichen Verwandlungen, wobey kein Kreuzer-Reſt bleibt, können endlich auch noch ſo gemacht werden, wie folgendes Beyſpiel zeigt:

$\frac{2}{3}$ fl. heist ſo viel als: 2 mal der 3te Theil von 1 fl.
1 mal der 3te Theil von 1 fl. iſt 20 kr., alſo iſt
2 — — 3te — — 1 fl. 2 mal 20 kr. oder 40 kr.

u. ſ. w.

L. $\frac{2}{3}$ Kreuzer, wie viel Pfenning ſind ſie? Aufl.

$$\tfrac{2}{3}\text{ Pf.} = \frac{2 \times 4\text{ Pf.}}{3} = \frac{8}{3}\text{Pf.} = 2\tfrac{2}{3}\text{ Pf.}$$

Eben ſo:

Wie viel Pfenning ſind $\frac{3}{4}$ kr.? Ant. 3 Pf.

— — — — $\frac{4}{5}$ kr.? Ant. $3\frac{1}{5}$ Pf.

— — — — $\frac{5}{6}$ kr.? Ant. $3\frac{2}{3}$ Pf.

u. ſ. w.

Gewicht.

L. Wie wir bisher die Brüche der höhern Geldarten in geringere Arten verwandelt haben, ſo verfährt man auch mit den Brüchen der höhern Arten des Gewichtes und aller andern Gegenſtänden, berechnet daher wie vorhin Folgendes:

Wie viel Pfund iſt 1 halber Zentner? Aufl.

1 halber Zentner heiſt ſo viel als: der halbe Theil von 1 ganzen Ztr. das iſt: der halbe Theil von 100 ℔ ꝛc. 50 ℔.

$\frac{1}{2}$ Z. $= \frac{100 \text{ ℔}}{2} = 50$ ℔.

Wie viel Pfund iſt $\frac{1}{4}$ Zentner? Ant. 25 ℔.

— — — — $\frac{1}{5}$ — ? — 20 ℔.

— — — — $\frac{1}{10}$ — ? — 10 ℔.

Wie viel Pfund, Loth und Quintlein iſt $\frac{1}{3}$ Zentner? Ant. 33 ℔ 10 Loth $2\frac{2}{3}$ Qtl.

— — —, — ꝛc. iſt $\frac{1}{6}$ Ztr.? Ant. 16 ℔ 21 Loth $1\frac{1}{3}$ Qtl.

— — —, — ꝛc. — $\frac{1}{7}$ — ? — 14 ℔ 9 Loth $\frac{4}{7}$ Qtl.

u. ſ. w.

L. Wie viel Pfund und übrige Loth ꝛc. ſind 2 Drittels Zentner? Aufl. $\frac{2}{3}$ Ztr. heiſt ſo viel als: der 3te Theil von 2 ganzen Zentnern, das iſt: Der 3te Theil von 200 ℔. Ich finde ꝛc. Alſo 66 ℔ 21 L. $1\frac{1}{3}$ Qtl.

Wie viel Pfund und übrige Loth ſind $\frac{3}{4}$ Ztr.? Ant. 75 ℔.
— — — — — — — $\frac{4}{5}$ Ztr.? — 80 ℔.
u. ſ. w.

Zeit.

Wie viel Tag und übrige Stunden ꝛc. iſt $\frac{1}{2}$ Woche? Ant. 3 Tag und 12 Stund.

Wie viel Tag ꝛc. iſt $\frac{1}{3}$ Woche? 2 T. 8 St.
— — — ꝛc. iſt $\frac{1}{4}$ — ? 1 T. 18 St.
u. ſ. w.

Wie viel Tag ꝛc. ſind $\frac{2}{3}$ Wochen? 4 T. 16 St.
— — — ꝛc. — $\frac{3}{4}$ — ? 5 T. 6 St.
u. ſ. w.

Raum.

Wie viel Schuh und Zoll ſind $\frac{2}{5}$ Ruthen? 4 Sch. $9\frac{3}{5}$ Z.
— — — — — — $\frac{3}{8}$ — ? 5 Sch. $1\frac{5}{7}$ Z.
u. ſ. w.

Verwandlung geringerer Geld- und Masarten in Brüche höherer Arten.

1 kr. = $\frac{1}{60}$ fl.
2 kr. = $\frac{2}{60}$ fl.
3 kr. = $\frac{3}{60}$ fl.
4 kr. = $\frac{4}{60}$ fl.

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Beyſpiele und ſpricht:] 1 Kreuzer iſt $\frac{1}{60}$ Gulden, alſo ſind 2 Kreuzer $\frac{2}{60}$ fl.; wie benennt man eben ſo 3 Kreuzer mit dem Gulden-Namen? Ant. $\frac{3}{60}$ Gulden.

L. Wie benennt man eben ſo 4 kr. mit dem Gulden-Namen? $\frac{4}{60}$ Gulden.

L. — — — — — 5 kr. mit dem Gulden-Namen $\frac{5}{60}$ Gulden.

u. ſ. w.

L. Den Bruch $\frac{2}{60}$ kann man abkürzen; wie ſchreibt man alſo $\frac{2}{60}$ fl. mit geringern Zahlen? Ant. $\frac{1}{30}$ fl. (Er ſchreibt $= \frac{1}{30}$ fl. neben $\frac{2}{60}$ fl.)

L. Den Bruch $\frac{3}{60}$ kann man ebenfalls abkürzen; wie ſchreibt man daher $\frac{3}{60}$ fl. mit geringern Zahlen? Ant. $\frac{1}{20}$ fl. (Er ſchreibt $= \frac{1}{20}$ fl.)

L. Den Bruch $\frac{4}{60}$ kann man 2 mal abkürzen, daher kann man $\frac{2}{30}$ fl. ſchreiben; (Er ſchreibt $= \frac{2}{30}$ fl.) wie kann man mit noch geringern Zahlen Statt $\frac{4}{60}$ ſchreiben? Ant. $\frac{1}{15}$ fl. (Er ſchreibt $= \frac{1}{15}$ fl.)

1 kr. $= \frac{1}{60}$ fl.
2 kr. $= \frac{2}{60}$ fl. $= \frac{1}{30}$ fl.
3 kr. $= \frac{3}{60}$ fl. $= \frac{1}{20}$ fl.
4 kr. $= \frac{4}{60}$ fl. $= \frac{2}{30}$ fl. $= \frac{1}{15}$ fl.

[Dieſe 4 Beyſpiele müſſen zuletzt an der Tafel ſtehen, wie hier links:]

L. Schreibt eben ſo 5 kr., 6 kr. ꝛc. bis 12 kr. unter einander, und ſetzt neben jede dieſer Kreuzerzahlen, was ſie in 60ſtels Gulden beträgt!

L. Kürzt jeden dieſer Brüche ſo viel mal, als möglich iſt, ab!

L. Zeigt eure Beyſpiele!

[Dieſe müſſen dargeſtellt ſeyn, wie hier links, wobey öfters ein Schüler etwas haben wird, was ein anderer überſehen hat.]

5 kr. $= \frac{5}{60}$ fl. $= \frac{1}{12}$ fl.
6 kr. $= \frac{6}{60}$ fl. $= \frac{3}{30}$ fl. $= \frac{2}{20}$ fl. $= \frac{1}{10}$ fl.
7 kr. $= \frac{7}{60}$ fl.
8 kr. $= \frac{9}{60}$ fl. $= \frac{4}{30}$ fl. $= \frac{2}{15}$ fl.

L. Sage Einer alle ſeine Beyſpiele her? Ant.

5 kr. ſind $\frac{5}{60}$ fl. oder $\frac{1}{12}$ fl.
6. kr. ſind $\frac{6}{60}$ fl. oder $\frac{3}{30}$ fl. oder $\frac{2}{20}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ fl.

u. ſ. w.

L. Wiſcht dieſes weg, ſchreibt eben ſo 13 kr. 14 kr. ꝛc. bis 24 kr. unter einander, und kürzt jeden Bruch ſo viel mal ab, als möglich iſt!

L. Sage Einer alle ſeine Beyſpiele her! Ant. 13 kr. ſind $\frac{13}{60}$ Gulden. 14 kr. ſind $\frac{14}{60}$ fl. oder $\frac{7}{30}$ fl. ꝛc.

[Dieſe Uebung kann ſo fortgeſetzt werden bis auf 60 kr]

Gewicht.

L. 1 Loth iſt $\frac{1}{32}$ Pfund, alſo ſind 2 Loth $\frac{2}{32}$ ℔, oder $\frac{1}{16}$ ℔, und ſo läßt ſich auch jede andere Anzahl Loth mit dem Namen Pfund ausdrücken. Schreibet daher 1 Loth, 2 Loth ꝛc. bis 16 Loth unter einander, ſetzt neben jede Anzahl Loth, was ſie in 32ſtels Pfunden beträgt, und kürzt jeden Bruch ſo viel mal ab, als möglich iſt!

u. ſ. w.

[Eben ſo können Stunden als Tage, und endlich Zoll als Schuh, oder auch Schuh als Ruthen angegeben werden.]

Die vier Species in Brüchen.

Additio.

a) Brüche mit einerley Nenern.

$\frac{1}{4}$ Ehl — Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Bey-
$\frac{1}{4}$ — ſpiel und ſpricht:
$\frac{2}{4}$

Man hat 3 Stücklein Band: das 1ſte iſt $\frac{3}{4}$ Ehlen lang, das 2te $\frac{1}{4}$ Ehle und das 3te $\frac{2}{4}$; wie lang ſind alle zuſammen? —

L. Um Brüche, welche einerley Nenner haben, zuſammen zu zählen, zählt man blos die Zähler zuſammen. Um aber nicht irr zu werden, ſo kann man zuerſt den gemeinſchaftlichen Nenner überall durchſtreichen, und dafür auf einem beſondern Platze bemerken, damit man ihn nicht vergißt. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

[Er ſtreicht alle 4er durch, ſchreibt 4tel oben hin und ſpricht:]

2 und 1 ſind 3 und 3 ſind 6 (Er ſchreibt $\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$ Ehl, wie hier links.)

4tel

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$ Ehl.

L. Berechnet eben ſo Folgendes! Man hat ein Band in 4 Stücke zerſchnitten: das 1ſte Stück iſt $\frac{3}{4}$ Ehlen lang, das 2te $\frac{2}{4}$, das 3te $\frac{1}{4}$, und das 4te $\frac{6}{4}$; wie lang war das ganze Band? Ant. $\frac{12}{4}$ oder 3 Ehlen lang.

Man hat ein Band in 3 Stücke zerſchnitten; das 1ſte Stück iſt $\frac{1}{8}$ Ehle lang, das 2te $\frac{3}{8}$ und das 3te $\frac{5}{8}$; wie lang war das ganze Band? Ant. $\frac{9}{8}$ oder $1\frac{1}{8}$ Ehle lang.

Es hat Einer am Montag $\frac{4}{5}$ fl. verdient, am Dienstag $\frac{3}{5}$, am Mittwoch $\frac{2}{5}$ und am Donnerstag $\frac{1}{5}$; wie viel Gulden ſind dieß? Ant. 2 fl.

[Eben ſo beliebige Aufgaben.]

Man hat 4 Sück Tuch: das 1ſte iſt $7\frac{5}{8}$ Ehlen lang,

das 2te $9\frac{3}{8}$, das 3te $5\frac{4}{8}$, und das 4te blos $\frac{7}{8}$; wie viel Ehlen lang ſind alle 4 zuſammen? Aufl. Wie hier links.

$7\frac{5}{8}$ Ehl
$9\frac{3}{8}$
$5\frac{4}{8}$
$\frac{7}{8}$
$23\frac{3}{8}$ Ehlen.

Man hat 3 Brocken Zucker: Der 1ſte wiegt $2\frac{3}{4}$ ℔, der 2te $3\frac{1}{4}$ und der 3te $5\frac{2}{4}$ ℔; wie viel ℔ wiegen alle drey zuſammen? Ant. $11\frac{1}{2}$ ℔.

Es hat einer 3 Poſten Geld ausſtehen, nämlich: 1ſtens $243\frac{7}{10}$ fl., 2tens $90\frac{8}{10}$ fl., und 3tens $38\frac{3}{10}$ fl.; wie viel Gulden iſt hier die Summe? $372\frac{4}{5}$ fl.

[Eben ſo beliebige Aufgaben.]

---

b) Brüche mit verſchiedenen Nennern.

$\frac{2}{3}$ Ehl
$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Man hat ein Band in 3 Stücke zerſchnitten: das 1ſte Stück iſt $\frac{2}{3}$ Ehlen lang, das 2te $\frac{4}{5}$ und das 3te 1 halbe Ehle; wie lang war das ganze Band? —

L. Um Brüche, welche verſchiedene Nenner haben, zuſammen zu zählen, muß man ſie zuvor in Brüche mit einerley Nennern verwandeln, gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne:

Um $\frac{2}{3}$tel, $\frac{4}{5}$ und $\frac{1}{2}$ Ehle zuſammen zu zählen, muß ich dieſe Brüche zuerſt unter einerley Nenner bringen.

Um ſie aber unter einerley Nenner zu bringen, ſuche ich eine ſolche Zahl, in welcher jeder Nenner ohne Reſt enthalten iſt; eine ſolche Zahl finde ich, wenn ich alle Nenner mit einander vervielfältige. 3 mal 5 iſt 15, 2 mal 15 iſt 30 (Er ſchreibt 30ſtel über das ganze Beyſpiel.)

Der 3te Theil von 30 iſt 10: ich nehme ihn 2 mal, das iſt: 2 mal 10 oder 20.

(Er ſchreibt = $\frac{20}{30}$ neben $\frac{2}{3}$ Ehl.)

Der 5te Theil von 30 iſt 6: ich nehme ihn 4 mal, das iſt: 4 mal 6, oder 24 (Er ſchreibt = $\frac{24}{30}$)

Der halbe Theil von 30 iſt 15. (Er ſchreibt $\frac{15}{30}$, ſtreicht 30 überall wie in den vorigen Beyſpielen durch, und zählt wieder zuſammen, wie hier links.

$$\frac{2}{3}\text{ Ehl} = \frac{20}{30}$$
$$\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$$
$$\frac{59}{30} = 1\tfrac{29}{30}\text{ Ehl.}$$

[Der Lehrer läßt dieſe Anfgaben eben ſo mit lauten Worten von einzelnen Schülern berechnen, und alsdann folgende:]

Man hat ein Band in 3 Stücke zerſchnitten: Das 1ſte Stück iſt $\frac{3}{4}$ Ehl. lang, das 2te $\frac{2}{3}$ und das 3te $\frac{1}{5}$; wie lang war das ganze Band? Ant $1\frac{37}{60}$ Ehl.

Ein Schneider hat 2 Kleider gemacht, und vom 1ſten $\frac{2}{5}$ Ehlen, vom 2ten aber $\frac{3}{4}$ Ehlen Tuch übrig behalten; wie lang ſind beyde Reſte zuſammen? Ant. $1\frac{3}{20}$ Ehlen.

[Eben ſo beliebige Aufgaben mit Pfund, Geld ꝛc.]

Ihrer Drey zahlen mit einander eine Zeche: a zahlt $4\frac{1}{2}$ fl. b $5\frac{2}{3}$ fl., und c gerad $\frac{4}{5}$ fl.; wie viel Gulden beträgt die ganze Zeche? Ant. $10\frac{29}{30}$ fl. = 10 fl. 58 kr.

[Eben ſo beliebige Aufgaben mit gemiſchten Zahlen.]

Subtractio.

a) Brüche mit einerley Nennern.

a) Ein Bruch von einem Bruche.

$-\frac{7}{8}$ Ehl [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende
$\frac{4}{8}$ Beyſpiel und ſpricht:]

Man hat ein Band, welches $\frac{7}{8}$ Ehlen lang iſt, und ſchneidet $\frac{4}{8}$ Ehlen davon herab; wie viel bleibt noch übrig? —

L. Um in Brüchen, welche einerley Nenner haben, abzuziehen, zieht man blos Zähler von Zähler ab. Um aber nicht irr zu werden, ſo kann man wie beym Zuſammenzählen wieder den gemeinſchaftlichen Nenner in jedem Bruche durchſtreichen, und über die ganze Aufgabe ſchreiben. Gebt daher Acht, wie ich mit dieſem Beyſpiele hier verfahre!

[Er durchſtreicht die 8er, ſchreibt 8 über 7 Ehl, und ſpricht:]

4 Achtel von 7 Achteln bleiben 3 Achtel [Er ſchreibt $\frac{3}{8}$ Ehl, und das Beyſpiel wird ausſehen, wie hier links.]

8
$-\frac{7}{8}$ Ehl
$\frac{4}{8}$
$\frac{3}{8}$ Ehl.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $\frac{10}{11}$ Ehlen $\frac{6}{11}$ Ehlen herabſchneidet? Ant. $\frac{1}{11}$ Ehlen.

Wie viel ꝛc. wenn man von $\frac{4}{5}$ Ehlen $\frac{2}{5}$ Ehlen abſchneidet? $\frac{2}{5}$ Ehlen.

u. ſ. w.

b) Gemiſchte Zahlen.

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $24\frac{7}{8}$ Ehlen $5\frac{2}{8}$ Ehlen herabſchneidet? Ant $19\frac{5}{8}$ Ehlen.

Wie viel bleibt übrig wenn man von $80\frac{3}{4}$ Ehlen $17\frac{1}{4}$ Ehl abſchneidet? Ant. $63\frac{1}{2}$ Ehl.

Wie viel ꝛc. wenn man von $25\frac{3}{8}$ Ehlen $13\frac{6}{8}$ Ehlen abſchneidet? Aufl. 6 Achtel von 3 Achtel kann ich nicht, ich entlehne daher 1 ganze Ehle bey 5, das iſt: 8 Achtel.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 25\cdot\frac{3}{8} \\ 13\ \frac{6}{8} \\ \hline\hline 11\ \frac{5}{8} \end{array}$$

6 von 8 bleiben 2 und 3 ſind $\frac{5}{8}$ ꝛc.

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $34\frac{1}{4}$ Ehl $20\frac{2}{4}$ Ehl abſchneidet?

Ant. $13\frac{3}{4}$ Ehl.

Wie viel ꝛc., wenn man von $40\frac{1}{8}$ Pfund Zucker $22\frac{5}{8}$ ℔ weggibt? Ant. $26\frac{1}{2}$ ℔.

Wie viel ꝛc. wenn man von 53 ℔ $17\frac{1}{4}$ ℔ weggibt?

Aufl.
$$\begin{array}{r} 53\cdot\frac{4}{4} \\ 17\ \frac{1}{4} \\ \hline\hline 35\ \frac{3}{4} \end{array}$$

$\frac{1}{4}$ von nichts kann ich nicht, ich entlehne daher bey 3 ein ganzes Pfund, das iſt: 4 Viertel ꝛc.

Wie viel bleibt übrig, wenn man von 29 Zentnern $25\frac{17}{20}$ Z. weggibt? Ant. $3\frac{3}{20}$ Z.

u. ſ. w.

---

b) Brüche mit verſchiedenen Nennern.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{4}\ \text{Ehl} \\ -\ \frac{2}{7} \\ \hline\hline \end{array}$$

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Man hat ein Band, welches $\frac{3}{4}$ Ehlen lang iſt, und ſchneidet $\frac{2}{5}$ Ehlen davon ab; wie viel bleibt noch übrig? —

L. Um in Brüchen, welche verſchiedene Nenner haben, abzuziehen, muß man ſie wie beym Zuſammenzählen zuerſt unter einerley Nenner bringen ꝛc. Es bleiben alſo $\frac{7}{20}$ Ehlen.

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $\frac{4}{5}$ Ehlen $\frac{2}{3}$ Ehlen abſchneidet? Ant. $\frac{2}{15}$ Ehlen.

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $\frac{7}{8}$ Ehlen $\frac{1}{4}$ Ehle abſchneidet? Ant. $\frac{5}{8}$ E.

Wie viel bleibt übrig, wenn man von $17\frac{1}{4}$ Ehl $2\frac{3}{8}$ Ehlen abſchneidet? Ant. $14\frac{7}{8}$ Ehlen.

u. ſ. w.

Multiplicatio.

a) Brüche mit ganzen Zahlen.

[Der Lehrer ſchreibt $10 \times \frac{2}{3}$ Ehl und ſpricht:]

Wie viel ſind 10 mal 2 Drittels Ehlen? Ant. $\frac{20}{3}$ Ehlen.

L. Wie viel ganze Ehlen ſind dieß? Ant. $6\frac{2}{3}$ Ehlen.

[Er ſchreibt das Beyſpiel vollends wie hier folgt:]

$10 \times \frac{2}{3}$ Ehl $= \frac{20}{3}$ Ehl $= 6\frac{2}{3}$ Ehl.

L. Berechnet eben ſo Folgendes mit Ziffern!

Wie viel ſind 9 mal $\frac{3}{4}$ Ehlen? Ant. $6\frac{3}{4}$ Ehl.

— — — 8 — $\frac{4}{5}$ — ?

— — — 7 — $\frac{5}{6}$ — ? ꝛc. ?

— — — 23 — $\frac{5}{6}$ — ? *

— — — 23 — $\frac{7}{8}$ Pfund?

— — — 24 — $\frac{7}{9}$ — ?

u. ſ. w.

* [In größern Zahlen kann man die Vervielfältigung und Theilung auf einem beſondern Platze machen laſſen.]

L. Berechnet ohne Ziffern, wie viel $\frac{1}{3}$ mal 4 Ehlen ſind!
Aufl. $\frac{1}{3}$ mal 4 Ehlen heißt ſo viel als:

Der 3te Theil von 4 Ehlen.

Der 3te Theil von 1 Ehl iſt $\frac{1}{3}$ Ehle, alſo iſt

— 3te — — 4 — $\frac{4}{3}$ — .

L. Berechnet eben ſo Folgendes ohne Ziffern!

Wie viel ſind $\frac{1}{4}$ mal 5 Ehlen? Ant. $\frac{5}{4}$ E.

— — — $\frac{1}{5}$ — 6 — ? ꝛc.?

L. Berechnet eben ſo Folgendes mit Worten und Ziffern!

Wie viel ſind $\frac{1}{3}$ mal 4 Ehlen?

[Wie vorhin; das Beyſpiel muß aber ſo ſtehen:]

$\frac{1}{3} \times 4$ Ehl $= \frac{4}{3}$ Ehl $= 1\frac{1}{3}$ Ehl.

Wie viel ſind $\frac{1}{4}$ mal 5 Ehlen?

— — — $\frac{1}{5}$ — 6 — ? ꝛc.?

— — — $\frac{1}{3}$ — 97 — ?

— — — $\frac{1}{4}$ — 89 — ?

u. ſ. w.

L. Berechnet eben ſo Folgendes mit Ziffern!

Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal 4 Ehlen? Aufl.

$\frac{2}{3}$ mal 4 Ehlen heißt ſo viel als

2 mal der 3te Theil von 4 Ehlen.

1 mal der 3te Theil von 1 Ehle iſt $\frac{1}{3}$ Ehle, alſo iſt

1 — — 3te — — 4 — $\frac{4}{3}$ Ehlen, mithin iſt

2 — — 3te — — 4 — 2 mal $\frac{4}{3}$ Ehlen oder $\frac{8}{3}$ Ehlen, das iſt: $2\frac{2}{3}$ Ehlen.

Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal 5 Ehlen? Ant. $\frac{10}{3}$ E. $= 3\frac{1}{3}$ Ehl.

— — — $\frac{3}{4}$ — 6 — ? Ant. $\frac{18}{4}$ E. $= 4\frac{1}{2}$ Ehl.

— — — $\frac{4}{7}$ — 7 — ?

u. ſ. w.

L. Bis daher habt ihr längſt eingeſehen, daß Einerley herauskommt, ob man die gebrochene, oder die ganze Zahl als Vervielfältiger nehme, und man folgende Regel anwenden kann:

Um eine gebrochene und ganze Zahl mit einander auf die kürzeſte Art zu vervielfältigen, vervielfältigt man blos den Zähler mit der ganzen Zahl, und ſchreibt unter den herausgekommenen Inhalt den Nenner.

Berechnet daher ohne viele Worte Folgendes!

Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal 5 Ehlen? Aufl.

2 mal 5 ſind 10 (Man ſchreibt = 10)

Der 3te Theil von 10 Ehlen iſt $\frac{10}{3}$ Ehlen = $3\frac{1}{3}$ Ehl.

Wie viel ſind $\frac{3}{4}$ mal 9 Ehlen? Ant. $\frac{27}{4}$ E. = $6\frac{3}{4}$ E.

— — — 9 — $\frac{3}{4}$ — ? — $\frac{27}{4}$ E. = $6\frac{3}{4}$ E.

— — — $\frac{4}{5}$ — 8 Pfund? — $\frac{32}{5}$ Pf. ꝛc.

— — — 8 — $\frac{4}{5}$ — ?

— — — $\frac{5}{6}$ — 29 Gulden?

— — — 34 — $\frac{7}{3}$ — ?

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt $9\frac{2}{3} \times 8$ Ehl und ſpricht:]

Wie viel ſind wohl 9 und $\frac{2}{3}$ mal 8 Ehlen? Ant. —

L. Hier könnte man zuerſt die gemiſchte Zahl in eine gebrochene verwandeln, und dann verfahren, wie überhaupt mit einer gebrochenen; allein es iſt bequemer, wenn man nach folgender Regel verfährt:

Um eine gemiſchte Zahl mit einer ganzen zu vervielfältigen, vervielfältigt man zuerſt die gebrochene mit der ganzen und dann auch die ganze mit der ganzen.

Gebet daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

8 mal $\frac{2}{3}$ Ehlen ſind $\frac{16}{3}$ Ehlen, das ſind 5 ganze und $\frac{1}{3}$ Ehle. Ich ſchreibe $\frac{1}{3}$ Ehle, und behalte 5 ganze im Sinn.

8 mal 9 Ehlen ſind 72 Ehlen, und 5 ſind 77 Ehlen.

$9\frac{2}{3} \times 8$ Ehl.

$77\frac{1}{3}$ Ehl.

Es ſind alſo 77 und $\frac{1}{3}$ Ehle.

[Die Berechnung muß ſtehen, wie hier links.]

L. Sage mir jeder noch einmal, wie man am kürzeſten verfährt, um eine gemiſchte Zahl mit einer ganzen zu vervielfältigen! Ant. Um eine gemiſchte Zahl mit ꝛc.

L. Berechnet jetzt Folgendes!

Wie viel ſind $18\frac{3}{4}$ mal 7 Ehlen? Ant. $131\frac{1}{4}$ E.

— — — $86\frac{4}{5}$ — 3 — ? — $260\frac{2}{5}$ E.

$20\frac{3}{8}$ mal 5 Pfund, wie viel ganze ſind es? Ant. $101\frac{7}{8}$ Pf.

$21\frac{3}{4}$ — 4 — , — — — — —? Ant. 87 g. Pf.

5 — $13\frac{5}{6}$ Gulden, — — — — —? Ant. $69\frac{1}{6}$ fl.

2 — $64\frac{3}{7}$ — , — — — — —?

u. ſ. w.

---

b) Brüche mit Brüchen.

L. Wie viel iſt $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{5}$ Ehle? Ant. —

L In wie viel gleiche Theile muß man 1 Fünftels Ehle zerlegen, um den halben Theil davon zu bekommen? Ant. In 2 gl. Theile.

L Wenn aber 1 Fünftels Ehle 2 gl. Theile hat, wie viel ſolche Theile enthält alsdann die ganze Ehle? Ant. 10 ſolche Theile, das ſind 10 Zehntels Ehlen.

L. Mithin enthält 1 Fünftel-Ehle 2 Zentels-Ehlen; wie viel iſt alſo der halbe Theil von $\frac{1}{5}$ Ehle oder von 2 Zehntels-Ehlen? Ant. $\frac{1}{10}$ Ehle.

L. Gebet jetzt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

$\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{5}$ Ehle heiſt ſo viel als:

Der halbe Theil von $\frac{1}{5}$ Ehle.

Der halbe Theil von $\frac{1}{5}$ Ehle iſt $\frac{1}{10}$ Ehle.

L. Berechnet eben ſo Folgendes ohne Ziffern!

Wie viel iſt $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{3}$ Ehle? Ant. $\frac{1}{6}$ E.
— — — $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ — ? — $\frac{1}{12}$ E.
— — — $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$ — ? ꝛc.

u. ſ. w.

L Wie viel ſind $\frac{1}{3}$ mal $\frac{4}{5}$ Ehlen? Aufl.
$\frac{1}{3}$ mal $\frac{4}{5}$ Ehlen heißt ſo viel als:
Der 3te Theil von $\frac{4}{5}$ Ehlen.
Der 3te Theil von $\frac{1}{5}$ Ehle iſt $\frac{1}{15}$ Ehle, alſo iſt
— 3te — — $\frac{4}{5}$ — — $\frac{4}{15}$ Ehlen.
Wie viel ſind $\frac{1}{4}$ mal $\frac{5}{6}$ Ehlen? Ant. $\frac{5}{24}$ Ehlen.
— — — $\frac{1}{5}$ — $\frac{6}{7}$ — ?

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ Ehlen und ſpricht:]
Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal $\frac{5}{7}$ Ehlen? Aufl.
$\frac{2}{3}$ mal $\frac{5}{7}$ Ehlen heißt ſo viel als:
2 mal der 3te Theil von $\frac{5}{7}$ Ehlen.
1 — — 3te — — $\frac{1}{7}$ Ehle iſt $\frac{1}{21}$ Ehle, alſo iſt
1 — — 3te — — $\frac{5}{7}$ — — $\frac{5}{21}$ Ehlen, mithin iſt
2 — — 3te — — $\frac{5}{7}$ —
2 — $\frac{5}{21}$ Ehlen oder $\frac{10}{21}$ Ehlen.
Berechnet eben ſo mit Ziffern und Worten Folgendes!
Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal $\frac{4}{5}$ Ehlen? Ant. $\frac{8}{15}$ Ehlen.
— — — $\frac{3}{4}$ — $\frac{1}{8}$ — ?
— — — $\frac{4}{5}$ — $\frac{6}{7}$ — ?

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt wieder $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ Ehl, und ſpricht:]
Ihr ſeht auch hier leicht folgende Regel ein:

Um eine gebrochene Zahl mit einer gebrochenen auf die kürzeſte Art zu vervielfältigen, vervielfältigt man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner. (Woraus wieder ein Bruch entſteht.)

Sehet daher Acht, wie ich jetzt berechne, wie viel $\frac{2}{3}$ mal $\frac{5}{7}$ Ehlen ſind!

(Er verdeckt den 3er und ſpricht:) 2 mal 5 ſind 10 (Er ſchreibt = 10, und läßt den 3er ſehen.) Der 3te Theil von $\frac{10}{7}$ iſt $\frac{10}{21}$) (Er ſchreibt $_{21}$ unter 10.)

Berechnet eben ſo kurz mit Ziffern Folgendes!

Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal $\frac{4}{5}$ Ehlen? Ant. $\frac{8}{15}$ Ehlen.
— — — $\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{6}$ — ? — $\frac{15}{24}$ —
— — — $\frac{4}{5}$ — $\frac{6}{7}$ Pfund? ꝛc.?
— — — $\frac{7}{8}$ — $\frac{3}{4}$ — ?

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt $\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{4}$ Ehl und ſpricht:]

Wie viel ſind wohl $\frac{2}{3}$ mal 6 und $\frac{1}{4}$ Ehle? Ant. —

L. Hier verfährt man am kürzeſten nach folgender Regel:

Um eine gebrochene Zahl, oder eine gemiſchte mit einer gemiſchten zu vervielfältigen, verwandelt man zuerſt jede gemiſchte in eine gebrochene, und vervielfältigt alsdann Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner;

$\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{4}$ Ehl
$\frac{2}{3} \times \frac{25}{4} = \frac{50}{12} = 4\frac{1}{6}$ E.

Sehet daher, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

[Er ſchreibt $\frac{2}{3}$ herunter, und berechnet alles wie hier links:]

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel ſind $\frac{2}{3}$ mal $5\frac{1}{4}$ Ehlen? Aufl. $\frac{2}{3} \times \frac{21}{4}$ ꝛc.
— — — $\frac{3}{4}$ — $6\frac{2}{5}$ — ? — $4\frac{4}{5}$ Ehl.
— — — $7\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$ — ? — $\frac{30}{6} = 5$ Ehl.
— — — $8\frac{3}{5}$ — $\frac{1}{4}$ — ? — $2\frac{3}{20}$ Ehl.
— — — $4\frac{2}{3}$ — $5\frac{1}{6}$ — ? — $24\frac{1}{9}$ Ehl.
— — — $2\frac{3}{4}$ — $1\frac{1}{8}$ — ? — $\frac{143}{32}$ Ehl. ꝛc.

u. ſ. w.

Divisio.

a) Brüche und Brüche mit einerley Nennern.

Erklärung.

Ehl.	Ehl.	
2	6	(

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie vielmal ſind 2 Ehlen in 6 Ehlen enthalten?

Ant. 3 mal. (Er ſchreibt 3.)

L. Ich will jetzt den Theiler 2, viermal größer machen, und die Theilungszahl 6, ebenfalls viermal.

(Er ſchreibt 4 unter 2, und 4 unter 6, macht einen Querſtrich unter beyde, und ſpricht:)

4 mal 2 ſind 8 (Er ſchreibt 8) 4 mal 6 ſind 24. (Er ſchreibt 24.)

Ehl.	Ehl.	
2	6	(3
4	4	
8	24	(3

L. Wie vielmal ſind 8 Ehlen in 24 Ehlen enthalten? Ant. 3 mal.

(Er ſchreibt wieder 3, und das ganze Beyſpiel muß ausſehen, wie hier links.)

[Der Lehrer deutet auf 8 und 24 indem er ſpricht:]

Wie vielmal iſt alſo hier auch der 4fache Theiler in der 4fachen Theilungszahl enthalten? Ant. 3 mal.

L. Eben ſo würde, wenn man hier den Theiler und die Theilungszahl durch 5 oder eine andere Zahl vervielfältigte, der mehrfache Theiler in der eben ſo vielfachen Theilungszahl auch nur 3 mal enthalten ſeyn; Und ſo iſt es bey jeder Theilungs-Aufgabe einerley, ob man gleich mit den zwey gegebenen Zahlen theilt, oder ob man zuerſt Theiler und Theilungszahl durch das Vervielfältigen auf gleiche Art vergrößert, und alsdann mit den vergrößerten Zahlen theilt.

[Der Lehrer wiſcht dieſes Beyſpiel weg, ſchreibt $\frac{2}{3}$ Ehlen und ſpricht:]

Wie viel Ehlen ſind hier angeſchrieben? Ant. $\frac{2}{3}$ Ehlen.

[Er ſtreicht den 3er durch:] Sind es jetzt auch nur noch $\frac{2}{3}$ Ehlen, oder ſind es 2 ganze? Ant. 2 ganze.

L. Zwey ganze Ehlen ſind 6 Drittels = Ehlen oder 6 Stücklein, und dieſe ſind 3 mal ſo viel als 2 Stücklein.

[Er ſchreibt $\frac{2}{5}$ Ehl neben das vorige Beyſpiel.]

L. Wie viel Ehlen ſind jetzt wieder angeſchrieben? Ant. $\frac{2}{5}$ Ehlen.

(Er ſtreicht den 5er durch:) Sind es jetzt auch nur noch $\frac{2}{5}$ Ehlen, oder ſind es 2 Ganze? Ant. 2 ganze.

L. 2 ganze Ehlen ſind 5 mal ſo viel als $\frac{2}{5}$ Ehlen; denn ꝛc.

(Er ſchreibt noch weiter rechts $\frac{3}{4}$ Ehlen.)

L. Wie viel Ehlen ſind hier angeſchrieben? Ant. $\frac{3}{4}$ Ehlen.

L (Er durchſtreicht den 4er:) Wie viel aber jetzt? Ant. 3 ganze Ehlen.

L. 3 ganze Ehlen ſind 4 mal ſo viel als $\frac{3}{4}$ Ehlen; denn 3 ganze Ehlen ſind $\frac{12}{4}$ Ehlen ꝛc.

[Die Beyſpiele müſſen ſo ſtehen:]

$\frac{2}{\not{3}}$ Ehl. $\frac{2}{\not{5}}$ Eht. $\frac{3}{\not{4}}$ Ehl.

L. Auf dieſe Art wird jedes Mal der Gehalt eines Bruches ſo viel mal größer, als der Nenner anzeigt, wenn man nämlich den Nenner durchſtreicht.

Nun die Anwendung.

Ehl	Ehl
$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{3}$

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Weil es Einerley iſt, ob man gleich mit den angegebenen Zahlen theilt, oder ob man beyde zuerſt durch einerley Zahl vervielfältigt, und dann erſt mit den vergrößerten Zahlen theilt, ſo kann man bey jeder Theilung zweyer Brüche mit gleichen Nennern, die Nenner durchſtreichen, und blos mit den Zählern theilen.

Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Ich mache den Theiler 5 mal größer, (Er ſtreicht den erſten 5er) folglich auch die Theilungszahl (Er ſtreicht auch den andern 5er)

Ehl | Ehl. $\frac{2}{5} \Big| \frac{6}{5}$ (3 — Zwey ſind in 6 dreymal enthalten (Er ſchreibt 3, und das Beyſpiel muß ſtehen, wie hier links.)

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie vielmal ſind $\frac{2}{5}$ Ehlen in $\frac{14}{5}$ Ehlen enthalten? Ant. 7 mal.

— — — $\frac{2}{3}$ — — $\frac{16}{3}$ — — ? Ant. 8 mal.

— — — $\frac{3}{4}$ — — $\frac{17}{4}$ — — ? Ant. $5\frac{2}{3}$ mal.

— — — $\frac{3}{7}$ — — $\frac{20}{7}$ — — ? Ant. $6\frac{2}{3}$ mal.

— — — $\frac{5}{7}$ — — $\frac{2}{7}$ — — ? Ant. $\frac{2}{5}$ mal.

— — — $\frac{6}{11}$ — — $\frac{3}{11}$ — — ? Ant. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ mal.

u. ſ. w.

```
Ehl. | Ehl.
 4   |  9 3/5 (12
 -   | ====
 5   |  48
     |   5
     |   4
      - 8
        8
        -
```

Wie viel mal ſind $\frac{4}{5}$ Ehlen in $9\frac{3}{5}$ Ehlen enthalten? Ant. 12 mal. (Die Auflöſung iſt wie hier links.)

Wie viel mal ſind $\frac{2}{3}$ Pfund in $17\frac{2}{3}$ Pfund enthalten? Ant. $26\frac{1}{2}$ mal.

Wie viel mal ſind $2\frac{3}{4}$ Pfund in $7\frac{1}{4}$ Pf. enthalten? Ant. $2\frac{7}{11}$ mal.

— — — — $4\frac{5}{8}$ — — $20\frac{3}{8}$ Pf. enthalten? Ant. $4\frac{15}{37}$ mal.

u. ſ. w.

---

b) Brüche und ganze Zahlen.

Wie viel mal ſind $\frac{2}{3}$ Ehlen in 4 ganzen Ehlen enthalten? —

Aufl. Ich mache den Theiler 3 mal größer, (Man ſtreicht den 3er) folglich auch die Theilungszahl. (Man ſchreibt einen 3er unter 4) 3 mal 4 ſind 12, (Man ſchreibt 12.)

2 ſind in 12 ſechsmal enthalten ꝛc.

```
Ehl. | Ehl.
 2   | 4 (6
 -   | 3
 3   | 12
       12
       --
```

[Die Berechnung muß ſeyn wie hier links]

Wie viel mal ſind $\frac{3}{4}$ Ehlen in 17 ganzen enthalten? Ant. 22 $\frac{2}{3}$ mal.

Wie viel mal ſind $\frac{2}{5}$ Ehlen in 34 ganzen Ehlen enthalten? Ant. 85 mal.

Wie viel mal ſind 2 ganze Ehlen in $\frac{3}{4}$ Ehlen enthalten? Aufl.

Ehl.	Ehl.	
2	$\frac{3}{4}$	($\frac{3}{8}$
$\frac{4}{8}$		

Ich mache die Theilungszahl 4 mal größer, (Man ſtreicht den 4er, und ſchreibt ſogleich einen 4er unter 2) folglich auch den Theiler. 4 mal 2 ſind 8.

8 ſind in 3 kein ganzes Mal enthalten, ſondern nur $\frac{3}{8}$ mal.

Wie viel mal ſind 3 ganze Ehlen in $\frac{4}{5}$ Ehlen enthalten?
Ant $\frac{4}{15}$ mal.

Wie viel mal ſind 2 ganze Ehlen in $\frac{4}{5}$ Ehlen enthalten?
— ? — — — 3 — in $7\frac{1}{4}$ enth.? Ant. $2\frac{5}{12}$ mal.
— — — — 4 — — $13\frac{2}{5}$ — ? — $3\frac{7}{20}$ mal.
— — — — 5 Pfund in $15\frac{3}{8}$ Pf. enth.? Ant. $3\frac{3}{40}$ mal.

u. ſ. w.

---

c) Brüche und Brüche mit verſchiedenen Nennern.

Ehl.	Ehl.
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{8}$

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel an, und ſpricht:]

Wie viel mal ſind wohl $\frac{2}{5}$ Ehlen in $\frac{7}{8}$ Ehlen enthalten?
Ant. —

Anm. [Die Auflöſung könnte ſo gemacht werden, daß man beyde Brüche zuerſt in Brüche mit einerley Nennern verwandelt; allein man verfährt weit kürzer nach der bisherigen Art, nämlich:]

Ich mache den Theiler (Man ſtreicht den 5er) 5 mal größer, folglich auch die Theilungszahl. (Man ſchreibt 5 unter $\frac{7}{8}$) Jetzt mache ich die Theilungszahl (Man ſtreicht den 8er) 8 mal größer, folglich auch den Theiler (Man ſchreibt 8 unter $\frac{2}{5}$)

Ehl.	Ehl.	
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{8}$	($2\frac{3}{16}$
8	5	
16	35	
	32	
	3	

8 mal 2 ſind 16 . . . 5 mal 7 ſind 35.
16 ſind in 35 . . . 2 mal enthalten ꝛc.
Alſo $2\frac{3}{16}$ mal.

[Man kann dieſes Beyſpiel noch einige Mal von einzelnen Schülern machen laſſen.]

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel mal ſind $\frac{2}{9}$ Ehlen in $\frac{3}{4}$ Ehlen enth.? Ant. $3\frac{3}{8}$ mal.

— — — — $\frac{3}{8}$ — — $\frac{4}{5}$ — — ? Ant. $2\frac{2}{15}$ mal.

— — — — $\frac{5}{6}$ Gulden in $\frac{3}{8}$ Guld. enth.? Ant. $\frac{9}{20}$ mal.

u. ſ. w.

Wie viel mal ſind $\frac{2}{3}$ Pfund in $6\frac{1}{4}$ Pf. enth.? Ant. $9\frac{3}{8}$ mal *

— — — — $\frac{3}{4}$ — — $2\frac{5}{6}$ Pf. — ? Ant. $3\frac{7}{9}$ mal.

— — — — $3\frac{1}{2}$ — — $5\frac{2}{3}$ Pf. — ? Ant. $\frac{13}{21}$ mal.

u. ſ. w.

* [Hier müſſen die gemiſchten Zahlen zuvor in gebrochene verwandelt werden.]

Der Dreyſatz.

Es gibt eine Menge im gewöhnlichen Leben vorkommender Aufgaben mit 3 bekannten Zahlen, wozu man noch eine 4te ſo zu ſuchen hat, daß folgende Wahrheit Statt findet:

„So wie ſich die 1ſte Zahl in Hinſicht des Theilens zur 3ten verhalt, eben ſo muß ſich die 2te zur 4ten verhalten.“

Das heiſst: So viel mal die 1ſte Zahl in der 3ten enthalten iſt, eben ſo viel mal muß die 2te in der 4ten enthalten ſeyn.

Z. B. Ehl. fl. Ehl fl.
3 : 8 = 6 : 16 das iſt:

Wenn 3 Ehlen 8 Gulden koſten, ſo koſten 6 ſolche Ehlen 16 Gulden.

Eine ſolche Reihe von 4 Zahlen iſt ein Theil-Ebenmaß, (oder eine geometriſche Proportion.)

Man ſieht leicht ein, daß zu dieſen Aufgaben auch die des einfachen Vervielfältigens und Theilens gerechnet werden können. Z. B.

Ehl fl. Ehl fl. 1 : 8 = 6 : 48	Das iſt: Wenn 1 Ehle 8 fl. koſtet, ſo koſten 6 ſolche Ehlen 48 fl.
Ehl fl. Ehl fl. 3 : 15 = 1 : 5	Das iſt: Wenn 3 Ehlen 15 fl. koſten, ſo koſtet 1 ſolche Ehle 5 fl.

Der Anſatz dieſer Aufgaben kann, weil er jedes Mal 3 bekannte Zahlen enthält, Dreyſatz genennt werden, und die Regel, nach welcher man zu 3 gegebenen Zahlen eines Theil-Ebenmaßes die 4te findet, iſt

Die ſogenannte Regel Detri.

Für die hieher gehörigen Aufgaben hat man hunderterley Kunſtformeln und Regeln erdacht, worauf ſich noch immer die meiſten unſrer Rechenbücher berufen. Faſt alle behaupten, daß ihre Anſätze auf die reinſten — einfachſten Fundamente der Mathematik gegründet ſeyen; allein daran denkt man nicht; daß auch das Wiſſen des Schülers auf jene Fundamente gegründet ſeyn müſſe — daß die Auflöſungen aus dem innern Weſen, aus den Verhältniſſen der Zahlen und der damit ver-

bundenen Gegenſtänden aufgefaßt, und dergleichen Regeln ſelbſt aufgefunden werden müſſen.

Um daher auch hier dem Gange der Natur getreu zu bleiben, haben wir zunächſt eine dreyfache Auflöſungsart für die Fälle der Regel Detri.

Die 1ſte geht von der Beſtimmung der Einheit aus. Sie iſt die umſtändlichſte, aber auch für junge Denker die natürlichſte.

Die 2te geht von der Beſtimmung der Verhältniſſe insbeſondere aus, und iſt kürzer als die 1ſte, weil ſie eben durch dieſe vorbereitet iſt.

Die 3te geht von der Beſtimmung der Verhältniſſe im Allgemeinen aus, und iſt die kürzeſte, weil ſie durch die beyden vorhergehenden vorbereitet iſt. Dieſe ſtimmt endlich mit der gewöhnlichen Regel Detri überein.

Erſte Auflöſungsart des Dreyſatzes.

Fälle des geraden Anſatzes.

Ganze Zahlen.

L. Wenn 3 Ehlen 2 Gulden koſten, was koſtet da 1 ſolche Ehle? Ant. —

L. Wenn 3 Ehlen 2 Gulden koſten, ſo koſtet 1 ſolche Ehle den 3ten Teil von 2 fl.

Der 3te Theil von 1 fl. iſt $\frac{1}{3}$ fl., alſo iſt
— 3te — — 2 fl. $\frac{2}{3}$ fl.

L. Berechnet eben ſo Folgendes ohne Ziffern!

Wenn 4 Ehlen 3 fl. koſten, was koſtet 1 ſolche Ehle?
Ant. $\frac{3}{4}$ fl.
— 5 — 4 fl. — , — — 1 ſolche Ehle?
Ant. $\frac{4}{5}$ fl.
— 6 — 5 fl. — , — — 1 ſolche Ehle?
u. ſ. w.

E. fl. E. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Bey-
3 : 2 · 8 ſpiel und ſpricht:]

Wenn 3 Ehlen 2 fl. koſten, was koſten 8 ſolche Ehlen? Ant. —

L. Gebet Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

(Er verdeckt den 8er mit der Hand und ſpricht:)

Wenn 3 Ehlen 2 fl. koſten, ſo koſtet Eine von dieſen 3 Ehlen nicht ſo viel, ſondern nur den 3ten Theil von 2 fl.

Der 3te Theil von 1 fl. iſt $\frac{1}{3}$ fl. alſo iſt.
— 3te — — 2 fl. $\frac{2}{3}$ fl.

Koſtet aber 1 Ehle $\frac{2}{3}$ fl. ſo koſten (Er läßt den 8er ſehen) 8 ſolche Ehlen 8 mal $\frac{2}{3}$ fl. das iſt: $\frac{16}{3}$ fl., (Er ſchreibt: $\frac{16}{3}$ fl. nach 8) oder $5\frac{1}{3}$ fl.

L. Sage Einer nach dem Andern dieſe Berechnung eben ſo her!

L. Schreibet und berechnet eben ſo mit Worten Folgendes!

Wenn 4 Ehlen 3 fl. koſten, was k. 7 ſolche Ehlen?
— 5 — 4 fl. — , — — 6 — — ?
— 6 — 5 fl. — , — — 5 — — ?
— 7 — 6 fl. — , — — 4 — — ?
u. ſ. w.

Antworten: $\frac{21}{4}$ = $5\frac{1}{4}$ fl. $\frac{24}{5}$ = $4\frac{4}{5}$ fl. $4\frac{1}{6}$ fl. $3\frac{3}{7}$ fl.

(Hier kommen die Schüler ſchon von ſelbſt auf die gewöhnliche Regel des geraden Dreyſatzes, nämlich: daß man das 2te und 3te Glied mit einander vervielfältigen, und dann

den entſtandenen Inhalt durch das 1ſte Glied theilen müſſe, um das 4te oder unbekannte Glied zu finden.)

L. Auf dieſe Art könnt ihr jedes Mal, wenn der Werth von mehreren Dingen angegeben iſt, zuerſt den Werth von einem einzelnen und alsdann erſt wieder von mehr oder weniger als einem einzelnen ſuchen.

Berechnet daher wie vorhin Folgendes! (In größern Zahlen:)

Wenn 2 Zentner Mehl 13 fl. koſten, was koſten 9 Zentner? Aufl.

Wenn 2 Zentner 13 fl. koſten, ſo koſtet einer von dieſen 2 Zentnern nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von 13 fl.

Der halbe Theil von 1 fl. iſt $\frac{1}{2}$ fl., alſo iſt
— — — — 13 fl. $\frac{13}{2}$ fl.

Koſtet aber 1 Zentner $\frac{13}{2}$ fl., ſo koſten 9 Zentner 9 mal $\frac{13}{2}$ fl. ꝛc. das iſt: $58\frac{1}{2}$ fl.

Wenn 3 Zentner 14 fl. koſten, wie viel koſten 8 Zentr.?
— 4 — 15 fl. —, — — — 7 — !
u. ſ. w.

Gebrochene Zahlen.

a.

L. Berechnet Folgendes ohne Ziffern!

Wenn 2 Ehlen $\frac{1}{4}$ fl. koſten, was koſtet da 1 ſolche Ehle? Ant. —

Auflöſung. Wenn 2 Ehlen $\frac{1}{4}$ fl. koſten,

ſo koſtet eine von dieſen 2 Ehlen nur den halben Theil von $\frac{1}{4}$ fl. Der halbe Theil von $\frac{1}{4}$ fl. iſt $\frac{1}{8}$ fl.

Wenn 3 Ehlen $\frac{1}{5}$ fl. koſten, was koſtet 1 Ehle? Ant. $\frac{1}{15}$ fl.
— 4 — $\frac{1}{6}$ fl. —, — — 1 — ? — $\frac{1}{24}$ fl.
— 5 — $\frac{1}{7}$ fl. —, — — 1 — ? — $\frac{1}{35}$ fl.
u. ſ. w.

L. Berechnet eben ſo Folgendes ohne Ziffern!

Wenn 2 Ehlen $\frac{1}{4}$ fl. koſten, was koſtet 1 ſolche Ehle? —

Aufl. Wenn 2 Ehlen $\frac{1}{4}$ fl. koſten, ſo koſtet 1 von dieſen 2 Ehlen nur den halben Theil von $\frac{1}{4}$ fl.

Der halbe Theil von $\frac{1}{4}$ fl. iſt $\frac{1}{8}$ fl., alſo iſt
— — — — $\frac{3}{4}$ fl. $\frac{3}{8}$ fl.

Wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten, was koſtet 1 Ehle? Ant. $\frac{4}{15}$ fl.
— 4 — $\frac{5}{6}$ fl. —, — — 1 — ? Ant. $\frac{5}{24}$ fl.
u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl
2 : $\frac{3}{4}$: 9

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel.]

L. Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, was koſten 9 ſolche Ehlen?

Aufl. (Man kann anfänglich die 3te Zahl wieder verdecken.)

Wenn 2 Ehlen $\frac{1}{4}$ fl. koſten, ſo koſtet eine von den 2 Ehlen nur den halben Theil von $\frac{1}{4}$ fl.

Der halbe Theil von $\frac{1}{4}$ fl. iſt $\frac{1}{8}$ fl., alſo iſt
— — — — $\frac{3}{4}$ fl. $\frac{3}{8}$ fl.

Koſtet aber 1 Ehle $\frac{3}{8}$ fl., ſo koſten 9 ſolche Ehlen 9mal $\frac{3}{8}$ fl. Das ſind $\frac{27}{8}$ fl. oder $3\frac{3}{8}$ fl.

L. Schreibet und berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten, was koſten 8 ſolche Ehlen?
— 4 — $\frac{5}{6}$ fl. —, — — 7 — —?
— 5 — $\frac{6}{7}$ fl. —, — — 6 — —?

u. ſ. w.

Antworten: $\frac{32}{15}$ fl. = $2\frac{2}{15}$ fl. $\frac{35}{24}$ fl. = $1\frac{11}{24}$ fl. $1\frac{1}{35}$ fl.

---

b.

L. Berechnet ohne Ziffern Folgendes!

Wenn 1 ganze Ehle $\frac{3}{4}$ fl. koſtet, was koſtet da $\frac{1}{2}$ Ehle? —

Aufl. Wenn 1 ganze Ehle $\frac{3}{4}$ fl. koſtet, ſo koſtet $\frac{1}{2}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von $\frac{3}{4}$ fl.

Der halbe Theil von $\frac{1}{4}$ fl. iſt $\frac{1}{8}$ fl., alſo iſt
— — — — $\frac{3}{4}$ fl. $\frac{3}{8}$ fl.

Wenn 1 g. Ehle $\frac{3}{4}$ fl. koſtet, was koſtet $\frac{1}{7}$ Ehle? Ant. $\frac{3}{28}$ fl.
— 1 — — $\frac{3}{4}$ fl. —, — — $\frac{1}{10}$ —? Ant. $\frac{3}{40}$ fl.
— 1 — — $\frac{4}{5}$ fl. —, — — $\frac{1}{9}$ —? Ant. $\frac{4}{45}$ fl.
— 1 — — $\frac{5}{6}$ fl. —, — — $\frac{1}{8}$ —? Ant. $\frac{5}{48}$ fl.

u. ſ. w.

L. Berechnet eben ſo ohne Ziffern Folgendes!

Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, was koſtet $\frac{1}{10}$ Ehle?

Aufl. Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, ſo koſtet $\frac{1}{10}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von $\frac{3}{4}$ fl.

Der halbe Theil von $\frac{1}{4}$ fl. iſt $\frac{1}{8}$ fl., alſo iſt
— — — — $\frac{3}{4}$ fl. $\frac{3}{8}$ fl.

Koſtet aber 1 ganze Ehle $\frac{3}{8}$ fl., ſo koſtet $\frac{1}{10}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den 10ten Theil von $\frac{3}{8}$ fl.

Der 10te Theil von $\frac{1}{8}$ fl. iſt $\frac{1}{80}$ fl., alſo iſt
— 10te — — $\frac{3}{8}$ fl. $\frac{3}{80}$ fl.

Wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten, was koſtet $\frac{1}{9}$ Ehle? Ant. $\frac{4}{135}$ fl.

— 4 — $\frac{5}{6}$ fl. —, — — $\frac{1}{8}$ — ? Ant. $\frac{5}{192}$ fl.

— 5 — $\frac{6}{7}$ fl. —, — — $\frac{1}{7}$ — ?

u. ſ. w.

Anm. [Wenn die Zahlen zu groß ſind, ſo kann man ſie anſchreiben, und beſonders berechnen laſſen. Man bekommt alſo hier in dem 1ſten Beyſpiele lauter 135ſtels Gulden, weil jedes 15tel in 9 kleinere Theile, und ſomit der ganze Gulden in 15 mal 9 gl. Theile zerfällt.]

Ehl fl. Ehl [Der Lehrer ſchreibt das nebenſtehende Bey=
2 : $\frac{3}{4}$: $\frac{9}{10}$ ſpiel und ſpricht:]

Schreibet und berechnet Folgendes!

Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, was koſten $\frac{9}{10}$ Ehlen?

Aufl. (Man kann anfangs wieder $\frac{9}{10}$ verdecken.) Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, ſo koſtet eine von dieſen 2 Ehlen nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von $\frac{3}{4}$ fl. ꝛc. $\frac{3}{8}$ fl.

Koſtet aber 1 ganze Ehle $\frac{3}{8}$ fl., ſo koſtet $\frac{1}{10}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den 10ten Theil von $\frac{3}{8}$ fl. ꝛc. $\frac{3}{80}$ fl.

Koſtet aber $\frac{1}{10}$ Ehle $\frac{3}{80}$ fl. ſo koſten $\frac{9}{10}$ Ehlen 9 mal $\frac{3}{80}$ fl. das iſt: $\frac{27}{80}$ fl.

Wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten, was koſten $\frac{8}{9}$ Ehlen? Ant. $\frac{32}{135}$ fl.

— 4 — $\frac{5}{6}$ fl. —, — — $\frac{7}{8}$ — ? Ant. $\frac{35}{192}$ fl.

— 5 — $\frac{6}{7}$ fl. —, — — $\frac{6}{7}$ — ? Ant.

u. ſ. w.

c.

L. Berechnet Folgendes ohne Ziffern!

Wenn $\frac{1}{2}$ Ehle 10 fl. koſtet, was koſtet da 1 ganze Ehle?

Aufl. [Hier kann man einen ſenkrechten Strich an die Tafel machen, denſelben durch ein Querſtrichlein in zwey gl. Theile theilen, und neben das untere Stück 10 fl. ſchreiben, ſo gibt ſich die wörtliche Auflöſung wie folgt:]

Wenn eine halbe Ehle 10 fl. koſtet, ſo koſtet die ganze Ehle 2 mal 10 fl., das iſt: 20 fl.

[Eben ſo können auch die folgenden Aufgaben wörtlich gelöſt, und zugleich durch Striche veranſchaulicht werden, als:]

Wenn $\frac{1}{3}$ Ehle 9 fl. koſtet, wie viel koſtet die ganze Ehle?
Ant. 27 fl.

— $\frac{1}{4}$ — 8 fl. — , — — — — ganze Ehle?
Ant. 32 fl.

— $\frac{1}{5}$ — 7 fl. — , — — — — ganze Ehle?
Ant.

u. ſ. w.

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen 9 fl. koſten, was koſtet die ganze Ehle?

Aufl. [Hier kann man wieder einen ſenkrechten Strich in 3 gl. Theile theilen und bemerken, daß die 2 untern Stücklein zuſammen 9 fl. koſten, folglich ein Stücklein nur auf $4\frac{1}{2}$ fl. oder $\frac{9}{2}$ fl. komme. Man ſchreibt daher neben das unterſte Stücklein $\frac{9}{2}$ fl. und ſieht ſomit, daß die ganze Ehle 3 mal $\frac{9}{2}$ oder $\frac{27}{2}$ fl. koſte, das iſt: $13\frac{1}{2}$ fl. die wörtliche Auflöſung iſt demnach:]

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen (oder 2 Stücklein) 9 fl. koſten, ſo koſtet $\frac{1}{3}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von 9 fl.

Der halbe Theil von 1 fl. iſt $\frac{1}{2}$ fl., alſo iſt
— — — — 9 fl. $\frac{9}{2}$ fl.

Koſtet aber $\frac{1}{3}$ Ehle $\frac{9}{2}$ fl., ſo koſtet 1 ganze Ehle 3 mal $\frac{9}{2}$ fl., oder $\frac{27}{2}$ fl. ꝛc.

Wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen 8 fl. koſten, was koſtet 1 ganze Ehle?
Ant. $\frac{32}{3}$ fl.
— $\frac{4}{5}$ — 7 fl. — , — — 1 ganze Ehle?
Ant. $\frac{35}{4}$ fl.
— $\frac{5}{6}$ — 6 fl. — , — — 1 ganze Ehle?
u. ſ. w.

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{9}{10}$ fl. koſten, was koſtet 1 ganze Ehle?

Aufl. Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{9}{10}$ fl. koſten, ſo koſtet $\frac{1}{3}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von $\frac{9}{10}$ fl. ꝛc. das iſt: $\frac{9}{20}$ fl.

Koſtet aber $\frac{1}{3}$ Ehle $\frac{9}{20}$ fl., ſo koſtet die ganze Ehle 3 mal $\frac{9}{20}$ fl., oder $\frac{27}{20}$ fl. das iſt: $1\frac{7}{20}$ fl.

Wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen $\frac{8}{9}$ fl. koſten, was koſtet 1 ganze Ehle?
Ant. $1\frac{5}{27}$ fl.
— $\frac{4}{4}$ — $\frac{7}{8}$ fl. — , — — 1 ganze Ehle?
Ant. $1\frac{3}{32}$ fl.
— $\frac{5}{6}$ — $\frac{6}{7}$ fl. — , — — 2 ganze Ehle?
u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl
$\frac{2}{3} : \frac{9}{10} = 4$

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{9}{10}$ fl. koſten, was koſten 4 ganze Ehlen? Aufl. [Hier kann man anfangs den Nenner 3 verdecken, und wieder wie vorhin ſprechen, als:]

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen (oder 2 Stücklein) $\frac{9}{10}$ fl. koſten, ſo koſtet $\frac{1}{3}$ Ehle (oder 1 Stück) nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von $\frac{9}{10}$ fl. ꝛc. $\frac{9}{20}$ fl.

Koſtet aber $\frac{1}{3}$ Ehle (oder 1 Stücklein) $\frac{9}{20}$ fl., ſo koſtet

(Hier läßt man den Nenner 3 ſehen) die ganze Ehle 3 mal $\frac{9}{20}$ fl. oder $\frac{27}{20}$ fl.

Koſtet aber 1 ganze Ehle $\frac{27}{20}$ fl., ſo koſten 4 ganze Ehlen 4 mal $\frac{27}{20}$ fl., das iſt: [Hier kann man die Berechnung vollends mit Ziffern machen laſſen] $\frac{108}{20}$ fl., oder $5\frac{2}{5}$ fl.

L. Schreibet und berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen $\frac{8}{9}$ fl. koſten, was koſten 5 ganze Ehlen?

Ant. $\frac{160}{27}$ fl. ꝛc.

— $\frac{4}{5}$ — $\frac{7}{8}$ fl. — , — — 6 ganze Ehlen?

Ant. $6\frac{9}{16}$ fl.

— $\frac{5}{6}$ — $\frac{6}{7}$ fl. — , — — 7 ganze Ehlen?

Ant. $7\frac{1}{5}$ fl.

u. ſ. w.

---

d.

Ehl fl. Ehl [Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende
$\frac{2}{3}$: $\frac{9}{10}$ = $\frac{4}{5}$ Beyſpiel und ſpricht:]

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{9}{10}$ fl. koſten, was koſten $\frac{4}{5}$ Ehlen?

Aufl. Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{9}{10}$ fl. koſten, ſo koſtet $\frac{1}{3}$ Ehle nicht ſo viel, ſondern nur den halben Theil von $\frac{9}{10}$ fl. ꝛc. $\frac{9}{20}$ fl.

Koſtet aber $\frac{1}{3}$ Ehle $\frac{9}{20}$ fl., ſo koſtet 1 ganze Ehle 3 mal $\frac{9}{20}$ fl. oder $\frac{27}{20}$ fl.

Koſtet aber 1 ganze Ehle $\frac{27}{20}$ fl., ſo koſtet $\frac{1}{5}$ Ehle nicht ſo viel ſondern nur den 5ten Theil von $\frac{27}{20}$ fl. ꝛc. $\frac{27}{100}$ fl.

Koſtet aber $\frac{1}{5}$ Ehle $\frac{27}{100}$ fl. ſo koſten $\frac{4}{5}$ Ehlen 4 mal $\frac{27}{100}$ fl., das iſt: $\frac{108}{100}$ fl. oder $1\frac{2}{25}$ fl.

L. Schreibet und berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen $\frac{8}{9}$ fl. koſten, was koſten $\frac{5}{6}$ Ehlen? Ant. $\frac{80}{81}$ fl.

— $\frac{4}{5}$ — $\frac{7}{8}$ fl. — , — — $\frac{6}{7}$ — ? Ant. $\frac{15}{16}$ fl.

Wenn $\frac{5}{6}$ Ehlen $\frac{6}{7}$ fl. koſten, was koſten $\frac{7}{8}$ Ehlen? Ant. $\frac{9}{10}$ fl.

u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl [Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende
$3\frac{1}{2}$: 4 : 9 Beyſpiel und ſpricht:]

Wenn $3\frac{1}{2}$ Ehle 4 fl. koſtet, was koſten 9 ſolche Ehlen? —

Aufl. [Hier werden die Schüler ſelbſt darauf kommen, daß es am bequemſten ſey, wenn man die gemiſchten Zahlen zuerſt in (unechte) Brüche verwandelt, und dann wieder wie bisher verfährt, die Auflöſung iſt alſo, wie folgt:]

$3\frac{1}{2}$ Ehle ſind 7 halbe Ehlen. (Hier kann man $\frac{7}{2}$ anſtatt $3\frac{1}{2}$ ſchreiben)

Koſten nun $\frac{7}{2}$ Ehlen 4 fl., ſo koſtet eine von den 7 halben Ehlen nicht ſo viel, ſondern nur den 7ten Theil von 4 fl. ꝛc $\frac{4}{7}$ fl.

Koſtet aber 1 halbe Ehle $\frac{4}{7}$ fl., ſo koſtet 1 ganze Ehle 2 mal $\frac{4}{7}$ fl. oder $\frac{8}{7}$ fl. ꝛc. Alſo $\frac{72}{7}$ fl. oder $10\frac{2}{7}$ fl.

[Eben ſo gebe man noch einige Beyſpiele an; jedoch nicht in zu großen Zahlen, weil dieſe nur aufhalten, als:]

Wenn $4\frac{2}{3}$ Ehlen 5 fl. koſten, was koſten 8 Ehlen? Ant. $8\frac{4}{7}$ fl.

— $5\frac{3}{4}$ — 6 fl. —, — — 7 — ? Ant. $7\frac{7}{23}$ fl.

— 2 — $4\frac{1}{3}$ fl. —, — — 9 — ? Ant. $19\frac{1}{2}$ fl.

— 3 — $2\frac{3}{4}$ fl. —, — — 8 — ? Ant. $7\frac{1}{3}$ fl.

— 4 — 3 fl. —, — — $5\frac{1}{2}$ — ? Ant. $4\frac{1}{8}$ fl.

u. ſ. w.

Anm. [Man gehe jetzt, ehe man noch Berechnungen über die ſonſt gewöhnlichen Gegenſtände vornimmt, in die Aufgaben des verkehrten Dreyſatzes über!]

Fälle des verkehrten Dreyſatzes.

a.

Wenn 2 gleiche Arbeiter einen Garten anpflanzen müſſen, und 8 Tag lang damit zu thun haben; wie viel Tag würde eben ſo einer dieſer Arbeiter allein dazu brauchen? Ant. —

[Der Lehrer zeichnet ein Viereck an die Tafel, macht zwey Tupfen darunter, ſchreibt über das Viereck 8 Tag, und ſpricht:]

Dieſes Viereck mit den 2 Tupfen ſoll den Garten mit den 2 Arbeitern bedeuten.

Jeder dieſer Arbeiter hat alſo eine Hälfte des Gartens zu beſorgen; (Er theilt das Viereck durch einen feinen Strich abwärts in 2 gleiche Theile) wie lang hat alſo jeder mit ſeinem Stück zu thun? Ant. 8 Tage.

L. (Er wiſcht den 2ten Tupfen weg) Wenn aber einer dieſer Arbeiter das ganze Geſchäft allein verrichten wollte, wie lang hätte er damit zu thun? Ant. 2 mal 8 Tage oder 16 Tage.

8 Tag

[Die Zeichnung muß ſeyn, wie hier links.]

L. Nun will ich euch die Berechnung dieſer Aufgabe noch einmal herſagen:

Wenn 2 Arbeiter zu einem Geſchäfte 8 Tag brauchen, ſo braucht 1 Arbeiter, der es allein verrichten will, 2 mal ſo lang, das iſt: 2 mal 8 Tag oder 16 Tag.

[Eben ſo kann man folgende Beyſpiele berechnen und veranſchaulichen laſſen:]

Wenn 3 Arbeiter 7 Tag zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang braucht 1 ſolcher Arbeiter dazu? Ant. 21 Tag.

Wenn 4 Arbeiter 6 Tag ꝛc. wie lang br. 1 ſ. Arb. dazu?
Ant. 24 Tag.

— 5 — 5 — ꝛc. — — — 1 ſ. Arb. dazu?
Ant. 25 Tag.

— 6 — 4 — ꝛc. — — — 1 ſ. Arb. dazu?
Ant. 24 Tag.

u. ſ. w.

L. Weil 1 Arbeiter allein immer mehr Zeit zu einem Geſchäfte braucht, als wenn es ihrer mehrere zugleich verrichten, ſo brauchen im umgekehrten Falle mehrere Arbeiter weniger Zeit dazu, als einer allein.

Berechnet daher Folgendes ohne Ziffern!

Wenn 1 Arbeiter 16 Tag zu einem Geſchäfte braucht, wie lang brauchen 3 ſolche Arbeiter dazu? Aufl.

Braucht 1 Arbeiter 16 Tag zu einem Geſchäfte, ſo brauchen 3 ſolche Arbeiter nicht ſo lang, ſondern nur den 3ten Theil von 16 Tagen.

Der 3te Theil von 1 Tag iſt $\frac{1}{3}$ Tag, alſo iſt
— 3te — — 16 — $\frac{16}{3}$ —, das iſt: $5\frac{1}{3}$ Tag.

Wenn 1 Arb. 21 Tag ꝛc., wie l. br. 4 ſolche Arb. dazu?
Ant. $5\frac{1}{4}$ Tag.

— 1 — 24 — ꝛc., — — — 5 ſolche Arb. dazu?
Ant. $4\frac{4}{5}$ Tag.

Wenn 1 Arb. 25 Tag ꝛc., wie l. br. 6 ſolche Arb. dazu?
Ant. $4\frac{1}{6}$ Tag.

— 1 — 24 — ꝛc., — — — 7 ſolche Arb. dazu?
Ant. $3\frac{3}{7}$ Tag.

— 1 — 21 — ꝛc., — — — 8 ſolche Arb. dazu?
Ant. —

u. ſ. w.

Arb. Tag Arb.
2 : 8 . 3

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wenn 2 Arbeiter 8 Tag zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang brauchen 3 ſolche Arbeiter dazu? —

Aufl. [Man kann hier die letztere Zahl nämlich 3 anfangs verdecken:] Brauchen 2 Arbeiter 8 Tag zu einem Geſchäfte, ſo braucht 1 Arbeiter, der es allein verrichten will, 2 mal 8 Tag oder 16 Tag.

Braucht aber 1 Arbeiter 16 Tag zu einem Geſchäfte, ſo brauchen 3 ſolche Arbeiter nicht ſo lang dazu, ſondern nur den 3ten Theil von 16 Tagen ꝛc. $\frac{16}{3}$ Tag oder $5\frac{1}{3}$ Tag.

L. Schreibet und berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn 3 Arb. 7 Tag ꝛc., wie l. br. 4 ſ. Arb. dazu?
Ant $5\frac{1}{4}$ Tag.

— 4 — 6 — ꝛc., — — — 5 ſ. Arb. dazu?
Ant. $4\frac{4}{5}$ Tag.

— 5 — 5 — ꝛc., — — — 6 ſ. Arb. dazu?
Ant. $4\frac{1}{6}$ Tag.

— 6 — 4 — ꝛc., — — — 7 ſ. Arb. dazu?
Ant. —

u. ſ. w.

Anm. [Auch hier kommen die Schüler wieder von ſelbſt auf die gewöhnliche Regel des verkehrten Dreyſatzes, nämlich: daß man das 1ſte und 2te Glied mit einander vervielfälti-

gen, und den dadurch entſtandenen Inhalt durch das 3te Glied theilen müſſe, um das 4te Glied zu finden.]

---

b.

Arb. Tag Arb.
2 : $\frac{8}{9}$ = 3

[Der Lehrer ſchreibt das nebenſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wenn 2 Arbeiter $\frac{8}{9}$ Tage zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang brauchen da 3 ſolche Arbeiter dazu? —

Aufl. Wenn 2 Arbeiter $\frac{8}{9}$ Tag zu einem Geſchäfte brauchen, ſo braucht 1 ſolcher Arbeiter, der es allein verrichten will, 2 mal ſo lang, das iſt: 2 mal $\frac{8}{9}$ Tag oder $\frac{16}{9}$ Tag.

Braucht aber 1 Arbeiter $\frac{16}{9}$ Tag zu einem Geſchäfte, ſo brauchen 3 ſolche Arbeiter nicht ſo lang dazu, ſondern nur den 3ten Theil von $\frac{16}{9}$ Tag ꝛc. das iſt $\frac{16}{27}$ Tag.

L. Schreibet und berechnet eben ſo Folgendes!

Wenn 3 Arb. $\frac{7}{8}$ Tag ꝛc., wie l. br. 4 ſ. Arb. dazu?
Ant. $\frac{21}{32}$ Tag.

— 4 — $\frac{6}{7}$ — ꝛc., — — — 5 ſ. Arb. dazu?
Ant. $\frac{24}{35}$ Tag.

— 5 — $\frac{5}{6}$ — ꝛc., — — — 6 ſ. Arb. dazu?
Ant. $\frac{25}{36}$ Tag.

u. ſ. w.

Anm. [Dergleichen Aufgaben von Arbeitern und Tagen können auch ſo gelöst werden, daß man von der Beſtimmung 1 Tages (an ſtatt 1 Arbeiters) ausgeht. Z. B. die obige Aufgabe:

Wenn 2 Arbeiter 8 Tage zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang brauchen da 3 ſolche Arbeiter dazu? Aufl.

Brauchen 2 Arbeiter 8 Tage zu einem Geſchäfte, ſo verrichten ſie (Man denkt hier, daß ſie jeden Tag gleichviel bearbeiten) in 1 Tag $\frac{1}{8}$ des Geſchäftes.

Verrichten aber die 2 Arbeiter $\frac{1}{8}$ des Geſchäftes in 1 Tag, ſo verrichtet einer allein nur den halben Theil von $\frac{1}{8}$, das iſt: $\frac{1}{16}$ des Geſchäftes in 1 Tage.

Verrichtet aber 1 Arbeiter $\frac{1}{16}$ des Geſchäftes in 1 Tage, ſo verrichten 3 ſolche Arbeiter $\frac{3}{16}$ des Geſchäftes in 1 Tage, mithin $\frac{16}{16}$ oder das ganze Geſchäft in ſo viel Tagen, als $\frac{3}{16}$ in $\frac{16}{16}$ enthalten ſind, das iſt: in $5\frac{1}{3}$ Tag.

Allein man kann dieſe Auflöſungsart jetzt noch weglaſſen, wenn nicht allenfalls Schüler von ſelbſt darauf kommen.]

8. In allen bisherigen Aufgaben kamen jedes Mal drey bekannte Zahlen vor, wozu wir die vierte durch das Vervielfältigen und Theilen gefunden haben.

Wir heiſen den Anſatz für dergleichen Aufgaben eben deßwegen, weil jedes Mal 3 bekannte Zahlen darin vorkommen, den Dreyſatz, und die Regel, welche man gewöhnlich dabey anwendet, Regel Detri.

Eine einzige Regel, nach welcher ihr alle Aufgaben des Dreyſatzes berechnen könnt, iſt dieſe: Man gibt zuerſt Acht, wie viel der Betrag einer Ehle, oder 1 Pfundes, 1 Arbeiters oder überhaupt eines einzelnen der zu berechnenden Gegenſtände iſt, und ſchließt nun daraus auf den Betrag deſſen, wonach gefragt wird.

Anm. [Man laſſe jetzt eben ſo die weiter unten vorkommenden vermiſchten Aufgaben, nämlich: Wenn 9 Perſonen 153 Gulden ꝛc. berechnen. Hier wäre es beſonders ſehr gut, wenn die Schüler das in der Vorrede gemeldete Aufgabenbuch in den Händen hätten. Haben ſie es nicht

ſo könnte man ihnen freylich jedes Mal eine Anzahl Aufgaben blos in Ziffern an die Tafel ſchreiben, und dieſe in der Stille, oder auch öfters laut berechnen laſſen; allein nackte Anſätze in Ziffern führen zu leicht in einen Mechanismus, welcher nicht ſo leicht entſteht, wenn ſie jetzt noch die Aufgaben in ihrer ganzen Einkleidung vor ſich haben. Daher iſt es beſſer, wenn man ihnen dieſe Aufgaben, in Ermanglung jenes Büchleins, von Wort zu Wort diktirt, und nur da Ziffern gebrauchen läßt, wo die Zahlen zu groß ſind.

Sind endlich die vermiſchten Aufgaben durchgeübt, ſo kann man die Schüler ſogleich mehrere (oder alle) Beyſpiele des Vielſatzes nach der 1ſten Auflöſungsart durchnehmen laſſen, ſie alsdann erſt mit der 2ten und 3ten Auflöſungsart des Dreyſatzes bekannt machen, und hierauf wieder die Aufgaben des Vielſatzes nach jeder beliebigen (unten angezeigten) Art mit ihnen durchnehmen.

Zweyte Auflöſungsart des Dreyſatzes.

Berechnungen des geraden Anſatzes.

Ganze Zahlen.

Ehl fl. Ehl [Der Lehrer ſchreibt das nebenſtehende
1 : 2 = 10 Beyſpiel und ſpricht:]

Wenn 1 Ehle 2 Gulden koſtet, wie viel Gulden koſten da 10 ſolche Ehlen? Ant. 20 fl. (Er ſchreibt weiter rechts 20 fl.)

Der Lehrer ſchreibt unter dieſes Beyſpiel 1 : 3 = 9 und ſpricht:)

Wenn aber 1 Ehle 3 fl. koſtet, was koſten 9 ſolche Ehlen?

Ant. 27 fl. (Er ſchreibt weiter rechts: 27 fl.)

Eben ſo werden nach und nach folgende Beyſpiele unter die vorigen geſchrieben und berechnet:

Wenn 1 Ehle 4 fl. koſtet, was koſten 8 ſolche Ehlen?
— 1 — 5 fl. — , — — 7 — —?
— 1 — 6 fl. — , — — 6 — —?
u. ſ. w.

Ehl	fl.	Ehl	fl.
1 :	2 =	10 :	20
1 :	3 =	9 :	27
1 :	4 =	8 :	32
1 :	5 =	7 :	35

u. ſ. w.

[Alle Beyſpiele müſſen zuletzt an der Tafel ſtehen, wie hier links angezeigt iſt.]

L. Den Anſatz für all dergleichen Beyſpiele heiſen wir, da anfangs nur drey bekannte Zahlen gegeben ſind, Dreyſatz. Wie viel Zahlen oder Glieder enthält alſo jede Aufgabe des Dreyſatzes ſammt der unbekannten Zahl? Ant. 4 Glieder.

L. Das 1ſte und 3te Glied haben hier den Namen Ehle; welchen Namen hat das 2te und 4te Glied? Ant. Gulden.

L. An Statt Ehlen und Gulden hätten wir hier auch Pfund und Gulden, oder Kreuzer, oder überhaupt andere Namen nehmen können. — Man heist jene Glieder, welche gleiche Namen haben, gleichnamige Glieder. Sind alſo das 1ſte und 3te Glied hier gleichnamige Glieder? — Warum?

L. Welche Glieder ſind hier ebenfalls gleichnamig? Ant. Das 2te und 4te Glied.

[Der Lehrer deutet in jedem Beyſpiele zuerſt auf das 1ſte und 3te Glied, alsdann auf das 2te und 4te, und ſpricht:]

1 Ehle iſt in 10 Ehlen 10 mal enthalten; wie viel mal ſind 2 Gulden in 20 Gulden enthalten? Ant. Auch 10 mal.

L. 1 Ehle iſt in 9 Ehlen 9 mal enthalten; wie viel mal ſind 3 Gulden in 27 Gulden enthalten? Ant. Auch 9 mal.

L. 1 Ehle iſt in 8 Ehlen 8 mal enthalten; wie viel mal ſind 4 Gulden in 32 Gulden enthalten? Ant. Auch 8 mal.

u. ſ. w.

L. Sprechet mir nun Folgendes über dieſe Beyſpiele nach! [Er deutet in jedem Beyſpiele auf jene Glieder, von welchen die Rede iſt.]

1 Ehle iſt 1 Theil, wie 10 Ehlen 10 Theile ſind, und 2 fl. ſind zuſammen auch 1 Theil, wie 20 fl. 10 Theile ſind.

1 Ehle iſt 1 Theil, wie 9 Ehlen 9 Theile ſind, und 3 fl. ſind zuſammen auch 1 Theil, wie 27 fl. 9 Theile ſind.

1 Ehle iſt 1 Theil, wie 8 Ehlen 8 Theile ſind, und 4 fl. ſind zuſammen auch 1 Theil, wie 32 fl. 8 Theile ſind.

u. ſ. w.

[Der Lehrer deutet wieder wie vorhin, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wie ſich 1 Ehle zu 10 Ehlen verhält, ſo verhalten ſich auch 2 fl. zu 20 fl.; denn

1 Ehle iſt 1 Theil, wie 10 Ehlen 10 Theile ſind, und 2 fl. ſind zuſammen auch 1 Theil, wie 20 fl. 10 Theile ſind.

Wie ſich 1 Ehle zu 9 Ehlen verhält, ſo verhalten ſich auch 3 fl. zu 27 fl.; denn

1 Ehle iſt 1 Theil, wie 9 Ehlen 9 Theile ſind, und

3 fl. ſind zuſammen auch 1 Theil, wie 27 fl. 9 Theile ſind.

u. ſ. w.

L. Wie hier verhält ſich in jedem Beyſpiele des Dreyſatzes das eine Paar gleichnamige Glieder in Hinſicht des Theilens wie das andere Paar, und man kann daher jedes Mal zu 3 bekannten Zahlen eines Dreyſatzes die 4te oder unbekannte finden, wenn man alle Glieder recht zu vergleichen weiß.

In dieſer Abſicht muß man in jeder Aufgabe zunächſt auf das merken, was man wiſſen will, ſchreibt ſogleich auf die rechte Seite den Buchſtab x, welcher wieviel bedeutet, und über x den Namen, der mit der Frage wieviel zuerſt gehört wird.

Nun ſchreibt man weiter links die Zahl und den Namen deſſen, wovon man etwas wiſſen will, ſo geben ſich die übrigen Glieder von ſelbſt. (Er wiſcht alles von der Tafel.)

Schreibe mir alſo jeder die 4 Glieder folgender Aufgabe auf ſeine Tafel!

Wenn 1 Ehle 2 fl. koſtet, wie viel Gulden koſten 10 ſolche Ehlen?

L. Zeiget euern Anſatz!

L. Jetzt will ich dieſe Aufgabe anſchreiben!

(Er ſchreibt x mit fl., dann weiter links 10 mit Ehl, und ſpricht:)

Man will wiſſen, wie viel Gulden 10 Ehlen koſten,

[Er macht zwey Querſtrichlein, ſchreibt alsdann blos die Namen des 2ten und 1ſten Gliedes wie hier links und ſpricht:]

Ehl. fl. Ehl. fl.
= 10 : x

wenn 1 Ehle 2 fl. koſtet. (Hier ſchreibt er vollends 1 : 2 wie weiter unten zu ſehen iſt.)

L. Auf dieſe Art könnt ihr jede Aufgabe des Dreyſatzes

anſchreiben, ihr dürfet nur immer mit dem Ausdrucke: Man will wiſſen, wie viel auf der rechten Seite anfangen, und alles ſo ſetzen, daß das 1ſte und 3te Glied einerley Namen oder Sachen bedeuten, und das 2te und 4te Glied ebenfalls.

[Er wiſcht dieſen Anſatz weg, läßt einzelne Schüler an die Tafel treten, und die Aufgabe mit eben denſelben Worten und Zeichen anſetzen, bis zur hinlänglichen Fertigkeit.]

[Nun ſchreibt er die Aufgabe aufs neue an, und ſpricht:]

Gebet jetzt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel, obgleich ihr das 4te Glied ſchon voraus wißt, berechne!

[Er deutet auf das 1ſte Glied, dann auf das 2te ꝛc. und ſpricht:]

Wenn 1 Ehle 2 fl. koſtet, ſo koſten 10 ſolche Ehlen mehr als 2 fl.

Ehl fl. Ehl fl. 1 : 2 = 10 : x w m	[Er ſchreibt m unter x, und w unter 2 wie hier links.] Denn 10 Ehlen ſind auch mehr als 1 Ehle. (Er ſchreibt auch m unter 10, und w unter 1)

[Er macht einen Bogenſtrich vom 1ſten zum 3ten Gliede, und ſpricht:]

So wie ſich das 1ſte kleinere Glied zu ſeinem gleichnamigen größern Gliede verhält, ſo muß ſich auch (Er macht auch einen Bogenſtrich vom 2ten zum 4ten Gliede) das andere kleinere Glied zu ſeinem gleichnamigen größern verhalten.

[Er deutet wieder auf das 1ſte Glied, und dann auf das 3te, indem er ſpricht:]

Nun iſt dieſes 1ſte kleinere Glied 1 Theil, und ſein gleichnamiges größeres hat 10 ſolche Theile, folglich muß auch (Er deutet auf das 2te und dann auf das 4te Glied)

das andere kleinere Glied 1 Theil ſeyn, und ſein gleichnamiges größeres muß 10 ſolche Theile haben (Er ſchreibt 10 unter das 4te Glied.)

[Er deutet wieder auf das 2te Glied und ſpricht:]

Iſt aber dieſes kleinere Glied 1 Theil, ſo iſt 1 mal 2 fl. (Er ſchreibt 2 fl. unter den Bogenſtrich, und deutet auf das 4te Glied) und ſein gleichnamiges größeres Glied muß 10 ſolche Theile haben, das iſt: 10 mal 2 fl., oder 20 fl.

Ehl fl. Ehl fl.
1 : 2 = 10 : x
w w m m

2 fl. × 10 = 20 fl.

[Die ganze Darſtellung iſt zuletzt wie hier links.]

Anmerkung.

[Für dieſe Aufgabe, die eigentlich nur eine einfache Multiplication iſt, wäre es freylich unnöthig, eine ſo weitläufige Auflöſung zu machen; allein dieſe Auflöſung an einfachen Beyſpielen iſt der Schlüſſel zu den verwickeltern, ſowohl des geraden als auch des verkehrten Dreyſatzes. Der Lehrer laſſe daher einen Schüler nach dem andern an die Tafel treten, und dieſe Berechnung eben ſo mit lauten Worten wiederholen, und dann eben ſo folgende Aufgaben berechnen:]

Wie viel Gulden koſten 9 Ehlen, wenn man um 3 fl. 1 Ehl bekommt? Ant. 27 fl.

— — — — 8 Ehlen, wenn man um 4 fl. 1 Ehl bekommt? Ant. 32 fl.

— — — — 7 Ehlen, wenn man um 5 fl. 1 Ehl bekommt? Ant. 35 fl.

u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl fl.
3 : 10 = 2 : x

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten 2 Ehlen, wenn man um 10 fl. 3 Ehlen bekommt? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Wenn 3 Ehlen 10 fl. koſten, ſo koſten 2 Ehlen weniger als 10 fl.

(Er ſchreibt 10 unter x, und m unter 10)

2 Ehlen ſind auch weniger als 3 Ehlen.

(Er ſchreibt wieder w unter 2, und m unter 3)

[Er deutet wieder auf das 1ſte und 3te Glied, alsdann auf das 2te und 4te, und macht die Bogenſtriche wie oben, während deſſen er ſpricht:]

So wie ſich das 1ſte größere Glied zu ſeinem gleichnamigen kleinern verhält, eben ſo muß ſich auch das andere größere Glied zu ſeinem gleichnamigen kleinern verhalten.

(Er deutet auf das 1ſte und 3te Glied und ſpricht :]

Nun hat das 1ſte größere Glied 3 gleiche Theile, und ſein gleichnamiges kleineres hat 2 ſolche Theile; folglich muß auch — — — — — —

(Er deutet auf das 2te und 4te Glied) das andere größere Glied 3 gleiche Theile haben, und ſein gleichnamiges kleineres muß 2 ſolche Theile haben (Er ſchreibt 2 unter das 4te Glied, deutet wieder auf das 2te Glied, nämlich 10 und ſpricht:)

Hat aber dieſes größere Glied 3 gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der 3te Theil davon, das iſt: Der 3te Theil von 10 fl. — — — —

Der 3te Theil von 1 fl. iſt $\frac{1}{3}$ fl., alſo iſt

— 3te — — 10 fl. — $\frac{10}{3}$ fl. — — — —

(Er ſchreibt $\frac{10}{3}$ fl. unter den Bogenſtrich, deutet auf das 4te Glied und ſpricht:) Sein gleichnamiges Glied muß 2 ſolche Theile haben, das iſt: 2 mal $\frac{10}{3}$ fl., oder $\frac{20}{3}$ fl. das iſt $6\frac{2}{3}$ fl.

Ehl fl. Ehl fl. [Die ganze Berechnung muß zuletzt
$3 : 10 = 2 : x$ ausſehen, wie hier links.]
m m w w [Kann jeder Schüler die Auflöſung
$\frac{10}{3}$ fl. × 2 = $\frac{20}{3}$ fl. = $6\frac{2}{3}$ fl. dieſer Aufgabe eben ſo mit Worten und Zeichen herſagen, ſo läßt der Lehrer auf gleiche Art folgende Beyſpiele berechnen:]

Wie viel Gulden koſten 4 Ehlen, wenn 5 Ehlen 9 fl. koſten? $7\frac{1}{5}$ fl.

— — — — 5 — , — 6 — 11 fl. koſten? $9\frac{1}{6}$ fl.

— — — — 4 — , — 7 — 9 fl. koſten? $5\frac{1}{7}$ fl.

— — — — 7 — , — 12 — 25 fl. koſten? $14\frac{7}{12}$ fl.

— — — — 8 — , — 15 — 17 fl. koſten? $9\frac{1}{15}$ fl.

— — — — 9 — , — 20 — 43 fl. koſten? $19\frac{7}{20}$ fl.

— — — — 9 — , — 4 — 13 fl. koſten? $29\frac{1}{4}$ fl.

— — — — 6 — , — 5 — 18 fl. koſten? $21\frac{3}{5}$ fl.

— — — — 12 — , — 7 — 10 fl. koſten? $17\frac{1}{7}$ fl.

— — — — 11 — , — 8 — 29 fl. koſten? $39\frac{7}{8}$ fl.

— — — — 5 — , — 6 — 23 fl. koſten? $19\frac{1}{6}$ fl.

— — — — 4 — , — 9 — 20 fl. koſten? $8\frac{8}{9}$ fl.

Ehl fl. Ehl fl. [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſte-
21 : 16 „ 14 : x hende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten 14 Ehlen, wenn 21 Ehlen 16 fl. koſten? (Er läßt dieſes wie vorhin berechnen.)

L. Wenn ſich das 1ſte und 3te Glied in lauter 2er theilen laſſen, oder in lauter 3er, oder 4er, oder überhaupt in einerley ganze Zahlen (nur nicht beyde in lauter Einer), ſo kann man kürzer verfahren.

Laſſen ſich wohl die Zahlen 21 und 14 in lauter 2er (ohne Reſt) theilen? Ant. Nein.

L. In welche gleiche Zahlen denn? Ant. In lauter 7er.

L. Demnach hat die Zahl 21 drey gleiche Theile; wie viel ſolche Theile hat aber die Zahl 14? Ant. 2 ſolche Theile.

So gebt jetzt Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

Wenn 21 Ehlen 16 fl. koſten, ſo koſten 14 Ehlen weniger als 16 fl.

(Er ſchreibt w unter x, und m unter 16.)

14 Ehlen ſind auch weniger als 21 Ehlen. (Er ſchreibt w unter 14, und m unter 21.)

So wie ſich das 1ſte größere Glied zu ꝛc.

Nun hat das 1ſte größere Glied 3 gleiche Theile (Er ſtreicht 21 durch und ſchreibt 3 hin) und ſein gleichnamiges kleineres hat 2 ſolche Theile (Er ſtreicht 14 durch und ſchreibt 2 hin) folglich muß auch das andere größere Glied 3 gleiche Theile haben, und ſein gleichnamiges kleineres 2 ſolche Theile (Er ſchreibt 2 unter das 4te Glied.)

[Er deutet wieder auf das 2te Glied und ſpricht:]

Hat aber dieſes größere Glied 3 gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der 3te Theil davon, das iſt der 3te Theil von 16 fl. ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.
$21^{3} : 16 : 14^{2} : x$
m m w w

$\frac{16}{3}$ fl. × 2 = $\frac{32}{3}$ fl. = $10\frac{2}{3}$ fl.

[Die ganze Darſtellung muß zuletzt wieder ſeyn wie hier links.]

(Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:)

Wie viel Gl. koſten 10 Ehlen, wenn 12 Ehlen 19 fl. koſten? $15\frac{5}{6}$ fl.

— — — — 15 — , — 18 — 17 fl. koſten? $14\frac{1}{6}$ fl.

— — — — 30 — , — 40 — 15 fl. koſten? $11\frac{1}{4}$ fl.

— — — — 12 — , — 14 — 9 fl. koſten? $7\frac{5}{7}$ fl.

— — — — 18 — , — 24 — 7 fl. koſten? $5\frac{1}{4}$ fl.

— — — — 50 — , — 100 — 23 fl. koſten? $11\frac{1}{2}$ fl.

— — — — 3 — , — 6 — 11 fl. koſten? $5\frac{1}{2}$ fl.

— — — — 10 — , — 5 — 9 fl. koſten? 18 fl.

— — — — 4 — , — 3 — 15 fl. koſten? * 20 fl.

— — — — 9 — , — 6 — 18 fl. koſten? 27 fl.

— — — — 8 — , — 10 — 20 fl. koſten? 16 fl.

— — — — 10 — , — 9 — 45 fl. koſten? 50 fl.

*[Hier und in den folgenden Auflöſungen braucht beym mittlern Gliede keine einzelne Einheit getheilt zu werden, man

ſagt daher in dieſem Beyſpiel nur kurz: Der 3te Theil von 15 fl. iſt 5 fl. ꝛc.]

Brüche.

L. Wie viel Gulden koſten 7 Ehlen Band, wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten? —

Anm. Dieſe und jede Aufgaben, wo das 2te Glied ein Bruch iſt, wird gerad wieder behandelt, wie die obigen Beyſpiele. Kommt man hier endlich an die Theilung des Bruches, ſo ſpricht man:

Hat aber dieſes kleinere Glied 2 gleiche Theile, ſo iſt 1 Theil der halbe Theil davon, das iſt: der halbe Theil von $\frac{3}{4}$ fl.

Der halbe Theil von $\frac{1}{4}$ fl. iſt $\frac{1}{8}$ fl., alſo iſt
— — — — $\frac{3}{4}$ fl. $\frac{3}{8}$ fl., ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.
2 : $\frac{3}{4}$ = 7 : x
w w m m

[Das Beyſpiel muß zuletzt ausſehen wie hier links.]

[Eben ſo werden jetzt folgende Aufgaben berechnet:]

$\frac{3}{8}$ fl. × 7 = $\frac{21}{8}$ fl. = $2\frac{5}{8}$ fl.

Wie viel Gld. koſten 13 Ehlen wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten? $3\frac{7}{15}$ fl.

— — — — 29 —, — 4 — $\frac{5}{6}$ fl. koſten? $6\frac{1}{24}$ fl.

— — — — 18 —, — 5 — $\frac{6}{7}$ fl. koſten? $3\frac{3}{35}$ fl.

— — — — 37 —, — 6 — $\frac{7}{8}$ fl. koſten? $5\frac{19}{48}$ fl.

— — — — 16 —, — 7 — $\frac{8}{9}$ fl. koſten? $2\frac{2}{63}$ fl.

Wie viel Gld. koſten 18 Ehlen, wenn 5 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten?
$2\frac{7}{10}$ fl.

— — — — 24 — — 9 — $\frac{4}{5}$ fl. koſten?
$2\frac{2}{15}$ fl.

— — — — 12 — — 8 — $\frac{5}{6}$ fl. koſten?
$1\frac{1}{4}$ fl.

Ehl fl. Ehl fl. [Der Lehrer ſchreibt das hier links
$\frac{3}{4} : 5 = 7 : x$ ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen (z. B. Tuch) 5 fl. koſten, wie viel Gld. koſten 7 Ehlen? —

L. Wenn eins der 2 gleichnamigen Glieder ein Bruch iſt, ſo macht man ſogleich einen Querſtrich unter die ganze Aufgabe, verwandelt das andere gleichnamige Glied ebenfalls in einen Bruch mit eben demſelben Nenner, ſchreibt dieſen nebſt allen übrigen Zahlen herab, und verfährt alsdann wieder ganz wie vorhin. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

[Er deutet auf 7 und ſpricht:]

1 ganze Ehle iſt 4 Viertel, alſo ſind 7 ganze 7 mal 4 Viertel oder 28 Viertel. (Er ſchreibt $\frac{28}{4}$ nebſt allen andern Zahlen herab)

Wenn alſo $\frac{3}{4}$ Ehlen 5 fl. koſten, ſo koſten $\frac{28}{4}$ mehr als 5 fl. ꝛc.

So wie ſich das 1ſte kleinere Glied zu ꝛc.

Nun hat das 1ſte kleinere Glied 3 gleiche Theile (hier ſtreicht er den Nenner 4 durch) und ſein gleichnamiges größeres hat 28 ſolche Theile (Er ſtreicht auch hier den Nenner 4 durch) folglich muß auch das andere kleinere Glied 3 gleiche Theile ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl. 7 Ehlen koſten alſo $46\frac{2}{3}$ fl.

$\frac{3}{4} : 5 = 7 : x$ [Die ganze Berechnung ſieht zuletzt aus, wie hier links.]

$\frac{3}{4} : 5 = \frac{28}{4} : x$

w w m m

$\frac{5}{3}$ fl. $\times$ 28 = $\frac{140}{3}$ fl. = $46\frac{2}{3}$ fl.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst:]

Wie viel Gld. koſten 3 Ehlen, wenn $\frac{4}{5}$ Ehlen 9 fl. koſten?

$33\frac{3}{4}$ fl.

— — — — 9 —, — $\frac{2}{3}$ — 5 fl. koſten?

$67\frac{1}{2}$ fl.

— — — — $\frac{2}{3}$ —, — 5 — 4 fl. koſten?

$\frac{8}{15}$ fl.

— — — — $\frac{3}{5}$ —, — 2 — 11 fl. koſten?

$3\frac{3}{10}$ fl.

— — — — $\frac{1}{2}$ —, — 6 — 29 fl. koſten?

$2\frac{5}{12}$ fl.

— — — — $\frac{1}{3}$ —, — 10 — 61 fl. koſten?

$2\frac{1}{30}$ fl.

— — — — 4 —, — $\frac{1}{3}$ — 2 fl. koſten?

24 fl.

— — — — $\frac{4}{5}$ —, — 3 — $\frac{1}{2}$ fl. koſten?

$\frac{2}{15}$ fl.

— — — — $\frac{7}{8}$ —, — 2 — $\frac{3}{4}$ fl. koſten?

$\frac{21}{64}$ fl.

— — — — 8 —, — $\frac{3}{4}$ — $\frac{2}{5}$ fl. koſten?

$4\frac{4}{15}$ fl.

— — — — 3 —, — $\frac{2}{6}$ — $\frac{5}{7}$ fl. koſten?

$3\frac{3}{14}$ fl.

L. Enthält der Dreyſatz eine gemiſchte Zahl, ſo macht man ebenfalls einen Querſtrich unter die ganze Aufgabe, verwandelt die gemiſchte Zahl in einen (unechten) Bruch, ſetzt dieſen herab, und verfährt ganz wie bey den vorigen Beyſpielen.

Berechnet daher Folgendes!

Wie viel Gld. koſten $6\frac{4}{5}$ Ehlen, wenn 3 Ehlen 2 fl. koſten? $4\frac{8}{15}$ fl.

— — — — $7\frac{2}{3}$ —, — 4 — 5 fl. koſten? $9\frac{7}{12}$ fl.

— — — — $6\frac{4}{5}$ —, — 3 — $4\frac{1}{2}$ fl. koſten? $10\frac{1}{5}$ fl.

u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl fl.
$\frac{3}{4} : 11 = \frac{2}{5} : x$

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten $\frac{2}{5}$ Ehlen, wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen 11 fl. koſten? —

L. Wenn ſich in den beyden gleichnamigen bekannten Gliedern Brüche mit verſchiedenen Nennern vorfinden, ſo macht man wieder ſogleich einen Querſtrich unter die ganze Aufgabe, gibt die Brüche in einerley Nennern an, ſetzt ſie nebſt den übrigen Zahlen herab, und verfährt wieder wie in den vorigen Aufgaben. Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

[Er macht einen Querſtrich unter die Aufgabe, und ſpricht:]

Um 4tel und 5tel in einerley Nennern angeben zu können, ſuche ich eine ſolche Zahl, welche ſich durch die Nenner 4 und 5 ohne Reſt theilen läßt. Eine ſolche Zahl finde ich,

wenn ich dieſe Nenner mit einander vervielfältige. 4 mal 5 ſind 20 ꝛc.

$\frac{3}{4}$ Ehlen ſind alſo $\frac{15}{20}$ Ehlen, (Er ſchreibt $\frac{15}{20}$) und $\frac{2}{5}$ Ehlen ſind $\frac{8}{20}$ Ehlen (Er ſchreibt auch $\frac{8}{20}$ nebſt 11 und x.

Wenn alſo $\frac{15}{20}$ Ehlen 11 fl. koſten, ſo koſten $\frac{8}{20}$ Ehlen weniger als 11 fl. denn $\frac{8}{20}$ Ehlen ſind auch weniger als $\frac{15}{20}$ Ehlen ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.

$\frac{3}{4} : 11 = \frac{2}{5} : x$

$\frac{15}{20} : 11 = \frac{8}{20} : x$

m m w w

$\frac{11}{15}$ fl. $\times$ 8 ꝛc.

[$\frac{2}{5}$ Ehlen koſten alſo $\frac{88}{15}$ fl. oder $5\frac{13}{15}$ fl. und die ganze Berechnung muß ausſehen wie hier.

Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet:]

Wie viel fl. koſt. $\frac{5}{8}$ Ehlen, wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen 9 fl. koſten?
Ant. $8\frac{7}{16}$ fl.

Wie viel fl. koſt. $\frac{2}{7}$ Ehlen, wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen 13 fl. koſten?
Ant. $4\frac{20}{21}$ fl.

— — fl. — $\frac{3}{4}$ — , — $\frac{2}{5}$ — 17 fl. koſten?
Ant. $31\frac{7}{8}$ fl.

— — fl. — $\frac{3}{8}$ — , — $\frac{4}{5}$ — 9 fl. koſten?
Ant. $4\frac{7}{32}$ fl.

— — fl. — $\frac{4}{5}$ — , — $\frac{3}{4}$ — $\frac{2}{3}$ fl. koſten?
Ant. $\frac{32}{45}$ fl.

— — fl. — $\frac{3}{4}$ — , — $\frac{2}{5}$ — $\frac{1}{2}$ fl. koſten?
Ant. $\frac{15}{16}$ fl.

— — fl. — $2\frac{3}{4}$ — , — $\frac{2}{3}$ — $4\frac{1}{2}$ fl. koſten?
Ant. $18\frac{9}{16}$ fl.

u. ſ. w.

Berechnung des verkehrten Dreyſatzes.

L. Wenn 2 Arbeiter 10 Tage zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang würde da 1 ſolcher Arbeiter allein dazu brauchen?

Ant. 20 Tag. [Er ſchreibt das ganze Beyſpiel an die Tafel, wie weiter unten zu ſehen iſt.]

L. Wenn 3 Arbeiter 9 Tage zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang braucht einer allein dazu? Ant. 27 Tag. (Er ſchreibt dieſes Beyſpiel unter das vorige.)

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet und unter die vorigen geſchrieben:]

Wenn 4 Arb. 8 Tag ꝛc., wie viel Tag br. 1 Arb. dazu?

— 5 — 7 — ꝛc., — — — — 1 — —?

— 6 — 6 — ꝛc., — — — — 1 — —?

— 7 — 5 — ꝛc., — — — — 1 — —?

u. ſ. w. [Die Beyſpiele müſſen zuletzt an der Tafel ſtehen, wie hier links angezeigt iſt.]

Arb.	Tag		Arb.	Tag
2 :	10	=	1 :	20
3 :	9	=	1 :	27
4 :	8	=	1 :	32
5 :	7	=	1 :	35
6 :	6	=	1 :	36
u. ſ. w.				

L. Wir wollen auch hier wieder die gleichnamigen Glieder mit einander vergleichen! [Er deutet jedes Mal auf das Glied, wovon die Rede iſt und läßt ſich Folgendes nachſprechen:)

Die Zahl 2 hat 2 Theile, wie die Zahl Eins 1 Theil iſt, u.

— — 20 — 2 — , — — — 10 ein — —.

— — 3 — 3 — , — — — 1 ein — —, u.

— — 27 — 3 — , — — — 9 — — —.

— — 4 — 4 — , — — — 1 — — —, u.

— — 32 — 4 — , — — — 8 — — —.

u. ſ. w.

[Er deutet wieder wie vorhin, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Wie ſich die Zahl 2 zur Zahl 1 verhält, ſo verhält ſich die — 20 — — 10; denn
die — 2 hat 2 Theile, wie die Zahl Eins 1 Theil iſt,
und — — 20 — 2 — , — die Zahl 10 ein Theil iſt.

Wie ſich die Zahl 3 zur Zahl 1 verhält, ſo verhält ſich — — 27 — — 9; denn
die — 3 hat 3 Theile, wie die Zahl 1 ein Theil iſt,
und — — 27 — 3 — , — — Zahl 9 ein Theil iſt.

Wie ſich die Zahl 4 zur Zahl 1 verhält, ſo verhält ſich — — 32 — — 8; den ꝛc.

u. ſ. w.

L. In den vorigen Beyſpielen von Ehlen und Gulden verhielt ſich jedes Mal das 2te Glied zum 4ten, wie das 1ſte — — 3ten; in dieſen Aufgaben aber von den Arbeitern und Tagen, verhält ſich umgekehrt das 4te Glied zum 2ten, wie das 3te — — 1ſten.

Merkt euch daher dieſes:

Wenn ſich in einem Dreyſatze das 2te Glied zum 4ten verhält, wie das 1ſte — — 3ten ſo ſagt man: der Dreyſatz (oder Anſatz) iſt gerad.

Wenn ſich aber in einem Dreyſatze das 4te Glied zum 2ten verhält, wie das 1ſte Glied zum 3ten, ſo ſagt man: Der Dreyſatz (oder Anſatz) iſt verkehrt.

[Er wiſcht alle Beyſpiele von der Tafel bis auf das oberſte, ſchreibt anſtatt 20 den Buchſtab x und ſpricht:]

Wie die Aufgaben des geraden Anſatzes berechnet werden, iſt euch bekannt — ganz ſo werden auch die des verkehrten Anſatzes gelöst; nur daß hier die Glieder nicht ſo in der Ordnung nach einander folgen, wie in jenen.

Gebt daher Acht, wie ich mit dieſem Beyſpiele (deſſen Endbetrag uns freylich ſchon bekannt iſt) verfahre!

Wenn 2 Arbeiter zu einem Geſchäft 10 Tag brauchen, ſo braucht 1 Arbeiter, der es allein verrichten will, mehr als 10 Tag.

(Er ſchreibt m unter x, und w unter 10.)

1 Arbeiter iſt aber weniger als 2 Arbeiter (Er ſchreibt w unter 1, und m unter 2).

Folglich iſt das 1ſte Glied größer als ſein gleichnamiges 3tes,

und das 4te — — — — gleichnamiges 2tes.

[Er macht einen Bogenſtrich vom 1ſten Glied zum 3ten und ſpricht:]

So wie ſich das 1ſte größere Glied zu ſeinem gleichnamigen 3ten verhält, eben ſo muß ſich auch (Er macht auch einen Bogenſtrich vom 4ten Glied zum 2ten) das andere größere Glied zu ſeinem gleichnamigen kleinern verhalten.

Nun aber hat das 1ſte größere Glied 2 gleiche Theile, und ſein gleichnamiges kleineres iſt 1 ſolcher Theil, folglich muß auch (Er deutet auf das 4te Glied x) das andere größere Glied 2 gleiche Theile haben (Er ſchreibt 2 unter x) und ſein gleichnamiges kleineres (Er deutet auf 10) muß 1 ſolcher Theil ſeyn.

[Er deutet nochmals auf dieſes 2te Glied und ſpricht:]

Iſt aber dieſes kleinere Glied 1 Theil, ſo iſt er 1 mal 10 Tag, oder 10 Tag (Er ſchreibt 10 Tag herab.)

Sein gleichnamiges größeres Glied muß 2 ſolche Theile haben, das iſt: 2 mal 10 Tag oder 20 Tag.

Arb.	Tag	Arb.	Tag	
2 :	10 =	1 :	x	[1 Arbeiter braucht alſo 20 Tag, und die ganze Darſtellung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.]
m	w	w	m	

10 Tag × 2 = 20 Tag.

[Eben ſo werden die übrigen 8 Beyſpiele berechnet, nämlich:]

Wenn 3 Arbeiter zu einem Geſchäft 9 Tag brauchen; wie viel Tag braucht demnach 1 ſolcher Arbeiter, der es allein verrichten will?

Wenn 4 Arb. zu ꝛc. 8 Tag brauchen; wie viel Tag ꝛc. 1 Arbeiter?

u. ſ. w.

Und nun können auf gleiche Art wieder die wichtigeren Beyſpiele von Arbeitern und Tagen, welche oben in der 1ſten Auflöſungsart vorgekommen ſind, und ähnliche berechnet werden, als:

Wenn 2 Arbeiter zu einem Geſchäft 8 Tag brauchen; wie viel Tag brauchen 3 ſolche Arbeiter dazu? *

Wenn 3 Arbeiter ꝛc. 7 Tag brauchen; wie viel Tag brauchen 4 ſolche Arbeiter dazu? Ant. $5\frac{1}{4}$ Tag.

u. ſ. w.

Wenn 2 Arbeiter zu einem Geſchäft $\frac{8}{9}$ Tag brauchen, wie viel Tag brauchen 3 ſolche Arbeiter dazu? **

Wenn 3 Arbeiter $\frac{7}{8}$ Tag ꝛc.; wie viel Tag brauchen 4 ſolche Arb.? Ant. $\frac{21}{32}$ Tag.

* Arb.	Tag	Arb.	Tag	** Arb.	Tag	Arb.	Tag.
2 :	8 =	3 :	x	2 :	$\frac{8}{9}$ =	3 :	x
w	m	m	w	w	m	m	w

$\frac{8}{3}$ Tag × 2 = $\frac{16}{3}$ Tag = $5\frac{1}{3}$ Tag.

$\frac{8}{27}$ Tg. × 2 = $\frac{16}{27}$ Tg.

3te Auflöſungsart des Dreyſatzes.

Berechnung des geraden Dreyſatzes.

a) In ganzen Zahlen.

Sowohl nach der 1ſten als auch nach der 2ten Auflöſungsart des Dreyſatzes ſieht man (wenn man auch die Lehre von den Proportionen im reinen Rechnen noch nicht kennt,) hinlänglich ein, daß jede Aufgabe desſelben als eine bloſe Theilung behandelt werden kann, worin das 1ſte oder 3te Glied der Theiler iſt, und die 2 andern Glieder mit einander vervielfaltigt die Theilungszahl ausmachen. Es kommt hier zunächſt darauf an, jedes Mal ſogleich zu wiſſen, in welchem Falle der Anſatz gerad oder verkehrt iſt.

Um nun dieſes zu finden, iſt die in der 2ten Auflöſungsart vorgekommene Bezeichnung mit m und w das ſicherſte Mittel; allein man trifft in ſonſt guten Rechenbüchern noch eine Unterſuchungsart an, die im Dreyſatze meiſtens, im Vielſatze aber durchaus untrüglich, leicht und in großen Rechnungen äußerſt bequem iſt, und eben daher hier nicht übergangen werden darf. — Wo ſie irr führen könnte, wird an ſeinem Orte gezeigt werden.

Ehl fl.
2 : 6

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wenn 2 Ehlen Tuch zuſammen 6 Gulden koſten; wie viel Gulden koſtet da 1 ſolche Ehle? Ant. 3 fl.

L. Was koſten aber demnach 4 ſolche Ehlen? Ant. 12 fl.

(Er ſchreibt weiter rechts 4 Ehl : x fl. und ſpricht:)

Gebet Acht, wie ich dieſe Aufgabe auf einmal berechne!

(Er macht nach 2 und nach 4 einen Strich abwärts, dann unter 6 und 4 einen Querſtrich und ſpricht:) 4 mal 6 ſind 24 ꝛc.

Wie viel mal iſt die Zahl 2 in 24 enthalten? Ant. 12 mal.

(Er ſchreibt 12 unter x und ſpricht:)

Wie viel Gulden haben wir alſo wieder herausgebracht? Ant. 12 fl.

```
Ehl  fl.  Ehl  fl.
 2 : | 6 = 4 : ( x
     |  24      (12
     |  24
        --
```

[Die ganze Berechnung muß ſeyn wie hier links:]

L. So wie hier iſt es immer einerley, ob man durch eine Zahl eine andere theilt, und das Herauskommende durch eine 3te Zahl vervielfältigt; oder ob man die 2te und 3te zuerſt vervielfältigt, und das Herauskommende zuletzt durch die erſte theilt.

Wie viel bekannte Zahlen enthält der Anſatz dieſer Aufgabe? Ant. Drey, nämlich: 2, 6 und 4.

L. Wie kann man nun den Anſatz für ſolche Theilungsaufgaben wohl heiſen? Ant. Dreyſatz.

L. Saget mir noch einmal: Wenn 2 Ehlen Tuch zuſammen 6 Gulden koſten; wie viel Gulden koſten da doppelt ſo viel Ehlen? Ant. 12 fl.

L. Wenn aber 2 Arbeiter zu einem Geſchäfte 6 Tage brauchen; wie viel Tage würden doppelt ſo viel Arbeiter dazu brauchen? Ant. 3 Tage.

L. Ich will euch dieſes mit Ziffern berechnen. (Er ſchreibt 2 : 4 = 6 : x mit Arb. und Tag, macht 2 Striche abwärts ꝛc. und ſpricht:)

2 mal 6 ſind 12 (Er ſchreibt 12, ſtreicht 4 durch, und ſetzt einen 4er auf die linke Seite.) 4 ſind in 12 dreymal enthalten ꝛc.

```
   Arb. Tg.  Arb. Tg.
  | 2  :  6  = 4̶  :  x
 4|  12             3
     12
    ----
     --
```

[Das Beyſpiel muß geſchrieben ſeyn wie hier links:]
L. Wie viel Tage haben wir hier wieder herausgebracht? Ant. 3 Tage.

L. Dieſes iſt alſo auch ein Dreyſatz; allein das 1ſte Glied iſt nicht der Theiler, ſondern ſein gleichnamiges; welche Zahl iſt dieß? Ant. 4.

L. Nichts iſt leichter, als einen Dreyſatz zu berechnen, wenn man die 4 Zahlen (oder Glieder) ſo anſchreibt, daß die 1ſte und 3te gleiche Namen erhalten, und die 2te und 4te oder unbekannte ebenfalls gleiche Namen.

Welchen Namen hat hier die 1ſte und 3te Zahl? Ant. Arbeiter.

L. Welchen Namen hat aber die 2te und 4te Zahl? Ant. Tag.

L. Iſt der Anſatz auf dieſe Art geſchrieben, ſo merkt man ſich ſogleich folgende Regel:

Man denkt ſich die 1ſte Zahl doppelt und gibt Acht, ob in dieſem Falle auch die 2te Zahl mehr oder weniger ſeyn müßte.

Denkt man ſich nun die 1ſte Zahl doppelt, und die 2te müßte in dieſem Falle auch mehr ſeyn, ſo ſagt man, der Anſatz (oder das Verhältniß) iſt gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler.

Denkt man ſich aber die 1ſte Zahl doppelt, und die 2te müßte in dieſem Falle weniger werden, ſo ſagt man, der Anſatz iſt verkehrt und das 1ſte Glied iſt nicht der Theiler, ſondern ſein gleichnamiges.

Berechnet alſo auf dieſe kurze Art Folgendes in Ziffern!

Wenn 4 Ehlen Tuch zuſammen 5 Gulden koſten, wie viel Gulden koſten da 9 ſolche Ehlen? —

L. Ich will euch dieſe Berechnung ſelbſt machen!

Man will wiſſen, wie viel Gulden (Er ſchreibt x mit fl. und 9 mit Ehl.) 9 Ehlen koſten,

(Er ſchreibt noch weiter links fl. und Ehl, und ſetzt dann 4 und 5 darunter, während er ſpricht:) wenn 4 Ehlen 5 Gulden koſten.

(Er deutet auf das 1ſte Glied 4, und ſpricht:)

Wenn 4 Ehlen 5 Gulden koſten, ſo koſten doppelt ſoviel Ehlen mehr als 5 Gulden, folglich iſt der Anſatz gerad und das 1ſte Glied iſt der Theiler. [Er macht die Theilungsſtriche, und berechnet die Aufgabe vollends wie hier links.]

```
Ehl  fl.   Ehl  fl.
 4 : | 5=9 | : x
     |  45 |   11¼
     |  ꝛc.|
```

[Der Lehrer wiſche alles von der Tafel, laſſe einzelne Schüler vortreten, dieſe Aufgabe aufs neue anſchreiben, und mit denſelben Worten und Zeichen berechnen, bis zur hinlänglichen Fertigkeit. Hierauf mögen eben ſo wieder die oben vorgekommenen Beyſpiele berechnet werden, als:]

Wie viel Gld. koſten 5 Ehlen, wenn 6 Ehlen 11 fl. koſten?
— — — — 4 — , — 7 — 9 fl. — ?

u. ſ. w.

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

```
Ehl  fl.  Ehl.  fl.
14 : 9=12 : x
```

Wie viel Gl. koſten 12 Ehlen, wenn 14 Ehlen, 9 fl. koſten? —

Wenn ſich der Theiler und die Theilungszahl durch einerley Zahl, die mehr als 1 iſt, ohne Reſt theilen oder abkürzen laſſen, ſo kürzt man, ehe man vervielfältigt, ab. (Denn auf dieſe Art bekommt man einen gewiſſen Theil des Theilers, und den eben ſo vielten Theil der Theilungszahl, und — ein Theil des Theilers iſt in dem eben ſo vielten Theil der Theilungszahl ſo oft enthalten, als der ganze Theiler in der ganzen Theilungszahl.)

Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel wieder berechne!

Wenn 14 Ehlen 9 fl. koſten, ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr als 9 fl., folglich iſt der Anſatz gerad und das 1ſte Glied iſt der Theiler.

Ich mache den Theiler 2 mal kleiner, folglich auch die Theilungszahl:

2 ſind in 14. 7 mal enthalten, und 2 in 12. 6 mal.
6 mal 9 ſind 54.
7 ſind in 54. 7 mal enthalten ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.
~~14~~ : | 9 = ~~12~~ : x
7 | 6
54 ($7\frac{5}{7}$
49
5

12 Ehlen koſten alſo $7\frac{5}{7}$ fl.

[Die ganze Darſtellung muß zuletzt ausſehen wie hier links.]

[Eben ſo werden wieder die obigen Aufgaben berechnet, nämlich:]

Wenn 21 Ehlen 16 fl. koſten, wie viel Gl. koſten da 14 ſolche Ehlen?

Wie viel Gl. koſten 10 Ehlen, wenn 12 Ehlen 19 fl. koſten?

— — — — 15 —, — 18 — 17 fl. koſten?

u. ſ. w.

In Brüchen.

Ehl fl. Ehl fl. $\frac{3}{4} : 5 = 7 : x$	[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten 7 Ehlen, wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen 5 Gulden koſten? —

L. Wenn ich anſtatt 3 Viertels Ehlen 3 ganze Ehlen nehme, ſo habe ich 4 mal mehr;

nehme ich anſtatt einer Anzahl 5tels Ehlen eben ſo viel ganze Ehlen, ſo habe ich 5 mal mehr, und ſo gilt überhaupt von den Brüchen Folgendes: Wenn man ſtatt eines Bruches ſo viel Ganze nimmt, als der Zähler Einheiten hat, ſo hat man ſo viel mal mehr, als der Nenner Einheiten hat.

Iſt daher der Theiler ein Bruch, ſo ſtreicht man den Nenner desſelben durch, und vervielfältigt die Theilungszahl mit dieſem Nenner. (Denn dadurch wird der Theiler mehrmal größer, und die Theilungszahl eben ſo viel mal und — ein vergrößerter Theiler iſt in der eben ſo vielmal vergrößerten Theilungszahl eben ſo oft enthalten, als der unveränderte Theiler in der unveränderten Theilungszahl.) Gebt alſo Acht, wie ich dieſes Beyſpiel jetzt berechne!

Wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen 5 fl. koſten, ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr als 5 fl., folglich iſt der Anſatz gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler (Er macht den Strich nach $\frac{3}{4}$.)

Ich mache den Theiler (Er ſtreicht 4 durch) viermal größer, folglich auch die Theilungszahl (Er ſchreibt 4 unter 7 und macht einen Querſtrich darunter.)

4 mal 7 ſind 28. (Er ſchreibt 28, und ſetzt 5 darunter) 5 mal 8 ſind 40 ꝛc.

3 ſind in 14 4 mal enthalten ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.

$\frac{3}{4} : 5 = 7 : x$

	4
	28
	5
	140 (46⅔

7 Ehlen koſten alſo $46\frac{2}{3}$ fl.

[Eben ſo werden wieder folgende Aufgaben berechnet:]

Wie viel Gl. koſten 3 Ehlen, wenn $\frac{4}{5}$ Ehlen 9 fl. koſten? $33\frac{3}{4}$ fl.

Wie viel Gl. koſten 9 Ehlen, wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen 5 fl. koſten? $67\frac{1}{2}$ fl.

— — — — 6 —, — $\frac{5}{8}$ Ehlen 4 fl. koſten? $38\frac{2}{5}$ fl.

— — — — 14 —, — $\frac{3}{8}$ Ehlen 2 fl. koſten? $74\frac{2}{3}$ fl.

[Eben ſo können noch beliebige Beyſpiele gegeben werden, worin das 1ſte Glied eine gebrochene Zahl iſt.]

Ehl fl. Ehl fl.

$2 : \frac{3}{4} = 7 : x$

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten 7 Ehlen, wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten? —

L. Iſt nicht das 1ſte Glied ſondern das 2te oder 3te ein Bruch, ſo ſtreicht man wie vorhin (und aus eben demſelben Grunde) den Nenner desſelben durch, und vervielfältigt den Theiler damit. Gebt alſo Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr als $\frac{3}{4}$ fl. folglich iſt der Anſatz gerad und das 1ſte Glied iſt der Theiler. (Er macht einen Strich nach 2.)

Ich mache die Theilungszahl (Er durchſtreicht den 4er) 4 mal größer, folglich auch den Theiler (Er ſchreibt 4 unter 2) macht einen Querſtrich darunter ſpricht: 4 mal 2 ſind 8, und ſchreibt 8 ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.

$2 : \frac{3}{4} = 7 : x$

$\frac{4}{8}$ | 21 ($2\frac{5}{8}$

ꝛc.

[Eben ſo werden wieder folgende Aufgaben berechnet :]

Wie viel Gl. koſten 13 Ehlen, wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten?

Wie viel Gl. koſten 29 Ehlen, wenn 4 Ehlen $\frac{5}{6}$ fl. koſten?
— — — — 18 — , — 5 — $\frac{6}{7}$ fl. koſten?
— — — — 37 — , — 6 — $\frac{7}{8}$ fl. koſten?

u. ſ. w.

Wie viel Gl. koſten $\frac{2}{3}$ Ehlen, wenn 5 Ehlen 16 fl. koſten?
$2\frac{2}{15}$ fl.
— — — — $\frac{3}{5}$ — , — 2 — 11 fl. koſten?
$3\frac{3}{10}$ fl.
— — — — $\frac{1}{2}$ — , — 6 — 29 fl. koſten?
— — — — $\frac{1}{3}$ — , — 10 — 61 fl. koſten?

u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl fl.

$2 : \frac{3}{4} = \frac{9}{10} : x$

[Der Lehrer ſchreibt das nebenſtehende Beyſpiel und ſpricht :]

Wie viel Gulden koſten $\frac{9}{10}$ Ehlen, wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten? —

L. Iſt nicht der Theiler ſondern jedes andere Glied ein Bruch, ſo ſtreicht man beyde Nenner (aus dem obigen Grunde) durch, ſchreibt eben ſolche Zahlen, wie die geſtrichenen ſind, unter das 1ſte Glied, vervielfältigt ſie damit, und nimmt nun den herauskommenden Inhalt als Theiler.

Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Wenn 2 Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten, ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr als $\frac{3}{4}$ fl., folglich iſt der Anſatz gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler. (Er macht die Theilungsſtriche.)

Ich mache die Theilungszahl 4 mal größer, (Er ſtreicht

4) folglich auch den Theiler. (Er ſchreibt einen 4er unter 2.)

Ich mache die Theilungszahl jetzt 10 mal größer, (Er ſtreicht 10) folglich auch den Theiler ꝛc. 4 mal 2 ſind 8. 8 mal 10 ſind 80.

Ehl	fl.	Ehl	fl.	
2 :	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$ =	$\frac{9}{10}$	(x
4				$\frac{27}{80}$
10				
80	27			

3 mal 9 ſind 27.

80 ſind in 27 nur $\frac{27}{80}$ mal enthalten. Alſo koſten $\frac{9}{10}$ Ehlen $\frac{27}{80}$ fl.

[Eben ſo werden wieder folgende oben ſchon vorgekommene Beyſpiele berechnet:

Wie viel Gl. koſten $\frac{8}{9}$ Ehlen, wenn 3 Ehlen $\frac{4}{5}$ fl. koſten?
— — — — $\frac{7}{8}$ — , — 4 — $\frac{5}{6}$ fl. — ?
— — — — $\frac{6}{7}$ — , — 5 — $\frac{5}{7}$ fl. — ?
u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl fl.
$\frac{2}{3}$: $\frac{7}{8}$ = 5 : x

[Der Lehrer ſchreibt das nebenſtehende Beyſpiel.]

L. Wie viel Gulden koſten 5 Ehlen, wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{7}{8}$ fl. koſten? —

L. Iſt der Theiler ein Bruch und eins der übrigen Glieder ebenfalls, ſo ſtreicht und verſetzt man (aus dem obigen Grunde) die Nenner, und vervielfältigt und theilt wie vorhin.

Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{7}{8}$ fl. koſten, ſo ꝛc., folglich iſt der Anſatz ꝛc.

Ich mache den Theiler 3 mal größer, folglich auch die Theilungszahl. (Er ſtreicht 3 ꝛc.)

Ehl fl. Ehl fl.
$\frac{2}{3}$: | $\frac{7}{8}$ = 5 : (x
8 | 3 . . . . . $6\frac{9}{16}$
15
7
10 | 105
ꝛc.

Jetzt mache ich die Theilungszahl 8 mal größer, folglich auch den Theiler. (Er ſtreicht 8 ꝛc.)

Die 5 Ehlen koſten alſo $6\frac{9}{16}$ fl.

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet.]

Wie viel Gl. koſten 2 Ehlen, wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen $\frac{5}{7}$ fl. koſten?
$1\frac{19}{21}$ fl.

— — — — 3 — , — $\frac{4}{5}$ — $\frac{7}{8}$ fl. koſten?
$3\frac{9}{32}$ fl.

— — — — 9 — , — $\frac{5}{6}$ — $\frac{2}{3}$ fl. koſten?
$4\frac{8}{27}$ fl.

— — — — 11 — , — $\frac{6}{7}$ — $\frac{1}{2}$ fl. koſten?
$6\frac{5}{12}$ fl.

— — — — 10 — , — $\frac{7}{8}$ — $\frac{5}{9}$ fl. koſten?
$6\frac{32}{63}$ fl.

u. ſ. w.

L. Wie viel Gulden koſten 4 Ehlen, wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{7}{8}$ fl. koſten? —

L. Wenn man, nachdem die Nenner geſtrichen und verſetzt ſind, auch noch abkürzen kann, ſo kürzt man ab.

Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Ehl fl. Ehl fl.
$\frac{2}{3}$: | $\frac{7}{8}$ = 4 : (x
8 | 3 . . 1 . . $5\frac{1}{4}$
2
4 | 21
20
1

Wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{7}{8}$ fl. koſten, ſo ꝛc., folglich iſt der Anſatz gerad ꝛc.

Ich mache den Theiler 3 mal größer, folglich auch die Theilungszahl. (Er ſtreicht 3 ꝛc.)

Jetzt mache ich die Theilungszahl 8mal größer, folglich auch den Theiler ꝛc.

(Der 8er links und der 4er rechts läßt ſich durch 4 ohne Reſt theilen.)

Ich mache die Theilungszahl 4 mal kleiner, folglich auch den Theiler, nämlich:

4 ſind in 4, 1 mal enthalten. (Er ſtreicht 4 und ſchreibt 1 darunter.)

4 ſind in 8, 2 mal enthalten. (Er ſtreicht 8 und ſchreibt 2 darunter.)

2 mal 2 ſind 4. 3 mal 7 ſind 21 ꝛc.

4 Ehlen koſten alſo $5\frac{1}{4}$ fl.

[Eben ſo folgende Beyſpiele:]

Wie viel Gl. koſten 6 Ehlen, wenn $\frac{3}{4}$ Ehlen $\frac{5}{7}$ fl. koſten?

$5\frac{5}{7}$ fl.

— — — — 2 — , — $\frac{4}{5}$ — $\frac{9}{10}$ fl. koſten?

$2\frac{1}{4}$ fl.

— — — — 10 — , — $\frac{5}{6}$ — $\frac{2}{5}$ fl. koſten?

$4\frac{4}{5}$ fl.

— — — — 4 — , — $\frac{6}{7}$ — $\frac{3}{4}$ fl. koſten?

$3\frac{1}{2}$ fl.

— — — — 14 — , — $\frac{7}{8}$ — $\frac{2}{3}$ fl. koſten?

$10\frac{2}{3}$ fl.

u. ſ. w.

Ehl fl. Ehl fl.
$\frac{3}{5} : 4 = \frac{2}{5} : x$

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel.]

L. Wie viel Gulden koſten $\frac{2}{5}$ Ehlen, wenn $\frac{3}{5}$ Ehlen 4 Gulden koſten? —

L. Iſt der Theiler und eins der übrigen Glieder ein Bruch, und beyde haben gleiche Nenner, ſo ſtreicht man die 2 gleiche Nenner (aus obigem Grunde) durch, und rechnet wie gewöhnlich mit ganzen Zahlen.

Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Wenn $\frac{3}{5}$ Ehlen 4 fl. koſten, ſo koſten doppelt ꝛc.

Ehl fl. Ehl fl.

$$\frac{3}{5} : \left| 4 = \frac{2}{5} : \right. \begin{cases} x \\ 2\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{\begin{matrix} 8 \\ 6 \end{matrix}}{2}$$

Ich mache den Theiler 5 mal größer, folglich auch die Theilungszahl. (Er ſtreicht die 5er durch.)

2 mal 4 ſind 8.

3 ſind in 8, 2 mal enthalten ꝛc.

Die $\frac{2}{5}$ Ehlen koſten alſo $2\frac{2}{3}$ fl.

(Eben ſo noch einige Beyſpiele, als:)

Wie viel Gulden koſten $\frac{3}{8}$ Ehlen, wenn $\frac{5}{8}$ Ehlen 6 fl. koſten?

$3\frac{3}{5}$ fl.

— — — — $\frac{5}{7}$ — , — $\frac{4}{7}$ — 9 fl. koſten?

$11\frac{1}{4}$ fl.

— — — — 10 — , — $\frac{3}{4}$ — $\frac{1}{4}$ fl. koſten?

$3\frac{1}{3}$ fl.

— — — — 20 — , — $\frac{5}{8}$ — $\frac{3}{8}$ fl. koſten?

12 fl.

u. ſ. w.

Wie viel Gulden koſten $\frac{7}{8}$ Ehlen, wenn $\frac{2}{3}$ Ehlen $\frac{3}{4}$ fl. koſten? —

Ehl fl. Ehl fl.

$$\frac{2}{3} : \left| \frac{3}{4} = \frac{7}{8} : \right. \begin{cases} x \\ \frac{63}{64} \end{cases}$$

$$\frac{\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix}}{64} \quad \frac{3}{63}$$

[Die Berechnung iſt wie hier links.]

Wie viel Gulden koſten $\frac{5}{9}$ Ehlen, wenn $\frac{3}{5}$ Ehlen $\frac{2}{3}$ fl. koſten? Ant. $\frac{50}{81}$ fl.

u. ſ. w.

Wie viel Gulden koſten $3\frac{2}{5}$ Ehlen, wenn $2\frac{3}{4}$ Ehlen 9 fl. koſten? —

Ehl	fl.	Ehl	fl.
$2\frac{3}{4}$:	9 =	$3\frac{2}{5}$:	x
11		17	$11\frac{7}{55}$
4		5	
5		4	
		68	
		9	
55		612	
		ꝛc.	

Kommen gemiſchte Zahlen vor, ſo werden ſie zuerſt in Brüche verwandelt. Die Auflöſung iſt demnach:

Wenn $2\frac{3}{4}$ Ehlen 9 fl. koſten, ſo ꝛc.

Ich verwandle die $2\frac{3}{4}$ in lauter 4tel ꝛc. es ſind 11 Viertel ꝛc.

$3\frac{2}{5}$ Ehlen koſten alſo $11\frac{7}{55}$ fl.

Wie viel Gulden koſten $4\frac{1}{2}$ Ehle, wenn $2\frac{2}{3}$ Ehlen 5 fl. koſten? Ant $8\frac{7}{16}$ fl.

u. ſ. w.

Ungleichnamige Glieder.

[Die zwey Glieder, welche einerley Dinge bedeuten, ſind oft ungleichnamig, daher ſie, um wie bisher verfahren zu können, zuerſt gleichnamig gemacht werden müſſen.]

Ehl kr. Ehl. fl.
7 : 50 = 200 : x

[Der Lehrer ſchreibt das neben ſtehende Beyſpiel.]

L. Wie viel Gulden koſten 200 Ehlen, wenn 7 Ehlen 50 Kreuzer koſten? —

L. Wenn in einer Aufgabe des Dreyſatzes nach Gulden gefragt wird, aber nur Kreuzer angegeben ſind, und man doch wie gewöhnlich die allenfallſigen Reſte in Kreuzern angeben ſoll; ſo kann man ſogleich alles in Kreuzern berechnen, und dieſe zuletzt in Gulden verwandeln.

Gebet jetzt Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

(Er wiſcht fl. über x weg, ſchreibt kr. dafür und ſpricht:)

Wenn 7 Ehlen 50 Kreuzer koſten, ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr ꝛc., folglich iſt der Anſatz gerad ꝛc. 200 Ehlen koſten alſo $1428\frac{4}{7}$ Kreuzer, das ſind (durch 60 getheilt) 23 fl. $48\frac{4}{7}$ kr.

L. Auf dieſe Art habe ich alſo das 2te und 4te Glied gleichnamig gemacht. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel Gulden	220 Ehlen,	wenn	8 Ehlen	45 kr.	koſten?
— — —	$13\frac{1}{2}$ —,	—	9 —	40 kr.	— ?
— — —	22 Pfund,	—	7 Pfund	32 kr.	— ?
— — —	80 —,	—	5 —	30 kr.	— ?
— — —	50 —,	—	3 —	$7\frac{1}{2}$ kr.	— ?
— — —	40 —,	—	10 —	$25\frac{2}{3}$ kr.	— ?
— — —	$64\frac{1}{2}$ —,	—	11 —	$25\frac{2}{3}$ kr.	— ?
— — —	$20\frac{2}{5}$ —,	—	$10\frac{1}{2}$ —	$48\frac{3}{4}$ kr.	— ?

Ant. 20 fl. $37\frac{1}{2}$ kr. 1 fl. 1 fl. $40\frac{4}{7}$ kr. 8 fl.
2 fl. 5 kr. 1 fl. $42\frac{2}{3}$ kr 2 fl. $30\frac{1}{2}$ kr. 1 fl. $34\frac{5}{7}$ kr.

Ehl Gr. Ehl fl.
7 : 19 = 20 : x

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehende Aufgabe und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten 20 Ehlen, wenn 7 Ehlen 19 Groſchen koſten? —

L. Wenn in einer Aufgabe des Dreyſatzes nach Gulden gefragt wird, aber keine Gulden und keine Kreuzer, ſondern Groſchen, Batzen oder andere Geldſorten angegeben ſind, und man die allenfallſigen Reſte in Kreuzern angeben ſoll, ſo kann man die bekannten Geldſorten zuerſt in Kreuzer verwandeln, und alsdann dieſe wie vorhin in Gulden.

Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

[Er wiſcht fl. weg, und ſchreibt kr. dafür hin.]

Ehl kr. Ehl kr.

7 : | 19 = 20 : x
  3
57 .
20
1140 ($162\frac{6}{7}$
ꝛc,

Wenn 7 Ehlen 19 Groſchen koſten; ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr als 19 Groſchen, folglich iſt der Anſatz gerad ꝛc. 19 Groſchen ſind 19 mal 3 Kreuzer. (Er ſchreibt 3 unter 19, wiſcht Gr. weg, und ſetzt kr. dafür hin, wie hier links.)

20 Ehlen koſten alſo $162\frac{6}{7}$ Kreuzer, das ſind (durch 60 getheilt) 2 fl. $42\frac{6}{7}$ kr.

Wie viel Gl. koſten 50 Ehlen, wenn 8 Ehlen 14 Groſchen koſten?

— — — — 200 —, — 4 — 17 Groſchen koſten?

— — — — 300 —, — $4\frac{1}{2}$ — 5 Groſchen koſten?

— — — — $29\frac{3}{4}$ —, — 3 — 16 Groſchen koſten?

u. ſ. w.

Ant. 4 fl. $22\frac{1}{2}$ kr. 42 fl. 30 kr. 16 fl. 40 kr. 7 fl. 48 kr.

Wie viel Gl. koſten 18 Pfund Farb, wenn 5 ℔ 9 Batzen koſten?

— — — — 38 — —, — 7 Pfund 10 Batzen koſten?

— — — — 200 — —, — 8 Pfund $9\frac{1}{2}$ Batzen koſten?

— — — — 100 — —, — $3\frac{1}{2}$ Pfund 12 Batzen koſten?

u. ſ. w.

Ant. 2 fl. $9\frac{3}{7}$ kr. 2 fl. $51\frac{3}{7}$ kr. 15 fl. 50 kr. 22 fl. $51\frac{3}{7}$ kr.

Ehl. kr. Ehl fl.
7 : 50 = 200 : x

[Der Lehrer ſchreibt wieder das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gulden koſten 200 Ehlen, wenn 7 Ehlen 50 kr. koſten? —

Wenn in einer Aufgabe des Dreyſatzes nach Gulden gefragt wird, und doch keine Gulden ſondern andere Geldarten angegeben ſind, ſo kann man die angegebene Geldart auch ſogleich in Gulden ausdrücken.

Dieſe Verfahrungsart iſt, beſonders wenn die allenfallſigen Reſte wieder in Kreuzern angegeben werden ſollen, im Durchſchnitt nicht ſo gut wie die vorige, wo man zuerſt alles in Kreuzern berechnet; doch hat ſie auch wieder oft beſondere Vortheile, weßwegen ihr auch damit bekannt werden müßt. Gebt daher Acht, wie ich jetzt mit dieſem Beyſpiele verfahre!

[Er deutet auf 50 und ſpricht:]

1 Kreuzer iſt $\frac{1}{60}$ſtel Gulden, alſo ſind 50 kr. $\frac{50}{60}$ fl. (Er macht einen Querſtrich unter 50, und ſchreibt 60 darunter, alsdann wiſcht er kr über 50 weg, und ſchreibt fl. dafür.

Wenn alſo 7 Ehlen $\frac{50}{60}$ fl. koſten, ſo koſten doppelt ſo viel Ehlen mehr, als $\frac{50}{60}$ fl. folglich iſt der Anſatz gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler.

Ich mache die Theilungszahl 60 mal größer, folglich auch den Theiler.

Ich kürze 60 und 50 durch 10 ab, (10 ſind in 60 6 mal

enthalten, ich durchſtreiche daher die Nulle in 60 ... 10 ſind in 50. 5 mal ꝛc.)

Ehl. fl. Ehl. fl.

7 : 50 = 200 : x
60 | 60 100
3 |
21 | 500 ($23\frac{17}{21}$ fl.
ꝛc.

200 Ehlen koſten alſo $23\frac{17}{21}$ fl. Nun müſſen $\frac{17}{21}$ fl. erſt wieder in Kreuzer verwandelt werden.

[Eben ſo werden wieder folgende Beyſpiele berechnet:]

Wie viel Gulden koſten 220 Ehlen, wenn 8 Ehlen 45 kr. koſten?

— — — — $13\frac{1}{3}$ —, — 9 — 40 kr. koſten?

— — — — 22 Pfund, — 7 Pfund 32 kr. koſten?

— — — — 80 —, — 5 — 30 kr. koſten?

Ant. $20\frac{5}{8}$ fl. 1 fl. $1\frac{715}{105}$ fl. = 1 fl. $40\frac{4}{7}$ kr. 8 fl.

Wie viel Gl. koſten 20 Ehlen, wenn 7 Ehlen 19 Groſchen koſten?

Auflöſung: 1 Groſchen iſt $\frac{1}{20}$ fl. alſo ſind 19 Groſchen $\frac{19}{20}$ fl.

Wenn alſo 7 Ehlen $\frac{19}{20}$ fl. koſten, ſo koſten doppelt ſoviel Ehlen mehr ꝛc.

20 Ehlen koſten alſo $2\frac{5}{7}$ fl. = 2 fl. $42\frac{6}{7}$ kr.

Wie viel Gl. koſten 50 Ehlen, wenn 8 Ehlen 14 Groſchen koſten?

— — — — 200 —, — 4 — 17 Groſchen koſten?

Wie viel Gl. koſten 300 Ehlen, wenn $4\frac{1}{2}$ Ehle 5 Groſchen koſten?

— — — — $29\frac{1}{4}$ — , — 3 — 16 Groſchen koſten?

Ant. $4\frac{3}{8}$ fl. $42\frac{1}{2}$ fl. $16\frac{2}{3}$ fl. $7\frac{4}{5}$ fl.

Wie viel Gl. koſten 18 Pfund, wenn 5 ℔ 9 Batzen koſten?

Aufl. 1 Batzen iſt $\frac{1}{15}$ fl. alſo ſind 9 Batzen $\frac{9}{15}$ fl. $= \frac{3}{5}$ fl.

Wenn alſo 5 ℔ $\frac{3}{5}$ fl. koſten, ſo koſten doppelt ſo viel 5 Pfund mehr ꝛc. Alſo $2\frac{4}{25}$ fl.

Wie viel Gl. koſten 30 ℔., wenn 7 ℔ 10 Batzen koſten?

— — — — 100 ℔, — $3\frac{1}{2}$ ℔ 12 — —

u. ſ. w.

Ant. $2\frac{6}{7}$ fl. $22\frac{6}{7}$ fl.

Ehl Gr. Ehl fl.

$7 : 19 = 20 : x$

Der Lehrer ſchreibt wieder das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gl. koſten 20 Ehlen, wenn 7 Ehlen 19 Groſchen koſten? —

Wenn in einer Aufgabe des Dreyſatzes nach Gulden gefragt wird, und doch keine Gulden angegeben ſind, ſo kann man auch alles in der angegebenen Geldart berechnen, und zuletzt erſt in Gulden verwandeln.

Sind daher Kreuzer angegeben, ſo wird alles, wie (oben) ſchon vorgekommen iſt, zuerſt in Kreuzern berechnet, und ſind Groſchen oder Batzen angegeben, ſo wird alles zuerſt in Groſchen oder Batzen berechnet. Dieſe Verfahrungsart iſt die unbequemſte: Ich will euch daher nur dieß einzige Beyſpiel ſo berechnen:

[Er wiſcht fl. weg, ſchreibt Gr. dafür, und ſpricht:]

Wenn 7 Ehlen 19 Groſchen koſten, ſo koſten doppelt ſo

viel Ehlen mehr ꝛc. 20 Ehlen koſten alſo 2 fl. $14\frac{2}{7}$ Groſchen = 2 fl. $42\frac{6}{7}$ kr.

Lth. Kr. = ℔ fl.
5 : 9 = 4 : x

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Was koſten 4 Pfund Farb, wenn 5 Loth 9 Kreuzer koſten? —

L. So wie wir bisher das 2te und 4te Glied, wenn beyde ungleichnamig angegeben waren, zuvor gleichnamig machten, ſo macht man auch das 1ſte und 3te Glied, wenn beyde ungleichnamig ſind, vor Allem gleichnamig.

Gebt daher Acht, wie ich mit dieſem Beyſpiel verfahre!

[Er deutet auf 4 und ſpricht!]

4 ℔ ſind 4 mal 32 Loth (Er ſchreibt 32 unter 4, wiſcht ℔ weg, ſchreibt Loth dafür, dann kr. an Statt fl., und verfährt vollends wie ſonſt.)

```
Lth.  kr.  Lth.  kr.
 5 : | 9 · 4 : x
     |    32
     |-------
     |   128
     |     9
     |-------
     |  1152 (230 2/5
     |   ꝛc.
```

4 ℔ koſten alſo $230\frac{2}{5}$ Kreuzer, das ſind (durch 60 getheilt) 3 fl. $50\frac{2}{5}$ kr.

[Eben ſo werden folgende Beyſpiele berechnet:]

Wenn 9 Loth 7 kr. koſten, was koſten 5 Pfund?
— 5 — 11 kr. — , — — 6 — ?
— 5 — 10 kr. — , — — 7 — ?
— 18 — 12 kr. — , — — $8\frac{1}{2}$ — ?
— 12 — 11 kr. — , — — $2\frac{3}{4}$ — ?
— 10 — 5 Groſch. — , — — 3 — ?

Wenn 8 Loth 4 Groſchen koſten, was koſten 9 Pfund?
— 9 — 7 Batzen —, — — 4 — ?
— 6 — 8 —, — — $5\frac{3}{8}$ — ?
— 10 — 6 —, — — $7\frac{1}{2}$ — ?

Ant. 2 fl. $4\frac{4}{9}$ kr. 7 fl. $2\frac{2}{5}$ kr. 7 fl. 28 kr. 3 fl. $1\frac{1}{7}$ kr.
1 fl. $20\frac{2}{3}$ kr. 2 fl. 24 kr. 7 fl. 12 kr. 6 fl. $38\frac{2}{9}$ kr.
15 fl. $17\frac{1}{3}$ kr. 9 fl. 36 kr.

Lth. kr. ℔. fl.
5 : 9 = 4 : x

[Der Lehrer ſchreibt wieder das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Statt wie bisher die angegebenen Pfunde in Loth auszudrücken, kann man auch die angegebenen Loth mit dem Namen Pfund bezeichnen.

Demnach ſchreibt man alſo hier $\frac{5}{32}$tels Pfund an Statt 5 Loth. (Er verändert jetzt den Anſatz wie hier links.)

℔. kr. ℔ kr.
$\frac{5}{32}$: | 9 = 4 : x

Nun aber ſtreicht man den Nenner 32, und vervielfältigt 4 damit, folglich hat man alsdann wieder die vorige Auflöſungsart.

℔ fl. kr. ℔ fl.
4 : 5 + 30 = 7 : x

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Gl. koſten 7 ℔, wenn 4 ℔ 5 Gulden und 30 kr. koſten? —

L. Wenn ein Glied durch verſchiedene Namen (Arten) ausgedrückt iſt, ſo bringt man es unter einen einzigen Namen, indem man die kleinere Art in die größere, oder die größere in die kleinere verwandelt.

Hier kann man alſo an Statt 5 fl. 30 kr. ſogleich $5\frac{1}{2}$ fl. oder 330 kr. ſetzen; und —

7 ℔ koſten $9\frac{5}{8}$ fl. oder 9 fl. $37\frac{1}{2}$ kr.

Wie viel fl. koſten 9 ℔, wenn 5 ℔ 2 fl. 30 kr. koſten?
— — fl. — 5 ℔, — 6 ℔ 4 fl. 20 kr. — ?
— — fl. — 12 ℔, — 7 ℔ 5 fl. 40 kr. — ?
— — fl. — 24 ℔, — 5 ℔ einen Kronenthaler koſt.?
— — fl. — 50 Ehl, — 4 Ehl 1 Kronth. koſten?
— — fl. — 212 —, — 3 — 1 — — ?
— — fl. — 100 —, — 2 — 1 klein. Kronth. koſt.?
— — fl. — 30 —, — $5\frac{1}{2}$ — 1 — — —?

Ant. 4 fl. 30 kr. 3 fl. $36\frac{2}{3}$ kr. 9 fl. $42\frac{6}{7}$ kr. 12 fl. $57\frac{3}{5}$ kr.
33 fl. 45 kr. 190 fl. 48 kr. 67 fl. 30 kr. 7 fl. $21\frac{9}{11}$ kr.

L. Wie viel Gl. koſten 7 ℔ und 5 Loth, wenn 10 Loth 3 fl. koſten? —

Auflöſung:

Lth. fl. Lth. fl. ℔ fl. ℔ fl.
10 : | 3 = 229 : x oder $\frac{10}{32}$: | 3 = $7\frac{5}{32}$: x

Die Antwort iſt alſo auf jeden Anſatz $68\frac{7}{10}$ fl. = 68 fl. 42 kr.

Was koſten 12 ℔ 4 Loth, wenn 9 Loth 25 kr. koſten?
— — 10 ℔ $\frac{2}{3}$ —, — 7 — 9 kr. — ?

u. ſ. w.

Ant. 17 fl. $57\frac{7}{9}$ kr. 6 fl. $52\frac{2}{7}$ kr.

L. Wie viel Pfund (Farb) erhält man um 8 fl. 20 kr., wenn man um 30 Kreuzer 5 Pfund bekommt? Auflöſung:

fl. ℔ fl. ℔ $\frac{30}{60}$: | 5 = $8\frac{1}{3}$: x	Ant. Um 8 fl. 20 kr. bekommt man demnach $83\frac{1}{3}$ ℔.

Wie viel Pfund erhält man um 6 fl. 5 kr., wenn man 3 ℔ um $7\frac{1}{2}$ fl. bekommt? 2 ℔ $13\frac{13}{15}$ Loth.

Wie viel Pfund erhält man um 5 fl. 24 kr., wenn man 8 ℔ um 54 kr. bekommt? 48 ℔.

Wie viel Pfund erhält man um 5 fl. 40 kr., wenn man 3 ℔ um 17 Groſchen bekommt? 20 ℔.

Wie viel Pfund erhält man um 3 fl. 6 kr., wenn man $4\frac{1}{2}$ ℔ um 18 Groſchen bekommt? 15 ℔ 16 Loth.

u. ſ. w.

Anmerkung.

All dergleichen Aufgaben des Dreyſatzes, in welchen wir wie bisher ungleichnamige Glieder gleichnamig zu machen hatten, pflegt man ſonſt auch, beſonders nach Schmalzriebs Anleitung durch den ſogenannten Kettenſatz zu berechnen, wie man an folgenden zwey (oben vorgekommenen) Beyſpielen ſehen kann, als:

1) Wie viel Gulden koſten 200 Ehlen, wenn 7 Ehlen 50 kr. koſten?

2) Wie viel Gl. koſten 4 Pfund, wenn 5 Loth 9 kr. koſten?

Auflöſung:

Nro. 1) Ehl kr. Ehl fl. 7 : | 50 = 200 : x kr. 60 | 1 fl.	Das heiſt: Wie viel Gulden koſten 200 Ehlen, da 7 Ehlen 50 kr. koſten, und 60 Kreuzer 1 fl. ſind?

	℔	Lth.	℔	fl.		Das heiſt: Wie viel
Nro. 2)	1 :	32 =	4 :	x		Gl. koſten 4 Pfund,
	5 :	9 kr.				da 1 Pfund 32 Loth
	kr. 60 :	1 fl.				iſt,

wenn 5 Loth 9 Kreuzer koſten, und 60 Kreuzer 1 fl. ſind?

Kürzt man wieder zuvor auf beyden Seiten ab, verviel= fältiget alle Zahlen in der Stelle des Theilers beſonders, dann die übrigen ebenfalls, und theilt, ſo erhält man im 1ſten Beyſpiele wieder $23\frac{17}{21}$ fl. und im 2ten Beyſpiel $3\frac{2}{21}$ fl.

Mit ſolchen vielgliedrigen Verknüpfungen, die mehr ein Geſchäft der Sprache als des Rechnens ſind, mache man die Schüler wenigſtens jetzt noch nicht bekannt — ſie würden nur zu früh von der Anſchauung der Zahlenverhältniſſe abkommen.

Noch weniger ſind eben daher dergleichen Anſätze zu emp= fehlen, wenn man nach Reeſiſcher Art das unbekannte Glied ſogleich über das 1ſte ſtellt, wie man an den vorigen zwey Beyſpielen hier ſehen kann:

Nro. 1.

fl. x	200 Thl.
Thl 7	50 kr.
kr. 60	1 fl.

Nro. 2.

fl. x	4 ℔
℔ 1	32 L.
L. 5	9 kr.
kr. 60	1 fl.

Mehreres hievon wird weiter unten beym Kettenſatze ge= meldet werden.

Berechnungen des verkehrten Anſatzes.

a) In ganzen Zahlen.

Arb.	Tg.	Arb.	Tg.	[Der Lehrer ſchreibt das neben
2 :	8 =	3 :	x	ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Wie viel Tag brauchen 3 Arbeiter zu einem Geſchäfte, wenn 2 ſolche Arbeiter 8 Tage dazu brauchen? Ant. —

L. Wie wir die bisherigen Beyſpiele von Ehlen und Gewicht, welche alle zum geraden Anſatze gehören, berechnet haben, eben ſo berechnet man auch die Aufgaben des verkehrten Anſatzes; man darf in dieſem nur jedes Mal das 1ſte Glied gegen das 3te vertauſchen, ſo iſt er gerad.

Gebet daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Wenn 2 Arbeiter 8 Tag zu einem Geſchäfte brauchen, ſo brauchen doppelt ſo viel Arbeiter weniger als 8 Tage dazu, folglich iſt der Anſatz verkehrt, und das 1ſte Glied iſt nicht der Theiler, (Er ſtreicht 2 durch, und ſchreibt einen 2er unter 3) ſondern ſein gleichnamiges (Er ſtreicht 3 durch, ſchreibt einen 3er unter 2, und macht die Theilungsſtriche ꝛc.) 2 mal 8 ſind 16. 3 ſind in 16 ꝛc.

Arb.	Tag	Arb.	Tag
2 :	8 :	3 :	x
3		2	
	16		$5\frac{1}{3}$
	ꝛc.		

Die 3 Arbeiter brauchen alſo $5\frac{1}{3}$ Tag zu dem Geſchäfte. [Eben ſo läßt man wieder folgende Beyſpiele berechnen:]

Wenn 3 Arbeiter 7 Tag zu einem Geſchäfte brauchen, wie viel Tage brauchen 4 ſolche Arbeiter dazu?

Wenn	4	Arb.	6	Tag	ꝛc.	wie	viel	Tag	br.	5	ſol. Arb.	dazu?
—	5	—	5	—	ꝛc.	—	—	—	—	6	— —	— ?
—	5	—	7	—	ꝛc.	—	—	—	—	4	— —	— ?
—	3	—	9	—	ꝛc.	—	—	—	—	8	— —	— ?
—	10	—	3	—	ꝛc.	—	—	—	—	7	— —	— ?
—	21	—	4	—	ꝛc.	—	—	—	—	5	— —	— ?
—	3	—	10	—	ꝛc.	—	—	—	—	6	— —	— ?
—	15	—	2	—	ꝛc.	—	—	—	—	10	— —	— ?
—	2	—	3	—	ꝛc.	—	—	—	—	9	— —	— ?

Ant. $5\frac{1}{4}$ Tag. $4\frac{4}{5}$ Tag. $4\frac{1}{6}$ Tag. $8\frac{3}{4}$ Tag. $3\frac{3}{8}$ Tag.
$4\frac{2}{7}$ Tag. $16\frac{4}{5}$ Tag. 5 Tag. 3 Tag. $\frac{2}{3}$ Tag.

Um in 10 Tagen ein Geſchäft zu verrichten, braucht man 3 Arbeiter; wie viel ſolche Arbeiter braucht man, um es in 5 Tagen zu verrichten?

Um in 8 Tagen ꝛc., braucht man 6 Arbeiter; wie viel ſolche Arbeiter braucht man, um es in 12 Tagen zu verrichten?

Um in 20 Tagen ꝛc., braucht man 4 Arbeiter; wie viel ꝛc.; um es in 8 Tagen zu verrichten?

Um in 21 Tagen ꝛc., braucht man 4 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es in 14 Tagen zu verrichten?

Um in 30 Tagen ꝛc., braucht man 8 Arbeiter; wie viel ꝛc. um es in 6 Tagen zu verrichten?

Aufl. Braucht man, um ein Geſchäft in 10 Tagen zu verrichten, 3 Arbeiter, ſo braucht man, um es in doppelt ſo viel Tagen zu verrichten, weniger als 3 Arbeiter, folglich iſt der Anſatz verkehrt, und das 1ſte Glied iſt nicht der Theiler ſondern ꝛc.

Alſo 6 ſolche Arbeiter. 4 ſolche Arbeiter. 10 ſolche Arb. 6 ſolche Arbeiter. 40 ſolche Arbeiter.

---

b) In Brüchen.

Wenn 5 Arbeiter $\frac{3}{4}$ Tag zu einem Geſchäfte brauchen, wie lang brauchen 2 ſolche Arbeiter dazu?

Wenn 8 Arbeiter $\frac{4}{5}$ Tag ꝛc., wie lang br. 3 ſol. Arb. dazu?
— 9 — $\frac{2}{3}$ — ꝛc., — — — 2 — — —?
— 6 — $\frac{3}{4}$ — ꝛc., — — — 2 — — —?
— 8 — $3\frac{3}{8}$ — ꝛc., — — — 3 — — —?
— 3 — $4\frac{2}{3}$ — ꝛc., — — — 6 — — —.

Ant. $1\frac{7}{8}$ Tag. $2\frac{2}{15}$ Tag. 3 Tag. $2\frac{1}{4}$ Tag. 9 Tag. $2\frac{1}{3}$ Tag

---

Um in 3 Tagen ein Geſchäft zu verrichten, braucht man 2 Arbeiter; wie viel ſolche Arbeiter braucht man, um es ſchon in $\frac{2}{3}$ Tagen zu verrichten?

Um in 2 Tagen ꝛc. braucht man 7 Arbeiter; wie viel ꝛc. um es ſchon in $\frac{1}{2}$ Tag zu verrichten?

Um in $\frac{2}{3}$ Tagen ꝛc., braucht man 9 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es erſt in 3 Tagen zu verrichten?

Um in $\frac{2}{5}$ Tagen ꝛc., braucht man 10 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es erſt in 2 Tagen zu verrichten?

Um in $\frac{5}{6}$ Tagen ꝛc., braucht man 9 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es in $\frac{3}{8}$ Tagen zu verrichten?

Um in $\frac{4}{5}$ Tagen ꝛc., braucht man 12 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es erſt in $4\frac{4}{5}$ Tagen zu verrichten?

Um in $2\frac{1}{4}$ Tage ꝛc., braucht man 2 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es ſchon in $\frac{3}{4}$ Tagen zu verrichten?

Um in $2\frac{2}{3}$ Tagen ꝛc., braucht man 8 Arbeiter; wie viel ꝛc., um es in $5\frac{1}{3}$ Tagen zu verrichten?

Ant. 9 ſolche Arbeiter. 28 ſolche Arb. 2 ſolche Arb. 3 ſolche Arb. 10 — — . 2 — — . 6 — — . 4 ſolche Arbeiter.

Anmerkung.

Statt der bisherigen Unterſuchungsweiſe des Anſatzes pflegt man auch folgende anzuwenden:

Man deutet wie vorhin auf das 1ſte und 2te Glied, und ſpricht:

1) Je mehr Ehlen (oder andere Gegenſtände) man hat, deſto mehr Geld ſind ſie werth, folglich iſt der Anſatz gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler.

2) Je mehr Arbeiter man zu einem Geſchäfte nimmt,

deſto weniger Zeit braucht man dazu, folglich iſt der Anſatz verkehrt, und das 1ſte Glied iſt nicht der Theiler ſondern ſein gleichnamiges.

Allein die vorige Unterſuchungsweiſe iſt einfacher und deutlicher. Wie ſicher aber beyde ſind, kann man ſogleich an folgender Aufgabe ſehen:

Wenn 9 Perſonen 153 Gulden mit einander gleichmäßig theilen, wie viel Gulden bekommen da 4 Perſonen?

Hier wird es ohne Anſtand heißen: Wenn 9 Perſonen 153 Gulden mit einander theilen, ſo bekommen doppelt ſo viel Perſonen weniger ꝛc., folglich iſt der Anſatz verkehrt. —

Oder: Jemehr Perſonen das Geld mit einander theilen, deſto weniger bekommt eine, folglich iſt der Anſatz verkehrt. —

Der Lehrer zeige daher, wie der Anſatz nach der 2ten Auflöſungsart mit w und m gerad ſey, oder, (da auch ſelbſt dieſe Unterſuchungsweiſe zweydeutig werden könnte) wie dieſe und jede dergleichen Aufgabe nach der 1ſten Auflöſungsart gelöst werden könne. — Er zeige aber auch zugleich, wie unſicher es einmal, und wie umſtändlich ein andermal wäre, wenn man ſich nur an eine einzige Auflöſungsart gewöhnen wollte.

Nun wiederhole man mehrere der vorigen Beyſpiele des geraden und verkehrten Anſatzes ſo, daß man ſie auf jede mögliche Art löſen läßt. Man frage daher nach jeder Auflöſung: Wie kann man dieſes Beyſpiel noch anders berechnen? Wie noch anders? ꝛc. Hier werden die Schüler öfters noch auf ganz beſondere Auflöſungsarten verfallen, welche ſich aus den bisherigen ergeben.

Endlich wäre es ſehr gut, wenn man die Lehrlinge noch vor der Berechnung der hier vorkommenden vermiſchten Aufgaben, (weil manche in die Anſichten des Raumes

eingreifen) in den ganz unten vorkommenden geometriſchen Berechnungen wenigſtens bis an die Quadrat-Wurzel übte.

Vermiſchte Aufgaben.

a.

1) Wenn 9 Perſonen 153 fl. mit einander gleichmäßig theilen, wie viel Gulden bekommen da 4 Perſonen?

2) Wenn 8 Perſonen 95 fl. 4 kr. mit einander theilen, wie viel Gulden bekommen da 5 Perſonen?

3) Wenn 4 Taglöhner wochentlich 23 Ruthen an einem Graben bearbeiten, wie viel Ruthen bearbeiten eben ſo 9 Arbeiter wochentlich?

4) Wenn 10 Arbeiter täglich 8 Ruthen und 8 Schuh an einem Graben ausbeſſern, wie viel Ruthen bringen da 6 ſolche Arbeiter täglich fertig?

5) Wenn 7 Pferde monatlich 12 Zentner Heu brauchen, wie viel brauchen eben ſo 9 Pferde monatlich?

6) Wenn 20 Pferde wochentlich $9\frac{1}{2}$ Zentner Heu brauchen, wie viel brauchen eben ſo 15 derſelben wochentlich?

7) Wenn man mit 4 Mahlgängen täglich $12\frac{2}{3}$ Zentner Mehl verfertigt, wie viel Mehl macht man da mit 3 ſolchen Mahlgängen?

8) Wenn man auf 5 Mahlgängen täglich 10 Zentner und 40 ℔ Getreid macht, wie viel mahlt man mit 4 Mahlgängen?

9) Wenn 3 Pferd an einem Vorrathe Haber 18 Tag lang haben, wie lang haben eben ſo 5 ſolche Pferd an eben demſelben Vorrathe?

10) Wenn 2 Pferd an einem Vorrathe Haber 26 Tag lang haben, wie lang haben eben ſo 6 ſolche Pferde an eben demſelben?

11) Wenn 5 Mahlgäng zu einem Vorrath Mehl $2\frac{2}{5}$ Tag brauchen, wie lang brauchen 3 ſolche Mahlgäng dazu?

12) Wenn 6 Mahlgäng zu einem Vorrath Mehl 3 Tag und 8 Stund brauchen, wie lang brauchen 4 ſolche Mahlgäng dazu?

Ant. Nr. 1) 68 fl. 2) 59 fl. 25 kr. 3) Mehr nämlich $51\frac{3}{4}$ Ruthen.

4) Weniger, nämlich $5\frac{1}{5}$ Ruth. 5) Mehr, nämlich $15\frac{3}{7}$ Ztr.
6) Weniger, nämlich $7\frac{1}{8}$ Ztr. 7) Weniger nämlich $9\frac{1}{2}$ Ztr.
8) Weniger, nämlich 8 Ztr. 32 ℔. 9) Weniger, nämlich $10\frac{4}{5}$ Tg.
10) Weniger, nämlich $8\frac{2}{3}$ Tag. 11) Mehr, nämlich 4 Tag.
12) Weniger, nämlich 5 Tag.

---

b.

1) Für einen Acker, welcher 90 Ruthen lang iſt, muß ich 70 fl. bezahlen; wie viel müßte ich bezahlen, wenn er nur 80 Ruthen lang wäre?

2) Für ein Stück Tuch, das 3 Ehlen breit iſt, muß ich 36 fl. bezahlen, wie viel müßte ich bezahlen, wenn es nur 2 Ehlen breit wäre?

3) Der Weber macht mir aus 30 ℔ Garn 100 Ehlen Tuch; wie viel Ehlen von der nämlichen Breite kann er mir demnach aus 25 ℔ machen?

4) Mit $7\frac{1}{2}$ Ztr. Heu kann ich auf eine gewiſſe Zeit 3 Pferd erhalten; wie viel Pferd kann ich eben ſo mit 10 Ztr. füttern?

5) Man verkauft Band, und gewinnt jedes Mal an 4 Ehlen $\frac{3}{8}$ kr.; wie viel gewinnt man demnach an 100 Ehlen?

6) Für 8 fl. kann ich 5 ℔ Gewürz haben; wie viel bekomme ich da für 1 fl.?

7) Für 20 fl. gibt man mir 5 Ehlen Tuch; wie viel von dieſem Tuche bekomme ich da um 1 fl.?

8) Von 3 Ehlen breitem Tuch brauche ich ein 7 Ehlen langes Stück zu einem Kleide; wie lang müßte das Stück ſeyn, wenn es nur 2 Ehlen breit wäre?

9) Von $\frac{3}{4}$ Ehlen breitem Tuch brauche ich zu einem Kleide 9 Ehlen; wie viel Ehlen von dieſem Tuch müßte ich nehmen, wenn es $1\frac{1}{2}$ Ehl breit wäre?

10) Man braucht zu einem Kleid 7 Ehlen Tuch, welches 11 Viertel breit iſt, und will $\frac{3}{4}$ breites Futtertuch dazu nehmen; wie viel Ehlen lang wird letzteres ſeyn müſſen?

11) Aus 30 ℔ Garn macht mir der Weber 100 Ehlen Tuch; wie viel Ehlen macht er mir aber, wenn ich ihm noch 4 ℔ dazu gebe?

12) Der Weber kann mir aus meinem Garn 90 Ehlen Tuch $2\frac{1}{2}$ Ehlen breit machen: ich will aber gerad 100 Ehlen haben; wie breit wird es da werden?

13) Ein Vorrath Garn gibt 108 Ehlen Tuch $2\frac{1}{2}$ Ehl breit: man will aber 180 Ehlen daraus haben; wie breit wird es werden?

14) Aus 30 Pfund Garn macht man mir ein Stück Tuch 2 Ehlen breit. Die Länge des Tuches iſt mir recht, ich mögte es aber gern $2\frac{1}{2}$ Ehl breit haben; wie viel Pfund von ſolchem Garn muß ich geben?

15) Ein Bauer hat einen Acker, welcher 3 Ruthen breit, und 80 Ruthen lang iſt: man will ihm einen andern von der nämlichen Größe dafür geben, welcher 4 Ruthen breit iſt; wie lang muß letzterer ſeyn?

16) Ein Bauer hat einen Acker, welcher 90 Ruthen lang und 4 Ruthen breit iſt: ſein Nachbar will ihm einen andern von der nämlichen Größe dafür geben, welcher 70 Ruthen lang iſt; wie breit muß letzterer ſeyn?

Auflöſungen:

Nr. 1) Rth. fl. Rth. fl. Zahlt man für 90 Ruthen
90 : 70 = 80 : x 70 fl., ſo zahlt man für 1 Ruth nur den 90ſten Theil von 70 fl., das iſt: $\frac{70}{90}$ fl. oder $\frac{7}{9}$ fl.

Zahlt man aber für 1 Ruth $\frac{7}{9}$ fl., ſo zahlt man für 80 Ruthen 80 mal $\frac{7}{9}$ fl. das iſt: $\frac{560}{9}$ fl. = $62\frac{2}{9}$ fl. = 62 fl. $13\frac{1}{3}$ kr.

Oder:

Zahlt man für 90 Ruthen 70 fl., ſo zahlt man für 80 Ruthen weniger ꝛc.

Prob:

fl. Rth. fl. Rth. Das iſt: Wenn man um $62\frac{2}{9}$ fl.
$62\frac{2}{9}$: 80 = 70 : x 80 Ruthen erhält, ſo erhält man um 70 fl. . . . wie viel Ruthen?

Man berechne dieſes, ſo wird wieder die Antwort 90 Ruthen ſeyn.

Eben ſo kann man öfters nach der Auflöſung einer Aufgabe durch Umkehrung des Anſatzes (wo man nämlich das gefundene 4te Glied als das 1ſte annimmt) die Probe machen laſſen.

2) br. fl. br. fl. Zahlt man für 3 Ehlen breit
3 : 36 = 2 : x 36 fl., ſo zahlt man für 2 Ehlen breit weniger, nämlich 24 fl. . . . . Prob!

3) Geben 30 ℔ 100 Ehlen, ſo geben 25 ℔ nur 8 $\frac{1}{3}$ Ehl.

4) Erhält man mit $7\frac{1}{2}$ Zentner 3 Pferde auf eine gewiſſe Zeit, ſo erhält man eben ſo auf dieſelbe Zeit mit 10 Ztr. mehr, nämlich: 4 Pferd.

Berechnet man dieſe Aufgabe nach der 1ſten Auflöſungsart, ſo kommt man auch auf $\frac{6}{15}$ oder $\frac{2}{5}$tels Pferd, welches im erſten Anblick nicht gar gut klingt, allein man darf ſich hier nur kleinere oder jüngere Pferde denken, welche nicht ſo viel freſſen.

5) Ant. $9\frac{3}{8}$ kr. 6) $\frac{5}{8}$ ℔. 7) $\frac{1}{4}$ Ehl.

8) br. lg. br. lg. $3 : 7 = 2 : x$ Braucht man, wenn das Tuch 3 Ehlen breit iſt, ein 7 Ehlen langes Stück, ſo braucht man, wenn es nur 2 Ehlen breit iſt, ein längeres Stück, oder mehr in der Länge, nämlich $10\frac{1}{2}$ Ehl.

Oder nach dem Quadratinhalte berechnet:

Ein Stück Tuch, welches 3 Ehlen breit und 7 Ehlen lang iſt, enthält 3 mal 7 oder 21 Quadratehlen. Soll dieſes nur 2 Ehlen breit ſeyn, ſo findet man ſeine Länge, wenn man unterſucht, wie viel mal die Maßzahl der Breite, nämlich 2, in 21 enthalten iſt ꝛc.

9) $4\frac{1}{2}$ Ehle. 10) $25\frac{2}{3}$ Ehlen lang; denn ſo viel das Haupttuch zum Kleide ausmacht, ſo viel muß auch das Futtertuch ſeyn; nun iſt aber das Futtertuch ſchmäler, folglich muß ein längeres Stück genommen werden.

11) Bekommt man von 30 ℔ 100 Ehlen, ſo bekommt man von 34 ℔ mehr, nämlich $113\frac{1}{3}$ Ehl.

12) Bekommt das Tuch, wenn man es 90 Ehlen lang macht, $2\frac{1}{2}$ Ehl in der Breite, ſo bekommt es, wenn man es gar 100 Ehlen lang macht, weniger in der Breite, nämlich $2\frac{1}{4}$ Ehl.

13) Da wird es ſchmäler, nämlich nur $1\frac{1}{2}$ Ehl breit.

14) Mehr, nämlich $37\frac{1}{2}$ ℔.

15) Hat der Acker, da er 3 Ruthen breit iſt, 80 Ruthen in der Länge, ſo muß der andere, der eben ſo viel betragen ſoll, und 4 Ruthen breit iſt, weniger in der Länge haben, und folglich nur 60 Ruth. lang ſeyn.

16) Breiter, nämlich $5\frac{1}{7}$ Ruth breit.

---

e.

1) Wenn das Malter Mehl 6 fl. gilt, und eben daher ein Weck 20 Loth ſchwer gemacht wird; wie ſchwer muß er demnach gemacht werden, wenn das Malter 8 fl. gilt?

2) Wenn das Malter Mehl 10 fl. koſtet, und der Weck eben daher 16 Loth ſchwer gemacht wird; wie viel muß er demnach wiegen, wenn das Malter 7 fl. koſtet?

3) Der Weck wiegt 10 Loth, da das Malter Mehl 12 fl. koſtet; was wird demnach das Malter koſten, wenn der Weck 16 Loth ſchwer gemacht wird?

4) Für 8 Schwein dauert mein Futter 20 Wochen lang: ehe ſie aber an dieſem Futter anfangen, kaufe ich noch 2 dazu; wie lang dauert es jetzt?

5) Mit 7 Malter Haber kann ich meine Pferd 4 Wochen lang füttern: ich kaufe aber noch 8 Malter dazu; wie lang kann ich jetzt eben ſo füttern?

6) Für 7 Pferd reicht mein Heu 8 Wochen lang: gerad aber da ich an dieſem Heu anfangen will, verkaufe ich 3 Pferd; wie lang reiche ich jetzt mit dem Heu aus?

7) Man hat 4 Monat lang Futter für 9 Schwein; wie viel Schweine muß man wegſchaffen, wenn das Futter $\frac{1}{2}$ Jahr dauern ſoll?

8) Es hat Einer ſo viel Kartoffeln im Keller, daß er 6

Monat lang 5 Schwein damit erhalten kann: er mögte aber gern ſeinen Keller in einem Vierteljahr leer haben, und dann ſeine Schweine verkaufen; wie viel Schweine muß er demnach noch einsweilen dazu kaufen?

Auflöſungen:

1) fl. Lth. fl. Lth. — Wiegt der Weck, wenn das
6 : 20 : 8 : x — Malter 6 fl. gilt, 20 Loth, ſo muß er, wenn das Mltr. 8 fl. gilt, weniger wiegen, nämlich 15 Loth. 2) $22\frac{6}{7}$ Loth.

3) Koſtet das Malter, wenn der Weck 10 Loth wiegt, 12 fl., ſo koſtet es, wenn der Weck 16 Loth wiegt, weniger, nämlich $7\frac{1}{2}$ fl.

4) Dauert das Futter für 8 Schwein 20 Wochen, ſo dauert es für 10 Schwein nicht ſo lang, ſondern nur 16 Wochen.

5) Ant. Länger, nämlich 8 Wochen und 4 Tag.

6) Reicht das Futter für 7 Pferd 8 Wochen lang, ſo reicht eben dasſelbe Futter für 4 Pferd länger, nämlich 14 Wochen.

7) Kann man 4 Monat lang 9 Schwein mit einem Vorrath Futter erhalten, ſo kann man, wenn man 6 Monat lang eben ſo füttern will, nicht ſo viel Schweine halten, ſondern nur 6; folglich müſſen 3 Schwein weg.

8) Kann man 6 Monat lang 5 Schwein mit einem Vorrath Futter erhalten, ſo kann man, wenn alles ſchon in 3 Monaten aufgezehrt ſeyn ſoll, mehr Schweine halten, nämlich 10; folglich muß er zu ſeinen 5 Schweinen noch 5 kaufen.

d.

1) Wenn 100 fl. Kapital jährlich 5 fl. Zins eintragen, wie viel Zins trägt da 1 fl. Kapital ein?

2) Wenn 100 fl. Kap. jährlich 6 fl. Zins eintragen, wie viel Zins trägt 1 fl.?

3) — 100 fl. — — $4\frac{1}{2}$ fl. Zins eintragen, wie viel Zins trägt 1 fl.?

4) — 100 fl. — — 5 fl. Zins eintragen, wie viel Zins tragen 47 fl.

5) Wie viel Zins erhält man aber von 820 fl., wenn man 5 proCent, das heist: 5 fl. Zins für 100 fl. Kapital nimmt?

6) Wie viel Zins erhält man von 500 fl., wenn man 4 proCent nimmt?

7) Wenn Einer 5 proCent nimmt, ſo erhält er 40 fl. Zins, von wie viel Kapital?

8) Wenn man 5 proCent nimmt, ſo erhält man 300 fl. Zins, von wie viel Kapital?

9) Es hat Einer ein Kapital zu 5 proCent aufgenommen, und muß jährlich 50 fl. Zins bezahlen; wie hoch iſt das Kapital?

10) Es hat Einer ein Kap. zu 4 proCent aufgenommen, und muß jährlich 72 fl. Zins bezahlen; wie hoch iſt das Kapital?

11) Es muß Einer jährlich 110 fl. Hauszins geben, wie hoch iſt demnach das Haus zu 5 proCent angeſchlagen?

12) Wenn Einer täglich 2 fl. verzehrt; wie viel Kapital muß er da zu 5 proCent ausſtellen, um auf dieſe Art blos von den Zinſen leben zu können?

13) Wie groß muß ein Kapital zu 5 proCent ſeyn, um

bloſ von den Zinſen leben zu können, wenn man täglich 3 fl. verzehren will?

14) Wie groß muß ein Kapital zu $4\frac{1}{2}$ fl. proCent ſeyn, um bloſ von den Intereſſen oder Zinſen leben zu können, wenn man täglich 1 fl. 30 kr. verzehren will?

Auflöſungen.

1) K. Z. K. Z. Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins 100 : 5 = 1 : x eintragen, ſo trägt 1 fl. Kapital nur den 100ſten Theil von 5 fl. das iſt: $\frac{5}{100}$ fl. = $\frac{1}{20}$ fl. = 3 Kreuzer.

2) $\frac{6}{100}$ fl. Zins = $\frac{3}{50}$ fl. = $3\frac{3}{5}$ Kreuzer. 3) $2\frac{7}{10}$ kr. 4) 2 fl. 21 kr. 5) 41 fl. 6) 20 fl.

7) Nehme ich 5 fl. Zins für 100 fl. Kapital, ſo nehme ich nur 1 fl. Zins für den 5ten Theil von 100 fl. Kapital, das iſt: von 20 fl. Kapital. Erhalte ich aber 1 fl. Zins für 20 fl. Kapital, ſo erhalte ich 40 fl. Zins für 40 mal 20 fl. Kapital, das iſt: für 800 fl. Kapital. (Oder anders gelöſt! —)

8) Von 6000 fl. Kapital. 9) Das Kapital iſt 1000 fl. 10) Das Kapital iſt 1800 fl. 11) 2200 fl. 12) 14.600 fl. 13) 21,900 fl. 14) 12,166$\frac{2}{3}$ fl.

---

e.

1) Wenn man ſtatt 100 fl. Kapital nach 1 Jahr 105 fl. Kapital ſammt Zins hat, wie viel Kap. ſammt Zins erhält man da ſtatt 300 fl. Kapital?

2) Wenn man ſtatt 100 fl. Kap. 105 Kap. ſammt Zins hat, wie viel Kapital ſammt Zins erhält man da ſtatt 800 fl.?

3) Es hat Einer ſammt Kap. und Zins zu 4 proCent

nach 1 Jahr 962 fl. zurückgenommen; wie viel war das Kapital allein?

4) Es hat Einer ſammt Kapital und Zins zu 5 proCent nach 1 Jahr 3563 fl zurück genommen; wie viel war das Kap. allein?

5) Wenn man ſtatt 240 fl. Kap. nach 1 Jahr 252 Kapital ſammt Zins zurück nimmt; wie viel Zins hat man da von 100 fl.?

6) Wenn man aber ſtatt 450 fl. Kapital nach 1 Jahr 468 fl. Kapital ſammt Zins zurück nimmt, wie viel Zins hat man da proCent?

7) Wenn man ſtatt 600 fl. Kap. nach 1 Jahr 627 fl. Kap. ſammt Zins zurück nimmt, wie viel proCent hat man?

8) Wenn man 100 fl. hinauslehnt, und jährlich 5 fl. Zins dagegen erhält, wie viel Kap. ſammt Zins erhält man in 3 Jahren?

9) Wenn man 100 fl. hinauslehnt, und jährlich 4 fl. Zins dagegen empfängt, wie viel Kap. ſammt Zins macht dieſes in 5 Jahren?

10) Statt 100 fl. hat man nach 4 Jahren 118 fl. Kap. ſammt Zins zurückgenommen; wie viel Zins hatte man jährlich vom 100?

11) Statt 100 fl. hatte man nach 3 Jahren 115 fl. 45 kr. Kapital ſammt Zins zurück genommen; wie viel Zins hatte man da vom 100?

Auflöſungen.

Die ſieben erſtern dieſer Beyſpiele können faſt jedes Mal angeſetzt und berechnet werden, wie ſie gegeben ſind, als:

K. K. Z. K. K. Z.

1) 100 : 105 = 300 : x? Alſo 315 fl. Kap. ſammt Zins. 2) 840 fl.

K. Z. K. K. Z. K.

3) 5I4 : 100 = 962 : x? Alſo 925 fl. Kap.

4) $3393\frac{1}{3}$ fl. Kap.

5) Ant 105 fl. K. ſammt Z. Alſo 5 fl. Zins. 6) 4 fl. Z.

7) $4\frac{1}{2}$ fl. Zins.

Weit natürlicher und ſicherer iſt es aber, dieſe und ähnliche Aufgaben auf folgende Art zu löſen, wo man nämlich nach dem reinen Zinſe und Kapital insbeſondere rechnet, als:

1) Hat man ſtatt 100 fl. Kap. nach 1 Jahr 105 fl. Kap. ſammt Zins, ſo hat man 5 fl. reinen Zins. Hat man aber von 1 hundert Gulden 5 fl. Zins, ſo hat man von 3 hundert Gulden 15 fl. Zins, alſo 115 fl. Kap. ſammt Zins.

2). Ant. 40 fl. Zins, alſo 840 fl. Kap. ſammt Zins.

3) Er hat alſo ſein Geld gleichſam 104 guldenweis eingezogen, und ſo vielmal 104 fl. er eingezogen hat, ſo vielmal 100 fl. Kap. hatte er hinaus gelehnt. Ich unterſuche daher, wie vielmal 104 fl. in 962 fl. enthalten ſind ꝛc. Alſo 925 fl. Kap. Oder ſo: 104 : 4 = 926 : x? Ant. 37 fl. Zins. Dieß von 962 abgezogen, bleiben 925 fl. Kapital.

4) $3393\frac{1}{3}$ fl. Kapital.

5) Die 240 fl. Kapital ſind alſo um 12 fl. Zins gewachſen; bringen aber 240 fl. Kapital 12 fl. Zins, ſo ꝛc. bringen 100 fl. Kapital 5 fl. Zins. 6) 4 fl. Zins. 7) $4\frac{1}{2}$ fl. Zins.

8) Bringen 100 fl. Kap. nach 1 Jahr 5 fl. Zins, ſo bringen ſie nach 3 Jahren 15 fl. Zins. Folglich hat man alsdann 115 fl. Kap. ſammt Zins. 9) 120 fl. Kap. ſammt Zins.

10) Man hat alſo nach 4 Jahren 18 fl. reinen Zins erhalten, mithin nach 1 Jahr $4\frac{1}{2}$ fl. Zins von 100 fl. Kap.

11) Ant. $5\frac{1}{4}$ fl. Zins von 100 fl. Kapital.

14) Mehr, nämlich $37\frac{1}{2}$ ℔.

15) Hat der Acker, da er 3 Ruthen breit iſt, 80 Ruthen in der Länge, ſo muß der andere, der eben ſo viel betragen ſoll, und 4 Ruthen breit iſt, weniger in der Länge haben, und folglich nur 60 Ruth. lang ſeyn.

16) Breiter, nämlich $5\frac{1}{7}$ Ruth breit.

---

e.

1) Wenn das Malter Mehl 6 fl. gilt, und eben daher ein Weck 20 Loth ſchwer gemacht wird; wie ſchwer muß er demnach gemacht werden, wenn das Malter 8 fl. gilt?

2) Wenn das Malter Mehl 10 fl. koſtet, und der Weck eben daher 16 Loth ſchwer gemacht wird; wie viel muß er demnach wiegen, wenn das Malter 7 fl. koſtet?

3) Der Weck wiegt 10 Loth, da das Malter Mehl 12 fl. koſtet; was wird demnach das Malter koſten, wenn der Weck 16 Loth ſchwer gemacht wird?

4) Für 8 Schwein dauert mein Futter 20 Wochen lang: ehe ſie aber an dieſem Futter anfangen, kaufe ich noch 2 dazu; wie lang dauert es jetzt?

5) Mit 7 Malter Haber kann ich meine Pferd 4 Wochen lang füttern: ich kaufe aber noch 8 Malter dazu; wie lang kann ich jetzt eben ſo füttern?

6) Für 7 Pferd reicht mein Heu 8 Wochen lang: gerad aber da ich an dieſem Heu anfangen will, verkaufe ich 3 Pferd; wie lang reiche ich jetzt mit dem Heu aus?

7) Man hat 4 Monat lang Futter für 9 Schwein; wie viel Schweine muß man wegſchaffen, wenn das Futter $\frac{1}{2}$ Jahr dauern ſoll?

8) Es hat Einer ſo viel Kartoffeln im Keller, daß er 6

Monat lang 5 Schwein damit erhalten kann: er mögte aber gern ſeinen Keller in einem Vierteljahr leer haben, und dann ſeine Schweine verkaufen; wie viel Schweine muß er demnach noch einsweilen dazu kaufen?

Auflöſungen:

1) fl. Lth. fl. Lth. Wiegt der Weck, wenn das
6 : 20 : 8 : x Malter 6 fl. gilt, 20 Loth,
ſo muß er, wenn das Mltr. 8 fl. gilt, weniger wiegen, nämlich 15 Loth. 2) $22\frac{6}{7}$ Loth.

3) Koſtet das Malter, wenn der Weck 10 Loth wiegt, 12 fl., ſo koſtet es, wenn der Weck 16 Loth wiegt, weniger, nämlich $7\frac{1}{2}$ fl.

4) Dauert das Futter für 8 Schwein 20 Wochen, ſo dauert es für 10 Schwein nicht ſo lang, ſondern nur 16 Wochen.

5) Ant. Länger, nämlich 8 Wochen und 4 Tag.

6) Reicht das Futter für 7 Pferd 8 Wochen lang, ſo reicht eben dasſelbe Futter für 4 Pferd länger, nämlich 14 Wochen.

7) Kann man 4 Monat lang 9 Schwein mit einem Vorrath Futter erhalten, ſo kann man, wenn man 6 Monat lang eben ſo füttern will, nicht ſo viel Schweine halten, ſondern nur 6; folglich müſſen 3 Schwein weg.

8) Kann man 6 Monat lang 5 Schwein mit einem Vorrath Futter erhalten, ſo kann man, wenn alles ſchon in 3 Monaten aufgezehrt ſeyn ſoll, mehr Schweine halten, nämlich 10; folglich muß er zu ſeinen 5 Schweinen noch 5 kaufen.

---

d.

1) Wenn 100 fl. Kapital jährlich 5 fl. Zins eintragen, wie viel Zins trägt da 1 fl. Kapital ein?

2) Wenn 100 fl. Kap. jährlich 6 fl. Zins eintragen, wie viel Zins trägt 1 fl.?

3) — 100 fl. — — $4\frac{1}{2}$ fl. Zins eintragen, wie viel Zins trägt 1 fl.?

4) — 100 fl. — — 5 fl. Zins eintragen, wie viel Zins tragen 47 fl.

5) Wie viel Zins erhält man aber von 820 fl., wenn man 5 proCent, das heist: 5 fl. Zins für 100 fl. Kapital nimmt?

6) Wie viel Zins erhält man von 500 fl., wenn man 4 proCent nimmt?

7) Wenn Einer 5 proCent nimmt, ſo erhält er 40 fl. Zins, von wie viel Kapital?

8) Wenn man 5 proCent nimmt, ſo erhält man 300 fl. Zins, von wie viel Kapital?

9) Es hat Einer ein Kapital zu 5 proCent aufgenommen, und muß jährlich 50 fl. Zins bezahlen; wie hoch iſt das Kapital?

10) Es hat Einer ein Kap. zu 4 proCent aufgenommen, und muß jährlich 72 fl. Zins bezahlen; wie hoch iſt das Kapital?

11) Es muß Einer jährlich 110 fl. Hauszins geben, wie hoch iſt demnach das Haus zu 5 proCent angeſchlagen?

12) Wenn Einer täglich 2 fl. verzehrt; wie viel Kapital muß er da zu 5 proCent ausſtellen, um auf dieſe Art blos von den Zinſen leben zu können?

13) Wie groß muß ein Kapital zu 5 proCent ſeyn, um

bloſs von den Zinſen leben zu können, wenn man täglich 3 fl. verzehren will?

14) Wie groß muß ein Kapital zu $4\frac{1}{2}$ fl. proCent ſeyn, um bloſs von den Intereſſen oder Zinſen leben zu können, wenn man täglich 1 fl. 30 kr. verzehren will?

Auflöſungen.

1) K. Z. K. Z. Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins
100 : 5 = 1 : x eintragen, ſo trägt 1 fl. Kapital nur den 100ſten Theil von 5 fl. das iſt: $\frac{5}{100}$ fl. = $\frac{1}{20}$ fl. = 3 Kreuzer.

2) $\frac{6}{100}$ fl. Zins = $\frac{3}{50}$ fl. = $3\frac{3}{5}$ Kreuzer. 3) $2\frac{7}{10}$ kr.
4) 2 fl. 21 kr. 5) 41 fl. 6) 20 fl.

7) Nehme ich 5 fl. Zins für 100 fl. Kapital, ſo nehme ich nur 1 fl. Zins für den 5ten Theil von 100 fl. Kapital, das iſt: von 20 fl. Kapital. Erhalte ich aber 1 fl. Zins für 20 fl. Kapital, ſo erhalte ich 40 fl. Zins für 40 mal 20 fl. Kapital, das iſt: für 800 fl. Kapital. (Oder anders gelöst! —)

8) Von 6000 fl. Kapital. 9) Das Kapital iſt 1000 fl.
10) Das Kapital iſt 1800 fl. 11) 2200 fl. 12) 14.600 fl.
13) 21,900 fl. 14) $12{,}166\frac{2}{3}$ fl.

---

e.

1) Wenn man ſtatt 100 fl. Kapital nach 1 Jahr 105 fl. Kapital ſammt Zins hat, wie viel Kap. ſammt Zins erhält man da ſtatt 300 fl. Kapital?

2) Wenn man ſtatt 100 fl. Kap. 105 Kap. ſammt Zins hat, wie viel Kapital ſammt Zins erhält man da ſtatt 800 fl.?

3) Es hat Einer ſammt Kap. und Zins zu 4 proCent

nach 1 Jahr 962 fl. zurückgenommen; wie viel war das Kapital allein?

4) Es hat Einer ſammt Kapital und Zins zu 5 proCent nach 1 Jahr 3563 fl zurück genommen; wie viel war das Kap. allein?

5) Wenn man ſtatt 240 fl. Kap. nach 1 Jahr 252 Kapital ſammt Zins zurück nimmt; wie viel Zins hat man da von 100 fl.?

6) Wenn man aber ſtatt 450 fl. Kapital nach 1 Jahr 468 fl. Kapital ſammt Zins zurück nimmt, wie viel Zins hat man da proCent?

7) Wenn man ſtatt 600 fl. Kap. nach 1 Jahr 627 fl. Kap. ſammt Zins zurück nimmt, wie viel proCent hat man?

8) Wenn man 100 fl. hinauslehnt, und jährlich 5 fl. Zins dagegen erhält, wie viel Kap. ſammt Zins erhält man in 3 Jahren?

9) Wenn man 100 fl. hinauslehnt, und jährlich 4 fl. Zins dagegen empfängt, wie viel Kap. ſammt Zins macht dieſes in 5 Jahren?

10) Statt 100 fl. hat man nach 4 Jahren 118 fl. Kap. ſammt Zins zurückgenommen; wie viel Zins hatte man jährlich vom 100?

11) Statt 100 fl. hatte man nach 3 Jahren 115 fl. 45 kr. Kapital ſammt Zins zurück genommen; wie viel Zins hatte man da vom 100?

Auflöſungen.

Die ſieben erſtern dieſer Beyſpiele können faſt jedes Mal angeſetzt und berechnet werden, wie ſie gegeben ſind, als:

K. K. Z. K. K. Z.

1) 100 : 105 = 300 : x? Alſo 315 fl. Kap. ſammt Zins. 2) 840 fl.

K. Z. K. K. Z. K.

3) 514 : 100 = 962 : x? Alſo 925 fl. Kap.

4) $3393\frac{1}{3}$ fl. Kap.

5) Ant 105 fl. K. ſammt Z. Alſo 5 fl. Zins. 6) 4 fl. Z.

7) $4\frac{1}{2}$ fl. Zins.

Weit natürlicher und ſicherer iſt es aber, dieſe und ähnliche Aufgaben auf folgende Art zu löſen, wo man nämlich nach dem reinen Zinſe und Kapital insbeſondere rechnet, als:

1) Hat man ſtatt 100 fl. Kap. nach 1 Jahr 105 fl. Kap. ſammt Zins, ſo hat man 5 fl. reinen Zins. Hat man aber von 1 hundert Gulden 5 fl. Zins, ſo hat man von 3 hundert Gulden 15 fl. Zins, alſo 115 fl. Kap. ſammt Zins.

2) Ant. 40 fl. Zins, alſo 840 fl. Kap. ſammt Zins.

3) Er hat alſo ſein Geld gleichſam 104 guldenweis eingezogen, und ſo vielmal 104 fl. er eingezogen hat, ſo vielmal 100 fl. Kap. hatte er hinaus gelehnt. Ich unterſuche daher, wie vielmal 104 fl. in 962 fl. enthalten ſind ꝛc. Alſo 925 fl. Kap. Oder ſo: 104 : 4 = 926 : x? Ant. 37 fl. Zins. Dieß von 962 abgezogen, bleiben 925 fl. Kapital.

4) $3393\frac{1}{3}$ fl. Kapital.

5) Die 240 fl. Kapital ſind alſo um 12 fl. Zins gewachſen; bringen aber 240 fl. Kapital 12 fl. Zins, ſo ꝛc. bringen 100 fl. Kapital 5 fl. Zins. 6) 4 fl. Zins. 7) $4\frac{1}{2}$ fl. Zins.

8) Bringen 100 fl. Kap. nach 1 Jahr 5 fl. Zins, ſo bringen ſie nach 3 Jahren 15 fl. Zins. Folglich hat man alsdann 115 fl. Kap. ſammt Zins. 9) 120 fl. Kap. ſammt Zins.

10) Man hat alſo nach 4 Jahren 18 fl. reinen Zins erhalten, mithin nach 1 Jahr $4\frac{1}{2}$ fl. Zins von 100 fl. Kap.

11) Ant. $5\frac{1}{4}$ fl. Zins von 100 fl. Kapital.

f.

1) Wenn ich jemanden übers Jahr 100 fl. ſchuldig wäre; wie viel müßte ich ihm jetzt gleich geben, mit der Bedingniß, daß ich den Zins mit 5 proCent abziehen dürfte?

2) Geſetzt aber, man iſt jemanden übers Jahr 252 fl. ſchuldig; wie viel muß man ihm gleich geben, wenn man 5 fl. Zins vom Hundert abziehen darf?

3) Ein Schuldner hat nach 1 Jahr 1260 fl. zu bezahlen, wird aber mit ſeinem Gläubiger eins, daß er den Zins zu 5 proCent abziehen darf, wenn er gleich zahlt; wie viel muß er geben?

4) Ein Wirth kauft ſeines Nachbars Haus zu dem ſeinigen um 1035 fl., die er ihm erſt nach 3 Jahren zu bezahlen hat: beyde werden aber gleich nach dem Kaufe eins, daß der Käufer den jährlichen Zins zu 5 proCent abziehen darf, wenn er gleich zahlt; wie viel muß demnach ſogleich bezahlt werden?

5) Ein Bauer kauft ſeines Nachbars Weinberg um 186 fl. die er ihm erſt nach 4 Jahren zu bezahlen hat: ſie werden aber gleich nach dem Kaufe mit einander eins, daß der Bauer den Zins zu 6 proCent abziehen darf, wenn er gleich zahlt; wie viel muß bezahlt werden?

6) Man hat 900 fl. in 3 Jahren ſo abzutragen, daß man nach 1 Jahre 400 fl., nach 2 Jahren 300 fl., und nach 3 Jahren 200 fl. bezahlt; wie viel hätte man ſogleich zu bezahlen, wenn man den Zins zu 5 proCent abziehen dürfte?

7) Man ſoll 600 fl. in 2 Jahren ſo abtragen, daß man nach dem 1ſten Jahre 200 fl., und nach dem 2ten Jahre 400 fl. bezahlt; wie viel hätte man ſogleich zu bezahlen, wenn man den Zins zu 6 proCent abziehen dürfte?

Auflöſungen.

1) Wäre ich jemanden übers Jahr 105 fl. ſchuldig, ſo gäbe ich ihm ſogleich 100 fl.; nun aber bin ich ihm übers Jahr nur 100 fl. ſchuldig, folglich gebe ich auch weniger, nämlich $95\frac{5}{21}$ fl. (Denn lehnt er dieſe $95\frac{5}{21}$ fl. ſogleich zu 5 proCt. hinaus, ſo hat er am Ende des Jahrs gerad ſeine 100 fl.)

2) Wäre man übers Jahr 105 fl. ſchuldig, ſo dürfte man ſogleich nur 100 fl. oder ſtatt 21 fl. ſogleich nur 20 fl. bezahlen, folglich ſtatt 252 fl. nur — wie viel? Ant. 240 fl.

3) Ant. 1200 fl.

4) Wäre der Wirth nach 3 Jahren 115 fl. ſchuldig, ſo dürfte er jetzt gleich nur 100 bezahlen; wie viel ſtatt 1035 fl.? Ant. 900 fl.

5) Ant. 150 fl. 6) Hätte man zu zahlen

nach 1 Jahr 21 fl., ſo dürfte man nur 20 fl. z.; alſo ſtatt 400? $380\frac{20}{21}$ fl.

— 2 — 22 fl., — — — — 20 fl. z.; alſo ſtatt 300? $272\frac{8}{11}$ fl.

— 3 — 23 fl., — — — — 20 fl. z.; alſo ſtatt 200? $173\frac{21}{23}$ fl.

Alſo in Allem ſogleich nur $827\frac{3149}{5312}$ fl.

7) Ant. $545\frac{305}{371}$ fl.

Der Vielſatz.

Sonſt die zuſammengeſetzte Regel de tri, oder die Regel de quinque, oder auch Regel multiplex genannt.

Der Vielſatz iſt eigentlich eine Verbindung mehrerer Dreyſätze, wie man an folgendem Beyſpiele ſehen kann:

Wenn 2 Perſonen 3 fl. verzehren, wie viel Gulden verzehren eben ſo 5 Perſonen?

Dieſe Aufgabe macht blos einen Dreyſatz aus, in welchem ſich die Anzahl der Gulden nach der Anzahl der Perſonen richtet. Berechnet man ſie, ſo findet man, daß die 5 Perſonen $7\frac{1}{2}$ fl. oder $\frac{15}{2}$ fl. verzehren.

Nimmt man an, daß ſie in 4 Tagen dieſe $\frac{15}{2}$ fl. verzehren, und mögte gern wiſſen, was ſie demnach in 9 Tagen verzehren, ſo hat man wieder einen Dreyſatz, in welchem ſich die Anzahl der Gulden jetzt auch nach dem Umſtand der Zeit richten muß.

Der Betrag für 9 Tage iſt alſo $16\frac{7}{8}$ fl.

Dieſe zwey Dreyſätze nun in einen einzigen Anſatz gebracht, machen einen Vielſatz aus, welcher zunächſt ſo geleſen werden kann:

P.	T.	fl.	P.	T.	fl.
2 .	4 :	3 ;	5 .	9 :	x

1) Rechts hinüber: Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen 3 fl. verzehren, ſo verzehren 5 ſolche Perſonen in 9 Tagen — wie viel Gulden?

2) Links herüber: Wie viel Gulden verzehren in 9 Tagen 5 Perſonen, wenn 3 fl. in 4 Tagen von 2 ſolchen Perſonen verzehrt werden?

Um auch dieſe Aufgaben zu berechnen, haben wir wieder 3 Haupt-Auflöſungsarten, als:

1) Auflöſung durch allmälige Beſtimmung der Einheit.
2) Auflöſung durch Verwandlung in mehrere Dreyſätze.
3) Auflöſung durch Verwandlung in einen einzigen Dreyſatz.

Ich zeige hier alle drey an obigem Beyſpiele, und überlaſſe es dem Gutdünken des Lehrers, wie weit er die 1ſte oder 2te in den weiter unten vorkommenden Aufgaben durch-

führen will, bis er die 3te, welche wenigſtens durch die 2te vorbereitet ſeyn muß, und kürzeſte iſt, anwenden kann.

[Ehe der Lehrer zu den erwähnten Auflöſungs-Arten ſchreitet, ſchreibt er die 6 Glieder des beſagten Beyſpieles wie vorhin gezeigt wurde, an die Tafel und ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen 3 Gulden verzehren, ſo verzehren 5 ſolche Perſonen in 9 Tagen — wie viel Gulden? —

L. In den bisherigen Aufgaben kamen immer nur 3 bekannte Zahlen vor, und wir hieſen daher den Anſatz derſelben *Dreyſatz*; wie wird man demnach den Anſatz ſolcher Aufgaben heiſen, in welchen fünf oder noch mehr bekannte Zahlen vorkommen? Ant. Fünfſatz — oder beſſer: *Vielſatz*.

Um auch dieſe Aufgaben am bequemſten anzuſetzen, fängt man wie beym Dreyſatze auf der rechten Seite mit der Frage *Wie viel* und dem Buchſtab x an, ſetzt alsdann die Zahlen mit ihren Namen links herüber wie ſie in den Mund kommen. Kommt man an einen ſchon bezeichneten Gegenſtand, ſo macht man zwey Querſtrichlein, und läßt die übrigen Glieder vollends in der Ordnung folgen, wie ſie ſchon vorgekommen ſind. (Er wiſcht den ganzen Anſatz weg.)

Wie lautet dieſe Aufgabe? Ant. Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen ꝛc.

L. Gebet Acht, wie ich ſie noch einmal anſchreibe!

Man will wiſſen: wie viel Gulden 5 Perſonen in 9 Tagen verzehren (Er ſchreibt x mit fl. ꝛc. dann zwey Querſtrichlein, und weiter links blos die Namen fl. T. und P. wie hier links, und ſpricht:)

P. T. fl. P. T. fl.
: 5 . 9 : x

Wie heist die Aufgabe vollends?

Ant. Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen 3 fl. verzehren (Er ſchreibt vollends 2 : 4 : 3)

[Der Lehrer wiſcht wieder alles weg, läßt einzelne Schüler an die Tafel treten, und dieſe Aufgabe immer wieder aufs neue anſetzen, ſo daß ſie dabey ſprechen: Man will wiſſen, wie viel ꝛc. Können ſie endlich das Beyſpiel auf dieſe Art, nach welcher ſie auch die noch folgenden anſetzen müſſen, fertig anſchreiben, ſo wiſcht er wieder alles weg, macht den Anſatz abermal und ſpricht:]

Gebet Acht, wie ich jetzt alles berechne!

1ſte Auflöſungsart des Vielſatzes.

Nämlich: Durch allmälige Beſtimmung der Einheit.

[Der Lehrer deutet in dem Beyſpiele an der Tafel auf jede Ziffer, von welcher die Rede iſt, und ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen 3 fl. verzehren, ſo verzehrt 1 Perſon in 4 Tagen nur den halben Theil von 3 fl., das iſt: 3 halbe Gulden. (Er ſchreibt, wie weiter unten zu ſehen iſt, 1. 4. $\frac{3}{2}$)

Verzehrt aber 1 Perſon in 4 Tagen 3 halbe Gulden, ſo verzehrt 1 Perſon in 1 Tag nur den 4ten Theil von 3 halben Gulden, das iſt: $\frac{3}{8}$ fl. (Er ſchreibt 1. 1. $\frac{3}{8}$)

Verzehrt aber 1 Perſon in 1 Tag $\frac{3}{8}$ fl., ſo verzehren 5 Perſonen in 1 Tag 5 mal $\frac{3}{8}$ fl. das iſt: $\frac{15}{8}$ fl. (Er ſchreibt 5. 1. $\frac{15}{8}$)

Verzehren aber 5 Perſonen in 1 Tage $\frac{15}{8}$ fl. ſo verzehren ſie in 9 Tagen 9 mal $\frac{15}{8}$ fl., das iſt: $\frac{135}{8}$ fl. (Er ſchreibt 5. 9. $\frac{135}{8}$) oder (Er theilt) $16\frac{7}{8}$ fl. (Er ſchreibt = $16\frac{7}{8}$ fl.)

P. T. fl. P. T. fl. 2 . 4 : 3 = 5 . 9 : x 1 . 4 : $\frac{3}{2}$ 1 . 1 : $\frac{3}{8}$ 5 . 1 : $\frac{15}{8}$ 5 . 9 : $\frac{135}{8}$ = $16\frac{7}{8}$ fl.	[Die ganze Berechnung muß zuletzt ſeyn, wie hier links:] [Der Lehrer wiſcht wieder alles bis auf den Anſatz weg, läßt dieſe Auflöſung noch einige Mal machen, und dann eben ſo die weiter unten folgenden, als:]

Wenn 3 Perſonen in 2 Tagen 5 fl. verzehren ꝛc.

Anm. Sind die Schüler ſchon im Dreyſatze gehörig geleitet worden, ſo werden ſie dieſe Aufgaben auch ohne Anſatz löſen, und höchſtens dort der Ziffern ſich bedienen, wo die Zahlen zu groß ſind.

2te Auflöſungsart des Vielſatzes.

Nämlich: durch Verwandlung in mehrere Dreyſätze.

[Der Lehrer ſchreibt wieder den obigen Vielſatz an und ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen 3 fl. verzehren, wie viel Gulden verzehren eben ſo 5 Perſonen in 9 Tagen? —

L. Gebet Acht, wie ich dieſe Aufgabe berechne!

[Er faßt 4 und 9 in Bogenſtriche und ſpricht:]

Schließt man hier das 2te Glied und ſein gleichnamiges ein, ſo hat man an den Zahlen 2, 3 und 5 einen Dreyſatz, woraus ſich berechnen läßt, wie viel Gulden 5 Perſonen einsweilen nur in 4 Tagen verzehren, wenn 2 Perſonen in eben dieſen 4 Tagen 3 fl. verzehren.

P. fl. P. fl. 2 : 3 = 5 : x	[Er ſchreibt dieſen Dreyſatz auf einen beſondern Platz der Tafel wie hier links und ſpricht:]

Berechnet alſo geſchwind, wie viel Gulden die 5 Perſonen verzehren! (Die Schüler können nun hier nach der 1ſten, 2ten oder 3ten Auflöſungsart des Dreyſatzes verfahren. Ich werde mich, wie weiter unten zu ſehen iſt, nach der 3ten richten, jedoch die Unterſuchung für das jedesmalige Verhältniß nach der 2ten machen, ohne die Buchſtaben m und w mehr anzuſchreiben.)

L. Wie viel Gulden verzehren alſo die 5 Perſonen in 4 Tagen? Ant. $7\frac{1}{2}$ fl.

[Der Lehrer wiſcht dieſen Dreyſatz weg, ſchreibt wieder auf einen beſondern Platz den noch folgenden Dreyſatz wie hier links, und ſpricht:]

T. fl. T. fl.
$4 : \frac{15}{2} = 9 : x$

Verzehren ſie aber in 4 Tagen $\frac{15}{2}$ fl. ſo verzehren ſie in 9 Tagen — wie viel Gulden? — (Die Schüler berechnen es wieder) Ant. $16\frac{7}{8}$ fl.

L. Auf dieſe Art läßt ſich jeder Vielſatz in mehrere Dreyſätze verwandeln und berechnen; es iſt aber nicht nöthig, daß man jeden beſonders anſchreibt. Gebet daher Acht, wie ich das ganze Beyſpiel berechne!

(Er wiſcht alles von der Tafel bis auf den obigen Vielſatz, und ſpricht:) Ich ſchließe das 2te Glied ein, und ſein gleichnamiges ebenfalls.

(Er deutet auf 4 und ſpricht:)

Wenn 2 Perſonen in dieſer Zeit 3 fl. verzehren, ſo verzehren 5 Perſonen in eben dieſer Zeit mehr als 3 fl.; denn 5 Perſonen ſind auch mehr als 2 Perſonen. Folglich iſt hier der Anſatz gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler.

(Er macht einen Bogenſtrich unter 3 und 5 und ſpricht:]

3 mal 5 ſind 15 (Er ſchreibt 15 unter 3) 2 ſind in 15 enthalten — 15 halbe mal. (Er ſchreibt 2 unter 15, und

ſtreicht oben 2, 3 und 5 durch) die 5 Perſonen verzehren alſo 15 halbe Gulden.

(Er ſchreibt 4, 9 und x herab und ſpricht:)

Verzehren ſie aber in 4 Tagen $\frac{15}{2}$ fl., ſo verzehren ſie in 9 Tagen mehr als $\frac{15}{2}$ fl.; denn 9 Tage ſind auch mehr als 4 Tage, folglich iſt der Anſatz wieder gerad, und das 1ſte Glied iſt der Theiler.

(Er macht die Theilungsſtriche, ſtreicht den Nenner 2 rechts durch, und ſchreibt einen 2er links, während er ſpricht:)

Ich mache die Theilungszahl 2 mal größer, folglich auch den Theiler. 2 mal 4 ſind 8. 9 mal 15 ꝛc. ſind 135.

P. T. fl. P T. fl.
2.(4):5 5.(9):x

4 : | 15. 9 : x
2 | 2 $16\frac{7}{8}$
8 | 135
ꝛc.

8 ſind in 135 ꝛc. $16\frac{7}{8}$ mal enthalten ꝛc.

[Die ganze Berechnung muß ſeyn wie hier links.]

[Der Lehrer wiſche alles von der Tafel, laſſe dieſe Aufgabe eben ſo von einzelnen Schülern löſen, und alsdann die weiter unten folgenden, nämlich:]

a) Wenn 3 Perſonen in 2 Tagen 5 fl. ꝛc.

b) Hier können Abkürzungen angebracht werden.

c) 1ſte Aufgabe: Man will wiſſen, wie viel Gulden ein Stück Tuch koſten würde, wenn es 7 Ehlen lang und 3 Ehlen breit wäre; da 4 Ehlen von ſolchem Tuche, wo es 2 Ehlen breit iſt, 5 fl koſtet?

l.	br.	fl.	l.	br.	fl.
4	(2)	: 5	7	(3)	: x

$$\begin{array}{r|l} 2: & \frac{35}{4},\quad 3 : \left(\begin{array}{l}x\\13\frac{1}{8}\end{array}\right. \\ 4 & \\ \hline 8 & 105 \\ & \underline{8} \\ & 25 \\ & \underline{24} \\ & 1 \end{array}$$

Aufl. Koſten 4 Ehlen, wenn es 2 Ehlen breit iſt, 5 fl.; ſo koſten 7 ſolche Ehlen mehr ꝛc. alſo $\frac{35}{4}$ fl.

Koſten ſie aber, wenn das Tuch 2 Ehlen breit iſt, $\frac{35}{4}$ fl.; ſo koſten ſie, wenn das Tuch 3 Ehlen breit iſt, wieder mehr ꝛc.

Die 7 Ehlen würden alſo $13\frac{1}{8}$ fl. koſten, oder 13 fl. $7\frac{1}{2}$ kr.

d) 1ſte Aufgabe: Man will wiſſen, wie viel Tage 2 Arb. zu 7 Morgen brauchen, da 5 ſolche Arbeiter eben ſo zu 4 Morgen 3 Tage brauchen? Aufl. Brauchen 5 Arbeiter zu einem Geſchäfte 3 Tag, ſo brauchen 2 ſolche Arbeiter zu eben demſelben Geſchäfte mehr als 3 Tage; denn 2 Arbeiter ſind weniger als 5 ſolche Arbeiter, folglich iſt der Anſatz verkehrt ꝛc. Die 2 Arbeiter brauchen alſo zu den 4 Morgen 15 halbe Tage.

Arb.	M.	T.	Arb.	M.	T.
5	(4)	: 3	2	(7)	: x
2			5		

$$\begin{array}{r|l} 4: & \frac{15}{2}.\quad 7 : x \\ 2 & \\ \hline 8 & 105 \quad \left(13\frac{1}{8}\right. \\ & ꝛc. \end{array}$$

Brauchen ſie aber zu 4 Morgen $\frac{15}{2}$ Tage, ſo brauchen ſie zu 7 Morgen mehr ꝛc. Alſo $13\frac{1}{8}$ Tag.

Anm. Man kann auch dann und wann die Probe machen laſſen, indem man nämlich die 1ſte Hälfte des Satzes zur 2ten macht, als:

Wie viel Tage brauchen 5 Arbeiter zu 4 Morgen, wenn 2 Arbeiter zu 7 Morgen $13\frac{1}{8}$ Tg brauchen?

Arb.	M.	T.	Arb.	M.	T.
2	7	: $13\frac{1}{8}$: 5	4	: x	

Jedoch dienen dergleichen Proben mehr zur Uebung als zu einzelnen Verſicherungen der Auflöſung; denn man kann einen Irrweg wieder eben ſo rückwärts machen, wie man ihn vorwärts gemacht hat — und wird dann doch nicht behaupten wollen, daß man den rechten Weg gegangen ſey? . . . Die beſte Probe bleibt daher immer dieſe: daß man ein Beyſpiel nach mehreren Arten, und beſonders nach der 1ſten (durch Beſtimmung der Einheit) löſe.

e) Einige Auflöſungen, als:

Nro. 4. Man will wiſſen, wie viel Gulden Kapital man braucht, um in 1½ Jahr 45 fl. Zins zu gewinnen, da man mit 100 fl. Kap. in 1 Jahr 5 fl. Zins gewinnt? Aufl.

Braucht man, um 5 fl. Zins in 1 Jahr zu gewinnen, 100 fl. Kapital, ſo braucht man, um 45 fl. Zins in eben dieſer Zeit zu gewinnen, * mehr als ꝛc. folglich iſt der Anſatz gerad und das 1ſte Glied der Theiler ꝛc.

* (Hier könnte man ſogleich ſagen: ſo vielmal 100 fl. als 5 in 45 enthalten ſind, alſo 900 fl.; allein wir wollen jetzt einmal bey unſerer bisherigen Auflöſungsart bleiben.)

Man braucht alſo, um 45 fl. Zins in 1 Jahr zu gewinnen 900 fl. Kap.

Braucht man aber, um dieſen Zins in 1 Jahre zu gewinnen 900 fl. Kapital, ſo braucht man, um eben denſelben Zins erſt in 1½ Jahr zu gewinnen weniger als 900 fl.; denn 1½ Jahr ſind mehr als 1 Jahr, folglich iſt der Anſatz hier verkehrt und das 1ſte Glied iſt nicht der Theiler, ſondern ſein gleichnamiges, nämlich 1½ Jahr. Man braucht alſo 600 fl. Kapital.

Nro. 8. Vor dieſer Aufgabe laſſe man zunächſt folgende berechnen: Wie viel Kapital ſammt Zinns hat man ſtatt 200 fl. nach 4 Jahren, wenn man ſtatt 100 fl. Kap. nach 1 Jahr 105 fl. Kap. ſammt Zins hat? —

Sind die Schüler ganz ſteif an ihren Anſatz gewöhnt, ſo werden ſie dieſe Auſgabe anſetzen, wie hier links, und alſo die

K. J. K. Z. K. J. K. Z.
100 . 1 : 105 : 200 . 4 : x

200 fl. Kapital nach 4 Jahren zu 840 fl. Kap. ſammt Zins anwachſen laſſen, welches offenbar falſch iſt. Denn in 4 Jahren wird das Kapital nicht 4 mal größer, ſondern nur der Zins.

Er zeige daher, daß man bey dergleichen Aufgaben das Kapital, wo möglich vom Zins trennen müſſe, und — wie trüglich es ſey, ſich blindlings auf einen Anſatz oder eine einzelne Auflöſungsart verlaſſen zu wollen.

Die Berechnung iſt demnach folgende:

Sind 100 fl. Kap. nach 1 Jahre 105 fl. Kap. ſammt Zins, ſo iſt der Zins allein 5 fl.

K. J. Z. K. J. Z.
100 . 1 : 5 : 200 . 4 : x

Bringen alſo 100 fl. Kapital nach 1 Jahre 5 fl. Zins, ſo bringen 200 fl. Kap. nach 4 Jahren — wie viel Gulden Zins? Ant. 40 fl. Zins. Alſo ſind die 200 fl. Kapital nach 4 Jahren 240 fl. Kap. ſammt Zins.

Eben ſo wird jetzt der Anſatz für die 8te Aufgabe ſeyn,

K. J. Z. K. J. Z.
100 . 2 : 10 : 400 . 3 : x

wie hier links; und die Antwort: 60 fl. Zins. Alſo 460 fl. Kap. ſammt Zins.

Nro. 12) Sind 350 fl. Kapital nach einiger Zeit 392 fl. Kap. ſammt Zins, ſo iſt der Zins allein 42 fl. Die Auflöſung iſt alſo:

Brauchen 100 fl. Kapital, um 4 fl. Zins zu bringen, 1 Jahr, ſo brauchen 350 fl. Kapital, um 42 fl. Zins zu bringen — wie viel Jahr? ꝛc. Ant. 3 Jahr.

Nro. 14) 1 Jahr iſt 365 Tag. 5 fl. ſind 300 Kreuzer, demnach ſchließt man: bringen 100 fl. Kapital in 365 Tagen

300 kr. Zins, ſo bringen 730 fl. Kap. in 1 Tag — wie viel Zins? ꝛc.

Anmerkung.

Eben ſo könnten die noch weiter folgenden Aufgaben (wobey auch die mit mehr als 5 bekannten Zahlen) gelöst werden; allein die Schüler haben aus dem Bisherigen hinlänglich eingeſehen, wie dergleichen Vielſätze weit kürzer berechnet werden können. Hievon handelt nun noch die 3te Auflöſungsart.

Dritte Auflöſungsart des Vielſatzes.

Nämlich: durch Verwandlung in einen einzigen Dreyſatz.

[Der Lehrer ſchreibt wieder die obige Aufgabe an und ſpricht:]

Wenn 2 Perſonen in 4 Tagen 3 fl. verzehren, wie viel Gulden verzehren eben ſo 5 ſolche Perſonen in 9 Tagen? —

(Er macht einen Bogenſtrich unter 2 und 4, und auch einen unter 5 und 9, indem er ſpricht:)

2 Perſonen verzehren in 4 Tagen eben ſo viel als 4 mal 2 ſolche Perſonen in einem Tage (Er ſchreibt 8.)

Ingleichem verzehren 5 Perſonen in 9 Tagen eben ſo viel als 9 mal 5 ſolche Perſonen in einem Tage. (Er ſchreibt 45, ſetzt 3 und x herunter, wie hier links, und ſpricht:)

P.	T.	fl.	P.	T.	fl.
2 .	4 :	3 =	5 .	9 :	x
8		: 3 =	45		: x

Berechnen wir nun hier: wie viel Gulden 45 Perſonen verzehren, wenn 8 ſolche Perſonen 3 fl. verzehren, ſo iſt dieſe Aufgabe gelöst. Berechnet es!

L. Wie viel Gulden verzehren ſie alſo? Ant. $16\frac{7}{8}$ fl.

L. Auf dieſe Art kann jeder Vielſatz als ein bloſer Drey-

ſatz berechnet werden, nur muß man jedes Mal Acht geben, ob er gerad oder verkehrt iſt, und im letztern Falle die gleichnamigen Glieder verſetzen, wie beym Dreyſatze.

Ich will euch daher dieſe Aufgabe noch einmal auf die kürzeſte Art berechnen. (Er wiſcht wieder alles bis auf den Anſatz weg, deutet auf 2 und ſpricht:)

Wenn 2 Perſonen 3 fl. verzehren, ſo verzehren doppelt ſo viel Perſonen mehr, folglich iſt hier der Anſatz gerad, und das 1ſte Glied iſt ein Theiler. (Er deutet auf 4)

Verzehren die Perſonen in 4 Tagen 3 fl., ſo verzehren ſie in doppelt ſo viel Tagen mehr, folglich iſt der Anſatz auch hier gerad, und das 2te Glied iſt ebenfalls ein Theiler.

(Er macht die Theilungsſtriche, und ſchreibt alles wie weiter unten angezeigt iſt, indem er ſpricht:)

2 mal 4 ſind 8.

5 mal 9 ſind 45. 3 mal 45 ſind 135.

8 ſind in 135 ꝛc. (Die Berechnung muß ſeyn wie hier links.)

P.	T.	fl.	P.	T.	fl.
2 ·	4 ·	3 ·	5 ·	9 :	(x, $16\frac{7}{8}$
		45			
		3			
8		135			
		ꝛc.			

L. Wie viel Gulden verzehren alſo die 5 Perſonen in 9 Tagen? Ant. $16\frac{7}{8}$ fl. [Der Lehrer wiſche alles von der Tafel, laſſe dieſes Beyſpiel noch einige Mal von einzelnen Schülern eben ſo berechnen, und dann die weiter unten folgenden, nämlich:

Wenn 3 Perſonen in 2 Tagen 5 fl. ꝛc.

[Kommen Zweifel vor, ſo kann man wieder die nöthigen Erklärungen in der ſo eben vorgekommenen 2ten Auflöſungsart aufſuchen.]

Noch einige Auflöſungen, und Bemerkungen.

c) Solche Aufgaben, worin von Länge, Breite, Höhe oder Tiefe die Rede iſt, können weit einfacher geometriſch berechnet werden, als:

Nro. 1) Man will wiſſen, wie viel Gulden ein Stück Tuch koſten würde, wenn es 7 Ehlen lang und 3 Ehlen breit wäre, da 4 Ehlen davon 5 fl. koſten, und das Tuch 2 Ehlen breit iſt.

Aufl. 4 Ehlen lang und 2 Ehlen breit macht 2 mal 4 oder 8 Quadrat-Ehlen.

7 Ehlen lang und 3 Ehlen breit aber macht 3 mal 7 oder 21 Q. Ehlen.

Koſten alſo 8. Q. Ehlen 5 fl., ſo koſten 21 Q. Ehlen — wie viel Gulden? Ant. $13\frac{1}{8}$ fl.

d) Nro. 1) Auflöſung:

Arb.	M.	T.	Arb.	M.	T.	
~~5~~	4 :	3 :	~~2~~	7 :		x
2			5			$13\frac{1}{8}$
		15				
		7				
8		105				
		ꝛc.				

Man will wiſſen, wie viel Tage 2 Arbeiter zu 7 Morgen brauchen, wenn 5 ſolche Arbeiter zu 4 Morgen 3 Tag brauchen? Brauchen 5 Arbeiter zu einem Geſchäfte 3 Tage, ſo brauchen doppelt ſo viel Arbeiter weniger, folglich iſt hier der Anſatz verkehrt, und das 1ſte Glied iſt kein Theiler, ſondern ſein gleichnamiges ꝛc.

Braucht man aber zu 4 Morgen 3 Tag, ſo braucht man zu doppelt ſo viel Morgen mehr ꝛc. folglich iſt hier der Anſatz gerad, und das 2te Glied iſt ein Theiler.

2 mal 4 ſind 8. ꝛc.

Aufgaben mit mehr als 5 bekannten Zahlen.

(Weiter unten bey b)

Nro. 1) 2 Tage zu 9 Stund ſind 18 Stund. 6 Tage zu 8 Stund ſind 48 Stund. Mithin kann dieſe Aufgabe auch gleich auf 5 bekannte Zahlen gebracht, und ſo geleſen werden: Wenn 4 Arbeiter in 18 Stunden 3 Morgen bearbeiten, ſo bearbeiten 5 ſolche Arbeiter in 48 Stunden — wie viel ꝛc.?

Nro. 3) Man will wiſſen, wie viel Stund 4 Arbeiter des Tages ſchneiden müſſen, um mit $7\frac{1}{5}$ Morgen in 8 Tagen fertig zu werden, wenn 2 ſolche Arbeiter 3 Morgen in 6 Tagen, jeden zu 10 Stunden, fertig bringen?

Arb.	M.	T.	St.	Arb.	M.	T.	St.
2 .	3 .	6 :	10 :	4 .	$7\frac{1}{5}$.	8 :	(x
4		8		2			

Aufl. Brauchen 2 Arbeiter zu einem Geſchäfte des Tags 10 Stund, ſo brauchen doppelt ſo viel Arbeiter des Tags weniger als 10 St., folglich iſt hier der Anſatz verkehrt, und das 1ſte Glied kein Theiler, ſondern ſein gleichnamiges.

Braucht man zu 3 Morgen des Tags 10 Stund, ſo braucht man zu doppelt ſo viel Morgen mehr ꝛc., folglich iſt hier der Anſatz gerad, und das 2te Glied ein Theiler.

Braucht man, um in 6 Tagen mit dem Geſchäfte fertig zu werden, des Tags 10 Stund, ſo braucht man, um erſt in doppelt ſo viel Tagen damit fertig zu werden, weniger ꝛc. folglich iſt hier der Anſatz wieder verkehrt, und das 3te Glied kein Theiler, ſondern ſein gleichnamiges ꝛc.

Nro. 5) Dieſe Berechnung kann auch in Quadrat-Ruthen gemacht werden, indem man nämlich die Länge und Breite mit einander vervielfältigt.

Nro. 6 nnd 7) Eben ſo können dieſe Berechnungen in Kubik-Schuhen gemacht werden, indem man vor Allem die

Zahlen der Länge, Breite und Höhe oder Tiefe mit einander vervielfältigt.

Aufgaben.

A) Jedes der bekannten Glieder iſt für ſich ſelbſt beſtimmt.

a) Fünf bekannte Zahlen.

a.

2) Wenn 3 Perſonen in 2 Tagen 5 fl. verzehren, wie viel Gulden verzehren eben ſo 7 Perſonen in 11 Tagen?

3) Wenn 4 Arbeiter in 2 Tagen 7 fl. verdienen, wie viel Gulden verdienen eben ſo 5 Arbeiter in 9 Tagen?

4) Wenn 5 Arbeiter in 7 Tagen 6 fl. verdienen, wie viel Gulden verdienen eben ſo 4 Arbeiter in 9 Tagen?

5) Wenn 6 Pferd in 3 Wochen 7 Malter Haber brauchen, wie viel Malter brauchen eben ſo 5 Pferd in 13 Wochen?

6) Wenn 7 Pferd in 3 Tagen 2 Malter Haber verzehren, wie viel verzehren 8 Pferd eben ſo in 5 Tagen?

7) Wenn 8 Arbeiter in 4 Tagen 5 Morgen Feld bearbeiten, wie viel Morgen bringen eben ſo 7 Arbeiter in 3 Tagen fertig?

8) Wenn 9 Arbeiter in 1 Tag 4 Morgen bearbeiten, wie viel Morgen bringen eben ſo 10 Arbeiter in 5 Tagen fertig?

9) Wenn man 5 beladene Wägen 2 Stund weit um 7 fl. führt, um wie viel Gulden führt man demnach 9 ſolche Wägen 3 Stund weit?

10) Wenn man 2 beladene Wägen 4 Stund weit um

7 fl. führt, wie viel Gulden koſten demnach 3 ſolche Wägen 11 St. weit.?

Antworten: 2) 64 fl. 10 kr. 3) $39\frac{3}{8}$ fl. 4) $6\frac{6}{35}$ fl. 5) $25\frac{5}{18}$ Mltr. 6) $3\frac{17}{21}$ Mlt.. 7) $3\frac{9}{32}$ Morg. 8) $22\frac{2}{5}$ Mr. 9) Um $18\frac{9}{10}$ fl. 10) $28\frac{7}{8}$ fl.

---

b.

1) Wenn 3 Arbeiter in 4 Tagen 6 fl. verdienen, wie viel Gulden verdienen eben ſo 7 Arbeiter in 5 Tagen?

2) Wenn 4 Arbeiter in $2\frac{1}{3}$ Tag 7 fl. verdienen, wie viel Gulden verdienen eben ſo 5 Arbeiter in 8 Tagen?

3) Wenn 8 Arbeiter in 6 Tagen $4\frac{1}{2}$ Morgen Feld fertig bringen, wie viel Morgen bringen eben ſo 4 Arbeiter in 10 T. fertig?

4) Wenn 4 Arbeiter in $7\frac{1}{2}$ Tag $6\frac{3}{4}$ Morgen fertig machen, wie viel Morgen bringen eben ſo 5 Arbeiter in 2 Tagen fertig?

5) Wenn man 9 beladene Wägen 3 Stund weit um 18 fl. 54 kr. führt, wie viel Gulden würden eben ſo 5 ſolche Wägen 2 Stund weit koſten?

6) Wenn 3 Mark feines oder 16löthiges Silber 48 fl. koſten, wie viel koſten demnach 5 Mark 6löthiges Silber?

7) Wenn aber 4 Mark feines Silber 72 fl. koſten, wie hoch kommen da 8 Mark 12löthiges?

Antworten: 1) 17 fl. 30 kr. 2) 30 fl. 3) $3\frac{3}{4}$ Morg. 4) $2\frac{1}{4}$ Morg. 5) 7 fl. 6) 30 fl. 7) 108 fl.

---

c.

1) Wenn ein Stück Tuch, welches 4 Ehlen lang und

2 Ehlen breit iſt, 5 fl. koſtet; was würde demnach ein Stück von eben demſelben Tuche koſten, wenn es 7 Ehlen lang und 3 Ehlen breit wäre?

2) Wenn ein Stück Tuch, welches $2\frac{1}{2}$ Ehlen breit und 6 Ehlen lang iſt, 9 fl. koſtet; wie viel würde da ein Stück von demſelben koſten, wenn es nur 2 Ehlen breit und 10 Ehlen lang wäre?

3) Zu einem Stück Tuch, welches 30 Ehlen lang und 2 Ehlen breit werden ſoll, braucht man 20 Pfund Garn; wie viel Pfund braucht man daher zu einem Stück, welches 60 Ehlen lang und $2\frac{1}{2}$ Ehle breit werden ſoll?

4) Zu einem Stück Tuch, welches 10 Ehlen lang und $1\frac{1}{2}$ Ehle breit iſt, brauchte man 3 ℔ Garn; wie viel Pfund von ſolchem Garn braucht man zu einem Stück, welches 75 Ehlen lang und 2 Ehlen breit werden ſoll?

5) Um eine Wand, welche 10 Schuh hoch und 16 Schuh lang iſt, mit Tapeten zu überziehen, braucht man 30 Stück Tapeten; wie viel ſolche Stück braucht man eben ſo für eine Wand, welche 11 Schuh hoch und 12 Schuh lang iſt?

6) Um eine Wand, welche 12 Schuh hoch und $14\frac{2}{3}$ Schuh lang iſt, mit Tapeten zu überziehen, braucht man 24 Stück; wie viel ſolche Stück braucht man für eine Wand, welche 10 Schuh hoch und 11 Sch. lang iſt?

7) Um einen Acker, welcher 2 Ruthen breit und 60 Ruthen lang iſt, in einer gewiſſen Zeit zu bearbeiten, braucht man 3 Arbeiter; wie viel Arbeiter hätte man nöthig, um eben ſo bald mit dieſem Acker fertig zu werden, wenn er $2\frac{1}{2}$ Ruth breit, und 64 Ruthen lang wäre?

8) Um einen Acker, welcher 6 Ruthen breit und $22\frac{1}{2}$ Ruthen lang iſt, in einer gewiſſen Zeit zu bearbeiten, braucht man 2 Arbeiter; wie viel ſolche Arbeiter müßte man eben ſo

lang haben, wenn der Acker $3\frac{3}{4}$ Ruthen breit und 90 Ruthen lang wäre?

9) Um einen Acker, welcher 4 Ruth. breit und 20 Ruth. lang iſt, umzuſtechen, braucht man eine gewiſſe Anzahl Arbeiter 7 Tage lang; wie lang haben dieſe Arbeiter eben ſo mit einem Acker zu thun, wenn er 3 Ruth. breit und 60 Ruth. lang iſt?

Antworten. 1) $13\frac{1}{8}$ fl. 2) 12 fl. 3) 50 ℔. 4) 30 ℔. 5) $24\frac{3}{4}$ St. 6) 15 St. 7) 4 Arb. 8) 5 Arb. 9) $15\frac{3}{4}$ Tag.

---

d.

1) Wenn 5 Arbeiter, um 4 Morgen Feld zu bearbeiten, 3 Tag brauchen, wie lang brauchen eben ſo 2 Arbeiter zu 7 Morgen?

2) Wenn 7 Arbeiter zu 3 Morgen 5 Tag brauchen, wie lang brauchen eben ſo 2 Arbeiter zu 9 Morgen?

3) Wenn 30 Ruthen Land in 8 Tagen von 5 Arbeitern umgegraben werven können, und eben ſo blos 7 Ruthen in $2\frac{1}{3}$ Tag umgegraben werden ſollen; wie viel ſolche Arbeiter ſind dazu nöthig?

4) Wenn $3\frac{3}{8}$ Morgen in 6 Tagen von 2 Arbeitern angebauet werden können, und man eben ſo 3 Morgen in $2\frac{2}{3}$ Tag fertig haben mögte; wie viel ſolche Arbeiter braucht man dazu?

5) Wenn 4 Pferd an 5 Mltr. Haber 6 Wochen lang zehren, wie lang kann man eben ſo 3 Pferde mit 8 Mltr. füttern?

6) Wenn 7 Pferde an $2\frac{5}{8}$ Mltr. 6 Wochen lang zehren, wie lang kann man eben ſo 2 Pferde mit 4 Mltr. füttern?

7) Wenn man mit 3 Mltr. 4 Wochen lang 2 Pferde

füttert, wie viel Pferde kann man eben ſo mit 6 Mltr. $3\frac{1}{7}$ Woche füttern?

8) Wenn man 3 beladene Wägen um 6 fl. 5 Stund weit führt, wie weit wird man demnach 2 ſolche Wägen um 8 fl. führen?

9) Wenn man 4 beladene Wägen um 9 fl. 6 Stund weit führt, wie weit wird man demnach 3 ſolche Wägen um 4 fl. 30 kr. führen?

10) Wenn man um 8 fl. 4 Stund weit 3 Wägen führt, wie viel ſolche Wägen führt man eben ſo um 5 fl. $7\frac{1}{2}$ St. weit?

11) Wenn man um 10 fl. ein Stück Tuch bekommt, welches 2 Ehlen breit und 9 Ehlen lang iſt; ein wie langes Stück würde man da um 8 fl. von demſelben Tuche bekommen, wenn es 3 Ehlen breit wäre?

12) Wenn man um 12 fl. ein Stück Tuch bekommt, welches $\frac{3}{4}$ Ehlen breit und 15 Ehlen lang iſt; ein wie breites Stück würde man da um 20 fl. von demſelben Tuche bekommen, wenn es $9\frac{3}{8}$ Ehlen lang wäre?

13) Wenn 1 ℔ Garn 3 Ehlen Tuch gibt, welches $1\frac{1}{2}$ Ehle breit iſt; wie viel Ehlen wird man da aus 30 ℔ Garn erhalten, wenn das Tuch $2\frac{1}{2}$ Ehle breit wird?

14) Ein Weber macht aus 24 ℔ Garn 40 Ehlen Tuch $\frac{3}{4}$ breit; wie viel macht er aus 36 ℔, wenn das Tuch $\frac{5}{8}$ Ehlen breit wird?

15) Eine gewiſſe Anzahl Arbeiter wird in 3 Tagen mit einem Acker fertig, welcher 2 Ruthen breit und 40 Ruthen lang iſt: dieſe Arbeiter wollen eben ſo in 4 Tagen mit einem Acker fertig werden, welcher 5 Ruthen breit iſt; wie lang wird dieſer ſeyn?

16) Eine gewiſſe Anzahl Arbeiter wird in 5 Tagen mit einem Acker fertig, welcher 50 Ruthen lang, und $3\frac{3}{4}$ Ruthen

breit iſt: wenn nun dieſelben Arbeiter eben ſo in 3 Tagen mit einem Acker fertig werden wollen, welcher $28\frac{1}{8}$ Ruthen lang iſt; wie breit wird dieſer ſeyn?

17) Wenn man um 72 fl. von 16löthigem Silber 4 Mark erhält, wie viel Mark erhält man um 81 fl. von 12löthigem?

18) Wenn man um 48 fl. 3 Mark 16löthiges Silber erhält; was für Silber erhält man da, wenn man um 24 fl. 4 Mark kauft?

19) Wenn ein Zwanzigkreuzerſtück von 12löthigem Silber $1\frac{1}{3}$ Quintchen wiegt, wie viel wird daher ein Dreybätzner aus 8löthigem Silber wiegen müſſen?

20) Wenn das Malter Mehl 6 fl. koſtet, ſo bekommt man um 5 kr. 3 Pfund Brod; wie viel Pfund bekommt man demnach um 10 Kreuzer, wenn das Maltrr 7 fl. koſtet.?

21) Wenn das Malter Mehl 8 fl. koſtet, ſo wiegt ein Vierkreuzerbrod 2 ℔; was muß demnach ein Sechskreuzerbrod wiegen, wenn das Malter 10 fl. gilt.?

22) Wenn ein Sechskreuzerbrod 2 ℔ wiegt, da das Malter Kernen 12 fl. koſtet; wie viel muß demnach das Malter koſten, wenn ein Vierkreuzerbrod $2\frac{1}{2}$ ℔ wiegen ſoll?

Antworten. 1) $13\frac{1}{8}$ T. 2) $52\frac{1}{2}$ T. 3) 4 ſol. Arbeiter. 4) 4 ſol. Arbeiter. 5) $10\frac{4}{7}$ Wochen. 6) 32 Wochen. 7) 5 Pferde. 8) 10 Stund weit. 9) 4 Stund weit. 10) 1 Wagen. 11) $4\frac{2}{7}$ Ehl. 12) 2 Ehlen breit. 13) 54 Ehlen. 14) 120 Ehlen. 15) $21\frac{1}{3}$ Ruthen. 16) 4 Ruthen. 17) 6 Mark. 18) 6löthiges. 19) $1\frac{1}{5}$ Quintchen. 20) $5\frac{1}{7}$ ℔. 21) $2\frac{2}{5}$ ℔. 22) $6\frac{2}{5}$ fl.

e.

1) Wenn 100 fl. in 1 Jahr 5 fl. Zins eintragen, wie viel Zins tragen da 300 fl. in 2 Jahren ein?

2) Wenn 100 fl. in 1 Jahr $4\frac{1}{2}$ fl. Zins bringen, wie viel Zins bringen 340 fl. in 5 Jahren?

3) Wenn 400 fl. Kapital in 4 Jahren 70 fl. Zins eintragen, wie viel Zins tragen demnach 720 Kap. in 3 Jahren ein.

4) Mit 100 fl. Kap. gewinnt man in 1 Jahr 5 fl. Zins; was für ein Kapital braucht man demnach, um in $1\frac{1}{2}$ Jahr 45 fl. Zins zu gewinnen?

5) Was für ein Kapital braucht man, um in 4 Jahren 54 fl. Zins zu erhalten, wenn man von 100 fl. in 2 Jahren 9 fl. Zins hat?

6) Wenn man von 100 fl. Kap. in 1 Jahre 5 fl. Zins erhält, wie lang braucht man da, um von 460 fl. Kap. 115 fl. Zins zu erhalten?

7) Wenn man von 300 fl. in 4 Jahren 66 fl. Zins erhält, wie lang braucht man da, um von 200 fl. 33 fl. Zins zu erhalten?

8) Statt 100 fl. Kap. hat man nach 2 Jahren 110 fl. Kap. ſammt Zins; wie viel Kap. ſammt Zins hat man demnach in 3 Jahren ſtatt 400 fl. Kapital?

9) Wie viel Kap. ſammt Zins hat man in 4 Jahren ſtatt 430 fl., wenn man in 2 Jahren ſtatt 200 fl. Kap. 236 fl. Kapital ſammt Zins hat?

10) Es hat Einer ein Kapital ausgeliehen, und nach 4 Jahren 936 fl. Kap. ſammt Zins ſtatt 720 fl. Kapital zurück empfangen; wie viel Zins hat er vom 100 genommen?

11) Wie viel Zins hat man vom 100, wenn man nach 3 Jahren ſtatt 280 fl. Kapital $324\frac{4}{5}$ fl. Kap. ſammt Zins zurück empfängt?

12) Wie lang braucht man, um ſtatt 350 fl. Kapital 392 fl. Kap. ſammt Zins zu erhalten, wenn man ſtatt 100 fl. Kap. nach 1 Jahr 104 fl. Kap. ſammt Zins erhält?

13) Wie lang braucht man, um ſtatt 520 fl. Kapital 598 fl. Kap. ſammt Zins zu erhalten, wenn man ſtatt 100 fl. Kapital nach 1 Jahre 105 fl. Kap. ſammt Zins hat?

14) Wie viel Zins bringen 730 fl. in 1 Tage, wenn 100 fl. in 1 Jahre 5 fl. Zins eintragen?

15) Wie viel Zins bringen 1825 fl. in 1 Tage, wenn 100 fl. in 1 Jahre 4 fl. Zins bringen?

16) Wie viel Zins bringen $486\frac{2}{3}$ fl. in 5 Tagen, wenn 100 fl. in 1 Jahre 5 fl. Zins bringen?

17) Wie viel Zins bringen 1825 fl. in 3 Jahren und 3 Tagen zu 4 proCent?

18) Wie viel Zins bringen 730 fl. in 4 Jahren, den Schalt-Tag mitgerechnet, zu 5 proCent?

19) Ein Kapitaliſt hatte im Jahr 1803 den 24ſten Juny 14600 fl. zu 5 proCent ausgeliehen, und im Jahr 1811 den 7ten November wieder eingezogen, wie viel betrug der Zins, die Schalttage dazu gerechnet?

20) Ein Handelsmann nahm im Jahr 1805 den 19ten April bey einem Kapitaliſten 21900 fl. zu 5 fl. proCent auf; wie viel betrug hiervon der Zins im Jahr 1812 den 3ten July?

21) Es hat Einer bey einem Kapitaliſten im Jahr 1804 den 25ſten September 18250 fl. zu 5 proCent aufgenommen, und im Jahr 1813 den 5ten April wieder nebſt dem Zinſe zurückbezahlt; wie viel machte bis dahin das Kapital ſammt Zins aus?

Antworten und Auflöſungen.

1) 30 fl. Zins. 2) $76\frac{1}{2}$ fl. Zins. 3) $94\frac{1}{2}$ fl. Zins. 4) 600 fl. Kap. 5) 300 fl. Kap. 6) 5 Jahre. 7) 3 Jahre.

8) 460 fl. Kap. ſammt Zins. 9) 584$\frac{4}{5}$ fl. Kapt. ſammt Zins. 10) 7$\frac{1}{2}$ fl. 11) 5$\frac{1}{3}$ fl. Zins. 12) 3 Jahre. 13) 3 Jahre. 14) 6 Kreuzer. 15) 12 Kreuzer. 16) 20 Kreuzer. 17) 219 fl. 36 kr. 18) 146 fl. 6 kr.

19) Die verfloſſene Zeit hier kann (entweder nach Seite 86 oder auch) ſo berechnet werden:

Vom 24ſten Juny 1803 bis dahin 1811 ſind 8 Jahre. Nun gehören noch zum Juny 6 Tage, dann folgt

der July mit 31 Tagen	Tragen alſo 100 fl. in 1
der Aug. — 31 —	Jahr 5 fl., ſo tragen 14600 fl.
der Sept. — 30 —	in 8 Jahren 5840 fl.
der Okt. — 31 —	Tragen ferner 100 fl.
der Nov. — 7 —	in 365 Tagen 5 fl.
Alſo 136 Tage	ſo tragen 14600 fl.
	in 136 Tag 272 fl.
	Das ſind 6112 fl.

Das Jahr 1804 und 8 ſind 2 Schaltjahre. Will man alſo auch die 2 Schalttage dazu nehmen, ſo beträgt der Zins 4 fl. weiter. Alſo 6116 fl.

20) 7890 fl. Zins, ohne Schalttag.

21) 7789 fl. ohne 3 Schalttage.

---

b) Mehr als 5 bekannte Zahlen.

1) Wenn 4 Arbeiter in 2 Tagen, jeden zu 9 Stund, 3 Morgen Feld bearbeiten; wie viel Morgen werden eben ſo 5 Arbeiter in 6 Tagen fertig bringen, wenn ſie täglich 8 Stund lang arbeiten?

2) Wenn man, um 4$\frac{1}{2}$ Morgen in 4 Tagen zu 9 Stund fertig zu bringen, 5 Arbeiter braucht; wie viel ſolche Arbei-

ter braucht man, um eben ſo mit 12 Morgen in 6 Tagen, jeden zu 10 Stund, fertig zu werden?

3) Wenn 2 Arbeiter 3 Morgen Korn in 6 Tagen, jeden zu 10 Stund, ſchneiden; wie viel Stund müſſen 4 ſolche Arbeiter des Tags ſchneiden, wenn ſie mit $7\frac{1}{5}$ Morgen in 8 Tagen fertig werden wollen?

4) Wenn 3 Schnitter des Tags 10 Stund arbeiten, und mit 5 Morgen Getreid in 6 Tagen fertig werden; wie viel Tage brauchen eben ſo 4 Arbeiter, wenn ſie des Tags 9 Stund arbeiten, zu 8 Morgen?

5) Ein Stück Feld, welches 4 Ruthen breit und 20 lang iſt, wurde von 2 Perſonen in 6 Tagen, jeden zu 10 Stund, bearbeitet; wie viel ſolche Perſonen werden eben ſo mit einem Stücke, welches 8 Ruthen breit und 9 lang iſt, in 3 Tagen, jeden zu 9 Stund, fertig werden?

6) Wenn 6 Maurer, um eine Mauer zu bauen, welche 30 Schuh lang, 9 Schuh hoch und 2 Schuh dick ſeyn ſoll, 8 Tag brauchen; wie lang werden eben ſo 4 Maurer zu einer Mauer brauchen, welche 20 Schuh lang, 10 hoch und 3 dick wird?

7) Eine viereckige Grube, 40 Schuh lang, 12 breit und 4 Schuh tief, wurde in 3 Tagen von 8 Arbeitern gegraben; wie viel ſolche Arbeiter braucht man demnach, um eben ſo eine Grube, welche $36\frac{2}{3}$ Schuh lang, 10 Schuh breit und 9 Schuh tief werden ſoll, in 6 Tagen fertig zu bringen? *

* Hier hat es freylich mit dem wirklichen Arbeiten ſeine Richtigkeit nicht ſo wie mit dem Rechnen; denn je tiefer die Grube wird, deſto beſchwerlicher wird das Geſchäft — Faſt eben ſo verhält ſichs auch mit der vorhergehenden Aufgabe, wenn man die Sache ſtreng nehmen will. Darum ſind dieß nur Uebungsbeyſpiele.

Antworten. 1) 10 Morgen. 2) 8 ſol. Arbeiter. 3) 9 Stund. 4) 8 Tag. 5) 5 ſolche Perſonen. 6) $13\frac{1}{3}$ Tag. 7) 5 ſol. Arbeiter.

B) Eines der bekannten Glieder iſt durch eine Reihe anderer beſtimmt, dieß iſt

Der ſogenannte Kettenſatz.

[Der Lehrer ſage folgendes Beyſpiel zum Anſchreiben vor:]

Wie viel Gulden koſten 18 Simmer Haber, da man für 8 Simmer Haber 7 Simmer Spelz, für 9 Simmer Spelz 5 Simmer Gerſt, für 3 Simmer Gerſt 4 Sechsbätzner gibt, und 5 Sechsbätzner 2 fl. ſind? —

[Die Schüler werden mit dem Anſatze nicht wohl zurecht kommen. Der Lehrer erkläre daher, daß ſich die Glieder dieſer ſo wie mancher andern Aufgabe des Vielſatzes nicht wie in den bisherigen neben einander, wohl aber unter einander ſchreiben laſſen, und ſolcher Anſatz Kettenſatz heiſe.

Er ſage nun die Aufgabe wieder her, indem er ſie anſetzt, wie hier links folgt, und mache ſie auf Folgendes aufmerkſam:]

H. Sp. H. fl.	Um die Glieder des Ketten-
8 : 7 = 18 : x	ſatzes richtig anzuſchreiben,
Sp. 9 : 5 G.	fängt man mit der Frage
G. 3 : 4 S. B.	und dem Buchſtab x an,
S.B. 5 : 2 fl.	läßt alsdann die zunächſt

gegebenen Glieder links herüber folgen, wie beym Dreyſatze, und gibt nun Acht, daß der Name des 2ten Gliedes wieder unter das 1ſte Glied, dann der fernere Name des 2ten Glie-

des abermal unter das 1ſte kommt u. ſ. w. bis man endlich unter dem 2ten Gliede den Namen des 4ten hat. Darum hat man hier zuletzt unter dem 2ten Gliede fl., weil man oben im 4ten ebenfalls fl. hat.

Man wiſche dieſe Aufgabe, ehe man ſie berechnet, weg, und laſſe ſie noch einige Mal von einzelnen Schülern aufs neue anſetzen.

Die Berechnung ſelbſt kann wieder nach 3 Haupt-Auflöſungsarten geſchehen, nämlich

1) Durch allmälige Beſtimmung der Einheit.
2) Durch Verwandlung in mehrere Dreyſätze.
3) Durch Verwandlung in einen einzigen Dreyſatz.

Die letztere iſt auch hier die kürzeſte; allein die Einſicht derſelben geht aus der 1ſten und 2ten hervor.

1ſte Auflöſungsart.

Da 5 Sechsbätzner 2 fl. ſind, ſo iſt

1 Sechsb. der 5te Theil von 2 fl. das iſt: $\frac{2}{5}$ fl.

Da man nun 3 Sr. Gerſt um 4 Sechsb. gibt, ſo gibt man ſie alſo um 4 mal $\frac{2}{5}$ fl. oder $\frac{8}{5}$ fl.

Koſten aber 3 Sr. Gerſt $\frac{8}{5}$ fl., ſo koſtet

1 Sr. Gerſt nur den 3ten Theil von $\frac{8}{5}$ fl., das iſt: $\frac{8}{15}$ fl.

Da man 9 Sr. Spelz für 5 Sr. Gerſt gibt, ſo gibt man ſie alſo um 5 mal $\frac{8}{15}$ fl. oder $\frac{40}{15}$ fl. *

Koſten aber 9 Sr. Spelz $\frac{40}{15}$ fl. ſo koſtet

1 Sr. Spelz nur den 9ten Theil von $\frac{40}{15}$ fl. das iſt: $\frac{40}{135}$ fl.

Da man aber 8 Sr. Haber um 7 Sr. Spelz gibt, ſo gibt man ſie alſo um 7 mal $\frac{40}{135}$ fl., oder $\frac{280}{135}$ fl.

Koſten aber 8 Sr. Haber $\frac{280}{135}$ fl., ſo koſtet
1 Sr. Haber nur den 8ten Theil davon,
das iſt: $\frac{280}{1080}$ fl.

Koſtet nun 1 Sr. Haber $\frac{280}{1080}$ fl. ſo koſten
18 Sr. Haber 18 mal $\frac{280}{1080}$ fl.

Das iſt: $\frac{5040}{1080}$ = Inhalt aus 2. 4. 5. 7. 18 ** / = Inhalt aus 5. 3. 9. 8

$\frac{5040}{1080}$ fl. ſind $4\frac{2}{3}$ fl.

* Hier, und wo es angeht, kann man abkürzen.

** Hätte man alſo gleich die angegebenen Zahlen 2. 4. 5. 7. 18 mit einander vervielfältigt, und ihren Inhalt durch den Inhalt der andern Zahlen, nämlich 5. 3. 9. 8 getheilt, ſo hätte man ebenfalls $4\frac{2}{3}$ fl. erhalten.

[Eben ſo können die weiter unten folgenden Beyſpiele gelöst werden, uämlich:]

Wie viel Gulden koſten 12 Simmer Haber ꝛc.

2te Auflöſung.

Gibt man für 8 Sr. Haber 7 Sr. Spelz, ſo gibt man für 18 Sr. Haber —
wie viel Sr. Spelz? Ant. $\frac{126}{8}$ Sr. Spelz. *

Gibt man für 9 Sr. Spelz 5 Sr. Gerſt, ſo gibt man für $\frac{126}{8}$ Sr. Spelz —
wie viel Sr. Gerſt? Ant. $\frac{630}{72}$ Sr. Gerſt.

Gibt man für 3 Sr. Gerſt 4 Sechsb. ſo gibt man für $\frac{630}{72}$ Sr. Gerſt —
wie viel Sechsbätzner? Ant. $\frac{2520}{216}$ Sechsb.

Sind 5 Sechsb. 2 fl. ſo ſind $\frac{2520}{216}$ Sechsbätzner —
wie viel Gulden?

Ant. $\frac{5040}{1080}$ fl. = $4\frac{2}{3}$ fl.

* Hier kann man wieder abkürzen.
Eben ſo die weiter unten folgenden Beyſpiele.]

Anmerkung.

Man berechne die obige Aufgabe noch einmal ſo, daß man die Vervielfältigung und Theilung in jedem Dreyſatze blos anzeigt, ſo hat man vollends das, was im Grunde die 3te Auflöſungsart iſt, nämlich:

Gibt man für 8 Sr. H. 7 Sr. Spelz, ſo gibt man für 18 Sr. H. — wie viel Spelz? Ant. $\frac{7 \cdot 18}{8}$ Sr. Spelz.
(Der Punkt zwiſchen den Ziffern bedeutet hier ſo viel als $\times$)

Gibt man für 9 Sr. Sp. 5 Sr. Gerſt, ſo gibt man für $\frac{7 \cdot 18}{8}$ Sr. Spelz — wie viel Gerſt? Ant. $\frac{5 \cdot 7 \cdot 18}{9 \cdot 8}$ Sr. Gerſt.

Gibt man für 3 Sr. G. 4 Sechsb., ſo gibt man für $\frac{5 \cdot 7 \cdot 18}{9 \cdot 8}$ Sr. Gerſt — wie viel Sechsbätzner? Ant. $\frac{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 18}{3 \cdot 9 \cdot 8}$ Sechsb.

Sind 5 Sechsb. 2 fl., ſo ſind $\frac{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 18}{3 \cdot 9 \cdot 8}$ Sechsbätzner — wie viel Gulden? Ant. $\frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 18}{5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 8}$ fl. das iſt: (abgekürzt) $\frac{14}{3}$ fl. = $4\frac{2}{3}$ fl.

Nicht von geringem Nutzen wird es ſeyn, auch nach dieſer Art die weiter unten folgenden 5 Beyſpiele zu durchgehen.

3te Auflöſung.

[Gemäß der ſo eben vorgekommenen Auflöſungsart kann

man nun den ganzen Kettenſatz, wie er oben angegeben iſt, als einen einzigen Dreyſatz anſehen, worin

1) der Inhalt aller unter einander ſtehenden Zahlen des 1ſten Platzes — das 1ſte Glied ausmacht, dann

2) der Inhalt aller unter einander ſtehenden Zahlen des 2ten Platzes — das 2te Glied, und

3) die noch übrige Zahl (18) das 3te Glied.

Will man demnach ſolchen Kettenſatz ſogleich auf die kürzeſte Art berechnen, ſo kürzt man vor Allem auf beyden Seiten des Theilungsſtrichs ab, und verfährt vollends wie überhaupt beym Dreyſatze. Die ganze Berechnung des obigen Beyſpieles wird alſo ſeyn wie hier links.]

H.		Sp.	H.	fl.
8 :		7	: 18 :	x
Sp. 9 :		5 G.	2	$4\frac{2}{3}$
G 3 :		4 S. B.		
S. B. 5 :		2 fl.		
3		14		
		12		
		2		

[Aehnliche Beyſpiele:]

1) Wie viel Gulden koſten 12 Simmer Haber, da man für 8 Simmer Haber 7 Sr. Spelz, für 9 Simmer Spelz 5 Sr. Gerſt, für 3 Sr. Gerſt 4 Sechsbätzner gibt, und 5 Sechsbätzn. 2 fl. ſind?

2) Wie viel Simmer Haber bekommt man um $3\frac{1}{9}$ fl., da 2 fl. 5 Sechsbätzner ſind; da man
um 4 Sechsb. 3 Simmer Gerſt,
um 5 Sr. Gerſt 9 Sr. Spelz, und
um 7 Sr. Sp. 8. Sr. Haber erhält?

3) Wie viel Simmer Spelz erhält man um 8 Simmer Haber, wenn man 12 Sr. Haber um $3\frac{1}{9}$ fl. bekommt,
da 2 Gulden 5 Sechsb. ſind, und
man um 4 Sechsb. 3 Sr. Gerſt,
um 5 Sr. Gerſt aber 9 Simmer Spelz erhält?

4) Wie viel Zentner Taback bekommt man um 35 fl, wenn man um 6 Zntr. Taback 5 Malter Gerſt,
um 3 Mltr. Gerſt 4 Malter Spelz, und
um 2 Mltr Spelz 9 fl. bekommt?

5) Wie viel Zentner Taback bekommt man um 5 Mltr. Gerſt, wenn man um 3 Mltr. Gerſt 4 Mltr. Spelz,
um 2 Mltr. Spelz 9 fl., und
um 35 Gulden 7 Ztr Taback erhält?

Antworten. 1) $3\frac{1}{9}$ fl. 2) 12 Sr. Haber. 3) 7 St. Spelz. 4) 7 Zentner. 5) 6 Zentner.

Anmerkung.

Hier laſſen ſich alſo, wie ſchon gemeldet, die Glieder nicht, ſo wie bey den obigen Aufgaben des Vielſatzes, neben einander in eine Zeile ſetzen; hingegen können die Glieder jener ſo wie aller Aufgaben des geraden und verkehrten Dreyſatzes unter einander geſchrieben, und nach Art des Kettenſatzes berechnet werden. Allein man laſſe ſich darum nicht einfallen, die Jugend mit Umgehung aller andern Auflöſungsarten, wie es leider noch ſo häufig nach Reeſiſcher Anleitung geſchieht, ſogleich für den Keltenſatz abrichten zu wollen. Man vergeſſe ja nicht, daß dergleichen Abkürzungs-Methoden nur Reſultate von umſtändlichern Verſuchen ſind, und eben daher auch nur dann richtig aufgefaßt werden, wenn man ſolche Verſuche ſelbſt gemacht hat. Man binde demnach den Schüler nie ſclaviſch an einen Anſatz, ſondern öffne ihm frey alle Wege. Wie aber auch gerad die größten Aufgaben am eichteſten ohne Kettenſatz berechnet werden können, mag noch folgendes Beyſpiel aus Schmalzrieds Rechenbuch einiger Maßen zeigen:

Wie viel Gulden über Abzug des Zehnten und der Müllersgebühr ertragen 96 Morgen? der Morgen gibt 125 Garben, 12 Garben geben 1 Scheffel Dinkel, der Scheffel Dinkel gibt $3\frac{1}{2}$ Simmer Kernen, 1 Simmer Kernen gibt 5 Vierling Mehl, 1 Simmer Mehl gibt $5\frac{1}{2}$ Laib Brod, jeden zu 6 Pfund, und 3 Pfund Brod gelten 4 Landmünzen; dem Müller gebührt der 16te Theil.

[Hier verſuche Einer, die ganze Aufgabe in einen einzigen Anſatz (Kettenſatz) zu bringen, und ſehe, ob er ſie nicht weit natürlicher und ſicherer, gleich ſo wie ſie gegeben iſt, auf folgende Art löſt!]

a) Gibt der Morgen 125 Garben, ſo geben 96 Morgen 96 mal 125 Garben, das ſiud 12000 Garben.

(Hier wäre eine bequeme Gelegenheit, den Zehnten abzuziehen; allein man wartet lieber bis zuletzt, wo man dann auch die Müllersgebühr nehmen kann.)

b) Geben 12 Garben 1 Scheffel Dinkel, ſo geben 12000 Garben ſo viel Scheffel Dinkel, als 12 in 12000 enthalten ſind, das iſt: 1000 Scheffel Dinkel.

c) Gibt 1 Scheffel Dinkel $3\frac{1}{2}$ Sr. Kernen, ſo geben 1000 Scheffel D. 1000 mal $3\frac{1}{2}$ Sr. Kernen, das iſt: 3500 Sr. Kernen.

d) Gibt 1 Sr. Kernen 5 Vierling Mehl, ſo geben 3500 Sr. Kernen 3500 mal $\frac{5}{4}$ Sr. Mehl, das iſt: $\frac{17500}{4}$ Sr. oder 4375 Sr. Mehl.

e) Gibt 1 Sr. Mehl $5\frac{1}{2}$ Laib Brod, ſo geben 4375 Sr. Mehl $24062\frac{1}{2}$ Laib Brod.

f) Wiegt 1 Laib 6 Pfund, ſo wiegen $24062\frac{1}{2}$ Laib 144375 ℔.

g) Gelten 3 Pfund 10 Kreuzer, ſo gelten 144375 ℔.
ſo vielmal 10 kr., als 3 darin enthalten ſind, das iſt: 481250 kr.

Der 10te Theil hiervon iſt	48125 kr.
Dieſen abgezogen, bleibt	433125 kr.
Der 16te Theil hiervon iſt	$27070\frac{5}{16}$ kr.
auch dieſen abgezogen, bleibt	$406054\frac{11}{16}$ kr.

Das ſind 6767 fl. $34\frac{11}{16}$ Kreuzer.

[Oder nach der Anmerk. in der vorigen 2ten Auflöſungsart:]

a) Gibt der Morgen 125 Garben, ſo geben 96 Morgen 96 × 125 Garben.

b) Geben 12 Garben 1 Scheffel Dinkel, ſo geben 96 × 125 Garben ſo viel Scheffel Dinkel, als 12 in 96.125 enthalten ſind, das iſt: $\frac{96.125}{12}$ Sch. Dinkel, oder (abgekürzt) 8.125 Sch Dinkel.

c) Gibt 1 Sch. Dinkel $3\frac{1}{2}$ oder $\frac{7}{2}$ Simmer Kernen, ſo geben 8.125 Sch. Dinkel 8.125 × $\frac{7}{2}$ Sr. Kernen = $\frac{8.125.7}{2}$ Sr. Kernen, das iſt: 4.125.7 Sr. Kernen.

d) Gibt 1 Sr. Kernen $\frac{5}{4}$ Mehl, ſo geben 4.125.7 Sr. Kernen $\frac{4.125.7 \times 5}{4}$ Sr. Mehl = 125.7.5 Sr. Mehl.

e) Gibt 1 Sr Mehl $5\frac{1}{2}$ oder $\frac{11}{2}$ Laib Brod, ſo geben 125.7.5 Sr. Mehl $\frac{125.7.5 \times 11}{2}$ Laib.

f) Wiegt 1 Laib 6 Pfund, ſo wiegen alle dieſe Laib $\frac{125.7.5.11 \times 6}{2}$ Pfund = 125.7.5.11.3 Pfund.

g) Gelten 3 Pfund 10 Kreuzer, ſo gelten alle dieſe Pfund ſo vielmal 10 Kreuzer, als 3 in 125.7.5.11.3 enthalten ſind, das iſt: $\frac{125.7.5.11.3 \times 10}{3}$ Kreuzer = 125.7.5.11.10 Kreuzer, oder 481250 Kreuzer u. ſ. w.

Will man auch ſolche Berechnungen in Flämiſchem Gelde, in rauhen und Reichsthalern ꝛc., in Hamburger und Nürnberger Ehlen, Pariſer Stäben ꝛc. und andern Geld = Maßarten verſchiedener Gegenden durchgehen, ſo findet man ſie, ſo wie manche andere gute Beyſpiele in Schmalzried's Rechenbuche.

Zins auf Zins zu berechnen.

Die hierher gehörigen Aufgaben können zunächſt ſo gelöst werden, daß man den Dreyſatz ſo vielmal anwendet, als Jahre angegeben ſind. Z. B.

Wie viel Kapital ſammt Zins ſind 400 fl. nach 3 Jahren zu 5 proCent, wenn man nach jedem Jahre den Zins wieder zum Kapitale ſchlägt?

Aufl. 100 fl. ſind nach 1 Jahre 105 fl. Kap. ſammt Zins; oder, was einerley iſt: 20 fl. ſind nach 1 Jahre 21 fl. Kapital ſammt Zins. Daher iſt der Anſatz:

a) 20 : 21 = 400 : x? Ant. 420 fl. K. ſammt Zins nach 1 Jahre.

b) 20 : 21 = 420 : x? Ant. 441 fl. K. ſammt Zins nach 2 Jahren.

c) 20 : 21 = 441 : x? Ant. $463\frac{1}{20}$ fl. K. ſammt Zins nach 3 Jahren.

Da nun das Kapital anfangs nur 400 fl. war, ſo iſt blos der Zins 63 fl. 3 kr.

Wollte man auf dieſe Art Kap. ſammt Zins noch auf einige Jahre weiter ſuchen, ſo würde man in eine ziemliche Umſtändlichkeit gerothen. Man berechne daher das ganze Beyſpiel noch einmal ſo, daß man die Vervielfältigung und Theilung blos anzeigt, ohne ſie zu vollenden, als:

a) $20 : 21 = 400 : x?$ Ant. $\frac{21.400}{20}$ fl.

b) $20 : 21 = \frac{21.400}{20} : x?$ Ant. $\frac{21.21.400}{20.20}$ fl.

c) $20 : 21 = \frac{21.21.400}{20.20} : x?$ Ant. $\frac{21.21.21.400}{20.20.20}$ fl.

Kürzt man nun über und unter dem Querſtrich ab rc., ſo erhält man $\frac{21.21.21.\cancel{400}}{20.\cancel{20}.\cancel{20}}$ fl. = ${}^{9261}/_{20}$ fl. = $463\frac{1}{20}$ fl.

Hier ſieht man leicht ein, daß die zwey erſten Glieder immer ſo vielmal angeſetzt werden, als Jahre angegeben ſind, und daß ſolche Aufgaben ſogleich in einen Kettenſatz geſtellt und berechnet werden können, wie hier links.

K.	K. Z.	K.	K. Z.
20 :	21 =	~~400~~ :	x
~~20~~ :	21		$463\frac{1}{20}$
~~20~~ :	21		
20	9261		
	rc.		

Eben ſo folgende Aufgaben.

1) Wie viel Gulden Kapital ſammt Zins auf Zins ſind 5000 fl. nach 3 Jahren zu 5 proCent?

2) Wie viel Kap. ſammt Zins auf Zins ſind 2000 fl. nach 2 Jahren zu 6 proCent?

3) Man hat ein Kapital gegen Zins auf Zins zu 5 pro Cent ausgeliehen, und nach 3 Jahren in Allem wieder $463\frac{1}{20}$ fl. eingezogen; wie viel Gulden betrug das Kapital allein?

4) Man hat ein Kavital zu 6 proCent Zins auf Zins

ausgeliehen, und nach 2 Jahren $3370\frac{4}{5}$ fl. in Allem wieder eingezogen; wie viel Gulden war das Kap. allein?

5) Ein Wirth will ſein Haus verkaufen: es kommen zwey Käufer, wovon der 1ſte 5000 fl. gleich, der andere aber 5750 fl. erſt nach 3 Jahren geben will; welcher biethet mehr, wenn man Zins auf Zins zu 5 proCent anſchlägt?

6) Nach 3 Jahren ſollte man 27783 fl. bezahlen: dieſe werden aber jetzt gleich mit Abzug des Zinſes auf Zins zu 5 proCent verlangt; wie viel hat man dafür zu zahlen?

7) Man ſollte nach 2 Jahren $3370\frac{4}{5}$ fl. bezahlen: dieſe werden aber jetzt gleich mit Abzug des Zinſes auf Zins zu 6 proCent verlangt; wie viel muß man alſo dafür bezahlen?

8) Man ſoll 900 fl. nach 3 Jahren ſo abtragen, daß man nach dem 1ſten Jahre 400, nach dem 2ten 300, und nach dem 3ten 200 fl. bezahlt; wie viel hätte man ſogleich zu bezahlen, wenn man Zins auf Zins zu 5 proCent abziehen dürfte?

9) Man ſoll 600 fl. in 2 Jahren ſo abtragen, daß man nach dem 1ſten Jahre 200 fl. und nach dem andern das Uebrige zahlt; wie viel hätte man ſogleich zu bezahlen, wenn man den Zins auf Zins zu 6 proCent abziehen dürfte?

10) Es hat jemand 2522 fl. zu 5 proCent ausſtehen; er muß aber an einen andern Ort innerhalb 3 Jahre eine Schuld ſo abtragen, daß er nach einem Jahre ſo viel bezahlt als nach dem andern. Nun reicht ihm der Zins ſeines ausſtehenden Kapitals nicht für ſeine jährliche Schuld, weßwegen er jedes Mal zu dem eingehenden Zinſe noch etwas von jenem Kapital nehmen will, ſo daß es in 3 Jahren ganz aufgeht. Wie viel darf er nach jedem Jahre vom Kapital nehmen?

11) Es iſt jemand 2586 fl. $4\frac{1}{2}$ kr. ſchuldig, welche er in 4 Jahren ſammt dem Zinſe ſo abzahlen ſoll, daß auf ein Jahr an Kapital und Zins zuſammen eben ſo viel bezahlt werde, als auf das andere. Wie viel muß er jedes Mal bezahlen?

Antworten und Auflöſungen.

1) $5788\frac{1}{8}$ fl. Kap. ſammt Zins.

2) 100 fl. ſind nach 1 Jahre 106 fl. oder:
50 fl. — — 1 — 53 fl. ꝛc. Alſo $2247\frac{1}{5}$ fl. Kap. ſammt Zins.

3) Man will alſo wiſſen, wie viel Kapital man ſtatt $463\frac{1}{20}$ fl. hinausgelehnt habe, da man ſtatt 21 fl. ein Jahr vorher nur 20 fl., dann noch ein Jahr vorher ſtatt 21 fl. ebenfalls 20 fl., und wieder ein Jahr vorher ſtatt 21 fl. abermal nur 20 fl. hinaus gelehnt hat? Ant. 400 fl.

4) 3000 fl. Kapital.

5) Der erſte biethet mehr; denn ſeine 5000 fl. ſind ſammt Zins auf Zins nach 3 Jahren . . . . . $5788\frac{1}{8}$ fl.
der 2te aber zahlt nach 3 Jahren nur . . 5750 fl.
alſo zahlt der erſte um $38\frac{1}{8}$ fl. mehr.

6) 24000 fl. 7) 3000 fl.

8) Man gibt

ſtatt 400 fl. nach 1 Jahre, ſogleich	$380\frac{20}{21}$	fl.	*	8820
ſtatt 300 fl. — 2 — , —	$272\frac{48}{441}$	fl.		1008
ſtatt 200 fl. — 3 — , —	$172\frac{7108}{9261}$	fl.		7108
Zuſammen	$825\frac{7675}{9261}$	fl.		

* Weil hier die Zahl 9261 aus lauter 21ern entſtanden

iſt, und 441 ebenfalls aus lauter 21ern, ſo ſind die Nenner 21 und 441 in 9261 ohne Reſt enthalten. Folglich iſt $\frac{20}{21} = \frac{8820}{9261}$ ꝛc. und die Summe dieſer drey Brüche iſt $\frac{16936}{9261} = 1\frac{7675}{9261}$ fl.

9) $544\frac{1904}{2869}$ fl.

10) Die Auflöſung dieſer und der folgenden Aufgabe muß auf einem andern Wege geſucht werden. Man kann hier den Verſuch ſo machen, daß man nach jedem Jahre einsweilen 100 fl. mithin nach 3 Jahren 300 fl. von dem Kapital zu dem Zinſe nimmt. Nun merkt man leicht, daß jedes folgende Jahr auch wieder weniger Zins fällt, der dann ebenfalls von dem Kapital genommen werden muß.

Nimmt er alſo zu ſeinem eingehenden Zinſe

nach dem 1ſten Jahre 100 fl. vom Kap., ſo hat er das nächſtfolgende Jahr um 5 fl. Zins weniger, und nimmt ſomit

nach dem 2ten Jahre 105 fl. vom Kap. Nun hat er ſchon 205 fl. vom Kapital, für die ihm wieder das folgende Jahr der Zins mit $10\frac{1}{4}$ fl. abgeht. Folglich muß er

nach dem 3ten Jahre $110\frac{1}{4}$ fl. vom Kapital nehmen, und hat

ſomit in Allem $315\frac{1}{4}$ fl. Kapital genommen.

Wäre nun ſein ausſtehendes Kapital gerad $315\frac{1}{4}$ fl., ſo dürfte er alſo nach dem 1ſten Jahre 100 fl. nehmen, nach dem 2ten 105 fl. und nach dem 3ten $110\frac{1}{4}$ fl.

Wäre aber ſein Kapital doppelt ſo groß, ſo dürfte er nach jedem Jahre doppelt ſo viel nehmen, und wäre es 3 mal ſo groß, 3 mal ſo viel ꝛc.

Folglich kommt es nur darauf an, wie vielmal $315\frac{1}{4}$ fl.

in 2522 fl. enthalten ſind; denn ſo vielmal darf er nach dem 1ſten Jahre 100 fl., nach dem 2ten 105 fl. ꝛc. nehmen.

Nun aber ſind $315\frac{1}{4}$ fl. in 2522 fl. (8 mal enthalten, alſo nimmt er nach dem 1ſten J. 8 mal 100 fl. = 800 fl.
— — 2ten — 8 mal 105 fl. = 840 fl.
— — 3ten — 8 mal $110\frac{1}{4}$ fl. = 882 fl.

und ſomit das ganze Kapital mit 2522 fl.

Fr. Wie viel zahlt er demnach ab, und wie groß iſt ſeine ganze Schuld? Ant. — Das Kapital iſt
anfangs 2522 fl., alſo der Zins $126\frac{1}{10}$ fl.
800 fl.,

alsdann 1722 fl., alſo der Zins $86\frac{1}{10}$ fl.
840 fl.,

zuletzt 882 fl., alſo der Zins $44\frac{1}{10}$ fl.
Nun nimmt er nach dem 1ſten Jahr $126\frac{1}{10}$ fl. Zins
und 800 fl. vom Kapital,

zuſammen $926\frac{1}{10}$ fl.

Eben ſo viel macht auch der Zins und Abzug vom Kapital nach dem 2ten Jahre zuſammen, nämlich $86\frac{1}{10}$ fl. und 840 fl., und eben ſo viel iſt der Reſt und Zins nach dem 3ten Jahre.

Folglich zahlt er jedes Mal $926\frac{1}{10}$ fl. ab, und die ganze Schuld iſt 3 mal $926\frac{1}{10}$ fl. = 2778 fl. 18 kr.

11) $729\frac{243}{800}$ fl., oder 729 fl. 25 kr. $2\frac{9}{10}$ Pf.

Aufl. Man nimmt wie bey der vorigen Aufgabe nach dem 1ſten Jahre einsweilen 100 fl. vom Kapital; dann nach dem 2ten Jahre 105 fl. ꝛc., und findet nun, daß man von dem Kapital in Allem fürs 1ſte Jahr 600 fl., fürs 2te Jahr 630 fl. ꝛc. nehmen müſſe. Es ſind alſo

	Kap.		Zins.		Abzug.
anfangs	$2586\frac{3}{40}$ fl.	Alſo	$129\frac{243}{800}$ fl.	und	600 fl.
Dayn	$1986\frac{3}{40}$ fl.	—	$99\frac{743}{800}$ fl.	—	630 fl.
Dann	$1356\frac{3}{40}$ fl.	—	$67\frac{643}{800}$ fl.	—	$661\frac{40}{80}$ fl.
Zuletzt	$694\frac{23}{40}$ fl.	—	$34\frac{583}{800}$ fl.	—	$694\frac{46}{80}$ fl.

Zählt man für das erſte Jahr den Zins und Abzug vom Kapital zuſammen, ſo erhält man $729\frac{243}{800}$ fl.

Eben ſo viel macht der Zins und Abzug fürs 2te Jahr, eben ſo viel fürs 3te, und eben ſo viel iſt zuletzt der Reſt des Kapitals ſammt ſeinem Zinſe.

Theilungsrechnungen.

Die hier folgenden Aufgaben unterſcheiden ſich von den oben (in den 4 Grundrechnungeu) vorgekommenen hauptſächlich dadurch, daß dort die Anzahl der Theile, in welche eine gegebene Zahl zerlegt werden ſoll, ohne Umſtände bekannt iſt, hier aber erſt aus einem angegebenen Verhältniſſe geſucht werden muß.

Aufgaben.

a.

1) Zwey Perſonen, ſie ſollen a und b heiſen, theilen 60 fl. ſo mit einander, daß b um 3 fl. mehr bekommt als a; wie viel Gulden bekommt jede insbeſondere?

2) Zwey Männer ſollen 43 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 1 fl. mehr bekommt als a; wie viel Gulden bekommt jeder?

3) Ihrer zwey ſollen 20 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 3 fl. mehr bekommt als a; wie viel bekommt jeder?

4) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 3 fl. weniger bekommt als b; wie viel Gulden bekommt jeder?

5) Ihrer zwey ſollen 43 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 1 fl. weniger bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer zwey ſollen 40 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 5 fl. weniger bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

Anm. Dieſe und die folgenden Aufgaben kann der Lehrer dictiren, wie ſie hier ſtehen, oder zur Aufmunterung auch öfters in Erzählungen einkleiden; z. B. Ein Herr ſchenkt zweyen Knaben 60 fl. Dieſes Geld ſollen ſie aber ſo mit einander theilen, daß b um 3 fl. mehr bekommt als a ꝛc.

Ein anderes Beyſpiel: Ihrer zwey laſſen ſich um 8 fl. irgend wohin führen, aber unter der Bedingniß; daß a um 1 fl. mehr bezahlt als b; wie viel muß b bezahlen? Die Berechnungen können die Schüler anfänglich bald ohne, bald mit Ziffern machen, wie ſie zurecht kommen; es wird ihnen hiebey aber mehr an einer richtigen Sprache als am Rechnen ſelbſt fehlen, weßwegen man ſie die Auflöſungen endlich auch ſo machen läßt, wie folgt:

Auflöſungen.

1) Der Lehrer ſchreibt dieſes Beyſpiel wie hier links an die Tafel, nachdem er ſpricht:]

a = 1 Th.
b = 1 Th. + 3 fl.
2 Th. + 3 fl. = 60 fl.

Weil b um 3 fl. mehr bekommt als a, ſo bekommt a 1 Theil, u. b auch 1 Theil, aber noch 3 fl. dazu. Das ſind zuſammen 2 Theile und 3 fl., und dieſe machen mit einander 60 fl. aus.

Sind aber 2 Theile, wenn noch 3 fl. dabey ſind, 60 fl., ſo ſind dieſe 2 Theile, (Er ſchreibt 2 Th. unter 2 Th.) wenn die 3 fl. nicht dabey ſind, um 3 fl. weniger als 60 fl., das iſt: 57 fl. (Er ſchreibt = 57 fl. unter 60 fl.)

Und ſind 2 Theile 57 fl., ſo iſt einer von dieſen 2 Theilen (Er ſchreibt 1 Th. unter 2 Th.) nur der halbe Theil von 57 fl. Der halbe Theil von 1 fl. iſt 1 halber Gulden, alſo iſt der halbe Theil von 57 fl. 57 halbe Gulden oder $28\frac{1}{2}$ fl. (Er ſchreibt = $\frac{57}{2}$ fl. = $28\frac{1}{2}$ fl.)

a bekommt alſo 1 Theil, das iſt: $28\frac{1}{2}$ fl. und

b bek. 1 Th. nebſt 3 fl., das iſt: $31\frac{1}{2}$ fl.

Dieſe beyden Antheile können noch rechts geſchrieben werden, daß die ganze Darſtellung ſo an der Tafel ſteht:

a =	1 Th.		= $28\frac{1}{2}$ fl.
b =	1 Th. + 3 fl.		= $31\frac{1}{2}$ fl.
	2 Th. + 3 fl.	= 60 fl.	Prob 60 fl.
	2 Th.	= 57 fl.	
	1 Th.	= $\frac{57}{2}$ fl. = $28\frac{1}{2}$ fl.	

Anm. Man laſſe dieſe Auflöſung von jedem einzelnen Schüler eben ſo an der Tafel (laut mit Worten und Ziffern) machen, ſo werden alle noch folgende ohne viele Nachhülfe des Lehrers und mit ſichtbarer Freude von Statten gehen.

2) a bekommt 1 Theil, b bekommt auch 1 Theil, aber noch 1 fl. dazu; das ſind zuſammen 2 Theile nebſt 1 fl. und die machen mit einander 43 fl. aus.

Sind aber 2 Theile, wenn noch 1 fl. dabey iſt, 43 fl., ſo ſind die 2 Theile, wenn der Gulden nicht dabey iſt, um 1 fl. weniger als 43 fl. das iſt: 42 fl.

Und ſind aber 2 Theile 42 fl., ſo iſt einer von dieſen zweyen Theilen nur der halbe Theil von 42 fl.

Der halbe Theil von 1 fl. iſt 1 halber Gulden, alſo iſt

der halbe Theil von 42 fl. 42 halbe Gulden, oder 21 fl. a bekommt alſo 21 fl. und b bekommt 22 fl.

3) a bekommt $8\frac{1}{2}$ fl., und b bekommt $11\frac{1}{2}$ fl.

4) Dieſe und die folgenden 2 Auflöſungen ſind eben die, welche bereits vorgekommen ſind, nämlich:

Bekommt a um 3 fl. weniger als b, ſo bekommt b um 3 fl. mehr als a (wie Nro. 1.)

a bekommt 1 Theil, b bekommt auch 1 Theil aber noch 3 fl. dazu ꝛc. Folglich

bekommt a (wie bekannt) $28\frac{1}{2}$ fl., und b $31\frac{1}{2}$ fl.

5) a bekommt 1 Theil, b bekommt auch 1 Theil, aber noch 1 fl. dazu ꝛc.

a bekommt alſo (wie Nro. 2.) 21 fl. und b 22 fl.

6) a bekommt 1 Theil, b bekommt auch 1 Theil aber noch 5 fl. dazu ꝛc. a bekommt alſo $17\frac{1}{2}$ fl. und b $22\frac{1}{2}$ fl.

---

b.

1) Ihrer drey ſollen 70 fl. ſo mit einander theilen, daß b ſo viel bekommt als a, c aber ſo viel als a und b zuſammen; wie viel Gulden bekommt jeder?

2) Ihrer drey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß c ſo viel bekommt als b, a aber ſo viel als b und c zuſammen; wie viel bekommt jeder?

3) Ihrer drey ſollen 80 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 4 fl. mehr bekommt als a, c aber um 2 fl. mehr als b; wie viel bekommt jeder?

4) Ihrer drey ſollen 50 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 1 fl. mehr bekommt als a, c aber um 2 fl. mehr als b; wie viel Gulden bekommt jeder?

5) Ihrer vier ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen.

daß b um 2 fl. mehr bekommt als a, c um 2 fl. mehr als b, und d um 2 fl. mehr als c; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer vier ſollen 500 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 2 fl. mehr bekommt als a, c um 4 fl. mehr als b, d aber ſo viel als b und c zuſammen; wie viel bekommt jeder?

7) Ihrer drey ſollen 80 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 4 fl. weniger bekommt als b, b aber um 2 fl. weniger als c; wie viel bekommt jeder?

8) Ihrer drey ſollen 50 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 1 fl. weniger bekommt als b, b aber um 2 fl. weniger als c; wie viel bekommt jeder?

9) Ihrer drey ſollen 80 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 4 fl. weniger bekommt als b, c aber um 2 fl. mehr als b; wie viel bekommt jeder?

10) Ihrer drey ſollen 50 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 1 fl. weniger bekommt als b, c aber um 2 fl. mehr als b; wie viel Gulden bekommt jeder?

11) Ihrer vier ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 2 fl. weniger bekommt als b, c um 2 fl. mehr als b, aber um 2 fl. weniger als d; wie viel bekommt jeder?

12) Ihrer vier ſollen 500 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 2 fl. weniger bekommt als b, b um 4 fl. weniger als c, d aber ſo viel als b und c zuſammen; wie viel bekommt jeder?

13) Ihrer vier ſollen 300 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 5 fl. weniger bekommt als b, c aber ſo viel als a und b zuſammen, d endlich ſo viel als a, b und c zuſammen; wie viel bekommt jeder?

Aufloͤſungen.

1) Bekommt b ſo viel als a, ſo bekommt a 1 Theil und b ebenfalls 1 ſolchen Theil. Bekommt ferner c ſo viel als a und b zuſammen, ſo bekommt er 2 Theile. Das ſind alſo zuſammen 4 Theile, und dieſe machen 70 fl. aus.

Sind aber 4 Theile 70 fl., ſo iſt 1 Theil der 4te Theil von 70 fl., das iſt: $\frac{70}{4}$ fl. oder $17\frac{1}{2}$ fl.

a bekommt alſo	1 mal			$17\frac{1}{2}$ fl.
b ebenfalls	1 mal			$17\frac{1}{2}$ fl.
c aber	2 mal	$17\frac{1}{2}$ fl.	=	35 fl.
			Prob	70 fl.

2) a bekommt 50 fl., b 25 fl. und c ebenfalls 25 fl.

3) a bekommt $23\frac{1}{3}$ fl., b $27\frac{1}{3}$ fl. und c $29\frac{1}{3}$ fl.

4) a bekommt $15\frac{1}{3}$ fl., b $16\frac{1}{3}$ fl. und c $18\frac{1}{3}$ fl.

5) a = 1 Th. = 22 fl.
b = 1 Th. + 2 fl. = 24 fl.
c = 1 Th. + 4 fl. = 26 fl.
d = 1 Th. + 6 fl. = 28 fl.

4 Th. + 12 fl. = 100 fl.
— 12

4 Th. = 88 fl.
1 Th. = $\frac{88}{4}$ fl. = 22 fl.

6) a bekommt $96\frac{4}{5}$ fl., b $98\frac{4}{5}$ fl., c $102\frac{4}{5}$ fl. und d $201\frac{3}{5}$ fl.

7) Bekommt a um 4 fl. weniger als b, ſo bekommt b um 4 fl. mehr als a, folglich bekommt a 1 Theil, und b 1 Theil + 4 fl. Weil aber b um 2 fl. weniger als c haben ſoll, ſo bekommt dieſer um 2 fl. mehr als b, alſo be-

kommt c 1 Th. + 6 fl. Das ſind zuſammen 3 Theil + 10 fl. - 80 fl. ꝛc. (Wie oben Nro. 3.)

8) Wie Nro. 4. a bekommt $15\frac{1}{3}$ fl. ꝛc.

9) a bekommt $23\frac{1}{3}$ fl., b $27\frac{1}{3}$ fl. und c $29\frac{1}{3}$ fl.

10) Wie Nro. 4 und 8. a bekommt $15\frac{1}{3}$ fl. ꝛc.

11) Wie Nro. 5. a bekommt 22 fl. ꝛc.

12) Wie Nro. 6. a bekommt $96\frac{4}{5}$ fl. ꝛc.

13) a bek. 35 fl. b 40 fl., c 75 fl. und d 150 fl.

---

c.

1) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß b 2 mal ſo viel bekommt als a; wie viel Gulden bekommt jeder?

2) Ihrer zwey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß b 5 mal ſo viel bdkommt als a; wie viel bekommt jeder?

3) Ihrer zwey ſollen 70 fl. ſo mit einander theilen, daß b 4 mal ſo viel bekommt als a; wie viel bekommt jeder?

4) Ihrer zwey ſollen 25 fl. ſo mit einander theilen, daß a 3 mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

5) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a 6 mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a 1 halbmal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

7) Ihrer zwey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen,

daß a $\frac{1}{5}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

8) Ihrer zwey ſollen 70 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{4}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

9) Ihrer zwey ſollen 25 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

10) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß b nur $\frac{1}{6}$ mal ſo viel bekommt als a; wie viel bekommt jeder?

11) Ihrer zwey ſollen 4 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{4}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

12) Ihrer zwey ſollen 3 fl. ſo mit einander theilen, daß b $\frac{1}{5}$ mal ſo viel bekommt als a; wie viel bekommt jeder?

13) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

14) Ihrer zwey ſollen 75 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{3}{7}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

15) Ihrer zwey ſollen 70 fl. ſo mit einander theilen, daß b $\frac{3}{4}$ mal ſo viel bekommt als a; wie viel bekommt jeder?

16) Ihrer zwey ſollen 4 fl. 30 kr. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$ mal ſo viel bekommt als b; wie viel bekommt jeder?

17) Ihrer zwey ſollen 20 fl. 6 kr. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{4}{5}$ mal ſo viel bekommt als b, wie viel bekommt jeder?

Auflöſungen.

1) Bekommt b 2 mal ſo viel als a, ſo bekommt a

1 Theil, und b 2 ſolcher Theile. Das ſind zuſammen 3 Theile, und dieſe machen mit einander 60 fl. aus.

Sind aber 3 Theile 60 fl. ſo iſt 1 Theil der 3te Theil von 60 fl. ꝛc.

a bekommt alſo 20 fl. und b 40 fl.

2) a bekommt 1 Theil, das iſt: — — = $16\frac{2}{3}$ fl

b bekommt 5 Theile, das iſt: 5 mal $16\frac{2}{3}$ fl. = $83\frac{1}{3}$ fl.

3) a bekommt 14 fl. und b 56 fl.

4) a bekommt $18\frac{3}{4}$ fl. und b nur $6\frac{1}{4}$ fl.

5) b bekommt $8\frac{4}{7}$ fl. und a $51\frac{3}{7}$ fl.

6) Bekommt a $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 1 Theil und b 2 ſolche Theile. Das ſind zuſammen 3 Theile und dieſe machen mit einander 60 fl. aus. Sind aber 3 Theile 60 fl., ſo ꝛc. Wie oben Nro. 1. a bekommt alſo 20 fl. und b 40 fl.

7) Bekommt a $\frac{1}{5}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 1 Theil, und b 5 ſolche Theile. Das ſind zuſammen 6 Theile, und dieſe machen mit einander 100 fl. aus. ꝛc. Wie Nro. 2.

8) a bekommt 1 Theil und b 4 ſolche Theile ꝛc. Wie Nro. 3.

9) Soll b $\frac{1}{3}$ mal ſo viel haben als a, ſo bekommt b 1 Theil und a 3 ſolche Theile ꝛc. Wie Nro. 4. a bek. $18\frac{3}{4}$ fl.

10) b bekommt 1 Theil und a 6 ſolche Theile ꝛc. Wie Nro. 5. b bekommt $8\frac{4}{7}$ fl. ꝛc.

11) a bekommt $\frac{4}{5}$ fl. und b $3\frac{1}{5}$ fl. 12) a bek. $2\frac{1}{2}$ fl. und b $\frac{1}{2}$ fl.

13) Bekommt a $\frac{2}{3}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 2 gl. Theile, und b 3 ſolche Theile. Das ſind zuſammen 5 Theile, und dieſe machen mit einander 60 fl aus. ꝛc.

a bekommt alſo 24 fl. und b 36 fl.

14) Bekommt a $\frac{3}{7}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 3

(gleiche) Theile, und b 7 ſolche Theile. Das ſind zuſammen 10 Th. = 75 fl. ꝛc.

a bekommt alſo $3 \times 7\frac{1}{2}$ fl. = $22\frac{1}{2}$ fl., und b $52\frac{1}{2}$ fl.

15) a bekommt 40 fl. und b 30 fl. 16) a bek. $1\frac{8}{10}$ fl. und b $2\frac{7}{10}$ fl.

17) a bekommt 4 Th. = $4 \times 2\frac{7}{30}$ fl. = 8 fl. 56 kr., und b 11 fl. 10 kr.

---

d.

1) Ihrer drey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß b 2 mal ſo viel bekommt als a, und c 3 mal ſo viel als b; wie viel Gulden bekommt jeder?

2) Ihrer drey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß b 3 mal ſo viel bekommt als a, c aber 2 mal ſo viel als b; wie viel bekommt jeder?

3) Ihrer drey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{2}$ mal ſo viel bekommt als b, b aber $\frac{1}{3}$ mal ſo viel als c; wie viel bekommt jeder?

4) Ihrer drey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ mal ſo viel bekommt als b, b aber $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als c; wie viel bekommt jeder?

5) Ihrer drey ſollen 500 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ mal ſo viel bekommt als b, c aber 4 mal ſo viel als a; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer drey ſollen 115 fl. ſo mit einander theilen, daß a $1\frac{1}{2}$ mal ſo viel bekommt als b, c aber 3 mal ſo viel als a; wie viel bekommt jeder?

7) Ihrer drey ſollen 150 fl. ſo mit einander theilen, daß a $2\frac{1}{3}$ mal ſo viel bekommt als b, c aber 2 mal ſo viel als b; wie viel bekommt jeder?

8) Ihrer drey ſollen 95 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ mal ſo viel bekommt als b, c aber $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b; wie viel bekommt jeder?

9) Ihrer drey ſollen 207 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$ mal ſo viel bekommt als b, c aber $\frac{1}{4}$ mal ſo viel als b; wie viel bekommt jeder?

10) Ihrer vier ſollen 600 fl. ſo mit einander theilen, daß b $\frac{1}{2}$ mal ſo viel bekommt als a, c aber 4 mal ſo viel als b, und d $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b; wie viel bekomm jeder?

11) Ihrer vier ſollen 145 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$ mal ſo viel bekommt als b, c aber $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, und d $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als c; wie viel bekommt jeder?

Auflöſungen.

1) a bekommt 1 Theil, b 2 ſolche Theile, und c 3 mal ſo viel als b, alſo 3 mal 2 Theile oder 6 Theile.

Das ſind zuſammen 9 Theile = 60 fl. ꝛc.

Folglich bekommt a $6\frac{2}{3}$ fl., b $13\frac{1}{3}$ fl. und c 40 fl.

2) a bekommt 10 fl., b 30 fl. und c 60 fl.

3) Bekommt a $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 1 Theil und b 2 ſolche Theile.

Nun ſoll b $\frac{1}{3}$ mal ſo viel haben als c, folglich betrachtet man die 2 Theile des b zuſammen als 1 (größern) Theil und gibt dem c 3 ſolche (größere) Theile, mithin 3 mal 2 oder 6 (kleinere) Theile. Das ſind zuſammen 9 Theile = 60 fl. Wie Nro 1. Oder ſo:

Bekommt a $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt b 2 mal ſo viel als a, alſo b 2 Theile und a 1 Theil.

Bekommt aber b $\frac{1}{3}$ mal ſo viel als c, ſo bekommt c 3

mal ſo viel als b, alſo 3 mal 2 Theile oder 6 Theile ꝛc. a bekommt 6 $\frac{2}{3}$ fl. ꝛc.

4) a bekommt 1 Theil und b 3 ſolche Theile.

Die 3 Theile des b ſollen aber $\frac{1}{2}$ mal ſo viel ſeyn als c bekommt, folglich bekommt c 2 mal 3 Theile oder 6 Theile.

Das ſind zuſammen 10 Theile = 100 fl. ꝛc. Wie Nro. 2.

5) a bekommt 62$\frac{1}{2}$ fl., b 187$\frac{1}{2}$ fl. und c 250 fl.

6) 1$\frac{1}{2}$ mal iſt $\frac{3}{2}$ mal.

Bekommt alſo a $\frac{3}{2}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 3 (gleiche) Theile, und b 2 ſolche Theile.

c bekommt 3 mal ſo viel als a, alſo 3 mal 3 oder 9 Theile.

Das ſind zuſammen 14 Theile = 115 fl. ꝛc.

Oder ſo:

a bekommt 1$\frac{1}{2}$ Theil, und b 1 Theil. Verwandelt man dieß in lauter halbe oder kleinere Theile, ſo bekommt a 3 Theile, und b 2 ſolche Theile, mithin c 3 mal 3 oder 9 Th. wie folgt:

a = 1$\frac{1}{2}$ Th.	= $\frac{3}{2}$	= 3 Th.		= 24$\frac{9}{14}$ fl.
b = 1 Th.	= $\frac{2}{2}$	= 2 Th.		= 16$\frac{6}{14}$ fl.
c =		= 9 Th.		= 73$\frac{13}{14}$ fl.
		14 Th.	= 115 fl.	
		1 Th.	= $\frac{115}{14}$ fl. = 8$\frac{3}{14}$ fl.	

7) 2$\frac{1}{3}$ mal ſind $\frac{7}{3}$ mal.

Bekommt alſo a $\frac{7}{3}$ mal ſo viel als b, ſo bekommt a 7 Theile und b 3 ſolche Theile.

c bekommt 2 mal ſo viel als b, mithin 2 mal 3 oder 6 Th. Das ſind zuſammen 16 Th. = 150 fl. ꝛc.

Oder ſo:

a : $2\frac{1}{3}$ Th. : $\frac{7}{3}$: 7 Th. : $65\frac{1}{8}$ fl.
b : 1 Th. : $\frac{3}{3}$: 3 Th. : $28\frac{1}{8}$ fl.
c : : 6 Th. : $56\frac{2}{8}$ fl.

16 Th. : 150 fl.
1 Th. : $9\frac{3}{8}$ fl.

8) a bekommt 1 Theil und b 3 ſolche Theile.

c bekommt $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, das iſt: ſo viel als den halben Theil von 3 Th. : $\frac{3}{2}$ Theil, wie folgt:

a : 1 Th. : 2 Th. : $17\frac{3}{11}$ fl.
b : 3 Th. : 6 Th. : $51\frac{20}{11}$ fl.
c : $\frac{3}{2}$ Th. : 3 Th. : $25\frac{10}{11}$ fl.

11 Th. : 95 fl.
1 Th. : $8\frac{7}{11}$ fl.

9) a : 2 Th. : 8 Th. : 72 fl.
b : 3 Th. : 12 Th. : 108 fl.
c : $\frac{3}{4}$ Th. : 3 Th. : 27 fl.

23 Th. : 207 fl. ꝛc.

10) a bek. 80 fl., b 160 fl., c 320 fl. und d 40 fl.

11) a : 2 Th. : 4 Th. : 8 Th. : 40 fl.
b : 3 Th. : 6 Th. : 12 Th. : 60 fl.
c : $\frac{3}{2}$ Th. : 3 Th. : 6 Th. : 30 fl.
d : : $\frac{3}{2}$ Th. : 3 Th. : 15 fl.

29 Th. : 145 fl. ꝛc.

---

e.

1) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen,

daß b 2 mal ſo viel bekommt als a, und noch 5 fl. dazu; wie viel Gulden bekommt jeder?

2) Ihrer zwey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß b 4 mal ſo viel bekommt als a, und noch 2 fl. dazu; wie viel bekommt jeder?

3) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{2}$ mal ſo viel bekommt als b, weniger 5 fl.; wie viel bekommt jeder?

4) Ihrer zwey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{4}$ mal ſo viel bekommt als b, weniger 2 fl.; wie viel bekommt jeder?

5) Ihrer drey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 5 fl. mehr bekommt als a, c aber um 3 fl. weniger als a; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer drey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß b um 12 fl. mehr bekommt als a, c aber um 4 fl. weniger als a; wie viel bekommt jeder?

7) Ihrer drey ſollen 500 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 40 fl. mehr bekommt als b, c aber um 20 fl. weniger als b; wie viel bekommt jeder?

8) Ihrer drey ſollen 500 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 50 fl. mehr bekommt als b, c aber um 90 fl. weniger als b; wie viel bekommt jeder?

9) Ihrer drey ſollen 580 fl. ſo mit einander theilen, daß a um 20 fl. weniger bekommt als b, c aber um 14 fl. mehr als b; wie viel bekommt jeder?

10) Ihrer drey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß b 2 mal ſo viel bekommt als a, weniger 5 fl.; c aber 2 mal ſoviel als b und noch 3 fl. dazu; wie viel bekommt jeder?

11) Ihrer vier ſollen 200 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$ mal ſo viel bekommt als b und noch 4 fl. dazu;

c 2 mal ſo viel als b und noch 7 fl. dazu, ; d aber $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, weniger 20 fl.; wie viel bekommt jeder?

12) Ihrer vier ſollen 500 fl. ſo mit einander theilen, daß a $1\frac{1}{2}$ mal ſo viel bekommt als b weniger 12 fl.; c $\frac{1}{3}$ mal ſo viel als b, weniger 14 fl.; d aber ſo viel als b und c zuſammen und noch 60 fl. dazu; wie viel bekommt jeder?

13) Ihrer vier ſollen 600 fl. ſo mit einander theilen, daß a 2 mal ſo viel bekommt als b und noch 10 fl. dazu; c ſo viel als b, weniger 18 fl.; d aber gerad 150 fl.; wie viel bekommt jeder der 3 erſtern?

14) Ihrer vier ſollen 800 fl. ſo mit einander theilen, daß a 3 mal ſo viel bekommt als b, weniger 50 fl.; c $\frac{1}{2}$ mal ſo viel als b, weniger 20 fl.; d aber gerad 200 fl.; wie viel bekommt jeder?

Auflöſungen.

1) a bekommt 1 Theil, b bekommt 2 ſolche Theile und 5 fl. dazu.

Das ſind zuſammen 3 Theil nebſt 5 fl., und dieſe machen mit einander 60 fl. aus.

Sind aber 3 Theile, wenn noch 5 fl. dabey ſind, 60 fl. ſo ſind dieſe 3 Theile, wenn die 5 fl. nicht dabey ſind, um 5 fl. weniger als 60 fl. das iſt: 55 fl. ꝛc.

a bekommt alſo $18\frac{1}{3}$ fl. und b $41\frac{2}{3}$ fl.

2) a bekommt $19\frac{1}{3}$ fl. und b $80\frac{2}{3}$ fl.

3) Dieſe Aufgabe iſt nicht ebendieſelbe wie Nro. 1., in welche ſie fälſchlich umgekehrt werden könnte. Man mache daher die Schüler darauf aufmerkſam, daß ſie von nun an das Wort weniger jedes Mal mit einem Querſtrich bezeichnen müſſen, welcher auch ſo viel als hinwegnehmen, herausnehmen, abziehen u. ſ. w. bedeute.

Die Auflöſung iſt demnach folgende:

a bekommt 1 Theil, weniger 5 fl., und b bekommt 2 Theile.

Das ſind zuſammen 3 Theile, weniger 5 fl., und dieſe machen mit einander 60 fl. aus.

Sind aber 3 Theile, wenn man 5 fl. davon herausnimmt, 60 fl., ſo ſind dieſe 3 Theile, wenn man die 5 fl. nicht davon herausnimmt um 5 fl. mehr als 60 fl. das iſt: 65 fl.

Und ſind aber 3 Theile 65 fl. ſo iſt 1 Theil ꝛc. $21\frac{2}{3}$ fl. ꝛc. Die ſchriftliche Bezeichnung geſchieht ſo:

a = 1 Th. — 5 fl.			= $16\frac{2}{3}$ fl.
b = 2 Th.			= $43\frac{1}{3}$ fl.
3 Th. — 5 fl.	= 60 fl.	Prob.	60 fl.
3 Th.	= 65 fl.		
1 Th.	= $21\frac{2}{3}$ fl.		

4) a = 1 Th. — 2 fl.			= $18\frac{2}{5}$ fl.
b = 4 Th.			= $81\frac{3}{5}$ fl.
5 Th. — 2 fl.	= 100 fl.	Pr.	100 fl.
5 Th.	= 102 fl.		
1 Th.	= $20\frac{2}{5}$ fl.		

5) a bekommt 1 Theil, b bekommt auch 1 Theil, aber noch 5 fl. dazu, und c bekommt 1 Theil, weniger 3 fl.

Das ſind zuſammen 3 Theile; aber 3 fl. Abzug und 5 fl. Zuſatz heben ſich bis auf 2 fl. Zuſatz. Mithin ſind es zuſammen 3 Theile nebſt 2 fl., und dieſe machen mit einander 60 fl. aus. Sind aber 3 Theile, wenn noch 2 fl. dabey ſind, 60 fl., ſo ſind dieſe 3 Theile, wenn die 2 fl. nicht dabey ſind, um 2 fl. weniger als 60 fl. das iſt: 58 fl. ꝛc. wie folgt:

a = 1 Th. . . . . $19\frac{1}{3}$ fl.
b = 1 Th. + 5 fl. . . . . $24\frac{1}{3}$ fl.
c = 1 Th. — 3 fl. . . . . $16\frac{1}{3}$ fl.

3 Th. + 2 fl. = 60 fl. Pr. 60 fl.
3 Th. = 58 fl.
1 Th. = $19\frac{1}{3}$ fl.

6) a bekommt 1 Theil, b bekommt auch 1 Theil, aber noch 12 fl. dazu; c bekommt 1 Theil, weniger 4 fl.

Das ſind zuſammen 3 Theile; 4 fl. Abzug und 12 fl. Zuſatz heben ſich bis auf 8 fl. Zuſatz. Mithin ſind es zuſammen 3 Th. + 8 fl. = 100 fl. ꝛc. alſo 3 Th. = 92 fl. ꝛc.

a bekommt alſo $30\frac{2}{3}$ fl., b $42\frac{2}{3}$ fl. und c $26\frac{2}{3}$ fl.

7) a bekommt 1 Th. + 40 fl. . . . = 200 fl.
b — 1 Th. . . . . = 160 fl.
c — 1 Th. — 20 fl. . . . . = 140 fl.

Pr. 500 fl.

8) a bekommt 1 Th. + 50 fl.
b = 1 Th.
c = 1 Th. — 90 fl.

Die 90 fl. Abzug und 50 fl. Zuſatz heben ſich bis auf 40 fl. Abzug.

Mithin ſind es zuſammen 3 Th. — 40 fl. = 500 fl. Sind aber 3 Theile, wenn man 40 fl. davon herausnimmt, 500 fl., ſo ſind dieſe 3 Theile, wenn man die 40 fl. nicht davon herausnimmt, um 40 fl. mehr als 500 fl. das iſt: 540 fl. ꝛc.

a bekommt alſo 230 fl. b 180 fl. und c 90 fl.

9) a bek. 1 Th. — 20 fl. . . . . $175\frac{1}{3}$ fl.
b = 1 Th. . . . . $195\frac{1}{3}$ fl.
c = 1 Th. + 14 fl. . . . . $209\frac{1}{3}$ fl.

10) a bekommt 1 Th. b bekommt 2 Th. — 5 fl. a bekommt 2 mal ſo viel als b; alſo auch 2 mal den Abzug

mit 10 fl. welche ſich wieder mit 3 fl. Zuſatz heben bis auf 7 fl. Abzug. Folglich bekommt c 4 Th. — 7 fl.

Mithin ſind es in Allem 7 Th. — 12 fl. = 100 fl. ꝛc. Alſo 7 Th. = 112 fl. ꝛc.

a bekommt daher 16 fl. b 27 fl. und c 57 fl.

11) a = 2 Th. + 4 fl. Oder 4 Th. + 4 fl. = $37\frac{11}{25}$ fl.
b = 3 Th. = 6 Th. = $50\frac{4}{25}$ fl.
c = 6 Th. + 7 fl. = 12 Th. + 7 fl. = $107\frac{8}{25}$ fl.
d = $\frac{3}{2}$ Th. — 20 fl. = 3 Th. — 20 fl. = $5\frac{2}{25}$ fl.
25 Th. — 9 fl. = 200 fl. ꝛc.

12) a = 3 Th. — 12 fl. Oder 9 Th. — 12 fl. $160\frac{4}{5}$ fl.
b = 2 Th. = 6 Th. $115\frac{1}{5}$ fl.
c = $\frac{2}{3}$ Th. — 14 fl. = 2 Th. — 14 fl. $24\frac{2}{5}$ fl.
d = = 8 Th. + 46 fl. * $199\frac{3}{5}$ fl.
25 Th. + 20 fl. = 500 fl.
25 Th. = 480 fl. ꝛc.

* [d bekommt 14 fl. Abzug, welche die 60 fl. aufheben bis auf 46 fl. Zuſatz.]

13) d nimmt zuerſt ſeine 150 fl. weg, ſo bleiben noch 450 fl. für die 3 erſtern, nämlich:

a = 2 Th. + 10 fl. = 239 fl.
b = 1 Th. = $114\frac{1}{2}$ fl.
c = 1 Th. — 18 fl. = $96\frac{1}{2}$ fl.
4 Th. — 8 fl. = 450 fl.
4 Th. = 458 fl. ꝛc.

14) d nimmt zuerſt ſeine 200 fl., ſo bleiben noch 600 fl. für die 3 andern. Mithin

a = 3 Th. — 50 fl. Oder 6 Th. — 50 fl. = $396\frac{6}{9}$ fl.
b = 1 Th. = 2 Th. = $148\frac{8}{9}$ fl.
c = $\frac{1}{2}$ Th. — 20 fl. = 1 Th. — 20 fl. = $54\frac{4}{9}$ fl.
9 Th. — 70 fl. = 600 fl.
9 Th. = 670 fl. ꝛc.

f.

1) Ihrer zwey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ davon erhält und b das Uebrige; wie viel Gulden bekommt jeder?

2) Ihrer zwey ſollen 108 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{3}{5}$ davon erhält und b das Uebrige; wie viel bekommt jeder?

3) Ihrer zwey ſollen 301 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{4}{7}$ davon erhält und b das Uebrige; wie viel bekommt jeder?

4) Ihrer drey ſollen 100 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{7}$, b aber $\frac{4}{7}$ und c das Uebrige erhält; wie viel bekommt jeder?

5) Ihrer drey ſollen 800 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{5}$, b aber $\frac{2}{5}$ und c das Uebrige erhält; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer drey ſollen 70 fl. ſo mit einander theilen, daß a 1 Hälfte, b $\frac{1}{3}$ und c das Uebrige erhält; wie viel bekommt jeder?

7) Ihrer drey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$, b $\frac{1}{5}$ und c das Uebrige erhält; wie viel bekommt jeder?

8) Ihrer drey ſollen 70 fl. ſo mit einander theilen, daß a 1 Hälfte, weniger 4 fl. erhält; b $\frac{1}{3}$ und noch 12 fl. dazu; c aber das Uebrige; wie viel bekommt jeder?

9) Ihrer vier ſollen 460 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ erhält; b $\frac{1}{4}$ und 3 fl.; c $\frac{3}{8}$, weniger 14 fl.; d aber das Uebrige; wie viel Gulden bekommt jeder?

Auflöſungen.

1) Bekommt a $\frac{1}{3}$ von der ganzen Summe, ſo bleiben noch $\frac{2}{3}$ derſelben für b übrig. Folglich bekommt a 1 Theil, und b 2 ſolche Theile. Das ſind zuſammen 3 Th. = 60 fl. ꝛc. Alſo

a = $\frac{1}{3}$ = 1 Th. = 20 fl.
b = $\frac{2}{3}$ = 2 Th. = 40 fl.

3 Th. = 60 fl. ꝛc.

2) Bekommt a $\frac{3}{5}$ von der ganzen Summe, ſo bleiben noch $\frac{2}{5}$ derſelben für b übrig. Folglich bekommt a 3 Theile und b 2 ſolche Theile. Das ſind zuſammen 5 Th. = 108 ꝛc.

a bekommt alſo $64\frac{4}{5}$ fl. und b $43\frac{1}{5}$ fl.

3) a bekommt 172 fl. und b 129 fl.

4) Bekommt a $\frac{2}{7}$ der Summe uud b $\frac{4}{7}$, alſo zuſammen $\frac{6}{7}$, ſo bleibt noch $\frac{1}{7}$ für c übrig. Folglich bekommt a 2 Theil, b 4 ſolche Theile und c 1 Theil. Das ſind zuſammen 7 Th. = 100 fl. ꝛc.

a bekommt alſo $28\frac{4}{7}$ fl., b $57\frac{1}{7}$ fl. und c $14\frac{2}{7}$ fl.

5) a bekommt 160 fl., b 320 fl. und c ebenfalls 320 fl.

6) Hier ſind verſchiedene Theile, welche auf einerley Theile (einerley Nenner) gebracht werden müſſen.

Um aber 1 Hälfte und $\frac{1}{3}$ der Summe auf einerley Theile zu bringen, denke ich mir die ganze Summe in 2 mal 3 oder 6 gleiche Theile getheilt.

Hievon bekommt a 1 Hälfte, alſo 3 Theile; b 1 Drittel, alſo 2 Theile, das ſind zuſammen 5 Theile. Mithin bleibt noch 1 Theil für c übrig ꝛc. wie folgt:

a = $\frac{1}{2}$ = 3 Th. = 35 fl.
b = $\frac{1}{3}$ = 2 Th. = $23\frac{1}{3}$ fl.
c = = 1 Th. = $11\frac{2}{3}$ fl.

6 Th. = 70 fl. ꝛc.

7) Hier ſind wieder verſchiedene Theile, welche zunächſt in einerley Theilen angegeben werden müſſen.

Um aber 3tel und 5tel in einerley Theilen angeben zu können, denke ich mir die ganze Summe in 3 mal 5 oder 15 gl. Theile getheilt.

Hievon bekommt a 2 mal den 3ten Theil, das iſt: 2 mal 5 oder 10 Th; b aber bekommt 1 mal den 5ten Theil, das iſt: 3 Th. Mithin a und b zuſammen 13 Theile. Folglich bleiben noch 2 Theile für c übrig ꝛc. wie folgt:

a = $\frac{2}{3}$ =	10 Th.		= 40 fl.
b = $\frac{1}{5}$ =	3 Th.		= 12 fl.
c = =	2 Th.		= 8 fl.
	15 Th.	= 60 fl. ꝛc.	

8) Um 1 Hälfte und 1 Drittel in einerley Theilen anzugeben, denke ich mir die ganze Summe in 2 mal 3 oder 6 gleichen Theilen ꝛc. Alſo

a = 3 Th. — 4 fl.		= 27 fl.
b = 2 Th. + 12 fl.		= $32\frac{2}{3}$ fl.
c = 1 Th.		= $10\frac{1}{3}$ fl.
6 Th. + 8 fl.	= 70 fl.	
6 Th.	= 62 fl. ꝛc.	

9) Um 3tel, 4tel und 8tel in einerley Theilen anzugeben, denke ich mir die ganze Summe in 3 mal 4 mal 8 oder 96 gl. Theile, oder auch nur in 24 gl. Theile getheilt ꝛc. Alſo

a = 8 Th.		= 157 fl.
b = 6 Th. + 3 fl.		= $120\frac{6}{8}$ fl.
c = 9 Th. — 14 fl.		= $162\frac{5}{8}$ fl.
d = 1 Th.		= $19\frac{5}{8}$ fl.
24 Th. — 11 fl.	= 460 fl.	
24 Th.	= 471 fl.	

g.

1) Ihrer zwey ſollen eine Summe Geld ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ und b 40 fl. erhält; wie viel Gulden bekommt a?

2) Ihrer zwey ſollen eine Summe Geld ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{5}$ und b 85 fl. erhält; wie viel bekommt a?

3) Ihrer drey ſollen eine Summe Geld ſo mit einander theilen, daß a 1 Hälfte, b $\frac{1}{3}$ und c $9\frac{1}{2}$ fl. erhält; wie viel erhält jeder, und wie viel iſt die Summe?

4) Ihrer drey ſollen eine Summe Geld ſo mit einander theilen, daß a $\frac{2}{3}$, b $\frac{1}{5}$ und c 12 fl. erhält; wie viel erh. jeder? ꝛc.

5) Ihrer drey ſollen eine Summe Geld ſo mit einander theilen, daß a die Hälfte, weniger 4 fl. erhält; b $\frac{1}{3}$ und 12 fl. dazu; c aber $10\frac{1}{3}$ fl.; wie viel erhält jeder, und wie viel iſt die Summe?

6) Ihrer vier ſollen eine Summe Geld ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$ erhält; b $\frac{1}{4}$ und 3 fl. dazu; c $\frac{2}{7}$, weniger 20 fl.; d aber 66 fl.; wie viel erhält jeder, und wie viel iſt die ganze Summe?

Auflöſungen.

1) Hier kann man wieder zunächſt ſuchen, wie viel Th. Jedem gebühren, und dann (bey der ſchriftlichen Bezeichnung) das bekannte Geld zu oberſt ſetzen.

Bekommt nun a $\frac{1}{3}$ der Summe, ſo bleiben noch $\frac{2}{3}$ für b übrig, folglich bekommt a 1 Theil, und b 2 Th. = 40 fl. ꝛc. wie folgt:

b = 2 Th. = 40 fl.
a = 1 Th. = 20 fl.

2) b = 4 Th. = 85 fl.
a = 1 Th. = $21\frac{1}{2}$ fl.

Bekommt a $\frac{1}{5}$ der Summe, ſo bleiben noch $\frac{4}{5}$ für b übrig. Folglich bekommt a 1 Theil, und b 4 Th. = 85 fl.

Sind aber 4 Th. = 85 fl., ſo iſt 1 Theil $21\frac{1}{2}$ fl., und dieß erhält a.

3) c = 1 Th. = $9\frac{1}{2}$ fl.
b = 2 Th. = 19 fl.
a = 3 Th. = $28\frac{1}{2}$ fl.
57 fl.

Ich denke die ganze Summe in 2 mal 3 oder 6 gleichen Theilen.
a bekommt 1 Hälfte, das ſind 3 Theile,
b bekommt 1 Drittel, das ſind 2 Theile. Mithin bek. a und b zuſammen 5 Theile, und es bleibt noch 1 Theil für c. ꝛc. Die Summe iſt alſo 57 fl.

4) Ich denke die ganze Summe in 3 mal 5 oder 15 gleichen Theilen.

Hievon bekommt a 2 mal den 3ten Theil, das iſt: 2 mal 5 oder 10 Th. b bekommt 1 mal den 5ten Theil, das iſt 3 Theil ꝛc.

c = 2 Th. = 12 fl. Alſo 1 Th. = 6 fl.
b = 3 Th. = 18 fl.
a = 10 Th. = 60 fl.
90 fl.

5) c = 1 Th. = $10\frac{1}{3}$ fl.
b = 2 Th. + 12 fl. = $32\frac{2}{3}$ fl.
a = 3 Th. — 4 fl. = 27 fl.
70 fl.

6) Ich denke mir die ganze Summe in 3 mal 4 mal 7 oder 84 gl. Theilen. Hievon bekommt a 28 Theile, b 21 Th. ꝛc.

d = 11 Th.		= 66 fl.	Alſo 1 Th. = 6 fl.
c = 24 Th.	— 20 fl.	= 124 fl.	
b = 21 Th.	+ 3 fl.	= 129 fl.	
a = 28 Th.		= 168 fl.	
		487 fl.	

h.

1) Ihrer drey ſollen 60 fl. ſo mit einander theilen, daß a 1 Hälfte, b $\frac{1}{3}$ und c $\frac{1}{4}$ erhält; wie viel Gulden bekommt jeder?

2) Ihrer drey ſollen 48 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{2}$, b $\frac{1}{3}$ und c $\frac{1}{4}$ erhält; wie viel Gulden bekommt jeder?

3) Ihrer vier ſollen 342 fl. ſo mit einander theilen, daß a $\frac{1}{3}$, b $\frac{1}{4}$, c $\frac{1}{5}$ und d $\frac{1}{6}$ erhält; wie viel Gulden bekommt jeder?

4) Ihrer drey ſollen 288 fl. ſo mit einander theilen: So oft a 3 fl. zieht, zieht b 5 fl. und c 4 fl.; wie viel Gulden bekommt jeder?

5) Ihrer drey ſollen 180 fl. ſo mit einander theilen: Wenn a 2 fl. zieht, zieht b 3 fl. und c 5 fl.; wie viel Gulden bekommt jeder?

6) Ihrer drey ſollen 102 fl. ſo mit einander theilen: Wenn a 6 fl. bekommt, ſo ſoll b 3 fl. haben, und wenn b 4 fl. hat, ſo ſoll c 5 fl. bekommen; wie viel Gulden bekommt jeder?

7) Ihrer drey ſollen 186 fl. ſo mit einander theilen: Wenn a 2 fl. zieht, ſoll b 5 fl. ziehen, und wenn b 6 fl. hat, ſoll c 4 fl. bekommen; wie viel bekommt jeder?

8) Ihrer drey ſollen 8000 fl. ſo mit einander theilen: Wenn a $\frac{2}{3}$ bekommt, ſoll b $\frac{1}{3}$ haben; bekommt aber b $\frac{2}{3}$, ſo ſoll c $\frac{1}{3}$ haben; wie viel Gulden bekommt jeder?

9) Ihrer drey haben eine Summe Geld ſo mit einander getheilt, daß a $\frac{1}{2}$, b $\frac{1}{3}$ und c $\frac{1}{4}$ bekam. a erhielt 18 fl.; wie viel Gulden bekam jeder der übrigen?

10) Ihrer drey haben eine Summe Geld ſo mit einander getheilt, daß a $\frac{1}{2}$, b $\frac{1}{3}$ und c $\frac{1}{4}$ bekam. b erhielt 32 fl.; wie viel war die Summe?

11) Ihrer drey haben eine Summe Geld ſo mit einander getheilt: So oft a 2 fl. zog, bekam b 3 fl. und c 4 fl.. a bekam 68 fl.; wie viel war die Summe?

12) Ihrer drey haben eine Summe Geld ſo mit einander getheilt: Wenn a 5 fl. zog, bekam b 3 fl. und c 2 fl.. b bekam 97$\frac{1}{2}$ fl.; wie viel betrug die ganze Summe?

13) Ihrer drey haben eine Summe Geld ſo mit einander getheilt: Wenn a 5 fl. zog, erhielt b 3 fl.; wenn aber b 4 fl. hatte, bekam c 6 fl.; wie viel war die Summe?

14) Ihrer drey haben eine Summe Geld ſo mit einander getheilt: Wenn a $\frac{2}{3}$ fl. zog, bekam b 2 ganze Gulden; wenn aber b 5 fl. hatte, bekam c 3 fl.. c erhielt in Allem 108 fl.; wie viel war die ganze Summe?

Aufl ö ſungen.

1) Dieſe Aufgabe kann nicht ſo verſtanden werden, als wenn a die Hälfte von 60 fl. nähme, alsdann b von eben dieſen 60 fl. den 3ten Theil, und c den 4ten: denn keine Summe, (kein Ganzes, kann 1 Hälfte, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zugleich enthalten. Z. B. Man ſchneide einen Apfel in 6 gleiche Stücklein: Nimmt man hievon die Hälfte, das iſt: 3 Stücklein, alsdann $\frac{1}{3}$, das iſt: 2 Stücklein, ſo bleibt kein Viertel mehr übrig, ſondern nur noch 1 Sechstel.

Folglich muß dieſe Theilung ſo genommen werden: Wenn dem a die Hälfte gebührt, ſo gebührt dem b $\frac{1}{3}$ und dem c $\frac{1}{4}$. Die Auflöſung iſt demnach wieder folgende:

Um $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ in einerley Theilen angeben zu können, denke ich zunächſt die ganze Summe in 2 mal 3 mal 4 gleiche Theile, das iſt: in 24 gleiche Theile getheilt, oder auch nur in 12 gleiche Theile.

Gebührt nun dem a die Hälfte, das iſt: 6 Theile,
ſo gebührt dem b der 3te Theil das iſt: 4 Theile,
und dem c der 4te Theil, das iſt: 3 Theile.

Das ſind zuſammen 13 Theile,

und dieſe machen mit einander 60 fl. aus.

Sind aber 13 Theile 60 fl., ſo iſt 1 Theil der 13te Theil davon, das iſt $\frac{60}{13}$ fl. = $4\frac{8}{13}$ fl. Folglich
Bekommt a 6 mal $4\frac{8}{13}$ fl. = $27\frac{9}{13}$ fl.
b 4 — $4\frac{8}{13}$ fl. = $18\frac{6}{13}$ fl.
und c 3 — $4\frac{8}{13}$ fl. = $13\frac{11}{13}$ fl.

Prob 60 fl.

12tel

2) a = $\frac{1}{2}$ = 6 Th. = 6 mal $3\frac{9}{13}$ fl. = $22\frac{2}{13}$ fl.
b = $\frac{1}{3}$ = 4 Th. = 4 — $3\frac{9}{13}$ fl. = $14\frac{10}{13}$ fl.
c = $\frac{1}{4}$ = 3 Th. = 4 — $3\frac{9}{13}$ fl. = $11\frac{1}{13}$ fl.

13 Th. = 48 fl. Prob 48 fl.

Alſo 1 Th. = $\frac{48}{13}$ fl. = $3\frac{9}{13}$ fl.

60tel

3) a = $\frac{1}{3}$ = 20 Th. = 20 mal 6 fl. = 120 fl.
b = $\frac{1}{4}$ = 15 Th. = 15 — 6 fl. = 90 fl.
c = $\frac{1}{5}$ = 12 Th. = 12 — 6 fl. = 72 fl.
d = $\frac{1}{6}$ = 10 Th. = 10 — 6 fl. = 60 fl.

57 Th. = 342 fl.

Alſo 1 Th. = 6 fl.

4) Zieht a 3 fl.
b 5 fl.
und c 4 fl., ſo haben ſie auf

einen Zug 12 fl. Folglich bekommt a ſo vielmal 3 fl., als 12 fl. in 288 fl. enthalten ſind.

Eben ſo vielmal 5 fl. bekommt b, und eben ſo vielmal 4 fl. c.

Nun aber ſind 12 fl. in 288 fl. (24 mal enthalten,
alſo bekommt a 24 mal 3 fl. = 72 fl.
b 24 — 5 fl. = 120 fl.
und c 24 — 4 fl. = 96 fl.

Prob 288 fl.

5) Wie vorhin. a bekommt nämlich 18 mal 2 fl. = 36 fl. b bekommt 18 mal 3 fl. = 54 fl. ꝛc.

6) Zieht b 4 fl., ſo zieht c 5 fl.;
zieht aber b nur 1 fl., das iſt: den 4ten Theil ſeines Geldes, ſo darf auch c nur den 4ten Theil von 5 fl. ziehen, das iſt: $\frac{5}{4}$ fl. Zieht nun b ſtatt 1 fl. 3 fl., ſo zieht auch c 3 mal $\frac{5}{4}$ fl. das iſt: $\frac{15}{4}$ fl. = $3\frac{3}{4}$ fl.

Mithin geht jetzt die Auflöſung vollends wie vorhin.

Sie erhalten nämlich $12\frac{3}{4}$ fl. auf 1 Zug, und a bekommt ſo vielmal 6 fl. als $12\frac{3}{4}$ in 102 fl. enthalten ſind ꝛc. wie folgt:

a = 6 fl.	a = 6 fl. Alſo in Allem 8 mal 6 fl. = 48 fl.
b = 3 fl.	b = 3 fl. — — — 8 — 3 fl. = 24 fl.
· 4 fl.	
c = 5 fl.	c = $3\frac{3}{4}$ fl. — — — 8 — $3\frac{3}{4}$ fl. = 30 fl.
	$12\frac{3}{4}$ fl. Prob. 102 fl.

7) Zieht b 6 fl., ſo zieht c 4 fl;
zieht aber b nur 1 fl., das iſt: den 6ten Theil ſeines Gel-

des, ſo darf auch c nur den 6ten Theil von 4 fl. ziehen, das iſt $\frac{4}{6}$ fl. oder $\frac{2}{3}$ fl.

Zieht nun b ſtatt 1 fl. 5 fl., ſo zieht auch c 5 mal $\frac{2}{3}$ fl. das iſt: $\frac{10}{3}$ fl. oder $3\frac{1}{3}$ fl.

Mithin erhalten ſie $10\frac{1}{3}$ fl. auf 1 Zug, und jeder zieht ſo vielmal als $10\frac{1}{3}$ fl. in 186 fl. enthalten ſind, nämlich:

a = 2 fl.	a = 2 fl. Alſo in Allem 18 mal 2 fl.	= 36 fl.
b = 5 fl.	b = 5 fl. — — — 18 — 5 fl.	= 90 fl.
. 6 fl.		
c = 4 fl.	c = $3\frac{1}{3}$ fl. — — — 18 — $3\frac{1}{3}$ fl.	= 60 fl.
	$10\frac{1}{3}$ fl.	Prob. 186 fl.

8) Bekommt b $\frac{2}{3}$, ſo bekommt c $\frac{1}{3}$;

Nimmt aber b nur $\frac{1}{3}$, das iſt: die Hälfte ſeines Antheils, ſo darf auch c nur die Hälfte von $\frac{1}{3}$ nehmen, das iſt: $\frac{1}{6}$ oder 1 kleinerer Theil. Drückt man nun alles in ſolchen kleinern Theilen aus, ſo iſt die Auflöſung vollends:

a = 4 Th.	= 4 mal $1142\frac{6}{7}$	= $4571\frac{3}{7}$ fl.
b = 2 Th.	= 2 mal ſo viel	= $2285\frac{5}{7}$ fl.
c = 1 Th.	= 1 mal ſo viel	= $1142\frac{6}{7}$ fl.
7 Th. = 8000 fl.		Prob. 8000 fl.
1 Th. = $1142\frac{6}{7}$ fl.		

9) a hat $\frac{1}{2}$ = 6 Theile, dieſe machen 18 fl. aus, alſo iſt 1 Theil 3 fl.

b = $\frac{1}{3}$ = 4 Th. Mithin hat b 4 mal 3 fl. oder 12 fl. bekommen,

c = $\frac{1}{4}$ = 3 Th. und c 3 mal 3 oder 9 fl. ꝛc.

10) a hat 6 Th.

b = 4 Th. = 32 fl., alſo 1 Th. = 8 fl. Mithin hat

c = 3 Th. = 24 fl., und

a 48 fl., bekommen, und

die Summe iſt 104 fl.

11) a hat ſein Geld 2 guldenweis bekommen. So vielmal nun 2 fl. in 68 fl. enthalten ſind, ſo vielmal hat b 3 fl., und c 4 fl. erhalten.

Folglich hat b 34 mal 3 fl. erhalten	= 102 fl.
c 34 mal 4 fl.	= 136 fl.
und a wie bekannt	68 fl.
Alſo iſt die Summe	306 fl.

12) a bekam $32\frac{1}{2}$ mal 5 fl. = $162\frac{1}{2}$ fl. b = $32\frac{1}{2}$ mal 3 fl. ꝛc. Die Summe iſt 325 fl.

13) Gehören dem b 4 fl., ſo gehören dem c 6 fl.; nahm aber b nur 3 fl. wie viel durfte c demnach nehmen? Ant. $4\frac{1}{2}$ fl. (Wie Nro. 7) a hat übrigens ſein Geld 5 guldenweis eingenommen — ſo vielmal 5 fl. alſo in 80 fl. enthalten ſind, ſo vielmal hat b 3 fl. und eben ſo vielmal hat c $4\frac{1}{2}$ fl. gezogen ꝛc. Die Summe iſt 200 fl.

14) c hat ſein Geld $1\frac{1}{5}$ guldenweis bekommen. So vielmal alſo $1\frac{1}{5}$ fl. in 108 fl. enthalten ſind, ſo vielmal hat a $\frac{2}{5}$ fl. und b 2 fl. erhalten ꝛc. die Summe iſt 348 fl.

Geſellſchaftsrechungen.

Die unter dieſem (nicht ganz eigentlichen) Namen vorkommenden Aufgaben unterſcheiden ſich von den vorigen Theilungsrechnungen hauptſächlich dadurch, daß dort das Verhältniß, nach welchem eine Zahl getheilt werden ſoll, jedes Mal unmittelbar angegeben iſt; hier aber erſt durch beygegebene Umſtände geſucht werden muß. Sie haben eigentlich ihren Namen daher, daß ſie öfters bey Handlungsgeſellſchaften vorkommen.

a.

1) Ihrer 3 ſetzen in ein Spiel, mit der Bedingniß, daß ſie den allenfallſigen Gewinn nach dem Verhältniſſe des Einſatzes mit einander theilen wollen: a hat aber 4 fl. geſetzt, b 5 fl., und c 6 fl., ſie gewinnen damit 300 fl.; wie viel gebührt jedem?

2) Ihrer drey fangen gemeinſchaftlich einen Handel an: hierzu gibt a 60 fl., b 80 fl. und c 100 fl., damit gewinnen ſie 480 fl.; wie viel gebührt jedem?

3) Ihrer drey fangen einen Fruchthandel an: dazu gibt a 230 fl., b 125 fl. und c 85 fl. Ihre Frucht wird aber ſchimmlicht, weßwegen ſie ſelbe nur noch mit 100 fl. Verluſt verkaufen; wie viel Gulden muß jeder daran verlieren?

4) Ihrer drey haben mit einander den Haberzehnten um 500 fl. geſteigert: a zahlt 200 fl., b 105 fl. und c das Uebrige. Sie verlieren aber 120 fl. daran; wie viel Gulden Verluſt hat jeder insbeſondere?

5) Ein Wirth war in einem Weinhandel ſo unglücklich, daß ſein Vermögen bis auf 800 fl. herab kam. Nun hat a noch 560 fl. an ihn zu fodern, b 600 fl. und c 440 fl. Wenn demnach obiges Vermögen vollends unter dieſe drey vertheilt wird; wie viel bekommt jeder?

6) Ihrer drey haben zu einem gemeinſchaftlichen Handel 240 fl. Kapital zuſammengebracht und 480 fl. damit gewonnen. Von dieſem Gewinne bekam a 120 fl., b 160 fl. und c das Uebrige; wie viel Kapital hat jeder beygetragen?

7) Ihrer drey haben zu einem gemeinſchaftlichen Handel 3296 fl. Kapital zuſammengebracht, und damit 824 fl. gewonnen. Von dieſem Gewinne zog a 320 fl. b 200 fl. und c das Uebrige; wie viel Kapital hatte jeder eingeſetzt?

8) Ihrer drey haben in einem gemeinſchaftlichen Handel 460 fl. gewonnen. a hat 60 fl. dazu gelegt und 120 fl.

gewonnen, b hat 80 fl. eingeſetzt und c das Uebrige; wie viel hat b gewonnen, wie viel hat c eingeſetzt und gewonnen?

9) Ihrer drey haben in einem gemeinſchaftlichen Handel 225 fl. gewonnen. a hat 50 fl. Kap. dazu gelegt und 75 fl. gewonnen, b hat 30 fl. dazu gelegt und c das Uebrige; wie viel war das gemeinſchaftliche Kapital?

Auflöſungen.

1) a = 4 fl. Einſatz.
b = 5 fl. —
c = 6 fl. —
15 fl. Einſatz

Sie haben mit einander 15 fl. eingeſetzt und gewinnen damit 300 fl. Folglich gewinnt 1 fl. Einſatz den 15ten Theil von 300 fl., das iſt: 20 fl.

Gewinnt nun 1 fl. Einſatz 20 fl., ſo gewinnt
a mit 4 fl. Einſatz 4 mal 20 fl. = 80 fl.
b — 5 fl. — 5 — 20 fl. = 100 fl.
c — 6 fl. — 6 — 20 fl. = 120 fl.
Prob. 300 fl.

2) Dem a gebührt 60 mal 2 fl. = 120 fl. Gewinn.
Dem b — 80 — 2 fl. = 160 fl. — ꝛc.

3) Sie haben an 440 fl. Einſatz 100 fl. Verluſt, folglich an 1 fl Einſatz $\frac{5}{22}$ fl. Verluſt.

Mithin hat a 230 mal $\frac{5}{22}$ fl. Verl. = $52\frac{6}{22}$ fl. Verl.
b 125 mal $\frac{5}{22}$ fl. Verl. = $28\frac{9}{22}$ fl. Verluſt ꝛc.

4) a verliert 200 mal $\frac{6}{25}$ fl. = 48 fl.
b — 105 — $\frac{6}{25}$ fl. = $25\frac{1}{5}$ fl.
c — 195 — $\frac{6}{25}$ fl. = $46\frac{4}{5}$ fl.
Prob 120 fl.

5) 1 fl. Foderung erhält $\frac{1}{2}$ fl. Vermögen, alſo erhält a $\frac{560}{2}$ fl. = 280 fl., b $\frac{600}{2}$ fl. = 300 fl. ꝛc.

6) Hat man 480 fl. Gewinn aus 240 fl. Kapital, ſo hat man 1 fl. Gewinn aus dem 480ſten Theil von 240 fl. Kapt., das iſt: aus $\frac{240}{480}$ fl. = $\frac{1}{2}$ fl. Kap.

Folglich hat a 120 fl. Gewinn aus $\frac{120}{2}$ fl., oder 60 fl Kapital.

b 160 fl. — — $\frac{160}{2}$ fl., = 80 fl. Kap. ꝛc.

7) a hat 1280 fl. Kapital geſetzt, b 800 fl. und c 1216 fl.

8) Hat a mit 60 fl. Einſatz 120 fl. gewonnen, ſo hat er mit 1 fl. Einſatz nur den 60ſten Theil von 120 fl. gewonnen, das iſt: 2 fl. Hatte man aber mit 1 fl. Einſatz 2 fl. Gewinn, ſo hatte b mit 80 fl. Einſatz 80 mal 2 fl. Gewinn, das iſt: 160 fl., dazu nun die 120 fl. des a gezählt, macht 280 fl.

Dieſe 280 fl. von 460 fl. Gewinn abgezogen, laſſen 180 fl. Gewinn für c.

Hat man nun 2 fl. Gewinn von 1 fl. Einſatz, ſo hat man 1 fl. Gewinn von $\frac{1}{2}$ fl. Einſatz; hat man aber 1 fl. Gewinn von 1 fl. Einſatz, ſo hat man 180 fl. Gewinn von $\frac{180}{2}$ fl. Einſatz, das iſt: von 90 fl. Einſatz. Mithin hat c 90 fl. eingeſetzt.

9) Wie vorhin. a hat 50 fl. Kap. eingelegt, und 75 fl. Gewinn. Alſo hat
b 30 fl. Kap. und 45 fl. Gewinn, und
c hat 70 fl. Kap. mit 105 fl. Gewinn.

b.

1) Ein Schiffmann fährt den Rhein aufwärts und gibt für die Vorſpann mit 10 Pferden eine gewiſſe Strecke weit 30 fl.

a hat hierzu 3 Pferde hergegeben, b 5 Pferde und c die übrigen; wie viel Lohn gebührt jedem?

2) Vier Arbeiter haben ein Stück Feld um 40 fl. bearbeitet, wovon einer des Tags ſo viel verdiente als der andere. a arbeitete aber 10 Tage, b 8 Tage, c 4 Tage und d 6 Tage; wie viel gebührt jedem?

3) Ein Fuhrmann ſoll 3 Kaufleuten ihre Waaren irgend wohin führen und 35 fl. bekommen. Der Kaufmann a hat 9 Zentner, b 6 Zentner und c 5 Zentner dabey; wie viel Gulden erhält er von jedem?

4) Ein Fuhrmann ſoll 3 Kaufleuten ihre Waarenn irgend wohin führen und von 1 Zentner auf 1 Stund ſo viel bekommen als vom andern: man verſpricht ihm in Allem 24 fl. Fuhrlohn. a läßt aber 10 Zentner 5 Stunden weit führen, b 8 Zentner 7 Stund weit, und c 6 Ztr. 9 Stund weit; wie viel Gulden bekommt er von jedem dieſer Kaufleute?

5) Drey Fuhrleute führen einem Kaufmanne Waaren, und erhalten von 1 Zentner auf eine Stund ſo viel als vom andern, in Allem aber $80\frac{3}{5}$ fl. a führt 7 Zentner 20 St. weit, b 9 Zentner 15 St. und c 8 Zentner 16 Stund weit; wie viel Gulden Fuhrlohn erhält jeder?

6) Drey Metzger haben eine Viehweide mit einander um 24 fl. in Beſtand genommen, woran einer wochentlich für ein Stück Vieh ſo viel als der andere bezahlt: a läßt aber 15 Stück 4 Wochen lang darauf, b 18 Stück 5 Wochen, und c 12 Stück 8 Wochen; wie viel Beſtandgeld muß jeder bezahlen?

7) Ein Handelsmann hat 40 fl. 3 Monat lang auf einen Tabackshandel verwendet, 60 fl. 2 Monat lang auf einen Fruchthandel, dann 20 fl. 4 Monat lang auf einen Farbenhandel, und in Allem 96 fl. gewonnen; wie viel Gewinn hat er von jedem insbeſondere?

8) Ihrer drey haben einen Handel unternommen und 400 fl. darin gewonnen: dazu gab a 100 fl. 9 Monat lang, b 150 fl. 5 Monat lang und c 250 fl. 2 Monat lang; wie viel gehört jedem von dem Gewinn?

9) Ihrer vier haben gemeinſchaftlich gehandelt: a gab 30 fl. 6 Monat lang zum Handel, b 50 fl. 4 Monat lang, c 20 fl. 4 Monat, und d 80 fl. 2 Monat lang. Am Ende des Handels zeigte ſichs, daß ſie 128 fl. daran verloren; wie viel Verluſt muß jeder leiden?

10) Ihrer drey haben einen gemeinſchaftlichen Handel unternommen: a gab 50 fl. auf 9 Monat dazu, b 60 fl. auf unbeſtimmte Zeit, c aber machte ſeinen Beytrag auf 5 Monat. An dieſem Handel gewann a 90 fl., b 96 fl. und c 80 fl; wie lang hat des b Geld ausgeſtanden? wie viel hat c dazu gegeben? wie viel war das geſammte Kapital?

11) Ihrer drey haben einen Handel gemeinſchaftlich unternommen: a gab 250 fl. auf 4 Monat dazu, b machte ſeine Einlage auf 5 Monat, und c gab 100 fl. auf unbeſtimmte Zeit. An dieſem Handel gewann a 50 fl., b 45 fl. und c 30 fl.; wie viel hat b eingelegt? wie lang hatte c ſeine 100 fl. im Handel? wie viel war ihr ganzes eingelegtes Kapital?

Auf-

Auflöſungen.

1) a = 3 Pferd b = 5 — c = 2 — 10 Pferde = 30 fl., alſo 1 Pferd = 3 fl., Mithin gebührt a 3 × 3 fl. = 9 fl. b 5 × 3 fl. = 15 fl. c 2 × 3 fl. = 6 fl. 30 fl.	2) a gebührt $14\frac{2}{7}$ fl. b — $11\frac{3}{7}$ fl. c — $5\frac{5}{7}$ fl. d — $8\frac{4}{7}$ fl. 40 fl. 3) Von a bekommt er $15\frac{3}{4}$ fl. — b — — $10\frac{2}{4}$ fl. — c — — $8\frac{3}{4}$ fl.

4) Führt man 10 Zentner 5 Stund weit, ſo führt man jede Stund 10 Zentner, folglich ſo viel als 5 mal 10 Ztr. oder 50 Ztr. auf 1 Stund.

Führt man 8 Ztr. 7 St. weit, ſo führt man jede Stunde 8 Ztr., folglich ſo viel als 7 mal 8 Ztr. oder 56 Ztr. auf 1 Stund.

Eben ſo machen 6 Ztr. auf 9 Stund eben ſo viel aus als 9 mal 6 Ztr. oder 54 Ztr. auf 1 Stund, und der Fuhrmann bekommt alſo in Allem ſo viel, als wenn er 160 Ztr. auf einmal 1 Stund weit führt. Bekommt er aber von 160 Ztr. 24 fl. ſo bekommt er von 1 Zentner nur den 160ſten Theil von 24 fl., das iſt: $\frac{24}{160}$ fl, oder $\frac{3}{20}$ fl.

[Die Aufgabe kann ſo geſetzt werden.]

a = 10 Ztr. . 5 St. = 50 Ztr.
b = 8 — . 7 — = 56 —
c = 6 — . 9 — = 54 —

160 Ztr. = 24 fl.
1 Ztr. = $\frac{3}{20}$ fl.

Alſo bekommt er von a 50 mal $\frac{3}{20}$ fl. = 7 fl. 30 kr.
— b 56 — $\frac{3}{20}$ fl. = 8 fl. 24 kr.
— c 54 — $\frac{3}{20}$ fl. = 8 fl. 6 kr.

Prob. 24 fl. =

5) a = 7 Ztr. 20 St. = 140 Ztr.
b = 9 Ztr. 15 St. = 135 Ztr.
c = 8 Ztr. 16 St. = 128 Ztr.

403 Ztr. = 80$\frac{3}{5}$ fl.
Alſo 1 Ztr. = $\frac{1}{5}$ fl.

Denn 7 Zentner auf 20 Stund, iſt eben ſo viel als 20 mal 7 Zentner auf 1 Stund ꝛc.

Folglich bekommt a $\frac{140}{5}$ fl. = 28 fl.
b $\frac{135}{5}$ fl. = ꝛc.

6) a = 15 Stück. 4 W. = 60 St.
b = 18 — . 5 W. = 90 St.
c = 12 — . 8 W. = 96 St.

246 St. = 24 fl.
Alſo 1 St. = $\frac{4}{41}$ fl.

Denn 15 Stück auf 4 Wochen, iſt eben ſo viel als 4 mal 15 Stück auf 1 Woche ꝛc.

Folglich zahlt a 60 mal $\frac{4}{41}$ fl. = $\frac{240}{41}$ fl. = 5$\frac{35}{41}$ fl. ꝛc.

7) Taback. = 40 fl. 3 M. = 120 fl.
Frucht. = 60 fl. 2 M. = 120 fl.
Farb. = 20 fl. 4 M. = 80 fl.

320 fl. Kap. =
96 fl. Gewinn
Alſo 1 fl. = $\frac{3}{10}$ fl. Gewinn

Das iſt: 40 fl. tragen in 3 Monaten eben ſo viel Gewinn, als 3 mal 40 fl. in 1 Monat ꝛc.

Folglich hat er am Taback 120 × $\frac{3}{10}$ fl. = $\frac{360}{10}$ fl.
= 36 fl. ꝛc.

8) Dem a gehört 900 × $\frac{8}{43}$ = $167\frac{19}{43}$ fl. Dem b 850 × $\frac{8}{43}$ fl. ꝛc.

9) a verliert $\frac{180}{5}$ fl. = 36 fl. b verl. $\frac{200}{5}$ fl.

10) a = 50 fl. 9 M. = 450 fl. Kap. = 90 fl. Gewinn.

b = 60 fl. x M. = x. 60 fl.
c = y fl. 5 M. = 5. y fl.

Hier iſt von a alles bekannt und gibt den Aufſchluß zu dem Uebrigen: er hat 90 fl. Gewinn von 450 fl. Kapital, folglich hat er 1 fl. Gewinn von dem 90ſten Theil der 450 fl. Kapital, das iſt: von 5 fl. Kapital.

Hat man aber 1 fl. Gewinn von 5 fl. Kapital, ſo hat man 96 fl. Gewinn von 96 mal 5 fl., das iſt: von 480 fl. Kapital.

Nun iſt die Zahl 480 aus dem Vervielfältiger 60 mit dem unbekannten Vervielfältiger x (nämlich mit der Zeit) entſtanden, folglich finde ich x, wenn ich unterſuche, wie vielmal die Zahl 60 in 480 enthalten iſt ꝛc. Alſo iſt 8 die Zahl der Monate, während derer b ſeine 60 fl. ausſtehen hatte.

Eben ſo wird jetzt das Kapital des c gefunden, als:

Hat man 1 fl. Gewinn von 5 fl. Kapital, ſo hat man 80 fl. Gewinn von 80 mal 5 fl., das iſt: von 400 fl. Kap.

Nun iſt die Zahl 400 aus dem Vervielfältiger 5 mit dem unbekannten Vervielfältiger y (nämlich mit der Zahl des einfachen Kap.) entſtanden, folglich finde ich y, wenn ich unterſuche, wie vielmal die Zahl 5 in 400 enthalten iſt ꝛc.

Alſo ſind 80 fl. das Kapital, welches c auf 5 Monate eingelegt hat, und das geſammte Kapital iſt 190 fl.

11) Ant. b gab 180 fl. auf 5 Monat.
c gab 100 fl. — 6 —, dazu noch die Einlage
des a mit 250 fl. — 4 —,

macht 530 fl. das iſt: die geſammte Einlage.

Miſchungsrechnungen.

Es gibt 2 Arten der Miſchungsrechnung.

Die erſte zeigt, wie der mittlere Werth oder Durchſchnitt für mehrere Dinge, welche einzeln zerſchiedenen Werth haben, in einer Vermiſchung gefunden wird.

Die zweyte zeigt, wie viel Theile eines jeden ſolcher Dinge nach einem ſchon gegebenen Mittelpreiſe zu einer gewiſſen Miſchung gehören.

Erſte Art der Miſchungsrechnungen.

Aufgaben.

a.

1) Wenn man 3 Schoppen Wein, wovon der eine 14 Kreuzer, der andere 6 kr. und der 3te 4 kr. gilt, unter einander miſcht; was iſt alsdann 1 Schoppen ſolcher Miſchung werth?

2) Wenn man 4 Maß Wein, wovon die erſte 4 Batzen, die 2te 10 Batzen, die 3te 8 Batzen und die 4te 6 Batzen gilt, unter einander miſcht; was iſt alsdann 1 Maß ſolcher Miſchung werth?

3) Wenn man 3 Malter Getreid, nämlich 1 Malter

Kernen zu 10 fl., 1 Mltr. Korn zu 8 fl. und 1 Mltr. Gerſt zu 6 fl. unter einander miſcht; was iſt alsdann 1 Malter ſolcher Miſchung werth?

4) Wenn man 1 Mark 14 löthiges, 1 Mark 12 löthiges, 1 Mark 10 löthiges und 1 Mark 8 löthiges Silber unter einander ſchmelzt; wie viel löthiges Silber gibt ſolche Miſchung?

5) Wenn man 1 Schoppen 16 kr. Wein, 1 Schoppen 12 kr. Wein, 1 Schoppen 8 kr. Wein und 1 Schoppen Waſſer unter einander ſchüttet; was iſt alsdann 1 Schoppen ſolcher Miſchung werth?

6) Wenn man 1 Maß 18 Batzen-Wein, 1 Maß 14 Batzen-Wein, 1 Maß 12 Batzen-Wein, 1 Maß 10 Batzen-Wein und 2 Maß Waſſer unter einander ſchüttet; was iſt alsdann 1 Maß von ſolchem Gemiſche werth?

7) Wenn man 3 Schoppen Wein zu 12 kr., 2 Schopp. zu 8 kr. und 3 Schopp. zu 4 Kreuzer unter einander ſchüttet; wie viel Kreuzer iſt alsdann 1 Schopp. des gemiſchten werth?

8) Wenn man 2 Malter Kernen zu 12 fl., 3 Mltr. Korn zu 7 fl. und 4 Mltr. Gerſt zu 5 fl. unter einander miſcht; was iſt alsdann 1 Mltr. ſolcher gemiſchten Frucht werth?

Auflöſungen.

1) 1 Schp. = 14 kr.
1 Schp. = 6 kr.
1 Schp. = 4 kr.

---

3 Schp. = 24 kr.
1 Schp. = 8 kr.

Es ſind zuſammen 3 Schoppen, und die koſten mit einander 24 kr. Koſten aber 3 Schoppen 24 Kreuzer, ſo koſtet 1 Schoppen nur den 3ten Theil von 24 kr., das iſt: 8 Kreuzer

2) 7 Batzen. 3) 8 fl. 4) 11 löthiges.

) 1 Schoppen = 16 kr.	6) 9 Batzen.
1 Schoppen = 12 kr.	7) 3 Schp. zu 12 kr. = 36 kr.
1 Schoppen = 8 kr.	2 Schp. — 8 kr. = 16 kr.
1 Sch. Waſſ. = 0	3 Schp. — 4 kr. = 12 kr.
4 Schoppen = 36 kr.	8 Schp. = 64 kr.
1 Schoppen = 9 kr.	Alſo 1 Schp. = 8 kr.

8) $7\frac{2}{9}$ fl. oder 7 fl. $13\frac{1}{3}$ kr.

---

b.

Anm. Will man bey einer ſchon gegebenen Miſchung verſchiedener Dinge finden, wie viel Theile von jedem dabey ſind, ſo tritt wieder die Theilungs- oder Geſellſchaftsrechnung ein, als:

1) Wenn man 160 Maß Wein ſo miſcht, daß jedes Mal unter 3 Maß Wein 1 Maß Waſſer kommt; wie viel Maß Waſſer werden ſich unter dem ganzen Gemiſche befinden?

2) Wenn man 150 Mltr. Frucht ſo miſcht, daß jedes Mal unter 2 Malter Korn 1 Mltr. Gerſt kommt; wie viel Malter Korn werden unter dem ganzen Gemiſche ſeyn?

3) Wenn man 140 Mltr. Frucht ſo miſcht, daß jedes Mal zu 3 Mltr. Korn 2 Mltr. Kernen kommen; wie viel Malter Korn, und wie viel Malter Kernen werden ſich da in dem ganzen Gemiſche befinden?

4) Wenn man 1 Mltr. Kernen zu 12 fl., 2 Mltr. Korn zu 7 fl. und 4 Mltr. Gerſt zu 5 fl. unter einander miſcht, und dieſe Miſchung ſo oft vornimmt, bis man 110 Mltr. gemiſchte Frucht hat; wie viel Gulden beträgt da die Gerſt in dieſer Miſchung? Wie viel das Korn? ꝛc.

5) Man hat zu 3 Maß 12 Batzen-Wein, 4 Maß 8

Batzen-Wein nebſt 2 Maß 4 Batzen-Wein genommen, und dieſe Miſchung ſo oft wiederholt, bis man auf ſolche Art 117 Maß gemiſchten Wein hatte; wie viel Gulden beträgt demnach blos der 12 Batzen-Wein in dieſer Miſchung?

6) Wenn man ein Faß voll Wein, wovon der Schoppen 16 kr. werth iſt, ſo mit Waſſer miſcht, daß 1 Schoppen des gemiſchten nur noch 12 kr werth iſt; wie viel Waſſer befindet ſich da jedes Mal bey einem Schoppen?

7) Wenn man Wein, wovon die Maß 14 Batzen werth iſt, ſo mit Waſſer vermiſcht, daß die Maß nur noch 10 Batzen werth iſt; wie viel Waſſer befindet ſich da unter 80 Maß des gemiſchten?

Auflöſungen.

1) 3 Mß Wein
1 Mß Waſſer
4 Mß Gemiſch

Es ſind zunächſt 4 Maß gemiſchter Wein. Befindet ſich nun unter 4 Maß des gemiſchten 1 Maß Waſſer, ſo befinden ſich unter 160 Maß des gemiſchten ſo viel Maß Waſſer, als 4 in 160 enthalten ſind ꝛc. Alſo 40 Maß Waſſer.

2) Ant. 50 mal 2 Mltr. Korn, das iſt: 100 Mltr. Korn.

3) 28 mal 3 Mltr. Korn = 84 Mltr. Korn.
und 28 × 2 Mltr. Kernen = 56 Mltr. Kernen.

4) 1 Mltr. Kernen à 12 fl.
2 Mltr. Korn à 7 fl.
4 Mltr. Gerſt à 5 fl.
7 Mltr. gemiſch.

Es ſind zunächſt 7 Mltr gemiſchte Frucht. Befinden ſich nun unter 7 Mltr 4 Mltr. Gerſt ſo befinden ſich unter 140 Mltr. ꝛc. 20 mal 4 Mltr. Gerſt, das iſt: 80 Mlt. Gerſt, und 40 Mltr. Korn ꝛc.

Koſtet aber 1 Mltr. Gerſt 5 fl., ſo koſten 80 Mltr. 400 fl. ꝛc.

5) Es befinden ſich in der ganzen Miſchung 13 mal 3 oder 39 Maß 12 Batzenwein, und dieſe koſten alſo 39 mal 12 Batzen, das iſt: $31\frac{1}{5}$ fl.

6) Bekommt man um 16 kr. 1 Schoppen des reinen, ſo bekommt man um 12 kr. — wie viel? Ant. $\frac{3}{4}$ Schoppen des reinen. Folglich befinden ſich unter einem Schoppen des gemiſchten $\frac{3}{4}$ Sch. Wein, und $\frac{1}{4}$ Schoppen Waſſer.

7) Bekommt man um 14 Batzen 1 Mß reinen, ſo bekommt man um 10 Batzen — wie viel? Ant. $\frac{5}{7}$ Mß reinen. Mithin ſind unter einer Maß des gemiſchten $\frac{2}{7}$ Maß Waſſer.

Sind aber unter 1 Maß des gemiſchten $\frac{2}{7}$ Mß Waſſer, ſo ſind unter 80 Mß. des gemiſchten 80 mal $\frac{2}{7}$ Maß $= \frac{160}{7} = 22\frac{6}{7}$ Mß Waſſer.

Zweyte Art.

a.

1) Ein Wirth hat 2 Fäſſer mit Wein, wovon die Maß des beſſern 8 Batzen, und die des geringern 5 Batzen gilt. Es bringt jemand ein leeres Faß, und verlangt aus beyden Gattungen eine Miſchung von 120 Maß hinein, wovon 1 Maß 7 Batzen werth iſt; wie viel Maß müſſen von jedem in die Miſchung kommen?

2) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 9 Batzen, und des geringern 5 Batzen; wie viel Maß von jedem braucht man, um 100 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 8 Batzen werth iſt?

3) Man hat zweyerley Wein: die Maß des beſſern gilt

10 Batzen, und die des geringern 5 Batzen; wie viel Maß von jedem braucht man, um 130 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 9 Batzen werth iſt?

4) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 12 Batzen und die des geringern 6 Batzen; wie viel von jedem braucht man, um 180 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 11 Batzen werth iſt?

5) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 10 Batzen und die des geringern 5 Batzen; wie viel Maß von jedem braucht man, um 100 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 8 Batzen werth iſt?

6) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 13 Batzen und die des geringern 6 Batzen; wie viel braucht man von jedem, um 196 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 10 Batzen werth iſt?

7) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 10 Batzen und die des geringern 5 Batzen; wie viel von jedem braucht man, um 100 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 7 Batzen werth iſt?

8) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 11 Batzen und die des geringern 3 Batzen; wie viel von jedem braucht man, um 126 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 5 Batzen werth iſt?

9) Man hat zweyerley Wein: Die Maß des beſſern gilt 9 Batzen und die des geringern 3 Batzen; wie viel von jedem braucht man, um 180 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 4 Batzen werth iſt?

10) Man hat Wein, die Maß zu 7 Batzen und will ihn mit Waſſer vermiſchen, ſo daß 1 Maß nur noch 4 Ba-

tzen werth iſt; wie viel Waſſer darf ſich demnach unter 112 Maß gemiſchtem befinden?

11) Man will Wein, wovon die Maß 11 Batzen gilt, ſo mit Waſſer vermiſchen, daß die Maß nur noch 7 Batzen werth iſt; wie viel Waſſer darf ſich demnach unter 231 Maß gemiſchtem befinden?

12) Man hat Kernen, das Malter zu 10 fl. und Korn, das Mltr. zu 8 fl.; wie viel von jeder Gattung braucht man, um 90 Malter gemiſchte Frucht zu machen, wovon das Malter 9 fl. werth iſt?

13) Man hat zweyerley Getreid, nämlich Korn, das Malter zu 8 fl. und Gerſt, das Malter zu 5 fl.; wie viel von jeder Gattung muß man nehmen, um 60 Mltr. gemiſchte Frucht zu machen, wovon 1 Mltr. 7 fl. werth iſt?

14) Man hat zweyerley Silber, nämlich 14 löthiges und 9 löthiges; wie viel Mark von jeder Gattung braucht man, um 10 Mark 12 löthiges zu machen?

15) Man hat zweyerley Silber, nämlich 8 löthiges und 15 löthiges; wie viel Mark von jedem braucht man, um 84 Mark 13 löthiges zu machen?

Auflöſungen.

Wie überall muß auch hier die Auflöſung aus der Natur der Sache, und nicht aus Formeln, oder gar aus beſonders dazu erfundenen Figuren geleitet werden. Man kann ſich demnach hier die ganze Verrichtung ſo denken:

1) Der Wirth ſchüttet 1 Maß 8 Batzen-Wein in das leere oder 7 Batzen-Faß, und verliert ſomit 1 Batzen.

Schüttet er auch 1 Maß 5 Batzenwein in das 7 Batzenfaß, ſo gewinnt er 2 Batzen; er darf aber nur 1 Batzen ge-

winnen. Gewinnt er nun 2 Batzen an 1 Maß des geringern, ſo gewinnt er 1 Batzen an ½ Maß des geringern.

Folglich gehört 1 halbe Maß des ger. zu 1 ganzen Maß des beſſern, oder 1 halbe Maß des ger. zu 2 halben Maß des beſſern.

Mithin gehört auch 1 ganze Mß des ger. zu 2 ganzen Maß des beſſern, das ſind 3 Maß gemiſchter. Es ſollen aber 120 Maß gemiſchter in das leere Faß, folglich muß dieſe Miſchung mit 3 Maß ſo oft vorgenommen werden, als 3 in 120 enthalten ſind — und ſo vielmal 2 Maß des beſſern kommen in die Miſchung ꝛc.

8   1 Mß = 2 Mß.
  7
5   ½ Mß = 1 Mß.
          3 Mß.

Alſo 40 mal 2 Maß = 80 Mß des beſſern,
und 40 — 1 — = 40 Mß des geringern.

2) Es gehört 1 Drittels Maß des geringern zu 1 ganzen Mß des beſſ. oder 1 Drittels Mß des ger. zu 3 Drittels Mß des beſſern.

Mithin gehört auch 1 ganze Maß des ger. zu 3 ganzen Maß des beſſern, das ſind 4 Maß gemiſchter. ꝛc. Man braucht alſo 25 mal 3 Maß oder 75 Maß vom beſſern, und 25 Maß vom geringern.

3) 26 mal 4 Mß oder 104 Mß vom beſſern, und 26 Mß vom ger.

4) 30 mal 5 Mß oder 150 Mß vom beſſern, und 30 Maß vom ger.

5) Man nimmt zuerſt 1 Maß 10 Batzenwein in die Miſchung um 8 Batzen, und verliert ſomit 2 Batzen.

Nimmt man nun auch 1 Maß 5 Batzenwein in die Miſchung um 8 Batzen, ſo gewinnt man 3 Batzen; man ſoll aber nur 2 Batzen gewinnen.

Gewinnt man nun 3 Batzen an 1 Maß des geringern, ſo gewinnt man 1 Batzen an $\frac{1}{3}$ Maß des geringern, folglich
2 Batzen an $\frac{2}{3}$ Maß des geringern.

Es gehörte alſo 2 Drittels Maß des ger. zu 1 Mß des beſſern, oder 2 Drittels Maß des ger. zu 3 Drittels Mß des beſſern.

Mithin geh. auch 2 ganze Maß des ger. zu 3 ganzen Mß des beſſ. das ſind 5 Maß gemiſchter.

Dieſe Miſchung ſo vielmal wiederholt als 5 in 100 enthalten ſind, gibt 20 mal 3 Maß oder 60 Mß vom beſſern,
und 20 mal 2 Maß oder 40 Mß vom geringern.

6) 28 mal 4 Mß oder 112 Mß vom beſſern, und
28 mal 3 Mß oder 84 Mß vom geringern.

7) 20 mal 2 Mß oder 40 Mß vom beſſern, und
20 mal 3 Mß oder 60 Mß. vom geringern.

8) Ant. $31\frac{1}{2}$ Mß vom beſſern, und $94\frac{1}{2}$ Mß vom geringern.

9) Ant. 30 Mß vom beſſern, und 150 Mß vom geringern.

10) Das Waſſer koſtet 0, und man braucht nach der bisherigen Verfahrungsart $\frac{3}{4}$ Maß Waſſer zu 1 Mß Wein, oder $\frac{3}{4}$ Mß Waſſer zu $\frac{4}{4}$ Maß Wein; alſo auch 3 ganze Maß Waſſer zu 4 ganzen Maß Wein ꝛc. Alſo 16 mal 3 oder 48 Maß Waſſer.

7		1 Mß = 4 Mß
	4	
0		$\frac{3}{4}$ Mß = 3 Mß
		7 Mß

11) Ant. 21 mal 4, oder 84 Maß Waſſer.

12) Ant. 45 Mltr. Kernen, und 45 Mltr. Korn.

13) Ant. 20 mal 2 oder 40 Mltr. Korn, und 20 Mltr. Gerſt.

14) Ant. 2 mal 3 oder 6 Mark des höhern, und 4 Mark des geringern.

15) Ant. 12 mal 5 oder 60 Mark des höhern, und 24 M. des geringern.

Anmerkung.

Da der Verluſt an der höhern Gattung durch den Verluſt der geringern Gattung erſetzt werden muß, ſo wird man nach der ſo eben gezeigten Berechnungsart mehr und mehr Folgendes eingeſehen haben:

„So viel Theile des Werthes an der höhern Gattung verloren gehen, ſo viel Theile müſſen von der geringern Gattung zur Miſchung genommen werden — und

ſo viel Theile des Werthes an der geringern Gattung genommen werden, ſo viel Theile müſſen von der höhern Gattung in die Miſchung."

Demnach gibt es für all dergleichen Aufgaben noch eine

Kürzere Auflöſungsart.

Man berechne nun die vorigen 15 Aufgaben auch noch einmal ſo, wie folgt:

1) Gibt man 1 Maß 8 Batzenwein um 7 Batzen, ſo verliert man 1 Batzen, folglich nimmt man 1 Theil von der geringern Gattung zur Miſchung.

Gibt man aber 1 Maß 5 Batzenwein um 7 Batzen, ſo gewinnt man 2 Batzen, folglich nimmt man 2 Theile von der höhern Gattung zur Miſchung. Das ſind zuſammen 3 Theile, (freylich einsweilen nur im Kleinen; aber man ſieht

leicht, daß auch die Miſchung im Großen oder Ganzen aus 3 Theilen beſtehen müſſe) folglich muß die ganze Miſchung aus 3 Theilen zuſammengeſetzt werden.

Sind aber 3 Theile 120 Maß, ſo iſt 1 Theil der 3te Theil von 120 Maß, das iſt: 40 Maß ꝛc.

8 2 Th. $=$ 2 $\times$ 40 Mß $=$ 80 Mß

7

5 1 Th. $=$ 1 $\times$ 40 Mß $=$ 40 Mß

3 Th. $=$ 120 Mß

1 Th. $=$ 40 Mß.

[Eben ſo berechne man vollends die übrigen 14 Aufgaben!]

---

b.

1) Man hat 3 Gattungen Wein, ſie ſollen a, b und c heißen: 1 Maß a koſtet 20 kr., 1 Maß b 19 kr. und c 12 kr.; wie viel Maß von jeder Gattung braucht man, um 150 Mß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 16 kr. werth iſt?

2) Man hat dreyerley Wein: 1 Maß a koſtet 24 kr., 1 Maß b 20 kr. und c 15 kr.; wie viel Maß von jedem muß man nehmen, um 182 Maß gemiſchten zu machen, wovon 1 Maß 17 kr. werth iſt?

3) Man hat dreyerley Silber, nämlich: a 14 löthiges, b 10 löthiges, c 9 löthiges, und will 36 Mark 11 löthiges daraus machen; wie viel Mark von jeder Gattung braucht man?

4) Man hat viererley Silber, nämlich a 14 löthiges,

b 10 löthiges, c 9 löthiges, d 6 löthiges und will 51 Mark 11 löthiges daraus machen; wie viel Mark von jeder Gattung braucht man zu einer ſolchen Miſchung?

5) Man hat viererley Mehl: 1 Malter von a gilt 8 fl. 1 Mltr. b 6 fl., 1 Mltr. c 4 fl., und 1 Mltr. d 3 fl.; wie viel Malter von jedem braucht man, um 154 Mltr. gemiſchtes zu machen, wovon 1 Mltr. 5 fl. werth iſt?

6) Man hat 180 Malter Frucht um 720 fl. verkauft: darunter war Kernen das Malter zu 9 fl., und Gerſt das Malter zu 3 fl.; wie viel von jeder Gattung war unter den 180 Maltern?

7) Man hat 100 Mltr. Frucht um 700 fl. verkauft: darunter war Korn das Malter zu 8 fl., und Gerſt das Malter zu 4 fl.; wie viel von jeder Gattung war unter den 100 Maltern?

8) Man hat 60 Malter Frucht um 300 fl. verkauft: darunter war Kernen das Malter zu 8 fl., Korn das Malter zu 6 fl. und Gerſt das Malter zu 4 fl.; wie viel von jeder Gattung war unter den 60 Maltern?

9) Man hat 140 Maß Wein um 37 fl. 20 kr. verkauft. Es war eine Miſchung von dreyerley Wein, nämlich: die Maß zu 20 kr., die Maß zu 18 kr. und zu 12 kr.; wie viel Maß von jeder Gattung war dabey?

Auflöſung.

Anm. Werden mehr als 2 Gattungen gemiſcht, ſo kommt eine Gattung mehrmal in die Miſchung. Daher werden dergleichen Aufgaben gelöst, wie folgt:

1) Gibt man 1 Maß 20 Kreuzerwein um 16 kr., ſo verliert man 4 kr.; folglich nimmt man 4 Theile vom geringſten c.

Gibt man hingegen 1 Maß 12 Kreuzerwein um 16 kr. ſo gewinnt man 4 kr., folglich nimmt man auch 4 Theile vom a. (Nun muß auch von b in die Miſchung.)

Gibt man 1 Maß b oder 19 Kreuzerwein um 16 kr. ſo verliert man 3 kr., folglich nimmt man jetzt 3 Theile von c in die Miſchung; (aber wie viel von b?)

Gibt man wieder 1 Maß von c um 16 kr. ſo verliert man 4 kr., folglich nimmt man dafür 4 Theile von b, das ſind zuſammen 15 Theile; mithin muß auch die ganze Miſchung aus 15 gl. Theilen beſtehen.

Sind aber 15 Theile 150 Maß gemiſchter, ſo iſt 1 Theil der 15te Theil davon, das iſt: 10 Maß ꝛc. Alſo braucht man von a 40 Maß ꝛc.

a = 20		4 Th.	4 × 10 Mß = 40 Mß
b = 19		4 Th.	4 × 10 Mß = 40 Mß
	16		
c = 12		4 Th. + 3 Th. 7	× 10 Mß = 70 Mß
		15 Th. = 150 Mß	
		1 Th. = 10 Mß	

Prob. 40 Mß a zu 20 kr. = 13 fl. 20 kr.
40 Mß b zu 19 kr. = 12 fl. 40 kr.
70 Mß c zu 12 kr. = 14 fl.

150 Mß gem. zu 16 kr. = 40 fl.

2) Ant. 2 mal 13 oder 26 Mß von a
2 — 13 — 26 Mß — b, und
10 — 13 — 130 Mß — c.

3) Hier kann man zuerſt a mit b und dann a mit c miſchen.

Gibt man 1 Mark 14 löthiges um 11 löthiges, ſo ver-

liert man 3 Loth fein Silber, folglich nimmt man 3 Theile von b.

Gibt man aber 1 Mark 10 löthiges um 11 löthiges, ſo gewinnt man 1 Loth fein Silber, folglich nimmt man 1 Theil von a.

Gäbe man wieder 1 Mark 14 löthiges um 11 löthiges, ſo wären wieder 3 Loth fein Silber verloren, folglich nimmt man auch 3 Theile von c ꝛc. Alſo zur ganzen Miſchung 12 Mark von jeder Gattung, wie man an folgender Darſtellung ſieht:

a = 14		1 Th. + 2 Th.	3 × 4 = 12 M.
	11		
b = 10		3 Th.	3 × 4 = 12 M.
c = 9		3 Th.	3 × 4 = 12 M.
		9 Th. = 36 M.	
		1 Th. = 4 M.	

4) Hier kommt a dreymal in die Miſchung. Man braucht nämlich zuerſt 1 Theil, dann 2 Theil und zuletzt 5 Theil, folglich in Allem 8 Theil von a, welche endlich 8 mal 3 oder 24 Mark ausmachen. Von jeder der übrigen Gattungen braucht man aber 3 Theile, oder 9 Mark.

5) Wo mehrere Dinge über, und auch zugleich mehrere unter dem Mittelpreiſe angegeben ſind, kann die Berechnung auf mehrerley Art geſchehen, und verſchiedene Antworten hervorbringen, deren jede dennoch richtig iſt.

Miſcht man alſo hier zuerſt a mit d, und dann b mit c, ſo braucht man 3 Theile von d und 2 Th. von a,
dann 1 Theil von c und 1 Th. von b, das ſind zuſammen 7 Theil ꝛc.

Man braucht alſo 2 mal 22 oder 44 Mltr. von a
3 — 22 = 66 Mltr. — b
1 — 22 = 22 Mltr. — c, und
1 — 22 = 22 Mltr. — d.

Würde man zuerſt a mit c, dann b mit c und wieder a mit d miſchen, ſo beſtünde die ganze Miſchung aus 11 gl. Theilen u. ſ. w. Es kommt in dieſen Fällen nur darauf an, von welcher Gattung man mehr oder weniger in die Miſchung nehmen will, ohne zu gewinnen oder zu verlieren.

6) Koſten 180 Malter 720 fl., ſo koſtet 1 Mltr. im Mittelpreiſe 4 fl. Ich unterſuche nun nach der vorigen Art, wie viel Malter von jeder Gattung nach dieſem Mittelpreiſe in der Miſchung ſind.

Kern = 9 — 1 Th.
4
Gerſt = 3 — 5 Th.
6 Th. = 180 Mltr.

Es waren alſo 30 Mltr. Kernen, und 150 Mltr. Gerſt in der Miſchung.

7) Koſten 100 Mltr. 700 fl. ſo koſtet 1 Mltr im Mittelpr. 7 fl. ꝛc.

Es waren demnach 75 Mltr. Korn und 25 Mltr. Gerſt.

8) Der Mittelpreis iſt 5 fl., und es findet ſich, daß
1 Th. Kernen dabey iſt = 10 Mltr.
1 Th. Korn = 10 Mltr.
4 Th. Gerſt = 40 Mltr.

9) 37 fl. 20 kr. ſind 2240 kr. ꝛc. Alſo koſtet 1 Maß im Mittelpreiſſe 16 kr. ꝛc. Es waren 40 Maß vom erſten dabey, 40 Maß vom 2ten und 60 Maß vom 3ten.

c.

1) Ein Becher aus Gold und Silber iſt 18 Loth ſchwer, und wiegt im Waſſer um $1\frac{1}{3}$ Loth weniger. (Weil nämlich das Waſſer ſo viel von der Schwere trägt.) Man weiß aber aus der Erfahrung, daß 18 Loth fein Gold im Waſſer um 1 Loth weniger wiegen, und 18 Loth. fein Silber im Waſſer um $1\frac{1}{2}$ Loth weniger; wie viel Gold und wie viel Silber wird demnach an obigem Becher ſeyn?

2) Ein Becher aus Gold und Silber wiegt im Freyen 18 Loth, im Waſſer aber um $1\frac{1}{5}$ Loth weniger; wie viel Gold wird wohl an dieſem Becher ſeyn?

3) Ein Gefäß aus Gold und Silber wiegt im Freyen 30 Loth, im Waſſer aber um $2\frac{1}{5}$ Loth weniger; wie viel Gold iſt dabey?

4) Ein Gefäß aus Gold und Silber wiegt im Freyen 30 Loth, im Waſſer aber um $2\frac{1}{4}$ Loth weniger; wie viel Gold und wie viel Silber iſt dabey?

5) Ein Klumpen Zinn und Bley wiegt im Freyen 300 ℔, und im Waſſer 35 ℔ weniger. Man weiß aber aus der Erfahrung, daß 37 ℔ Zinn 5 ℔, und 23 ℔ Bley 2 ℔ im Waſſer an ihrem Gewichte verlieren; wie viel Pfund Zinn u. wie viel Bley enthält der Klumpen?

6) Ein Klumpen Zinn und Bley wiegt im Freyen 120 ℔, und im Waſſer nur 106 ℔; wie viel Zinn und Bley iſt darunter?

Auflöſungen.

1) Silb. = $1\frac{1}{2}$ Loth
$1\frac{1}{3}$ Loth
Gold = 1 Loth

[Hier werden blos die Abgänge mit einander verglichen; welche man aber zuvor

unter einerley Nenner bringt: Der gemeinſchaftliche Nennes für 2tel und 3tel iſt 6. Mithin gibt $1\frac{1}{2}$ Loth $\frac{9}{6}$ oder 9 gleiche Theile, $1\frac{1}{3}$ Loth 8 ſolche Theile, dann 1 Loth 6 ſolche Theile, und die Berechnung geht vollends wie hier links.]

S = 9 2 Th. Es ſind alſo 12 Loth Silber und 6 Loth Gold dabey.
8
G = 6 1 Th.

3 Th = 18 Loth
1 Th. = 6 Loth.

2) Ant. $7\frac{1}{5}$ Loth Silber, und $10\frac{4}{5}$ Loth Gold.

3) 18 Loth Gold verlieren im W. 1 Loth, alſo verl. 30 Loth $1\frac{2}{3}$ L.

18 Loth Silb. — — W. $1\frac{1}{2}$ Loth, alſo verl. 30 Loth $2\frac{1}{2}$ L.

Die 30 Loth des Gemiſchten verlieren, wie bekannt, $2\frac{1}{5}$ Loth.

[Der gemeinſchaftliche Nenner für 2tel, 3tel und 5tel iſt 30, und die Berechnung geht vollends wie hier links.

S = 75 16 Th.
66
G = 50 9 Th.

25 Th. = 30 L.
1 Th. = $1\frac{1}{5}$ L.

Es ſind alſo $19\frac{1}{5}$ Loth Silber und $10\frac{4}{5}$ Loth Gold.

4) 9 Loth Gold und 21 Loth Silber.

5) Verlieren 37 ℔ Zinn 5 ℔ im W. ſo verl. 300 ℔ $\frac{1500}{37}$ ℔.

Verlieren 23 ℔ Bley 2 ℔ — — ſo — 300 ℔ $\frac{600}{23}$ ℔.

Die 300 gemiſchten Pfund verlieren aber 35 ℔.

Der gem. Nenner für 23ſtel und 37ſtel iſt 851, daher ſind 1500 ℔ = $\frac{34500}{851}$ oder 34500 gleiche Theile, un

$\frac{600}{23}$ ℔ ſind 22200 ſolche Theile und 35 ℔ ſind 29785 ſolche Theile. Die Berechnung geht vollends ſo:

Z = 34500 7585 Th.

29785

Bl = 22200 4715 Th.

12300 Th. = 300 ℔

alſo 1 Th. = $\frac{1}{41}$ ℔

Mithin beſteht der ganze Klumpen aus $\frac{7585}{41}$ ℔. = 185 ℔ Zinn, und aus $\frac{4715}{41}$ ℔ = 115 ℔ Bley.

6) Ant 74 ℔ Zinn und 46 ℔ Bley.

Anmerkung.

Dieſe Berechnungen ſind, da zwey oder mehrere Metalle nach dem Zuſammenſchmelzen eigentlich weniger Raum einnehmen, als vorher, zwar nicht ſo ganz richtig; allein der Fehler, iſt auch ſo gering, daß er hier gar nicht in Anſchlag kommt

---

Vermiſchte Aufgaben.

a.

1) Zu gutem Schießpulver nimmt man 18 ℔ Salpeter, 3 ℔ Schwefel und 6 ℔ Kohlen; wie viel braucht man von jeder Gattung zu 540 ℔ Pulver?

2) Es bezahlt Einer 105 fl. in lauter 3 Kreuzerſtücklein, 6 Kreuzerſtücklein und 12 Kreuzerſtücklein ſo, daß von einer Geldſorte ſo viel dazu kommt als von der andern; wie viel Dreykreuzerſtücklein ſind dabey?

3) Es hat Einer um 108 fl. Korn und Gerſt, von ei-

ner Gattung ſo viel als von der andern, auf ſeinem Speicher: das Malter Korn koſtet 7 fl. und das Malter Gerſt 5 fl.; wie viel Malter Korn ſind dabey?

4) Es hat Einer 7 Stück Vieh um 54 fl. gekauft, nämlich Schweine und Kälber: 1 Schwein koſtet 10 fl. und 1 Kalb 6 fl.; wie viel Schweine ſind darunter?

5) Neun Kinder, nämlich Söhne und Töchter, theilen 1960 fl. ſo mit einander, daß jeder Sohn 240 fl. und jede Tochter 200 fl. bekommt; wie viel Söhne ſind dabey?

6) Acht Kinder, Söhne und Töchter, theilen 570 fl. ſo mit einander, daß jeder Sohn 95 fl. und jede Tochter 75 fl. erhält: alle Söhne bekommen zuſammen ſo viel als alle Töchter; wie viel Söhne ſind dabey?

7) Zwey Taglöhner arbeiteten mit einander 55 Tag. Der erſte bekam des Tags 20 kr. und der andere 24 kr.: am Ende der Arbeit hatte einer ſo viel verdient als der andere; wie viel Tag arbeitete jeder?

8) Zwey Taglöhner arbeiteten 92 Tag. Der erſte bekam des Tags 30 kr. und der andere $27\frac{1}{2}$ kr.: am Ende der Arbeit hatte einer ſo viel verdient als der andere; wie viel Tag arbeitete jeder?

9) Ein Wirth dingt einen Knecht unter der Bedingniß: der Knecht ſoll jeden Tag, wo er arbeitet, die Koſt und 30 kr., jeden Tag aber, wo er nicht arbeitet, keinen Lohn haben, und für die Koſt 18 kr. bezahlen. Nach 192 Tagen rechnen ſie ab und finden, daß keiner dem andern mehr etwas ſchuldig ſey; wie viel Tage hat der Knecht gearbeitet?

10) Ein Arbeiter verdient täglich ſeine Koſt und 24 kr., arbeitet er aber nicht, ſo bezahlt er 16 kr. für die Koſt: am

Ende des Jahrs bezahlt er nichts, und bekommt auch nichts; wie viel Tag hat er gearbeitet?

11) In einer gewiſſen Stadt ſind 2600 Soldaten: darunter ſind 9 mal ſo viel Infanteriſten und 3 mal ſo viel Cavalleriſten als Artilleriſten; wie viel ſind von jedem Corps (Kor) insbeſondere dabey?

12) Eine Geſellſchaft von 266 Perſonen beſteht aus 4 mal ſo viel Kaufleuten, und 2 mal ſo viel Offizieren als Studenten; wie viel ſind von jeder Klaſſe insbeſondere dabey?

13) Zwey Männer, 3 Weiber und 5 Kinder theilen 182 fl. ſo mit einander, daß ein Mann noch einmal ſo viel als ein Weib, ein Weib aber 3 mal ſo viel als ein Kind bekommt; wie viel erhält jede Perſon insbeſondere?

14) Ein Maurermeiſter, 5 Geſellen und 3 Handlanger haben mit einander 38 fl. verdient: der Meiſter bekam 3 mal ſo viel als ein Geſell, und jeder Geſell 2 mal ſo viel als jeder Handlanger; wie viel hat jeder insbeſondere verdient?

15) Man hat in einem Faſſe 3000 Maß Wein à 12 Batzen: aus dieſem thut man am 1ſten Tage 2000 Maß heraus, und dafür 2000 Maß à 4 Batzen hinein; am 2ten Tage thut man 2000 Maß heraus und dafür 1000 Maß Waſſer hinein; am 3ten Tage aber thut man 1000 Maß heraus und dafür 1000 Maß à 20 Batzen hinein; wie viel wird wohl 1 Maß der letztern Miſchung werth ſeyn?

16) Man hat in einem Faſſe 2000 Maß Wein à 6 Batzen: aus dieſem thut man am 1ſten Tage 1000 Maß heraus und 1000 Maß à 4 Batzen hinein; am 2ten Tage thut man wieder 1000 Maß heraus und dafür 1000 Maß à 3 Batzen hinein; wie viel koſtet 1 Maß der letztern Miſchung?

Auflöſung.

1) Die angegebene Miſchung iſt 27 ℔ Pulver, und ſo oft 27 ℔ in 540 ℔ enthalten ſind, ſo vielmal 18 ℔ Salpeter, eben ſo vielmal 3 ℔ Schwefel und eben ſo vielmal 6 ℔ Kohlen braucht man zu der ganzen Miſchung. Alſo

20 mal 18 = 360 ℔ Salpeter. 60 ℔ Schw. und 120 ℔ Kohl.

2) 3 kr., 6 kr. und 12 kr. ſind zuſammen 21 kr., und ſo vielmal dieſe in 105 fl. enthalten ſind, ſo viel Stücklein von jeder Art ſind dabey. Alſo 300 Groſchen.

3) 9 Mltr. Korn, und 9 Mltr. Gerſt } Prob. Dieſe koſten 9 × 7 fl. = 63 fl.
Dieſe koſten 9 × 5 fl. = 45 fl.

Alſo 108 fl.

4) Koſten 7 Stück 54 fl., ſo iſt der Mittelpreis für 1 Stück $7\frac{5}{7}$ fl. ꝛc.

Es ſind alſo 3 Schweine dabey.

[Oder auch ſo:] Man denkt zuerſt, es ſeyen lauter Kälber, und koſten ſomit 7 mal 6 oder 42 fl. Auf dieſe Art bleiben aber von 54 fl. noch 12 fl. übrig. Legt man nun von dieſem Reſte 4 fl. auf ein Kalb, ſo gilt es für 1 Schwein; 12 fl. ſind aber 3 mal 4 fl., folglich reichen ſie auf dieſe Art für 3 Schweine — und ſo viel ſind auch dabey.

5) (Wie vorhin auf zweyerley Art.) Es ſind 4 Söhne dabey.

6) Die Söhne bekommen alſo die Hälfte von 570 fl., das iſt: 285 fl.

So vielmal nun der Sohnstheil 95 fl. in 285 fl. enthalten iſt, ſo viel Söhne ſind dabey. Alſo 3 Söhne.

7) Man ſucht hier zuerſt, wie lang der erſte arbeiten muß, bis er ſo viel bekommt als der 2te, nämlich:

Verdient er 20 kr. in 1 Tag, ſo verdient er 24 kr. — wann?

Ant. In $1\frac{1}{5}$ Tag.

Alſo gehören $1\frac{1}{5}$ Tag des erſten zu 1 ganzen Tag des 2ten, oder 6 Fünftels Tag des 1ſten zu 5 Fünftels Tag des 2ten, alſo auch 6 ganze Tag des 1ſten zu 5 ganzen Tag des 2ten, das ſind zuſammen 11 gemiſchte Tage, und ſo vielmal dieſe in 55 gem. Tagen enthalten ſind, ſo vielmal 6 Tage arbeitete der 1ſte, und eben ſo vielmal 5 Tage der 2te.

Der 1ſte arbeitete alſo 5 mal 6 oder 30 Tage, und der 2te 5 mal 5 oder 25 Tag.

8) Der erſte 44 Tag, und der 2te 48 Tag.

9) Wenn der Knecht 1 Tag gearbeitet hat, ſo bekommt er 30 kr.; man unterſucht daher, wie viel Tage er damit die Koſt zu 18 kr. bezahlen und alſo feyern kann. Nämlich:

Kann er mit 18 kr. 1 Tag feyern, ſo kann er mit 3 kr. — wielang feyern? Ant. $1\frac{2}{3}$ Tag... Folglich kann er jedes Mal $1\frac{2}{3}$ Feyertag zu 1 ganzen Arbeitstag nehmen, oder 5 Drittels F. Tag zu 3 Drittels Arbeitstag; alſo auch 5 ganze F. Tag zu 3 ganzen Arbeitstagen, das ſind zuſammen 8 gemiſchte Tage, und ſo vielmal dieſe in 192 gemiſchten Tagen enthalten ſind, ſo vielmal 3 Tag hat er gearbeitet. Alſo 24 mal 3 oder 72 Tage.

10) Ant. 146 Tage hat er gearbeitet, und 219 Tage gefeyert.

11) Die Anzahl der Artilleriſten iſt die geringſte, man kann dafür 1 Th. oder den Buchſtab x ſetzen.

Es ſind 9 mal ſo viel Infanteriſten, das iſt alſo: 9 x,

und 3 mal ſo viel Cavalleriſten, das iſt: 3 x, alſo zuſammen 13 x.

x
9x
3x
13x = 2600

Sind aber 13 x = 2600 Soldaten, ſo iſt ein x = 200. Mithin ſind 200 Artilleriſten dabey, 9 mal 200 oder 1800 Infanteriſten, und 3 mal 200 oder 600 Cavalleriſten

12) Ant. 38 Studenten, 152 Kaufleute, und 76 Offiziere.

13) Ein Kind bekommt am wenigſten, alſo x, mithin
5 Kinder 5 x. Ein Weib bekommt 3 x, mithin
3 Weiber 9 x. Ein Mann bekommt 6 x, mithin
2 Männer 12 x.

26 x = 182 fl. ꝛc. Folglich bekommt

Ein Kind 7 fl., alſo 5 Kinder = 35 fl.

Ein Weib 21 fl., alſo 3 Weiber = 62 fl. und die Männer 84 fl.

14) Ant. Der Meiſter bek. 12 fl., 1 Geſell 4 fl. und 1 Handlanger 2 fl.

15) Nimmt man von 3000 Maß à 12 Batzen
2000 Maß heraus, ſo

bleiben 1000 Maß à 12 Batzen.

Thut man wieder 2000 Maß à 4 Batzen dazu,

ſo ſind es 3000 Maß à $6\frac{2}{3}$ Batzen.

Nimmt man wieder 2000 Maß heraus,

ſo bleiben 1000 Maß à $6\frac{2}{3}$ Batzen.

Thut man wieder 1000 Maß Waſſer dazu,

ſo ſind es 2000 Maß à $3\frac{1}{3}$ Batzen.

Nimmt man wieder 1000 Maß heraus,

ſo ſind es 1000 Maß à $3\frac{1}{3}$ Batzen.

Thut man wieder 1000 Maß à 20 Batzen hinein,

ſo ſind es 2000 Maß à $11\frac{2}{3}$ Batzen.

16) Wie vorhin. Es bleiben zuletzt 2000 Maß à 4 Batzen im Faſſe.

---

b.

1) Eine Mühle hat 3 Gänge: man macht auf dem 1ſten täglich 8 Mltr., auf dem 2ten 10 Mltr. und auf dem 3ten 12 Mltr.; wie bald wird man demnach mit 600 Mltr. fertig?

2) Eine Mühle hat 3 Gänge: man macht auf dem 1ſten in 2 Tagen 15 Mltr., auf dem 2ten 18 Mltr. und auf dem 3ten 23 Mltr.; wann wird man demnach mit 168 Mltr. fertig?

3) Eine Mühle hat 3 Gänge: man macht auf dem 1ſten in 2 Tagen 15 Malter, auf dem 2ten in 3 Tagen 20 Mltr. und auf dem 3ten in 4 Tagen 34 Malter; wie lang wird man demnach auf allen 3 mit 204 Maltern zu thun haben?

4) Man hat einen Trog, in welchen aus 2 Röhren: a und b, Waſſer fließt: a allein füllt ihn in 20 Stunden, b in 10 Stunden; wann werden ihn beyde zugleich füllen.?

5) Man hat einen Trog unter 2 Röhren a und b: a allein füllt ihn in 12 Stunden, b in 8 Stunden; wann füllen ihn beyde zugleich?

6) Man hat einen Trog unter 2 Röhren a und b: a allein füllt ihn in 20 Stunden, b in 15 Stunden; der Trog hat aber auch eine Oeffnung, welche ihn in 30 Stunden wieder leert. Wenn nun die Röhren und Oeffnung zugleich fließen; wann wird da der Trog voll?

7) Man hat einen Trog unter 2 Röhren a und b: a allein füllt ihn in 18 Stunden, b in 15 Stunden; der Trog hat aber auch eine Oeffnung, welche ihn in 9 Stunden leert. Wenn nun die Röhren und Oeffnung zugleich fliessen; wann wird der Trog voll?

8) An einem Springbrunnen sind 3 Röhren: aus der 1ſten laufen in 3 Stunden 4 Ohm, aus der 2ten in 5 Stunden 7 Ohm, und aus der 3ten in 2 Stunden 3 Ohm; in wie viel Stunden werden dieselben, wenn man ſie alle zugleich anläßt, einen Zuber von $21\frac{1}{2}$ Ohm füllen?

Aufloſungen.

1) Macht man in einem Tag
auf dem 1ſten 8 Mltr.
— — 2ten 10 —
— — 3ten 12 — ſo macht
man in Allem 30 Mltr. in 1 Tag
folglich 600 Mltr. in 20 Tagen.

2) Wie vorhin; man mahlt auf allen drey 56 Mltr. in 2 Tagen, alſo 168 Mltr. in 6 Tagen.

3) Mahlt man auf dem 1ſten in 2 Tagen 15 Mltr. ſo mahlt man in 1 Tag den halben Theil davon, das iſt $7\frac{1}{2}$ Mltr.

Mahlt man auf dem 2ten in 3 Tagen 20 Mltr., ſo mahlt man in 1 Tag den 3ten Theil davon, das iſt: $6\frac{2}{3}$ Mltr.

Mahlt man auf dem 3ten in 4 Tagen 34 Mltr., ſo mahlt man in 1 Tag den 4ten Theil davon, das iſt: $8\frac{1}{2}$ Mltr.

Folglich mahlt man auf allen 3 zugleich $22\frac{2}{3}$ Mltr. in 1 Tag, alſo 204 Mltr. in 9 Tagen.

4) Füllt die Röhre a in 20 Stunden den ganzen Trog, ſo füllt ſie in 1 Stund den 20ſten Theil deſſelben, das iſt: $\frac{1}{20}$

Füllt die Röhr b in 10 Stunden den ganzen Trog, ſo füllt ſie in 1 Stund den 10ten Theil deſſelben, das iſt: $\frac{1}{10}$

Folglich füllen beyde zugleich $\frac{3}{20}$ in 1 Stund, alſo $\frac{20}{20}$ oder den ganzen Trog in $6\frac{2}{3}$ Stunden.

5) a füllt in 1 Stund $\frac{1}{12}$ des Troges
b — — 1 — $\frac{1}{8}$ — —, folglich füllen beyde zugleich $\frac{5}{24}$ in 1 Stund, alſo $\frac{24}{24}$ oder den ganzen Trog in $4\frac{4}{5}$ Stund.

6) a füllt in 1 Stund $\frac{1}{20}$
b — — 1 — $\frac{1}{12}$, alſo beyde zugleich $\frac{7}{60}$ in 1 Stund. Die Oeffnung leert aber $\frac{1}{30}$ oder $\frac{2}{60}$ in 1 Stund, folglich werden nur $\frac{5}{60}$ gefüllt in 1 Stund, und $\frac{60}{60}$ oder der ganze Trog in 12 Stunden.

7) In 90 Stunden.

8) Alle 3 zuſammen füllen $4\frac{7}{30}$ Ohm in 1 Stund, mithin $21\frac{1}{6}$ Ohm in 5 Stunden.

---

e.

1) Ein Bauer bringt, nachdem er den Zehnten auf dem Felde gelaſſen hat, 513 Garben in ſeine Scheuer; wie viel Garben hat ſein Feld ſammt dem Zehnten getragen?

2) Ein Bauer hat ohne den Zehnten 45 Wägen voll Grundbirn heimgeführt; wie viel Wägen voll hatte er ſammt dem Zehnten auf dem Feld?

3) Es will Einer ſeinem Freunde 30 fl. nach Paris ſchicken: dort nimmt aber der Zoller zuvor von jedem fl. 4 kr. Abzug; wie viel muß man alſo hier beylegen, damit der Freund gerad ſeine 30 fl. erhält?

4) Es will Einer 500 fl. poſtfrey nach Hamburg ſchicken, kann aber hier das Poſtgeld mit 6 Kreuzer vom Gulden nicht bezahlen; wie viel muß er alſo in Allem fortſchicken, damit gerad 500 fl. an ihren beſtimmten Platz kommen?

5) Es ſollen 1996 fl. verſchickt werden, man zahlt von 100 fl. 12 kr. Fracht; wie viel muß man noch beylegen, damit die Fracht von dem Empfänger bezahlt werde, und er ſeine 1996 fl. für ſich übrig hat?

6) Man ſoll 1198 fl. irgendwohin ſchicken: die Fracht iſt $\frac{1}{6}$ fl. proCent; wie viel muß man noch beylegen, damit die Fracht von dem Empfänger bezahlt werde, und er noch ſeine 1198 fl. für ſich hat?

7) Ein Weinhändler verkauft einen Vorrath Wein um 7920 fl., und hat 10 fl. proCent Gewinn; wie theuer hat er demnach dieſen Wein eingekauft?

8) Ein Bauer hat einen Acker gekauft, und gleich wieder um 530 fl. ſo verkauft, daß er 6 fl. proCent Gewinn bekam; wie theuer hatte er den Acker alſo ſelbſt gekauft?

9) Ein Bauer hat eine Wieſe gekauft, und gleich wieder um 752 fl. ſo verkauft, daß er an jedem 100 fl. 6 fl. verlor; wie theuer hatte er den Acker ſelbſt gekauft?

10) Ein Kaufmann verkauft einen Vorrath Zucker um

754 fl. mit $5\frac{3}{4}$ fl. proCent Verluſt; wie viel verlor er alſo in Allem?

11) Es verkauft Einer eine Uhr um 47 fl., und verliert 6 proCent; wie theuer hatte er alſo ſelbſt die Uhr?

12) Es verkauft Einer einen Sack voll Mehl um 6 fl. mit 10 fl. proCent Verluſt; wie hoch kam ihn alſo ſelbſt das Mehl?

13) Ihrer zwey haben Wein um einerley Preis gekauft, und wieder ſo verkauft, daß der 1ſte an 1 Ohm 20 fl. pro Cent gewann, da er ſie um 8 fl. gab, der andere aber 5 fl. proCent an 1 Ohm verlor; wie theuer hat der letztere alſo ſeinen Wein gegeben?

14) Zwey Kaufleute haben für einerley Preis Käs gekauft; der 1ſte verkaufte den Zentner wieder um 24 fl. und gewann 20 fl. proCent, der andere verlor im Verkaufe 5 fl. proCent; wie theuer hat er alſo den Zentner verkauft?

Aufloſungen.

1) Der Bauer nimmt ſeine Früchte für ſich 9 garbenweis, und ſo vielmal er 9 Garben hat, ſo vielmal 10 Garben trug ſein Feld, 9 Garben ſind aber in 513 Garben 57 mal enthalten, alſo trug ſein Feld 57 mal 10 Garben, das iſt: 570 Garben.

2) So vielmal 9 Wägen er für ſich bekam, ſo vielmal 10 Wägen waren auf ſeinem Felde ꝛc. alſo 50 Wägen voll.

3) Wollte man in dieſem Falle 30 Batzen zulegen, ſo bekäme der Zoller 32 fl. in die Hände, und würde 32 Batzen Abzug nehmen, wo denn der Freund in Paris um 2 Batzen zu wenig bekäme, wollte man daher auch zuvor dieſe Batzen zulegen, ſo gieng es wieder ſo, u. ſ. w. Allein ſo kann auch

dieſe Aufgabe nicht verſtanden werden, wie man gleich in der folgenden Auflöſung ſehen wird: Schickt man (in Gedanken) einsweilen 1 fl. nach Paris ſo bekommt der Freund 56 kr. und der Zoller 4 Kreuzer.

Schickt man wieder 1 fl. dahin, ſo bekommt der Freund wieder 56 kr., folglich erhält er ſein Geld 56 kr weis, und ſo vielmal 56 kr. in 30 fl. — oder in 1800 Kreuzern enthalten ſind, ſo viel fl. müſſen nach Paris geſchickt werden. 56 in 1800 (32$\frac{1}{7}$ mal., Alſo müſſen zu 30 fl. noch 2$\frac{1}{7}$ fl. für den Zoller gelegt werden. Das iſt: 2 fl. 8$\frac{4}{7}$ kr.)

4) Das Geld kömmt demnach in Hamburg 54 kreuzerweis an, und ſo viel mal 54 kr. in 500 fl. oder 30000 Kreuzern enthalten ſind, ſo viel Gulden müſſen hier ſtatt 500 fl. abgeſchickt werden ꝛc. Alſo 555$\frac{5}{9}$ fl.

5) Weil an 100 fl. $\frac{1}{7}$ fl. für Fracht wegfällt, ſo bekommt der Empfänger ſein Geld nur 99$\frac{4}{7}$ guldenweis.

So viel mal alſo 99$\frac{4}{7}$ fl. in 1996 fl. enthalten ſind, ſo viel 100 fl. müſſen verſchickt werden. 99$\frac{4}{7}$ in 1996 (20 mal. Daher müſſen 20 Hundert oder 2000 fl. verſchickt, folglich zu 1996 fl., 4 fl. gelegt werden.

6) Der Empfänger bekommt ſein Geld 99$\frac{5}{6}$ guldenweis ꝛc. folglich muß der Empfänger 1200 fl. in Allem erhalten; davon aber gehören ihm 1198 fl., mithin müſſen 2 fl. zugelegt werden.

7) Der Weinhändler hat ſein Geld 110 guldenweis eingenommen, ſo vielmal nun 110 fl. in 7920 fl. enthalten ſind, ſo vielmal 100 fl. hatte er ſelbſt dafür gegeben. 110 ſind in 7920 72 mal enthalten, alſo hatte er 7200 fl. dafür gegeben, und 720 fl. gewonnen.

8) Um 500 fl. alſo hat er 30 fl. gewonnen.

9) Da hatte er ſein Geld 94 guldenweis eingenom-

men ꝛc. folglich hatte er 800 fl. dafür gegeben, und daher 46 fl. verloren.

10) Da bekam er eigentlich ſein Geld $94\frac{1}{4}$ gulden, weis ꝛc. folglich hatte er 800 fl. dafür gegeben, und daher 46 fl. daran verloren.

11) Da bekam er ſein Geld (gleichſam) 94 fl. weis; ſo oft nun 94 fl. in 47 fl. enthalten ſind, ſo vielmal 100 fl. hatte er dafür gegeben. 94 ſind in 49 ($\frac{47}{94}$ mal enthalten alſo hatte er $\frac{47}{94}$ mal 100 fl. dafür gegeben, das iſt: $\frac{4700}{94}$ fl. oder 50 fl.

Oder:

Anſtatt 94 fl. hatte er 100 fl., anſtatt 47 fl. aber wie viel? Ant. 50 fl.

Anmerkung.

[Mit dieſem Ausdruck Anſtatt laſſen ſich auch alle vorige Aufgaben löſen, als:]

1ſte Aufgabe. G. 9 : G. 10 = 513 : x? das heißt:

Anſtatt 9 Garben hatte er 10 auf dem Felde, und anſtatt 513, wie viel? Ant. 570.

2te Aufgabe. Eben ſo.

3te Aufgabe. 56 : 60 = 1800 : x? Das heißt:

Anſtatt 56 Kreuzer muß der Freund 60 haben, und (wenn man ihm auch zugleich das Zollgeld mitſchicken will) anſtatt 1800 Kreuzer wie viel? Ant. 32 fl. $8\frac{4}{7}$ kr. ꝛc. alſo iſt das Zollgeld allein 2 fl. $8\frac{4}{7}$ kr.

[Eben ſo die übrigen Aufgaben, und dann die folgenden:]

12) Auf 6 fl. 40 kr.

13) Aus dem Verkaufe des 1ſten findet man, daß die Ohm $6\frac{2}{3}$ fl. koſtete. Hat alſo der 2te 1 Ohm zu $6\frac{2}{3}$ fl. ſo

verkauft, daß er 5 fl. proCent verlor, ſo hat er ſelbe um $6\frac{1}{3}$ fl. verkauft.

[Oder gleich ſo:] 120 : 8 = 95 : x? das iſt:

Koſtet die Ohm, wenn das Geld 120 guldenweis gelöst wird, 8 fl., ſo koſtet die Ohm, wenn das Geld 95 guldenweis gelöst wird — wie viel?

14) 19 fl.

---

d.

Agio (ſprich: Aſchio.) Das iſt: Aufgeld oder Gewinn.

1) Es will ein Geldwechsler einem Wirth gegen lauter Kronthaler zu 2 fl. 42 kr. anders Geld, und zwar jedes Mal zu 5 fl. noch 3 Kreuzer Agio geben; wie viel Gulden Agio bekommt da der Wirth gegen 720 Kronthaler?

2) Es hat Einer 132 Stück Dukaten, jede zu 5 fl. 30 kr. eingenommen, und kann ſie gleich wieder gegen anders Geld ſo auswechſeln, daß er jedes Mal von 6 fl. 4 Kreuzer Agio erhält; wie viel Gewinn bekommt er alſo in Allem?

3) Es kann Einer 300 Kronenthaler ſo gegen anderes Geld auswechſeln, daß er auf 100 fl. jedes Mal 4 fl. Agio erhält; wie viel Gewinn bekommt er alſo?

4) Es kann Einer 450 franzöſiſche Thaler zu 2 fl. 45 kr. mit 2 fl. proCent Agio auswechſeln; wie viel Gulden bekommt er dafür?

5) Es hat Einer 400 Stück Kronenthaler gegen anders Geld mit Agio ausgewechſelt, und 1087 fl. 12 kr. dafür erhalten; wie hoch war das Agio vom 100?

6) Es will Einer 6000 Stück ungangbare Münz zu 5 kr. mit 4 fl. proCent Rabatt (Abzug) gegen gangbare Münz geben; wie viel Gulden bekommt er dafür?

7) Es will Einer einen Vorrath Halbeguldenſtücke auswechſeln, da kommt ein Wechsler und will 1 kr. Agio aufs Stück (das heist: auf 30 kr.) geben; es kommt aber auch ein anderer, und biethet $3\frac{1}{2}$ kr. proCent (das heist: auf 100 kr.); welcher gibt mehr?

8) Es kann Einer 660 Stück Konvenzthaler gegen lauter franzöſiſche Thaler auswechſeln, und zwar ſo:

Gibt er ſeine Konvenzthaler nach dem 24 Kreuzerfuß, (das heist: zu 2 fl. 24 kr.) ſo will man ihm die franz. Th. zu 2 fl. 50 kr. geben; gibt er jene aber nach dem 20 Kreuzerfuß, (das heist zu 2 fl.) ſo will man ihm die franz. Th. um 2 fl. 45 kr. geben; in welchem Falle gewinnt er mehr?

9) Ein Schäfer verſpricht dem, der ſeine Schafe um einerley Preis verkauft, jedes Mal das 20ſte Stück zur Belohnung; wie viel darf demnach der Händler an 100 fl. abziehen?

10) Ein Buchdrucker gibt dem, der ſeine Bücher verkauft, jedes Mal das 10te gratis (das heist: zur Belohnung; wie viel darf demnach der Verkäufer an 100 fl. für ſich abziehen?

Auflöſungen.

1) 720 Krthaler ſind 1944 fl. Gibt er alſo auf 5 fl. 3 kr., ſo gibt er auf 1944 fl., wie viel? Ant. 19 fl. $26\frac{2}{7}$ kr.

2) 8 fl. 4 kr. 3) 32 fl. 24 kr. 4) 1262 fl. 15 kr. 5) 40 kr. 6) 480 fl.

7) Der 1ſte Wechsler gibt auf 30 kr. 1 kr. Agio, alſo auf 100 kr. wie viel? Ant. $3\frac{1}{3}$ kr. Folglich gibt der andere mehr, weil er $3\frac{1}{2}$ kr. gibt.

8) Ant. Im 1ſten Falle; und zwar um $79\frac{1}{17}$ Fr. Th. Denn 660 Kroth. à 2 fl. 24 kr. ſind 1584 fl., und dieß ſind

$559\frac{13}{17}$ Fr. Th. à $2\frac{3}{8}$ fl., 660 Krzth. à 2 fl. aber ſind 1320 fl. und dieß ſind 48c Fr. Th. à $2\frac{3}{4}$ fl.

9) Darf er an den Schafen den 20ſten Theil abziehen, ſo darf er auch an ihrem Werthe den 20ſten Theil abziehen; der 20ſte Theil von 100 fl. aber iſt 5 fl.

10) Ant. Den 10ten Theil von 100 fl. das iſt: 10 fl.

---

e.

1) Ein Reiter kommt in 3 Stunden 4 Meilen weit, ein anderer in 5 Stunden 6 Meilen; welcher reitet geſchwinder, und um wie viel?

2) Ein Reiter macht in 6 Stunden 8 Meilen; ein anderer aber in 3 Stunden 5 Meilen; welcher reitet geſchwinder, und um wie viel?

3) Ein Both macht jeden Tag 4 Stund, und iſt ſchon 6 Tag fort, da ſoll ihn ein anderer einholen, welcher des Tags 7 Stunden macht; wann erreicht er ihn?

4) Ein Both macht des Tags 10 Stund und iſt ſchon 5 Tag fort, da ſoll ihn ein anderer einholen, welcher des Tags 12 Stunden macht; wann holt er ihn ein?

5) Ein Both macht des Tags 6 Stund und iſt ſchon 9 Tag fort, da ſoll ihn ein anderer einholen; wie viel Stund muß letzterer täglich machen, um jenen in 18 Tagen einzuholen?

6) Ein Both macht täglich 10 Stund, und iſt ſchon 7 Tag fort, da ſoll ihn ein anderer einholen; wie viel Stund muß dieſer täglich machen, um jenen in 20 Tagen zu erreichen?

7) Zwey Bothen gehen zu gleicher Zeit ab: der eine von Frankfurt nach Baſel, und der andere von Baſel nach Frank-

furt, beyde Städte ſind 72 Stunden von einander entfernt, der Frankfurter Both macht täglich 7 Stund, und der Baſ-ler 5 Stund; wann kommen ſie zuſammen?

8) Zwey Güterwägen fahren zu gleicher Zeit ab: der eine von Heidelberg nach Freyburg, der andere von Freyburg nach Heidelberg, beyde Städte ſind 44 Stund von einander, der Heidelberger macht des Tags 5 Stund, und der Frey-burger 6; wann kommen ſie zuſammen?

9) Zwey Taglöhner arbeiten auf einem Acker einander entgegen: bis der eine 6 Schritt vorwärts kommt, kommt der andere 9 Schritt gegen ihn, der Acker iſt 420 Schritt lang; wie viel Schritt muß jeder zurücklegen, bis ſie zuſammen kommen?

10) Ein Knab will einen andern, der 60 Schritt vor ihm iſt, einholen: ſie machen gleichgroße Schritte, ſo oft aber der vordere 4 Schritt macht, macht der hintere 6; wie viel Schritte muß daher der letztere thun bis er jenen hat?

11) Ein alter und ein junger Hund fangen mit einander zu laufen an, und machen gleichgroße Schritte: ſo oft aber der alte 5 Sprünge macht, macht der junge 8; wie viel Sprünge wird wohl der alte machen, bis ihm der junge 54 Sprünge vor iſt?

12) Ein Hund fangt einen Haſen, welcher ſchon 90 Sprünge voraus iſt, da der Hund zu laufen anfängt: ſo oft aber der Has 5 Sprünge macht, macht der Hund 6, und 3 Hundsſprüng ſind ſo groß als 4 Haſenſprünge; wie viel Sprünge wird der Has noch machen, bis ihn der Hund packt?

13) Ein Hund fängt eine Katze, welche ſchon 60 Sprün-ge vor ihm iſt: dieſe macht 9 Sprünge, bis der Hund 7 macht, 2 Hundsſprünge ſind aber ſo groß als 3 Katzenſprün-ge; wann erwiſcht er ſie?

14) Es hat 2 geſchlagen; auf welchem Punkte des Zifferblattes kommt der Minutenzeiger über den Stundenzeiger?

15) Es hat 4 geſchlagen; auf welchem Punkte des Zifferblattes kommen beyde Zeiger über einander?

16) Es hat 12 geſchlagen; wo kommen beyde Zeiger wieder das 1ſte mal zuſammen?

17) Der Stunden- und der Minutenzeiger befinden ſich zwiſchen 4 und 5 Uhr über einander; wie viel Minuten ſind über 4 Uhr?

18) Beyde Zeiger ſtehen zwiſchen 5 und 6 Uhr über einander; wie viel Minuten ſind über 5 Uhr?

19) Ein gewiſſes Kapital trägt jährlich 400 fl. Zins, ſteht ſchon 6 Jahr aus und dauert noch immer fort, da legt man noch ein Kapital an, welches jährlich 700 fl. Zins trägt; wann werden die Zinſe des letztern eben ſo hoch ſeyn, als die des erſtern?

20) Ein Kapitaliſt hatte 800 fl. zu 5 proCent ausgeliehen: ein Bauer hatte zu gleicher Zeit für ein eben ſo großes Kapital Güter gekauft, und nach 3 Jahren ſchon ſo viel Zins daran gewonnen, als jener in 6 Jahren; wie viel Gulden brachte ihm daher jedes 100 in 1 Jahr?

Auflöſungen.

1) Der 1ſte macht in 3 St. 4 Meilen, alſo in 1 St. $\frac{4}{3}$ Meilen oder $1\frac{5}{15}$ Meilen.

Der 2te — — 5 St. 6 Meilen, alſo in 1 St. $\frac{6}{5}$ Meilen oder $1\frac{3}{15}$ Meilen.

Folglich macht der 1ſte in 1 Stund um $\frac{2}{15}$ Meilen mehr als der 2te.

2) Der 2te macht in 1 Stund $\frac{1}{3}$ Meil mehr als der 1ſte.

3) Der 1ſte iſt alſo 24 Stund vor, und dieſe muß der 2te einholen oder gewinnen.

Da nun der 1ſte in 1 Tag 4 Stund macht, und der andere 7 Stund, ſo gewinnt er 3 Stund in 1 Tag, folglich 24 Stund in 8 Tagen, und nach dieſen hat er den 1ſten.

Prob. In 8 Tagen macht der 2te 8 mal 7 St. oder
56 Stund.

und der 1ſte 8 × 4 St. oder 32 Stund; er hatte
aber ſchon 24 — vor,

das ſind zuſammen ebenfalls 56 Stund.

4) In 25 Tagen.

5) Der 2te muß alſo die 54 Stund, die der 1ſte ſchon vor hat, in 18 Tagen gewinnen.

Hat man aber in 18 Tagen 54 St. zu gewinnen, ſo hat man in 1 Tag den 18ten Theil davon zu gewinnen, das iſt: 3 Stund.

Folglich muß der 2te des Tags 6 Stund und noch 3 Stund machen, das iſt: 9 Stund.

6) $13\frac{1}{2}$ Stund.

7) Beyde machen alſo 12 Stund in 1 Tag, mithin 72 St. in 6 Tagen; und da kommen ſie zuſammen, da nämlich

der 1ſte 6 mal 7 Stund oder 42 St. gemacht hat, und
der 2te 6 × 5 — — 30 St.

8) Nach 4 Tagen, da nämlich der 1ſte 4 mal 5 Stund oder 20 Stund, und

der 2te 4 × 6 Stund oder 24 Stund gemacht hat.

9) Beyde machen 15 Schritt auf 1 Zug (das heißt: in einerley Zeit) folglich 420 Schritt auf 28 Züg. Mithin muß

der 1ſte 28 mal 6 Schritt oder 168 Schritt, und
der 2te 28 × 9 — — 252 — zurückle-
gen, dann ſind ſie beyſamen.

10) Der letztere gewinnt jedes Mal 2 Schritt auf 1 Zug, mithin 60 Schritt auf 30 Züge, folglich muß er 30 mal 6 oder 180 Schritt machen, dann iſt er beym 1ſten;

dieſer macht aber unterdeſſen 30 mal 4 oder 120 Schritt,

und hat 60 voraus,

das ſind ebenfalls 180 Schritt.

11) Der junge muß 50 Sprünge gewinnen, da er aber 8 Sprünge macht, bis der alte 5 macht, ſo gewinnt er 3 Sprünge auf 1 Zug, folglich 54 Spr. auf 18 Züge; unter dieſer Zeit macht der alte 18 mal 5 oder 90 Spr.

12) Der Hund muß 90 Haſenſprünge gewinnen; die Haſenſprünge ſind aber kleiner als die Hundsſprünge, daher muß man zuerſt dieſe verſchiedenen Sprünge unter ſich ausgleichen:

Sind 3 Hundsſprünge ſo groß als 4 Haſenſpr., ſo ſind 6 Hundsſpr. ſo groß als 8 Haſenſpr. Folglich kann man jetzt ſchließen:

Bis der Has 5 Sprünge macht, macht der Hund 8 ſolche Sprünge, und gewinnt demnach 3 Sprünge auf 1 Zug, alſo 90 Spr. auf 30 Züge.

Unter dieſer Zeit macht der Has 30 mal 5 oder 150 Sprünge, und da packt ihn der Hund.

13) Sind 2 Hundsſprünge ſo groß als 3 Katzenſprünge, ſo ſind 7 Hundsſpr. ſo groß als $10\frac{1}{2}$ Katzenſpr. ꝛc.

Folglich erwiſcht ſie der Hund, da ſie 360 Sprünge gemacht hat.

14) Um 2 Uhr ſteht der Minutenzeiger auf 12, und der Stundenzeiger iſt 2 Stund vor, welche alſo der Minutenz. einholen oder gewinnen muß.

Er macht aber 12 Stund auf dem Zifferblatt, bis der Stz. 1 Stund macht, und gewinnt alſo 11 Stund in 1 Stund, folglich 2 Stund in $\frac{2}{11}$ Stunden oder in $10\frac{10}{11}$ Minuten.

Mithin kommt der Minutenzeiger gleich hinter II über den Stundenzeiger.

15) Ant. Hinter 1 Minute nach IV.

16) Um 12 Uhr ſtehen beyde Zeiger über einander auf XII, weil ſie nun wieder über einander ſollen, ſo muß der Minutenzeiger einmal herum, bis er nur wieder auf XII ſteht, folglich iſt ihm der Stundenzeiger 12 Stund vor ꝛc.

Sie kommen alſo in 1 Stund 5 und $\frac{5}{11}$ Minuten wieder über einander. Das iſt: gleich hinter I.

17) Um 4 Uhr iſt der Stz. 4 Stund vor, welche alſo der Minutenzeiger zu gewinnen hat; er gewinnt aber 11 Stund in 1 Stund, alſo 4 St. in $21\frac{9}{11}$ Minuten.

18) Ant. $27\frac{3}{11}$ Minuten.

19) Das 1ſte Kapital hat in 6 Jahren alſo ſchon 2400 fl. vor, welche man mit dem 2ten einholen muß; man holt aber, da das 1ſte jährlich 400 fl. und das 2te 700 fl. Zins trägt, 300 fl. in 1 Jahr ein, alſo 2400 fl. in 8 Jahren.

20) 800 fl. zu 5 proCent tragen in 1 Jahr 8 mal 5 oder 40 fl. Zins, alſo in 6 Jahren 6 mal 40 oder 240 fl. Zins.

Dieſe holt der Bauer mit ſeinen 800 fl. in Gütern ſchon in 3 Jahren ein, folglich in 1 Jahr den 3ten Theil von 240 fl., das iſt: 80 fl.

Er holt aber mit 8 hundert Gulden dieſe 80 fl. ein,
alſo holt er mit 1 — — den 8ten Theil von 80 fl. ein, das iſt: 10 fl.

---

f.

1) Es hat Einer die Hälfte ſeines Geldes im Sack, $\frac{1}{3}$ in der rechten und 4 fl. in der linken Hand; wie viel Gulden hat er in der rechten Hand?

2) Es hat Einer 180 fl. bey ſich: $\frac{1}{5}$ davon hat er in der rechten Hand, $\frac{1}{4}$ in der linken und das Uebrige im Sack; wie viel Gulden hat er im Sack?

3) Ihrer 3 haben einen Käs um 2 fl. 40 kr. gekauft: der 1ſte behielt $\frac{1}{4}$ davon, der 2te $\frac{2}{5}$ und der 3te das Uebrige, welches 14 ℔ ſchwer war; was mußte jeder bezahlen?

4) Ein Bauer hat $\frac{2}{5}$ eines Ackers mit Korn, $\frac{3}{7}$ mit Gerſt und das Uebrige mit Klee angebaut: das Gerſtenſtück iſt um 2 Ruthen größer als das Kornſtück; wie viel Ruthen enthält der ganze Acker?

5) Ein Bauer hat $\frac{3}{8}$ eines Ackers mit Welſchkorn beſetzt, $\frac{2}{5}$ mit Grundbirn und das Uebrige mit Kohl: das Grundbirnſtück iſt um $2\frac{1}{2}$ Ruth größer als das Welſchkornſtück; wie viel Ruthen enthält demnach der ganze Acker?

6) Es denkt ſich Einer die Hälfte, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ ſeines Geldes und findet, da er dieſe Theile (in Gedanken) zuſammenzählt, daß 4 fl. mehr herauskommen, als er hat; wie viel Geld hat er alſo?

7) Es zählt Einer in Gedanken $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ ſeines Geldes zuſammen, und bringt auf dieſe Art 15 fl. mehr heraus als er hat; wie viel Gulden hat er alſo?

8) Ein alter Mann hinterließ 12000 fl. und 3 Kinder: das älteſte davon hatte aber ſelbſt 4 Kinder, und das älteſte von dieſen hatte wieder 2 Kinder; wie viel wird nun eins dieſer 2 letztern von des Urgroßvaters Vermögen erhalten haben?

9) Ihrer mehre haben einen gemeinſchaftlichen Handel unternommen: daran hatte a $\frac{2}{5}$ zu fordern, er verkaufte hiervon $\frac{1}{3}$ an b, und dieſer gab hiervon wieder $\frac{3}{4}$ an c; was hat demnach c am ganzen Handel zu gut?

10) Ein Herr ging ſpazieren, und gab einem armen Manne, da er nicht viel Geld bey ſich hatte, $\frac{2}{3}$ ſeines Geldes, endlich kam auch ein armes Weib, welchem er wieder $\frac{4}{5}$

vom Reſte gab, und ſo gerad noch 8 Kreuzer übrig behielt; wie viel Geld hatte er anfangs bey ſich?

11) Ein Krämer gab $\frac{3}{4}$ ſeines Geldes für Zucker aus, dann von dem Reſte $\frac{2}{5}$ für Kaffe, dann wieder von dem Reſte die Hälfte für Gewürz und die noch übrigen 7 fl. für Käs; wie viel Geld hatte er anfangs?

12) Ein Spieler verlor in einem Wirthshauſe $\frac{3}{8}$ ſeines Geldes, da ging er in ein anders und verlor wieder von dem Reſte $\frac{4}{5}$, nun verſuchte er ſein Glück noch in einem 3ten, verlor wieder $\frac{1}{3}$ des Reſtes, und konnte gerad noch 48 Kreuzer für Nachteſſen und Schlafgeld bezahlen; wie viel Geld hatte er im 1ſten Wirthshauſe verſpielt?

13) Ein Spieler ſpielte an verſchiedenen Tiſchen nach einander: er verlor aber am 1ſten Tiſche $\frac{2}{5}$ ſeines Geldes, da ging er an den 2ten und verlor $\frac{3}{5}$ des Reſtes, er ging auch noch an den 3ten Tiſch und verlor wieder $\frac{2}{3}$ vom Reſte; nun ward er zornig, warf Gläſer und Bouteillen zuſammen, und mußte für dieſe nebſt Strafe ſeine noch übrigen 5 fl. zahlen; wie viel Geld hatte er anfangs bey ſich?

Auflöſungen.

1) Ant. 8 fl. Eine Hälfte und $\frac{1}{3}$ des Geldes ſind zuſammen $\frac{5}{6}$ desſelben, dazu gehört alſo noch $\frac{1}{6}$, und dieſes macht die 4 fl. aus. Er hat nun $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{6}$ in der rechten Hand, das ſind alſo 2 mal 4 oder 8 fl.

2) Ant. 75 fl. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ des Geldes ſind zuſammen $\frac{7}{12}$ desſelben, dazu gehören alſo noch $\frac{5}{12}$, weil das geſammte Geld aus $\frac{12}{12}$teln beſteht.

Sind aber $\frac{12}{12}$tel 180 fl., ſo ſind $\frac{5}{12}$tel 75 fl.

3) Ant. Der 1ſte bekam 10 ℔ und bezahlte dafür 40 kr.
Der 2te — 16 ℔ — — — 1 fl. 4 kr.

Aufl. $\frac{1}{4}$ iſt $\frac{5}{20}$, $\frac{2}{5}$ ſind $\frac{8}{20}$, das ſind zuſammen $\frac{13}{20}$ des Käſes, wozu alſo noch $\frac{7}{20}$ gehören, und dieß ſind die 14 ℔.

Sind aber $\frac{7}{20}$ſtel 14 ℔, ſo iſt $\frac{1}{20}$ſtel 2 ℔.

Mithin hat der 1ſte 10 ℔, der 2te 16 ℔ und der 3te ohnehin 14 ℔, das ſind zuſammen 40 ℔ = 2 fl. 40 kr.

alſo 1 ℔ = 4 Kreuzer, und

der 1te bezahlte 10 mal 4 kr. = 40 kr.
der 2te — 16 — 4 kr. = 1 fl. 4 kr.
der 3te — 14 — 4 kr. = 56 kr.

zuſammen 2 fl. 40 kr.

4) Ant. 70 Ruthen. Denn $\frac{2}{5}$ des Ackers ſind $\frac{14}{35}$ desſelben, $\frac{3}{7}$ ſind $\frac{15}{35}$, und $\frac{15}{35}$ ſind um $\frac{1}{35}$ mehr als $\frac{14}{35}$. Nun heiſt es aber auch: das Gerſtenſtück iſt um 2 Ruthen mehr als das Kornſtück, alſo iſt $\frac{1}{35}$ſtel 2 Ruthen, mithin $\frac{35}{35}$ oder der ganze Acker 35 mal 2 Ruthen = 70 Ruthen.

5) 100 Ruthen. 6) 48 fl. 7) 108 fl.

8) 500 fl. Aufl. Dem älteſten gebührte $\frac{1}{3}$ des Vermögens; weil aber dieſes Kind ſelbſt 4 Kinder hatte, ſo gebührte dem älteſten dieſer 4 Kinder der 4te Theil von $\frac{1}{3}$ das iſt $\frac{1}{12}$, und da dieſes wieder 2 Kinder hatte, ſo gebührte dem älteren hiervon der halbe Theil von $\frac{1}{12}$, das iſt $\frac{1}{24}$ jenes Vermögens, oder $\frac{12000}{24}$ fl = 500 fl.

9) Ant $\frac{1}{10}$. Aufl. Der 3te Theil von $\frac{2}{5}$ iſt $\frac{2}{15}$, der 4te Theil von $\frac{2}{15}$ iſt $\frac{2}{60}$ oder $\frac{1}{30}$, alſo iſt 3 mal der 4te Theil von $\frac{2}{15}$teln $\frac{3}{30}$ oder $\frac{1}{10}$.

10) Ant. 2 fl. Aufl. Er hatte dem Weib $\frac{4}{5}$ des Reſtes gegeben, alſo noch $\frac{1}{5}$ desſelben übrig behalten, dieß ſind die 8 kr.

Iſt aber $\frac{1}{5}$ des Reſtes 8 kr. ſo iſt der ganze Reſt 5 mal 8 oder 40 kr.

Dieſe 40 kr. ſind der Reſt ſeines Geldes, da er dem Manne etwas gegeben hatte.

Er hatte aber dem Manne $\frac{2}{3}$ ſeines ganzen Geldes gegeben, folglich blieb ihm noch $\frac{1}{3}$ desſelben übrig, und dieß waren die 40 kr.

Iſt aber $\frac{1}{3}$tel 40 kr., ſo iſt das Ganze 3 mal 40 kr. oder 120 kr. das iſt: 2 fl.

11) Er hatte von ſeinem letzten Reſte eine Hälfte ausgegeben, alſo noch eine Hälfte übrig, dieß ſind die 7 fl.

Macht aber 1 Hälfte des Reſtes 7 fl. aus, ſo iſt der ganze Reſt 2 mal 7 oder 14 fl. Dieſe 14 fl. ſind der Reſt vom Kaffee.

Er hatte aber $\frac{2}{5}$ des vorigen Reſtes für Kaffee ausgegeben, folglich blieben ihm noch $\frac{3}{5}$ desſelben, und dieſe waren die 14 fl.

Sind aber $\frac{3}{5}$ des Reſtes 14 fl., ſo iſt $\frac{1}{5}$ der 3te Theil von 14 fl., das iſt: $\frac{14}{3}$ fl.

Iſt ferner $\frac{1}{5}$ des Reſtes $\frac{14}{3}$ fl., ſo iſt der ganze Reſt 5 mal $\frac{14}{3}$ fl.

Das iſt: $\frac{70}{3}$ fl. Dieſe $\frac{70}{3}$ fl. ſind der Reſt vom Zucker.

Er hatte aber $\frac{3}{4}$ ſeines Geldes für Zucker ausgegeben, folglich blieb ihm noch $\frac{1}{4}$ desſelben, und dieß waren die $\frac{70}{3}$ fl.

Iſt aber $\frac{1}{4}$tel $\frac{70}{3}$ fl., ſo iſt das Ganze 4 mal $\frac{70}{3}$ fl., das iſt: $\frac{280}{3}$ fl. oder $93\frac{1}{3}$ fl.

12) 9 fl. 36 kr. ſind das geſammte Geld, und 3 fl. 36 kr. hat er verloren.

13) 62 fl. 30 kr.

---

g.

1) Es ſagt Einer: wenn ich 3 mal ſo viel Geld bey mir hätte, als ich wirklich habe, ſo hätte ich 25 fl.; wie viel hat er alſo?

2) Es ſagt Einer: wenn ich noch 3 mal ſo viel Geld

hätte, als ich wirklich habe, ſo hätte ich gerad 40 fl.; wie viel hat er alſo?

3) Es ſagt Einer: wenn ich noch einmal ſo alt wäre, als ich wirklich bin, und noch 6 Jahr dazu, ſo wäre ich 32 Jahr alt; wie alt iſt er?

4) Es ſagt Einer: wenn ich 5 mal ſo alt wäre, als ich wirklich bin, weniger 10 Jahr, ſo wäre ich gerad 100 Jahr alt; wie alt iſt er?

5) Es ſagt Einer: wenn ich $\frac{2}{3}$ mal ſo viel Geld bey mir hätte, als ich wirklich habe, ſo hätte ich 15 fl.; wie viel hat er?

6) Ein Schäfer wurde gefragt, wie viel Schafe er habe. Er antwortete: wenn ich noch $\frac{1}{4}$ mal ſo viel hätte, als ich wirklich habe, ſo hätte ich gerad 250; wie viel hatte er?

7) Ein Metzger fragte einen Schäfer, wie viel Schafe er da treibe. Der Schäfer antwortete: wenn ich noch $\frac{1}{3}$ mal ſo viel hätte als ich habe, und du und ich und unſere 2 Hunde auch noch Schafe wären, ſo wären wir ſammt meinen Schafen unſerer 100; wie viel hatte er?

8) Man fragte einen Mann, wie alt er ſey. Er antwortete: wenn ich noch $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ mal ſo alt wäre, als ich bin, und noch 1 Jahr dazu, ſo wäre ich 100 Jahr alt; wie alt war er?

9) Es ſagt Einer: wenn ich noch $\frac{1}{2}$ mal, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ mal ſo alt wäre, als ich bin, weniger 25 Jahr, ſo wäre ich gerad 100 Jahr alt; wie alt war der?

10) Es wurde Einer gefragt, wie viel Geld er bey ſich habe. Er antwortete: wenn ich 6 mal ſo viel hätte, als ich wirklich habe, ſo hätte ich gerad ſo viel, als wenn mir jemand 6 fl. zu dem gäbe, welches ich habe; wie viel hatte er da?

11) Ein Vater ſagt: wenn mein Kind 7 mal ſo alt wäre, als es iſt, ſo wäre es gerad ſo alt, als wenn es jetzt noch um 7 Jahr älter wäre; wie alt iſt dieſes Kind?

12) Es ſagt Einer: wenn ich noch einmal ſo alt wäre, als ich wirklich bin, ſo hätte ich gerad ſo viel über 50 Jahr als ich gegenwärtig darunter habe; wie alt iſt der?

13) Ein Lehrer ſagte: wenn ich noch $1\frac{1}{2}$ mal ſo viel Schüler hätte, als ich wirklich habe, und noch 10 dazu, ſo hätte ich ſo viel über 85 als ich bereits unter 85 habe; wie viel Schüler hatte er?

Auflöſungen.

1) Was er hat, iſt noch unbekannt, und kann mit dem Buchſtab x bezeichnet werden. Hätte er alſo 3 mal ſo viel, ſo hätte er 3 x, und dieſe wären $=$ 25 fl.

Sind aber 3 x $=$ 25 fl., ſo iſt 1 x der 3te Theil davon, das iſt:

$x = \frac{25}{3}$ fl. oder 8 fl. 20 kr., und ſo viel hat er.

2) Er hat x; hätte er noch 3 mal ſo viel, ſo hätte er 4 x, welche mit einander 40 fl. ausmachen.

Sind aber 4 x $=$ 40 fl., ſo iſt 1 x der 4te Theil davon, das iſt:

$x = \frac{40}{4}$ fl. oder 10 fl.

3) 13 Jahr. Denn ſein Alter iſt x: wäre er noch einmal ſo alt, und noch 6 Jahr dazu, ſo wäre ſein Alter alſo 2 x + 6 Jahr, und dieß macht 32 Jahr aus.

Sind aber 2 x, wenn noch 6 Jahr dabey ſind, 32 Jahr, ſo ſind ſie, wenn die 6 Jahr nicht dabey ſind, um 6 Jahr weniger als 32, das iſt: 26 Jahr.

Sind endlich 2 x = 26 Jahr, ſo iſt 1 x der halbe Theil davon, das iſt:

$x = \frac{26}{2}$ Jahr oder 13 Jah.

4) Das iſt: 5 x — 10 Jahr. Sind nun 5 x, wenn 10 Jahr davon abgezogen werden, = 100 Jahr, ſo ſind ſie, wenn die 10 Jahre nicht davon abgezogen werden, um 10 Jahr mehr, das iſt: 5 x = 110 Jahr, folglich

$x = \frac{110}{5}$ Jahr, oder 22 Jahr.

5) Er hat x: Hätte er $\frac{2}{3}$ mal ſo viel, ſo hätte er $\frac{2}{3} \times x$ das iſt: $\frac{2\,x}{3}$, und dieſe wären 15 fl.

Sind aber $\frac{2\,x}{3} = 15$ fl., ſo ſind 2 x = 45 fl., alſo iſt $x = \frac{45}{2}$ fl. oder $22\frac{1}{2}$ fl.

6) Das iſt: $\frac{5\,x}{4} = 250$ Schaf, alſo ſind 5 x 4 mal ſo viel, das iſt: 5 x = 1000 —, alſo

$x = \frac{1000}{5} = 200$ Schaf.

7) Er hat x: hätte er noch $\frac{1}{3}$ mal ſo viel, ſo hätte er $1\frac{1}{3}$ mal x, das iſt: $\frac{4}{3} \times x$ oder $\frac{4\,x}{3}$, hierzu noch 4 Schafe, ſind $\frac{4\,x}{3} + 4 = 100$ Schafe.

(Macht man hier jede Zahl 3 mal größer, ſo iſt wieder die 1ſte Summe der 2ten gleich) folglich ſind

4 x + 12 = 300 Sch. Sind aber 4 x, wenn noch 12 Schaf dabey ſind, 100 Sch. ſo ſind ſie, wenn die 12 nicht dabey ſind, um 12 weniger als 300, das iſt:

x = 288 Sch. alſo $x = \frac{288}{4} = 72$ Schaf.

8) $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ iſt (unter einerley Nenner) ſo viel als $\frac{3}{6}$ und $\frac{2}{6}$, alſo zuſammen $\frac{5}{6}$.

Er iſt x Jahr alt. Wäre er alſo noch $\frac{5}{6}$ mal ſo alt und noch 1 Jahr dazu, ſo wäre ſein Alter 100 Jahr, das iſt alſo:

$1\frac{5}{6} \times x + 1 = 100$. Oder $\frac{11}{6} \times x + 1 = 100$. Oder

$\frac{11\,x}{6} + 1 = 100$. Alſo $11\,x + 6 = 600$ Jahr.

Mithin $11\,x = 594$ Jahr, und $x = \frac{594}{11} = 54$ Jahr.

9) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ iſt $\frac{13}{12}$. Sein Alter iſt x. Wäre er alſo noch $\frac{13}{12}$ mal ſo alt, weniger 25 Jahr, ſo wäre ſein Alter 100 Jahr, das iſt:

$1\frac{13}{12} \times x - 25 = 100$. Oder $\frac{25}{12} \times x - 25 =$ 100 Jahr. Oder

$\frac{25\,x}{12} - 25 = 100$. Alſo $25\,x - 300 = 1200$ Jahr. Mithin $25\,x = 1500$ Jahr.

und $x = \frac{1500}{25}$ J. $= 60$ Jahr.

10) Er hat x. Hätte er 6 mal ſo viel, ſo hätte er 6 x. Er ſagt aber, dieß wäre eben ſo viel, als wenn er zu ſeinem wirklichen Geld noch 6 fl. bekomme, das iſt: $6\,x = x + 6$ fl. Alſo ſind $5\,x = 6$ fl. und $x = \frac{6}{5}$ fl. $=$ 1 fl. 12 kr.

11) Ant. $1\frac{1}{6}$ Jahr = 1 Jahr 2 Monat.

12) Sein Alter iſt alſo nicht 50 Jahr, ſondern um eine gewiſſe Anzahl Jahre weniger, mithin $50 - x$.

Wäre er 2mal ſo alt, ſo wäre ſein Alter um jene Anzahl mehr als 50, das iſt: $2 \times (50 - x) = 50 + x$

das iſt: $100 - 2\,x = 50 + x$.

Sind aber 100, wenn 2 x davon abgezogen werden,

ſo viel als $50 + x$, ſo ſind ſie, wenn die $2x$ nicht davon abgezogen werden, um $2x$ mehr, das iſt 100 J. $= 50 + x + 2x$ Oder

100 J $= 50 + 3x$, alſo

50 J $= 3x$. Und ſind $3x = 50$ Jahr, ſo iſt $x = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$ Jahr.

Er iſt aber $50 - x$ alt; alſo 50, weniger $16\frac{2}{3}$ Jahr, das iſt: $33\frac{1}{3}$ Jahr.

13) Er hat nicht 85, ſondern um eine gewiſſe Anzahl weniger; alſo $85 - x$.

Hätte er $1\frac{1}{2}$ mal oder $\frac{3}{2}$ mal ſo viel und noch 10 dazu, ſo hätte er um jene Anzahl mehr als 85. Das iſt alſo

$\frac{3}{2} \times (85 - x) + 10 = 85 + x$. Oder

$\frac{255 - 3x}{2} + 10 = 85 + x$. Macht man alle Zahlen 2 mal größer,

ſo iſt $255 - 3x + 20 = 170 + 2x$. Alſo iſt

$255 - 3x = 150 + 2x$. Mithin

$255 = 150 + 5x$. Alſo (wenn 150 auf beyden Seiten weg ſind)

$105 = 5x$. Sind aber $5x = 105$, ſo iſt

$x = \frac{105}{5} = 21$ Schüler.

Er hat aber $85 - x$, das iſt: 85, weniger 21, und dieß ſind 64 Schüler.

---

h.

1) Ein Gärtner theilte mehreren Kindern einen Korb voll Aepfel auf folgende Art aus: Er gab jedem 4, und hatte am Ende noch 24 übrig. Er wollte aber nichts übrig be-

halten, ſammelte daher die Aepfel wieder, gab nun jedem 7, und reichte ſo gerad aus; wie viel Kinder waren es?

2) Ein Herr theilt unter mehrere Arme Geld aus. Gibt er jedem 3 Batzen, ſo behält er nichts mehr in der Taſche gibt er aber jedem nur 2 Batzen, ſo bleiben ihm noch 12 Batzen übrig; wie viel Arme ſind es?

3) A hat 1000 fl. und gibt täglich 2 fl. davon aus, B hat 400 fl. und bekommt täglich 1 fl. dazu; wann wird einer ſo viel haben als der andere?

4) A hat 200 fl. und gibt täglich 2 fl. davon aus, B hat 30 fl. und bekommt täglich 3 fl. dazu; wann wird einer ſo viel haben als der andere?

5) A iſt 6 Jahr alt, B 15; wann wird A halb ſo alt ſeyn als B?

6) A iſt 3 Jahr alt, B 20; wann wird A halb ſo alt ſeyn als B?

7) A iſt 4 Jahr alt, B 36; wann wird das Alter des A $\frac{1}{5}$ vom Alter des B ſeyn?

8) A iſt 3 Jahr alt, B 24; wann wird das Alter des A $\frac{1}{4}$ vom Alter des B ſeyn?

9) A iſt 6 Jahr alt, B 30; wann wird das Alter des A $\frac{2}{5}$ vom Alter des B ſeyn?

10) A iſt 7 Jahr alt, B 18; wann wird das Alter des A $\frac{3}{4}$ vom Alter des B ſeyn?

11) A und B haben Aepfel. Gibt A einen von den ſeinigen dem B, ſo hat einer ſo viel als der andere: gibt aber B einen von den ſeinigen dem A, ſo hat A 2 mal ſo viel als B; wie viel hat wohl jeder?

12) A und B haben Aepfel. Gibt A 3 von den ſeinigen dem B, ſo hat einer ſo viel als der andere: gibt aber B 2 von den ſeinigen dem A, ſo hat A 3 mal ſo viel als B; wie viel hat jeder?

14) A und B haben Nüſſe. Gibt A 4 von den ſeinigen dem B, ſo hat einer ſo viel als der andere: gibt aber B 3 von den ſeinigen dem A, ſo hát A 3 mal ſo viel als B; wie viel hat jeder?

Auflöſungen.

1) Die Anzahl Kinder iſt in jedem Falle x.

Denkt man ſich nun für jedes Kind 4 Aepfel, ſo hat man x mal 4 oder 4 mal x nebſt 24, das iſt: $4x + 24$.

Denkt man ſich aber für jedes Kind 7 Aepfel, ſo hat man x mal 7 oder 7 mal x, das iſt: $7x$.

Nun iſt $4x + 24 = 7x$, folglich, (wenn man $4x$ wegdenkt)

$24 = 3x$. Sind aber $3x = 24$,
ſo iſt $x = 8$.

Alſo 8 Kinder.

Andere Auflöſung.

Da er die Aepfel das 2temal wieder austheilte und jedem ſtatt 4, jetzt 7 Aepfel gab, ſo bekam jedes 3 Aepfel mehr als vorhin, und er gab ſo viel mal 3 weiter als ihrer waren; er gab aber 24, das iſt: 8 mal 3 weiter, alſo waren es ihrer 8.

2) Gibt er jedem ſtatt 3 Batzen nur 2 Batzen, ſo behält er ſo viel Batzen übrig als ihrer ſind; er behält aber 12 Batzen übrig, alſo ſind ihrer 12.

3) A hat alſo um 600 fl. mehr als B.

Bekäme nun B nichts mehr zu dem ſeinigen, ſo käme er dem A, der täglich 2 fl. ausgibt, jeden Tag um 2 fl. näher.

Nun aber bekommt B täglich auch noch 1 fl. zu dem einigen, folglich kommt er dem A alle Mal um 3 fl. näher in 1 Tag, und alſo um 600 fl. in wie viel Tagen?

Ant. In ſo viel Tagen, als 3 fl. in 600 fl. enthalten ſind, das iſt: in 200 Tagen.

Prob. In 200 Tagen gibt A 200 mal 2 fl., das iſt: 400 fl. aus und hat noch 600 fl.

In eben dieſer Zeit bekommt B 200 mal 1 fl., das iſt:

200 fl. zu
ſeinen 400 fl., und

hat alſo ebenfalls 600 fl.

4) In 34 Tagen. Denn A hat 170 fl. mehr als B; bekäme nun B nichts zu dem ſeinigen, ſo käme er dem A täglich um 2 fl. näher.

Nun aber bekommt B täglich noch 3 fl. zu dem ſeinigen folglich kommt er dem A um 5 fl. näher in 1 Tag, und alſo um 170 fl. in 34 Tagen.

5) Nach 3 Jahren. Denn ſoll A halb ſo alt ſeyn als B, ſo muß A 1 Theil des Alters haben, wie B 2 Theile hat; folglich iſt der Unterſchied 1 ſolcher Theil. Da nun A 6 Jahr alt iſt und B 15 Jahr, ſo iſt der Unterſchied 9 Jahr. Dieſe 9 Jahre muß alſo A 1 mal, und B 2 mal haben, das iſt:

A muß 9 Jahr alt ſeyn, und B 18 Jahr. Nun aber iſt A ſchon 6 Jahr alt; mithin braucht er noch bis auf 9 drey Jahre, welche auch B zu ſeinen 15 braucht.

Andere Auflöſung.

Da A noch nicht halb ſo alt iſt als B, ſo muß noch eine Anzahl (x) Jahre zu den ſeinigen kommen; dieſe kommt aber während deß auch noch zu den Jahren des B, bis das Alter des A ſo groß iſt als das halbe Alter des B, das iſt alſo:

$6 + x = \frac{15 + x}{2}$ Mithin $12 + 2x = 15 + x$. Alſo

$12 + x = 15$; folglich

$x = 3$.

6) Nach 14 Jahren, das iſt: wenn A 17 Jahr alt iſt, und B 34.

7) Nach 4 Jahren, das iſt: wenn A 8 Jahr alt iſt, und B 40.

Denn ſoll das Alter des A ſo viel ſeyn als $\frac{1}{5}$ vom Alter des B, ſo muß A 1 Theil des Alters haben, wie B 5 Theile hat, folglich iſt der Unterſchied 4 ſolche Theile.

Da nun A 4 Jahr alt iſt und B 36, ſo iſt der Unterſchied 32, und dieß ſind die 4 Theile. Sind aber 4 Theile 32, ſo iſt 1 Theil 8, das iſt alsdann

das Alter des A; mithin iſt 5 mal 8 oder 40 das Alter des B. Was beyde in 4 Jahren erreichen — wenn ſie ſo lang leben!

Andere Auflöſung dieſes Beyſpiels.

Da das Alter des A noch nicht ſo viel iſt als $\frac{1}{5}$ vom Alter des B, ſo muß noch eine Anzahl (x) Jahre zu ſeinem wirklichen Alter kommen; dieſe kommt aber während deſſen auch zu dem wirklichen Alter des B, bis das Alter des A ſo groß iſt als $\frac{1}{5}$ vom Alter des B. Das iſt alſo:

$$4 + x = \frac{36 + x}{5}. \text{ Folglich}$$
$$20 + 5x = 36 + x$$
$$20 + 4x = 36$$
$$4x = 16$$
$$x = 4.$$

Nro. 8) Eben ſo, als:

$$3 + x = \frac{24 + x}{4}$$
$$12 + 4x = 24 + x$$
$$12 + 3x = 24 \quad \text{Alſo}$$
$$3x = 12 \quad \text{nach 4}$$
$$x = 4 \quad \text{Jahren.}$$

9) Nach 10 Jahren, das iſt: wenn A 16 Jahr alt iſt
und B 40.

Denn ſoll das Alter des A ſo viel ſeyn als $\frac{2}{5}$ vom Alter des B, ſo muß es 2 Theile haben, wie das Alter des B 5 Theile hat, folglich iſt der Unterſchied 3 Theile.

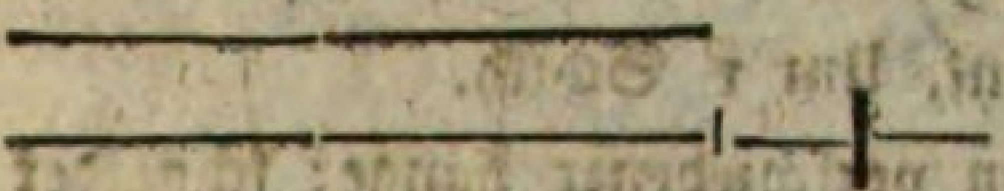
Da nun A 6 Jahr alt iſt und B 30, ſo iſt
der Unterſchied 24 Jahr, und dieſe ſind die 3 Theile.
Sind aber 3 Theil = 24 Jahr, ſo iſt
1 Theil = 8 Jahr, mithin ſind
2 Theil = 16 Jahr ꝛc.

10) Nach 26 Jahren, das iſt: wenn a 33 Jahr alt iſt, und b 44.

Anmerkung für die folgende Aufgabe.

Die Antwort dieſer Aufgabe läßt ſich leicht errathen; allein das Errathen iſt nicht die Sache des Rechners: er muß auch leichte Aufgaben nach Gründen löſen und endlich in den Stand geſetzt werden, ſchwerere zu berechnen, die ſich nicht mehr ſo leicht errathen laſſen. Hierzu wird Folgendes als Vorübung dienen:

a) Man hat 2 Latten: Die eine iſt um 2 Schuh länger als die andere; wie viel müßte man von der größern wegſchneiden und auf die kleinere ſetzen, um beyde einander gleich zu machen? Ant. 1 Schuh, wie die hier ſtehende Figur zeigt:



b) Man hat 2 Latten: Die eine iſt um 1 Schuh länger als die andere; wie viel müßte man von der größern wegſchneiden und auf die kleinere ſetzen, um beyde gleichlang zu machen?

Ant. $\frac{1}{2}$ Schuh. Dieſes kann man wieder an der vorigen Figur ſehen, man darf ſich nur unter den 2 kleinen Stücklein 2 halbe Schuh denken.

c) Man hat 2 Latten: Die eine iſt um 4 Schuh länger als die andere; wie viel müßte man von der größern wegſchneiden und auf die kleinere ſetzen, um beyde gleichlang zu machen?

Ant. 2 Schuh. Auch dieſes zeigt obige Figur, man darf ſich nur unter den 2 kleinen Stücklein 4 Schuh denken.

d) Man hat 2 Latten: Die eine iſt um 3 Schuh länger als die andere; wie viel müßte man von der größern wegſchneiden und auf die kleinere ſetzen, um beyde gleichlang zu machen? Ant. $1\frac{1}{2}$ Schuh.

Jetzt dieſe 4 Fragen umgekehrt:

a) Man hat 2 Latten von verſchiedener Länge: ſchneidet man von der größern 1 Schuh weg und ſetzt ihn auf die kleinere, ſo ſind beyde gleichlang; um wie viel iſt alſo die eine länger als die andere? Ant. Um 2 Schuh.

Denn ſchneidet man von der größern 1 Schuh weg, ſo kommt ihr die kleinere um 1 Schuh näher; ſetzt man aber dieſen noch auf die kleinere, ſo kommt ſie der größern um 1 Schuh näher.

b) Man hat 2 Latten von verſchiedener Länge: ſchneidet man von der größern $\frac{1}{2}$ Schuh weg und ſetzt ihn an die kleinere, ſo ſind beyde gleichlang; um wie viel iſt alſo die eine länger als die andere? Ant. Um 1 Schuh.

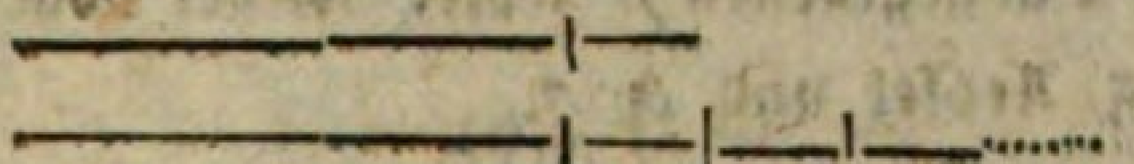
c) Man hat 2 Latten von verſchiedener Länge: ſchneidet man von der größern 2 Schuh weg und ſetzt ꝛc.? Ant. Um 4 Schuh.

d) Man hat 2 Latten von verſchiedener Länge: ſchneidet man von der größern $1\frac{1}{2}$ Schuh weg ꝛc.? Ant. Um 3 Schuh.

Nun etwas näher zur Auflöſung der 11ten Aufgabe:

Man hat 2 Latten von verſchiedener Länge: ſchneidet man von der größern 1 Schuh weg und ſetzt ihn an die kleinere, ſo iſt eine ſo lang als die andere; ſchneidet man aber von der kleinern 1 Schuh weg und ſetzt ihn an die größere, ſo iſt die größere 2 mal ſo lang als das, was noch von der kleinern übrig bleibt; wie viel Schuh lang iſt jede?

Aufl. Die größere iſt (wie obige Figur zeigt) um 2 Schuh länger als die kleinere. Söndert man nun 1 Schuh von der kleinern ab, und ſetzt ihn an die größere, ſo wird die Figur ausſehen wie hier:



Hier ſieht man alſo klar, daß die größere um 4 Schuh mehr iſt als der Reſt der kleinern.

Es heist aber, daß in dieſem Falle die größere 2 mal ſo lang ſey als der Reſt der kleinern, das iſt: daß die größere 2 Theile habe, wie der Reſt der kleinern 1 Theil iſt; folglich iſt der Unterſchied 1 ſolcher Theil = 4 Schuh, und alſo der Reſt der kleinern 4 Schuh. Die größere aber 2 mal 4 Schuh oder 8 Schuh.

Mithin iſt die eigentliche Länge der kleinern 5 Schuh,
und die — — — größern 7 Schuh.

Eben ſo kann man jetzt auch eine ähnliche Veranſchaulichung über die 12te Aufgabe mit Latten oder Linien machen, und alsdann wieder die 11te und 12te Aufgabe löſen, wie folgt:

11) Thut A 1 Apfel von den ſeinigen weg, ſo iſt ihm B ſchon um 1 Apfel näher; gibt aber A dieſen Apfel noch ſogar dem B, ſo iſt ihm dieſer um 2 Aepfel näher, und ſie

ſind einander gleich, folglich hat A um 2 Aepfel mehr als B.

Thut B 1 von den ſeinigen weg, ſo hat alſo A 3 mehr als B; gibt aber B ſogar noch dieſen Apfel dem A, ſo hat A 4 mehr als B, das iſt: der Unterſchied ihrer Aepfel iſt 4.

Es heist aber, daß A in dieſem Falle 2 mal ſo viel habe, als B noch hat, das iſt: A hat 2 gleiche Theile, und B 1 ſolchen Theil.

Folglich iſt der Unterſchied 1 Theil = 4 Aepfel, und B hat 1 ſolchen Theil, alſo 4 Aepfel; A aber hat 2 ſolche Theile, das iſt: 2 mal 4 oder 8 Aepfel.

Nimmt nun B ſeinen (abgegebenen) Apfel wieder vom A zurück, ſo hat er alſo 5 Aepfel und A 7.

12) Ant. A hat 13 Aepfel und B 7. Denn
im 1ſten Falle hat A 6 mehr als B,
im 2ten aber hat A 10 mehr als B.

Es heist aber, daß A in dieſem letztern Falle 3 mal ſo viel habe als B, das iſt: A hat 3 Theile wie B noch 1 Theil hat; folglich hat A um 2 Theile mehr als B.

Dieſe 2 Theile ſind nun die 10 Aepfel, alſo iſt 1 Theil 5 Aepfel.

Mithin hat B jetzt 5 Aepfel und A 15.

Nimmt alſo B ſeine 2 Aepfel zurück, ſo hat er 7, und A 13 Aepfel.

13) A hat 18 Nüſſe und B 10.

Dieſe 3 Aufgaben können noch anders gelöst werden, als:

11) Weil A 1 Apfel von den ſeinigen wegthun und B 1 zu den ſeinigen nehmen nehmen muß, um einander gleich zu kommen, ſo hat A um 2 mehr als B.

Das iſt: B hat x und A hat x + 2 } Nun heiſt es: Gibt B 1 dem A ſo hat dieſer 2 mal ſo viel als B' das iſt: B hat in dieſem Falle 1 Theil, wie A 2 Theile hat, oder: B hat ſo viel als 1 Hälfte des A. Das iſt alſo:

$$x - 1 = \frac{x + 2 + 1}{2} \text{ oder}$$

$$x - 1 = \frac{x + 3}{2}$$

$$2x - 2 = x + 3$$
$$2x = x + 5$$
$$x = 5$$

Alſo hat B 5 Aepfel, und A 5 + 2 = 7.

Nro. 12) B hat x
und A hat x + 6.

$$\text{Alſo } x - 2 = \frac{x + 6 + 2}{3}$$

$$\text{Oder } x - 2 = \frac{x + 8}{3}$$

$$3x - 6 = x + 8$$
$$3x = x + 14$$
$$2x = 14$$
$$x = 7$$

Alſo hat B 7 Aepfel und A hat 7 + 6 oder 13.

Nro. 13) B hat x
und A hat x + 8.

$$\text{Alſo } x - 3 = \frac{x + 8 + 3}{3}$$

$$\text{Oder } x - 3 = \frac{x + 11}{3}$$

$$3x - 9 = x + 11$$
$$3x = x + 20$$
$$2x = 20$$
$$x = 10$$

Alſo hat B 10 Aepfel und A 10 + 8 oder 18.

---

i.

1) A hat 10 Aepfel, B 20: beyde wollen ihre Aepfel ſo verkaufen, daß A eben ſo viel um 1 kr. gibt als B, und einer dennoch ſo viel Geld löst als der andere; wie machen ſie dieſes?

2) A hat 6 Aepfel, B 12: beyde wollen ihre Aepfel ſo verkaufen, daß A ſo viel um 1 kr. gibt als B, und dennoch einer ſo viel Geld für die ſeinigen löst als der andere; wie machen ſie dieſes?

3) A hat 10 Aepfel, B 30, C 50: dieſe wollen ſie ſo verkaufen, daß einer ſo viel um 1 kr. gibt, und eben ſo viel Geld für die ſeinigen erhält als der andere; wie machen ſie dieſes?

4) Man kauft um 100 fl. 100 Stück junges Vieh, nämlich Kälber à 6 fl., Schweine à $1\frac{1}{2}$ fl., Schafe à $\frac{1}{2}$ fl., und Geiſen à $\frac{1}{4}$ fl.; wie viel von jeder Gattung ſind dabey?

5) Man kauft um 100 fl. 100 Stück Geflügel, nämlich wälſche Hahnen à 2 fl., Gänſe à $1\frac{1}{3}$ fl., Enten à $\frac{5}{8}$ fl., und Hühner à $\frac{1}{2}$ fl.; wie viel von jeder Gattung ſind dabey?

Anmerkung.

Dieſe Aufgaben ſind mehrerer Antworten fähig, und eben daher unbeſtimmte Aufgaben.

Auflöſungen.

1) A gibt anfangs 3 Aepfel um 1 kr., und hat alſo noch 7 Aepfel übrig: B gibt nun 18 Aepfel um 6 kr., und hat alſo noch 2 Aepfel übrig.

Hierauf geben ſie jeden Apf. um 1 kr. *

Folglich bekommt A zu 1 kr. noch 7 kr., das ſind zuſammen 8 kr., und B zu 6 kr. noch 2 kr., das ſind auch 8 kr.

* 7 Aepfel + 1 kr. = 2 Aepfel + 6 kr., alſo
7 Aepfel = 2 Aepfel + 5 kr., und
5 Aepfel = 5 kr. Mithin
1 Apfel = 1 kr.

Denn die 7 Aepfel und 1 kr. des A ſollen ſo viel ausmachen, als die 2 Aepfel und 6 kr. des B.

Es hätte auch einer ſo viel löſen können als der andere, wenn ſie beym erſten Verkaufe 4 oder 5 ꝛc. Aepfel um 1 kr. gegeben hätten, wobey aber Brüche entſtanden wären.

2) A gibt beym erſten Verkaufe 2 Aepfel um 1 kr.
und B 10 Aepfel um 5 kr.

Hierauf geben ſie noch jeden Apfel um 2 kr., ſo hat
A 9 kr. für die ſeinigen, und B ebenfalls 9 kr.

3) A gibt anfangs 7 Aepfel um 1 kr., und hat alſo
noch 3 Aepfel übrig,
B gibt nun 28 Aepfel um 4 kr., und hat alſo
noch 2 Aepfel übrig,
C gibt aber 49 Aepfel um 7 kr., und hat alſo
noch 1 Apfel übrig.

Hierauf geben ſie noch jeden Apfel um 3 kr., wo alſo jeder in Allem 10 kr. für ſeine Aepfel hat. *

* Denn die 3 übrigen Aepfel und 1 kr. des A machen zuſammen 1 Theil aus, wie B und C zuſammen 2 Theile haben, folglich iſt der Theil des A ſo viel als die halbe

Summe des B und C.

Die Summe des B und C iſt

2 Aepfel + 4 kr., und
1 Apfel + 7 kr.

3 Aepfel + 11 kr.

Alſo ſetzt man: $3 \text{ Aepfel} + 1 \text{ kr.} = \frac{3 \text{ Aepfel} + 11 \text{ kr.}}{2}$

$6 \text{ Aepfel} + 2 \text{ kr.} = 3 \text{ Aepfel} + 11 \text{ kr.}$
$6 \text{ Aepfel} = 3 \text{ Aepfel} + 9 \text{ kr.}$
$3 \text{ Aepfel} = 9 \text{ kr.}$
alſo $1 \text{ Apfel} = 3 \text{ kr.}$

4) Dergleichen Aufgaben können nur durch Verſuche gelöſt werden. Daher müßte man hier für die Anzahl der Kälber zuerſt unterſuchen, wie vielmal 6 fl. in 100 fl. enthalten ſind; jedoch mit einem ſtarken Reſte für die noch übrigen 3 Gattungen.

Alsdann müßte man für die Anzahl der Schweine unterſuchen, wie vielmal 1½ fl in dem vorigen Reſte enthalten iſt; jedoch müßte man hier wieder einen ſtarken Reſt laſſen ꝛc.

Allein man kann dafür etwas kürzer auf folgende Art verfahren:

a) Weil hier ganze, halbe und 4tels Gulden vorkommen, ſo gibt man alles in lauter 4tels Gulden an, folglich koſtet 1 Kalb 24 Viertels Gulden, 1 Schwein 6 Viertels Gulden, 1 Schaf 2 Viertels Gulden, und eine Geiſe ohnehin 1 Viertels Gulden, und dieſe koſten zuſammen 400 Viertels Gulden.

b) Nun denkt man (wie oben bey a Auflöſung Nro. 4) es ſeyen lauter Stück der geringſten Gattung, nämlich: lauter Geiſen; folglich koſten 100 Stück 100 Viertels Gulden, und es bleiben noch 300 Viertels Gulden für die Kälber, Schweine und Schafe übrig.

Legt man nun von dieſem Reſte 23 Viertels Gulden auf eine Geiſe, ſo gilt ſie für ein Kalb; legt man 5 Vrtls. Gulden auf eine Geiſe, ſo gilt ſie für ein Schwein, und legt man 1 Viertels Gulden auf eine Geiſe, ſo gilt ſie für ein Schaf. Demnach unterſucht man

α) für die Anzahl Kälber: wie viel mal 23 Viertels fl. in 300 V.G. enthalten ſind; jedoch mit einem ſtarken Reſte.

β) für die Anzahl Schweine: wie viel mal 5 Viertels Gulden in dem vorigen Reſte enthalten ſind, jedoch wieder mit einem Reſte.

γ) für die Anzahl Schafe: wie vielmal 1 Viertels fl. (was freylich keine Mühe mehr koſtet) noch in dem letzten Reſte enthalten iſt.

Geht auf dieſe Art alles gerad auf, ſo hat man die Anzahl jeder Gattung; wo nicht, ſo muß man die Unterſuchung mit 23 und 5 noch einmal machen. Alles dieſes wird folgende Darſtellung deutlich zeigen:

100 Stück	1 Kalb	= 6 fl.	= 24	23
	1 Schwein	= $1\frac{1}{2}$ fl.	= 6	5
	1 Schaf	= $\frac{1}{2}$ fl.	= 2	1
	1 Geiſe	= $\frac{1}{4}$ fl.	= 1	

100 fl. = 400 Vrtls. Gld.
100 Geiſen = 100 Vrtls. Gld.
bleiben 300 Vrtls. Gld.
für die übrigen Gattungen.

23	300	8 mal. Alſo	8 Kälber (und ſtatt 100 Geiſen nur 92 Geiſen)	= 48 fl.
	184			
5	116	20 mal. Alſo	20 Schwein (und ſtatt 92 Geiſen nur 72 Geiſen)	= 30 fl.
	100			
1	16	16 mal. Alſo	16 Schaf (und ſtatt)	= 8 fl.
			72 Geiſen nur 56 Geiſen	= 14 fl.
			In Allem 100 Stück	= 100 fl.

5) 18 | 600 (20 Wälſchhahnen, alſo nicht 100 Hühner, ſondern nur 80 Hühner.
36
10 | 240 (20 Gänſe, alſo auch nicht 80 Hühner, ſondern nur 60 Hühner
20
4 | 40 (10 Enten, alſo auch nicht 60 Hühner ſondern nur 50 Hühner

100 Stück.

Zahlenſtaffeln, das iſt: Progreſſionen.

Eine Zahlenſtaffel iſt eine Reihe Zahlen, welche auf einerley Art zu - oder abnehmen.

Da eine Reihe Zahlen von der geringſten bis zur größten ſo zunehmen kann,

1) daß man jedes Mal, wenn eine geringere von der nächſt größern abgezogen wird, einerley Reſt oder Unterſchied erhält, oder

2) daß jedes Mal, wenn durch eine geringere die nächſt größere getheilt wird, einerley Anzeiger entſtehen, ſo gibt es 2erley Zahlenſtaffeln, nämlich **Unterſchiedsreihen**, und **Theilungsreihen**.

1) Unterſchiedsreihen oder arithmetiſche Progreſſionen.

1) Wie viel Schläge thut eine Schlaguhr von 1 bis 12 ohne die Viertel?

2) 20 Perſonen theilen eine Summe Geld ſo mit einander, daß die 1ſte 4 fl., die 2te 6 fl., die 3te 8 fl. und ſo fort die nächſtfolgende um 2 fl. mehr als die vorhergehende, und auf dieſe Art die letzte 42 fl. erhält; wie viel Gulden beträgt die ganze Summe?

3) 11 Perſonen theilen Geld mit einander: die geringſte erhält 3 fl., die 2te etwas mehr als die 1ſte, die 3te eben ſo viel mehr als die 2te u. ſ. w. Die höchſte erhält 23 fl.; wie viel erhalten ſie alle mit einander?

4) 17 Perſonen theilen Geld mit einander: Die höchſte erhält 53 fl., die 2te etwas weniger, die 3te eben ſo viel weniger als die 2te, u. ſ. w. Die geringſte erhält 5 fl.; wie viel bekommen ſie alle mit einander?

5) 19 Perſonen theilen Geld mit einander: die höchſte erhält $72\frac{2}{3}$ fl., die folgende etwas weniger, die 3te um eben ſo viel weniger als die 2te, u. ſ. w. Die geringſte erhält 40 kr.; wie viel Gulden bekommen alle mit einander?

6) 18 Perſonen theilen Geld mit einander; die höchſte erhält 54 fl., die 2te um 3 fl. weniger, die 3te wieder um 3 fl. weniger u. ſ. w.; wie viel die geringſte?

7) 24 Perſonen theilen Geld mit einander: die höchſte erhält 27 fl., jede nachfolgende immer um 1 fl. weniger; wie viel erhält die geringſte?

8) 15 Perſonen theilen Geld mit einander: die höchſte erhält 58 fl., jede der nachfolgenden erhält immer um 4 fl. weniger als die vorhergehende; wie viel beträgt der Antheil der geringſten, und die ganze Summe?

9) 40 Perſonen theilen Geld mit einander: die 1ſte bekommt 1 fl.; wie viel Gulden bekommt jede nachfolgende mehr als die vorhergehende, wenn die letzte 118 fl. erhält?

10) 28 Perſonen theilen Geld mit einander: die 1ſte bekommt 6 fl.; wie viel bekommt jede nachfolgende mehr als die vorhergehende, wenn die letzte 33 fl. erhält?

11) 35 Perſonen theilen Geld mit einander: die 1ſte

erhält 3 fl.; wie viel erhält jede nachfolgende mehr als die vorhergehende, wenn die letzte 16 fl. 36 kr. bekommt?

12) Mehrere Perſonen theilen Geld mit einander: die geringſte erhält 8 fl., jede nachfolgende aber um 4 fl. mehr als die vorhergehende, und die letzte 76 fl.; wie viel ſind ihrer?

13) Mehrere Perſonen theilen Geld mit einander: die geringſte erhält 9 fl., jede nachfolgende aber um 5 fl. mehr als die vorhergehende, und die letzte 109 fl.; wie viel ſind ihrer?

14) Mehrere Perſonen theilen Geld mit einander: die geringſte erhält 30 kr., jede nachfolgende aber um 2 fl. 30 kr. mehr als die vorhergehende, und die letzte 85 fl. 30 kr.; wie viel ſind ihrer?

15) Auf einem Zimmerplatz liegt ein Haufen Balken: ganz oben liegt 1 Balken, unter dieſem liegen 2, unter dieſen liegt wieder eine Reihe von 3 Balken, und ſo hat jede folgende Reihe einen mehr, ſo daß in der letzten Reihe 18 Balken ſind; wie viel enthält der ganze Haufen?

16) Man hat einen Haufen Balken: die unterſte Reihe enthält 20, und jede Reihe aufwärts 1 Balken weniger, die oberſte Reihe aber 4; wie viel Balken ſind es in Allem?

17) Ein viereckiger Küchenboden iſt mit lauter Backſteinen gepfläſtert: in einer Ecke befindet ſich einer, nach dieſem folgen 2, dann 3, und ſo hat jedes Mal die nächſte Reihe einen mehr, ſo daß die mittelſte 16, und jede der nachfolgenden Reihen wieder immer einen weiniger hat, bis auf einen in der gegenüberſtehenden Ecke; wie viel Backſteine ſind es in Allem?

18) Ein viereckiger Küchenboden iſt mit lauter Back-

ſteinen gepflaͤſtert: in einer Ecke befindet ſich einer, dann folgen 2, dann 3, und ſo hat jedes Mal die naͤchſte Reihe einen mehr, ſo daß die mittelſte Reihe 20, und dann jede folgende immer wieder einen weniger hat als die vorhergehende, bis in die gegenuͤberſtehende Ecke, wo wieder nur einer liegt; wie viel Gulden haben alle dieſe Backſteine gekoſtet, wenn man fuͤr jeden 3 kr. bezahlt hat?

19) Einer verzehrt in 20 Tagen 17 fl. 10 kr.: jeden Tag verzehrt er 5 kr. mehr als den vorigen; wie viel verzehrt er am 1ſten Tag?

21) Unter 12 Arme ſollen 5 fl. ſo vertheilt werden, daß der 1ſte 3 kr. bekommt; wie viel muß jedes Mal der nachfolgende mehr bekommen als ſein vorhergehender, ſo daß dieſe 5 fl. gerad aufgehen?

22) Unter 16 Arme wird Geld ausgetheilt, ſo daß jedesMal der naͤchſtfolgende 3 kr. mehr bekommt als der vorhergehende: bey der Austheilung fehlt der 11te, deſſen Theil nun der 5te zu ſich nimmt und ſammt dem ſeinigen 46 kr. erhaͤlt; wie viel gebuͤhrt alſo dem 11ten?

23) Es wird unter mehrere Perſonen Geld ausgetheilt: die 2te bekommt etwas mehr als die 1ſte, die 3te eben ſo viel mehr als die 2te, u. ſ. w. Die 4te und 9te bekommen zuſammen 37 fl., die 5te und 11te aber 46 fl.; wie viel erhaͤlt die 4te und 5te beſonders?

24) Mehrere Kinder ſind zuſammen 32 Jahr alt: jedes folgende Kind iſt 2 Jahr aͤlter als das vorhergehende, das 2te und 4te ſind zuſammen 12 Jahr alt; wie alt iſt das aͤlteſte dieſer Kinder?

25) Eine Reihe von 100 Baͤumen, deren jeder 2 Ruthen vom andern entfernt iſt, werden mit friſcher Erde ver-

ſeben: dieſe Erde liegt 5 Ruthen weit vom 1ſten Baum'e wie groß iſt der Weg, den man bey dieſer Arbeit macht, wenn man von jedem Baume wieder zum Erdplatz zurück muß?

Auflöſungen.

1) Ant. 78 Schläg. Aufl. die Zahlen 1 bis 12 ſind 12 Glieder, und dieſes ſind 6 Paar Glieder.

Nun macht das 1ſte und letzte Glied zuſammen 13 aus, das 2te und vorletzte Glied ebenfalls 13, und ſo macht jedes Paar Glieder 13 aus, folglich machen die 6 Paar Glieder 6 mal 13 aus, das iſt: 78.

2) Ant. 460 fl. Aufl. 20 Zahlen oder Glieder ſind 10 Paar Glieder.

Das 1ſte und letzte Glied machen zuſammen 46 fl.,
das 2te — — — ebenfalls 46 fl.,
und ſo jedes Paar Glieder 46 fl., folglich 10 Paar Glieder 10 mal 46 fl., das iſt: 460 fl.

3) Ant. 143 fl. Aufl. 11 Zahlen ſind $5\frac{1}{2}$ Paar Zahlen.
Die 1te und letzte macht 26 fl.,
die 2te und vorletzte ebenfalls 26 fl.,
und ſo jedes Paar 26 fl., alſo
$5\frac{1}{2}$ Paar $5\frac{1}{2}$ mal 26 fl. = 143 fl.

4) 493. fl. 5) 696 fl. 40 kr.

6) Ant. 3 fl. Aufl. Der 18te erhält ſo viel als der 1te und noch 17 mal den Unterſchied dazu. 17 mal der Unterſchied iſt 17 mal 3 fl, oder 51 fl. Denkt man nun dieſe 51 fl. von 54 fl. weg, ſo bleibt ſo viel übrig, als der 1te bekommt, nämlich 3 fl.

7) Ant. 4 ſl. 8) Der geringſte erhält 2 ſl., und die ganze Summe iſt 450 ſl.

9) Ant. 3 ſl. Auſl. Der 40ſte bekommt ſo viel als der 1te und noch 39 mal den Unterſchied: denkt man nun 1 ſl. von 118 ſl. weg, ſo hat man noch 39 mal den Unt., das iſt: 117 ſl.

Iſt aber 39 mal der Unt. = 117 ſl.
ſo iſt 1 mal der Unterſchied der 39ſte Theil von 117 ſl. das iſt: 3 ſl.

10) Ant. 1 ſl. 11) Ant. $\frac{2}{5}$ ſl. = 24 kr.

12) Der letzte erhält ſo viel als der 1te, und ſo viel mal den Unterſch. als ihrer ſind, ohne den 1ten. Denkt man alſo die 8 ſl. des 1ten von 76 ſl. weg, ſo hat man noch 68 ſl. übrig; ſo vielmal nun der Unterſchied 4 in 68 enthalten iſt, ſo viel Perſonen ſind es ohne die 1te, das iſt: 17 Perſonen ohne die 1te, mithin 18 Perſonen in Allem.

13) Ant. 21 Perſonen. 14) 35 Perſonen. 15) 171 Balken. 16) 204 Balken.

17) Ant. 256 Backſteine. Auſl. Von 1 bis 16 ſind 16 Glieder oder 8 Paar Glieder, und dieſe machen 136 Backſtein aus. Eben ſo ſind wieder von 16 bis 1 in die gegenüberſtehende Ecke 16 Glieder oder 8 Paar Glieder, welche ebenfalls 136 Backſteine enthalten, das ſind alſo zuſammen 2 mal 136 oder 272 Backſteine; hiervon müſſen aber wieder 16 Backſteine abgezogen werden, weil die mittelſte Reihe, nämlich 16, zweymal genommen worden iſt, folglich ſind es nur 256 Backſteine.

18) Ant. 400 Backſtein, und die koſten 20 ſl.

19) Ant. 4 kr. Auſl. Es ſind 10 Paar Glieder, und dieſe machen 17 ſl. 10 kr. oder 1030 kr. aus, folglich iſt 1 Paar = 103 kr.

In 103 kr. iſt nun das 1ſte und letzte Glied enthalten; da aber das letzte Glied allein ſelbſt wieder ſo viel iſt, als das 1ſte und 19 mal der Unterſchied, ſo enthält die Zahl 103 zweymal das 1ſte, und 19 mal 5 oder 95 kr. Denkt man alſo dieſe 95 kr. von 103 kr. weg, ſo iſt das Uebrige ſo viel noch als 2 mal das 1ſte Glied, nämlich 8 kr., alſo iſt 1 mal das 1ſte der halbe Theil von 8 kr. das iſt: 4 kr.

20) 5 Kreuzer.

21) Ant. 4 kr. Aufl. Es ſind 6 Paar Glieder = 5 fl. oder 300 kr., alſo iſt 1 Paar = 50 kr.

In 50 iſt nun 2 mal das 1ſte Glied und 11 mal der Unterſchied, 2 mal das 1ſte iſt 2 mal 3 kr. oder 6 kr; denkt man dieſe von 50 kr. weg, ſo bleibt noch 11 mal der Unterſchied = 44 kr., alſo iſt 1 mal der Unterſchied = 4 kr.

22) Ant. 32 kr. Aufl.

Das 5te Glied enthält 4 mal den Unterſchied 3, das iſt: 12 kr. nebſt dem 1ſten Gliede;

das 11te — — 10 mal den Unterſchied 3, das iſt: . . . . 30 kr. nebſt dem 1ſten Gliede.

Alſo enthalten beyde zuſammen 42 kr. nebſt 2 mal dem 1ſten Gliede.

Nun heiſt es aber: beyde zuſammen enthalten 46 kr., alſo iſt 2 mal das 1ſte = 4 kr.
mithin 1 mal das 1ſte = 2 kr.

Folglich gebühren dem 5ten 14 kr.
und dem 11ten 32 kr.

Das ſind zuſammen 46 kr.

23) Der 4te erhält 11 fl., und der 5te 14 fl.

Aufl. Wir wollen das 1ſte Glied mit dem Buchſtaben x, und den Unterſchied mit dem Buchſtaben U bezeichnen.

a) Der 4te erhält alſo 3 U + x
und der 9te — 8 U + x

alſo erhalten beyde zuſammen 11 U + 2 x = 37 fl.

b) Der 5te erhält 4 U + x
der 11te aber 10 U + x

alſo erhalten beyde zuſ. 14 U + 2 x = 46 fl.
Zieht man hiervon 11 U + 2 x = 37 fl. ab

ſo bleibt 3 U = 9 fl.
alſo iſt 1 mal der U = 3 fl.
und 11 mal der U + 2 x iſt ſo viel
als 11 mal 3 fl. + 2 x, das iſt: 33 fl. + 2 x
Sind aber 2 x + 33 fl. = 37 fl.
ſo ſind 2 x = 4 fl., mithin
x = 2 fl.,
und der Antheil des 4ten, nämlich 3 U + x, iſt 9 fl. + 2 fl, alſo 11 fl. ꝛc.

24) Ant. Es ſind 6 Kinder, und das 1ſte iſt 2 Jahr alt, das 2te 4, das 3te 6 ꝛc. das 6te oder älteſte 12 Jahr.

Aufl. Der Unterſchied iſt 2 Jahr, und das kleinſte Glied einsweilen = x.

Folglich iſt das 2te Glied 1 mal 2 J. + x = 2 J + x
und das 4te Glied 3 mal 2 J. + x = 6 J + x

alſo ſind beyde zuſammen 8 J + 2 x
= 12 J.

Sind aber 2 x + 8 Jahr = 12 Jahr,
ſo ſind 2 x = 4 Jahr,
alſo x = 2 Jahr ꝛc.
Da nun das 1ſte = 2 Jahr iſt, ſo iſt
das 2te = 4 — , das ſind 6 Jahr zuſ.
das 3te = 6 — , — — 2 — —

— 4te = 8 — , — — 20 — —
— 5te = 10 — , — — 30 — —
— 6te = 12 — , — — 42 — —

Alſo 6 Kinder. (Eine andere Aufldſungsart gehört hierher noch nicht.)

25) Ant. 20800 Ruthen.

Aufl. Es ſind 100 Glieder, das iſt: 50 Paar Glieder. Wird der Weg von dem Erdplatz zu jedem Baum, und jedes Mal wieder zurückgemacht, ſo iſt das 1ſte Glied 10 Ruthen, und der U. 4 Ruthen, folglich das 100ſte Glied 99 mal 4 Ruthen oder 396 Ruthen nebſt 10 Ruthen, das ſind 406 Ruthen.

Ferner: Macht das 1ſte Glied 10 Ruthen,
und das letzte Glied 406 — aus, ſo enthält
jedes Paar 416 Ruthen, alſo enthalten
50 Paar 50 mal 416 Ruthen, das iſt: 20800 Ruthen.

---

2) Theilungsreihen, oder geometriſche Progreſſionen.

1) Es ſetzte Einer 3 kr. in ein Spiel, und verlor ſie: darauf verdoppelte er ſeinen Einſatz, verlor wieder, und fuhr ſo fort, bis er ſeinen Einſatz 16 mal verdoppelt hatte; wie viel Gulden ſetzte er das letzte Mal?

2) Es ſetzte Einer 3 kr. in ein Spiel, und verlor ſie: darauf verdoppelte er ſeinen Einſatz, verlor wieder, und fuhr ſo fort, bis er ſeinen Einſatz 20 mal verdoppelt hatte; wie groß war ſein Verluſt?

3) Eine Katze wirft in einem Jahre 3 Junge, jede Junge nach 1 Jahre wieder 3, dann jede dieſer wieder 3, u. ſ. f.; wie viel Katzen ſind dieß in 10 Jahren zuſammen?

4) Es will Einer ein Pferd verkaufen, und fodert weiter nichts, als für den erſten Hufnagel deſſelben 1 Pfenning, für den 2ten 2 Pfenning, für den 3ten 4 Pfenning, u. ſ. w.; wie viel Gulden verlangt er demnach für ſein Pferd, da es blos mit 16 Hufnägeln beſchlagen iſt?

5) Eine Gemeinde weigert ſich, die gebührende Schatzung zu geben, und wird daher mit 8 Soldaten dergeſtalt belegt, daß ſie jedem den 1ſten Tag 2 fl., den 2ten Tag 6 fl., und ſo jeden folgenden Tag 3 mal ſo viel als den vorhergehenden bezahlen muß; wie viel muß ſie nach 8 Tagen bezahlen?

6) Ein Spieler verlor in 12 Spielen, worin er jedes Mal ſeinen Einſatz verdoppelt hatte: er ſetzte blos im letzten 682 fl. 40 kr.; wie viel im erſten?

Auflöſungen:

1) Der 1ſte Einſatz iſt 3 kr. der 2te — — 6 kr. der 3te — — 12 kr.	Hier iſt jede geringere Zahl in der nächſten größern 2 mal enthalten, folglich iſt dieſes eine

Theilungsreihe mit 16 Gliedern und dem Anzeiger 2.

In jeder Theilungsreihe aber beſteht das größte Glied aus dem kleinſten, vervielfältigt mit dem Anzeiger in der ſo vielten Würde, als Glieder vor dem größten hergehen.

Folglich beſteht hier das 16te Glied aus 2^{15}, vervielfältigt mit 3.

2^{15} iſt ſo viel als: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2, \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$.

Nun machen fünf 2er mit einander vervielfältigt 32 aus
alſo machen zehn 2er — — — 32 mal 32, das iſt: 1024, und dieſes noch mit den übrigen fünf 2ern vervielfältigt, iſt: 32768.

Alſo iſt $2^{15} = 32768$. Dieſes aber noch mit dem 1ſten Gliede

3 vervielfältiget,

iſt: 98304, und ſoviel Kreuzer hat er das 16te Mal eingeſetzt, das iſt: (durch 60 getheilt) 1638 fl. 24 kr.

2) Dieſes iſt eine Theilungsreihe mit 20 Gliedern und dem Anzeiger 2.

In jeder Theilungsreihe findet man die Summe aller Glieder, wenn man noch ein Glied weiter als das größte ſucht, alsdann von dieſem nachletzten Gliede das 1ſte abzieht, und dieſen Reſt durch den um 1 verkleinerten Anzeiger theilt.

Das nachletzte Glied iſt hier das 21ſte $= 2^{20} \times 3$, das iſt: 1048576×3, oder 3,,145,728. Hiervon das 1ſte Glied oder 3 abgezogen, bleibt 3,,145725, dieſer Reſt nun durch den Anzeiger 2, der aber zuvor um 1 verkleinert werden muß, und alſo nur noch 1 iſt, getheilt, bleibt unverändert, und ſoviel Kreuzer hat er verſpielt, das iſt: 52,428 fl. 45 kr.

3) Es entſtehen
nach 1 Jahr 3 Junge
— 2 — 9 Junge
— 3 — 27 Junge ꝛc.

Dieß iſt alſo eine Theilungsreihe mit 10 Gliedern und dem Anzeiger 3.

Das nachletzte Glied iſt das 11te $= 3^{10} \times 3$, das iſt: 59049×3, oder 177,147. Hiervon das 1ſte Glied nämlich 3 abgezogen, bleibt 177,144. Dieß durch den Anzeiger 3, der aber zuvor um 1 verkleinert werden muß und folglich nur 2 iſt, getheilt, iſt: 88572, und ſo viel Katzen ſind es ohne die älteſte. Nimmt man die alte Katze für das 1ſte Jahr oder Glied, ſo gibt es nur 29524 Katzen.

4) Der 1ſte gilt 1 Pf.
— 2te 2 Pf.
— 3te 4 Pf.
— 4te 8 Pf. ꝛc.

Dieſes iſt eine Theilungsreihe mit 16 Gliedern und dem Anzeiger 2.

Das nachletzte oder 17te

Glied iſt $2^{16} \times 1 = 65536$. Hiervon das 1ſte Glied oder 1 abgezogen,

bleibt 65535. Dieß durch den Anzeiger 2, welcher aber zuvor um 1 verkleinert werden muß, und folglich nur 1 wird, getheilt, bleibt unverändert, und iſt alſo die Anzahl Pfenning, mithin 273 fl. 3 kr. 3 Pf.

5) Einer bekommt
den 1ſten Tag 2 fl.
— 2ten — 6
— 3ten — 18 ꝛc.

Dieſes iſt eine Theilungsreihe mit 8 Gliedern und dem Anzeiger 3. Das nachletzte oder 9te Glied iſt $3^8 \times 2 = 6561 \times 2$ oder 13122.
Hiervon das 1ſte Glied oder 2 abgezogen bleibt 13120.

Dieß durch den um 1 verkleinerter Anzeiger, nämlich durch 2 getheilt, iſt 6560. So viel Gulden bekommt alſo 1 Soldat, mithin bekommen 8 Soldaten 8 mal ſo viel,

das iſt: 52480 fl.

6) Er ſetzte
im 1ſten Spiele x
im 2ten 2x
im 3ten 4x
im 4ten 8x ꝛc.

Dieß iſt eine Theilungsreihe mit 12 Gliedern und dem Anzeiger 2. 682 fl. 40 kr. ſind 409620 Kreuzer, die er im 12ten Spiel ſetzte, und verlor.

Weil der 1ſte Einſatz unbekannt oder x iſt, ſo iſt der 12te Einſatz $2^{11} \times x = 2048 \times x = 409620$ kr. Da aber 2,048 mal der Einſatz = 409620 kr. iſt, ſo iſt 1 mal der Einſatz oder x der 2048ſte Theil davon, und dieſen finde ich, wenn ich unterſuche, wie vielmal die Zahl 2048 in 409620 enthalten iſt ꝛc. Alſo ſetzte er im 1ſten Spiele 20 kr.

Zielerrechnungen.

[In dieſen Aufgaben wird die Zeit geſucht, zu welcher ein nach gewiſſen Zielern oder Terminen theilweis abzutragendes Kapital auf einmal erlegt werden, und eben dieſelben Zinſe bringen kann, als wenn es nach und nach abgetragen würde.]

1) Es ſoll Einer 300 fl. in 3 Jahren ohne Zins Zahlen, und zwar 100 fl. nach 1 Jahre, 100 fl. nach 2 Jahren, und 100 fl. nach 3 Jahren: er will aber Alles auf einmal zu einer Zeit bezahlen, von wo an dieſes Kapital bis zum Ende der 3 Jahre noch eben ſo viel Zins tragen kann, als wenn es nach und nach bezahlt, und jedes Mal gleich wieder ausgeliehen worden wäre; wann muß er es alſo bezahlen?

2) Es ſoll Einer 500 fl. in 5 Jahren, nämlich nach jedem Jahre 100 fl. bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt, als wenn es nach und nach abgetragen würde?

3) Es ſoll Einer 150 fl. in 3 Jahren, und zwar nach jedem Jahre 50 fl. bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt?

4) Es ſoll Einer 600 fl. in 3 Zielern und zwar 200 fl. nach 3 Jahren, 200 fl. nach 4 Jahren, und 200 fl. nach 5 Jahren bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt?

5) Es ſoll Einer 200 fl. in 4 Zielern, und zwar alle 3 Monat 50 fl. bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt?

6) Es ſoll Einer 800 fl. in 3 Zielern, und zwar 400 fl. nach 1 Jahr, 300 fl. nach 2 Jahren, und 100 fl. nach 3 Jahren bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt?

7) Es ſoll Einer 1200 fl. in 3 Zielern, und zwar 500 fl. nach 3 Monaten, 400 fl. nach 6 Monaten, und den Reſt nach $\frac{3}{4}$ Jahren bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt?

8) Es ſoll Einer 800 fl. in 4 Zielern, und zwar 150 fl. in 4 Monaten, 200 fl. in 3 Monaten, 300 fl. in $\frac{1}{2}$ Jahr, und den Reſt nach $\frac{3}{4}$ Jahren bezahlen; wann kann er dieſes Geld auf einmal erlegen, damit es eben ſo viel Zins trägt?

9) Es ſoll Einer 900 fl. in 5 Zielern, und zwar 50 fl. nach 1 Jahr, 100 fl. nach 2 Jahren, 200 fl. nach 3 Jahren, 400 fl. nach 4 Jahren, und den Reſt nach 5 Jahren zahlen: er zahlt aber nach 3 Jahren 200 fl. und nach 4 Jahren wieder 200 fl. ab; wann muß er das Uebrige erlegen?

10) Es ſoll Einer 1000 fl. in 3 Zielern, und zwar 200 fl. in 3 Monaten, 300 fl. nach 5 Monaten, und 500 fl. nach 7 Monaten bezahlen: er zahlt aber ſchon nach 1 Monat 300 fl., und nach 2 Monaten 400 fl.; wann iſt er ſchuldig, noch den Reſt zu bezahlen?

11) Es ſoll Einer 1000 fl. in 3 Zielern, und zwar $\frac{1}{4}$ davon in 3 Monaten, $\frac{1}{3}$ in 4 Monaten, und den Reſt in 5 Monaten bezahlen: er zahlt aber in 3 Monaten ſchon die Hälfte, und in 2 Monaten $\frac{1}{8}$; wann iſt er ſchuldig, den Reſt vollends zu bezahlen?

Auflöſungen.

[Um dergleichen Aufgaben richtig zu löſen, darf man nur hauptſächlich darauf merken, wie viel Zins der Empfänger erhalten könnte, wenn er das ganze Kapital ſogleich erhalten, und wieder ausleihen würde.]

1) Es ſind erſtens	100 fl., nämlich	. . .	100 fl. nach 1 Jahr
alsdann	100	fl. nach 2 Jahren; dieſe tragen ſoviel Zins als 2×100 fl. oder als	200 fl. nach 1 Jahr
endlich wieder	100	fl. nach 3 Jahren; dieſe tragen ſoviel Zins als 3×100 fl. oder als	300 fl. nach 1 Jahr
also tragen	300	fl. in dieſen verſchiedenen Zeiten eben ſo viel Zins als	600 fl. nach 1 Jahr.

Brauchen aber 600 fl. um einen gewiſſen Zins zu tragen 1 Jahr, ſo brauchen 300 fl. um eben denſelben Zins zu tragen, länger ꝛc. Alſo 2 Jahre. Folglich muß er die 300 fl. nach 2 Jahren auf einmal bezahlen.

2) Ant. Nach 3 Jahren. Denn

es ſind 1ſtens 100 fl. nämlich . . . . . 100 fl. nach 1 Jahr

dann 100 fl. nach 2 J = 2 × 100 fl. oder 200 fl. —

— 100 fl. nach 3 J. = 3 × 100 fl. oder 300 fl. —

— 100 fl. nach 4 J. = 4 × 100 fl. oder 400 fl. —

und 100 fl. nach 5 J. = 5 × 100 fl. oder 500 fl. —

Alſo tragen 500 fl. in dieſen Zeiten eben ſoviel Zins als 1500 fl. nach 1 Jahr

Brauchen aber 1500 fl. zu einem gewiſſen Zins 1 Jahr, ſo brauchen 500 fl. zu eben demſelben Zins länger ꝛc. 3 Jahr.

3) Nach 2 Jahren. Denn

50 fl. nach 1 Jahr = 1 × 50 fl. oder 50 fl.
50 fl. — 2 — = 2 × 50 fl. oder 100 fl.
50 fl. — 3 — = 3 × 50 fl. oder 150 fl. } nach 1 Jahr

Alſo 150 fl. nach einander = 300 fl. nach 1 Jahr.

Brauchen aber 300 fl. zu einem gewiſſen Zins 1 Jahr, ſo brauchen 150 fl. zu eben demſelben Zins 2 Jahr.

4) Nach 4 Jahren. Denn

dieſe 600 fl. bringen nach einander ſoviel Zins als 2400 fl. in 1 Jahr auf einmal.

Brauchen aber 2400 fl. zu einem gewiſſen Zins 1 Jahr, ſo brauchen 600 fl. zu eben dieſem Zins 4 Jahr.

5) Nach 7½ Monat.

Anmerkung.

[Dieſe fünf und alle dergleichen Aufgaben, in denen die Theile des Kapitals und die gegebenen Zeitpunkte gleich ſind, bilden, wie ſchon der bloſe Anblick zeigt, lauter Unterſchieds-reihen, und können daher kurzer berechnet werden. Man darf nur den 1ſten und letzten Zeitpunkt oder Termin zuſammenzählen, und den halben Theil von dieſer Summe nehmen, ſo hat man die Zeit, nach welcher das Kapital auf einmal zu erlegen iſt.]

Alſo noch einmal!

1ſte Aufgabe) Der erſte Termin iſt 1 Jahr,
der letzte — — 3 —, das ſind
zuſammen 4 Jahre.

Der halbe Theil oder Durchſchnitt hiervon iſt 2 Jahre.

Alſo müſſen die 300 fl. nach 2 Jahren auf einmal erlegt werden.

2te Aufgabe) Der 1ſte Termin iſt 1 Jahr,
der letzte — — 5 —, das ſind
6 Jahr.

Der halbe Theil hiervon iſt 3 Jahre, und nach dieſen muß er ſeine 500 fl. auf einmal erlegen.

3te Aufgabe) Wie die vorige Auflöſung. Alſo Nach 2 Jahren.

4te Aufgabe) Der 1ſte Termin iſt 3 Jahre,
der letzte — — 5 —, das ſind
8 Jahre.

Der halbe Theil hiervon iſt 4 Jahre.

5te Aufgabe) Der 1ſte Termin iſt 3 Monat,
der letzte — — 12 —, das ſind
15 Monate.

Der halbe Theil davon iſt $7\frac{1}{2}$ Monat.

[Sind aber die gegebenen Theile eines Kapitals oder die Zeitpunkte nicht gleich, ſo muß die Aufgabe wieder gelöst werden, wie oben, als:]

6) 400 fl. nach 1 Jahr = 1 × 400 fl. = 400 fl.
300 fl. — 2 — = 2 × 300 fl. = 600 fl. } nach 1 Jahr
100 fl. — 3 — = 3 × 100 fl. = 300 fl.

Alſo 800 fl. = 1300 fl. nach 1 Jahr.

Brauchen aber 1300 fl. zu einem gewiſſen Zins 1 Jahr, ſo brauchen 800 fl. zu eben demſelben Zins $1\frac{5}{8}$ Jahr.

7) Nach $5\frac{1}{2}$ Monat. 8.) Nach $5\frac{1}{16}$ Monat.

9) Nach $3\frac{3}{5}$ Jahr. Denn die 900 fl. tragen in dieſen 5 Terminen eben ſo viel Zins, als 3200 fl. nach einem Jahre, und die ſchon bezahlten 400 fl. tragen in den 2 Terminen eben ſo viel Zins, als 1400 fl. nach einem Jahr. Das iſt:

900 fl. = 3200 fl. nach 1 Jahr. Hiervon die bezahlten
400 fl. = 1400 fl. — 1 — abgezogen! Alſo tragen noch
500 fl. = 1800 fl. nach 1 Jahr

Brauchen aber 1800 fl. zu einem gewiſſen Zins 1 Jahr, ſo brauchen 500 fl. zu eben demſelben Zins $3\frac{3}{5}$ Jahr.

10) Nach 15 Monaten.

11) Nach $6\frac{4}{5}$ Monaten
$\frac{1}{4}$ von 1000 fl. iſt 250 fl.
$\frac{1}{5}$ von 1000 fl. iſt 200 fl.
das ſind 450 fl.

Ferner iſt $\frac{1}{2}$ von 1000 fl. = 500 fl.
und $\frac{1}{8}$ von 1000 fl. = 125 fl.
das ſind 625 fl.

Nun tragen die 1000 fl. in dieſen 3 Terminen eben ſo viel Zins als 4300 fl. nach 1 Monat, und die bezahlten 625 fl. tragen in den 2 Terminen eben ſoviel Zins als 1750 fl. nach 1 Monat. Das iſt:

1000 fl. = 4300 fl. nach 1 Monat Hiervon die bezahlten
625 fl. = 1750 fl. — 1 — abgezogen! Alſo
375 fl. = 2550 fl. nach 1 Monat.

Brauchen aber 2550 fl. zu einem gewiſſen Zins 1 Monat, ſo brauchen 375 fl. zu eben demſelben Zins $6\frac{4}{5}$ Monat.

Anleitung

zur

Meßkunſt oder Geometrie.

Vtes Heft.

Inhalt.

Erklärungen.

	Seite
Linien	1
Winkel	3
Figuren — Flächen	4

Meſſung und Berechnung.

Längen	8
Flächen	15
Körper	54

Beſondere Behandlung des Quadrats und Kubus.

a) Das Quadrat.

Von dem Quadrate und ſeiner Wurzel	76
— — — der Hypotenuſe	94
— — — in Beziehung auf die Kreisfläche	96

b) Der Kubus.

Von dem Kubus und ſeiner Wurzel	100
Von dem Kubus in Beziehung auf die Kugel	111

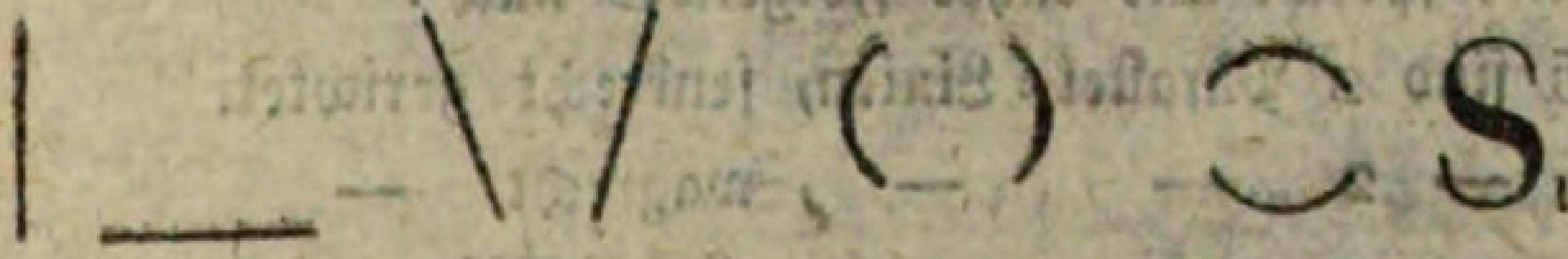
Anleitung zur Meßkunſt
oder Geometrie.

Für die gewöhnlichſten Fälle des Bürgers — Handwerkers, Landmanns ꝛc. Das iſt: Ausmeſſung und Berechnung der Längen, Flächen und Körper; als: Stangen, Bretter, Tiſche, Wände ꝛc. Gärten, Aecker ꝛc. Klötze, Balken, Bäume ꝛc. nebſt einigen Winken für höhere Berechnungen.

Erklärungen.

Linien.

[Der Lehrer macht folgende Linien, ungefähr ½ Schuh lang, auf die Tafel,



und ſpricht:]

Dieß ſind allerley Linien — was ſind dieß? Ant. Allerley Linien. [Der Lehrer deutet auf die 4 erſten Linien und ſpricht:]

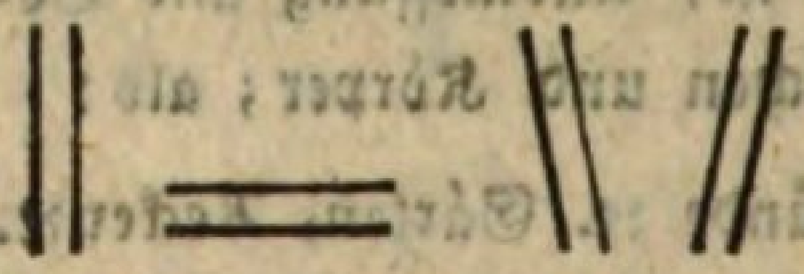
Dieß ſind gerade Linien, (Er deutet auf die andern) ſind dieß auch gerade, oder ſind es krumme? Ant. Krumme.

[Der Lehrer deutet auf die erſte Linie, alsdann auf die 2te, 3te und 4te Linie, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Dieß iſt eine ſenkrechte Linie, dieß iſt eine wagrechte Linie, dieß iſt eine linksſchiefe Linie, dieß iſt eine rechtsſchiefe Linie.

[Er deutet eben ſo auf die krummen Linien, und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Dieß iſt eine links gebogene Linie, dieß iſt eine rechts gebogene Linie, dieß iſt eine aufwärts gebogene Linie, dieß iſt eine abwärtsgebogene Linie, dieß iſt eine geſchlängelte Linie.



[Der Lehrer macht die hier links ſtehenden Linien, deutet nach und nach auf jedes Paar und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

Dieß ſind 2 gleichlaufende Linien, ſenkrecht gerichtet.
— — 2 — —, wagrecht —
— — 2 — —, linksſchief —
— — 2 — —, rechtsſchief —

L. Anſtatt: gleichlaufende Linien, ſagt man auch: Parallel-Linien, ſprecht mir daher Folgendes nach!

Dieß ſind 2 Parallel-Linien, ſenkrecht gerichtet.
— — 2 — —, wagrecht —
— — 2 — —, linksſchief —
— — 2 — —, rechtsſchief —

L. Alle Linien, welche nicht parallel oder nicht gleichlaufend mit einander ſind, heiſt man ungleichlaufende Linien.

[Der Lehrer macht eine links ſchräge und eine rechts ſchrä-

ge Linie hin, und fragt, ob beyde Linien gleichlaufend oder ungleichlaufend ſind. —]

Winkel.

[Der Lehrer macht folgende 3 Winkel vergrößert an die Tafel und ſpricht:]

Dieß ſind 3 Winkel; was ſind dieß?

L. Sprecht mir Folgendes nach!

Der erſte Winkel iſt durch eine ſenkrechte und wagrechte Linie gebildet.

Der 2te Winkel iſt durch eine ſchräge und wagrechte Linie gebildet.

Der 3te Winkel iſt ebenfalls durch eine ſchräge und wagrechte Linie gebildet.

L. Mache jeder auf ſeine Tafel einen ſolchen Winkel mit einer ſenkrechten und wagrechten Linie wie der erſte hier! (Man kann die ſenkrechte Linie auch an das rechte End der Wagrechten ſtellen.)

L. Zeigt euern Winkel! (Die unrichtigen müſſen verbeſſert werden.)

L. Wenn ich dieſe Tafel umdrehe, ſo daß die ſenkrechte Linie des erſten Winkels wagrecht vor mich kommt, ſo ſteht die andere Linie ſenkrecht, und ſo iſt es auch mit eueren Winkeln.

L. Macht jetzt auch Winkel mit wagrechten und ſchiefen Linien!

L. Wenn ihr dieſe Winkel ſo herum dreht oder denkt, daß die ſchiefe Linie wagrecht vor euch kommt, ſo wird die andere ſchief vor euch ſeyn; verſucht es!

L. Merkt euch nun dieſes! Ein ſolcher Winkel, deſſen eine Seite ſenkrecht ſteht, wenn man die andere wagrecht vor ſich hat, oder denket, heiſt ein rechter Winkel, jeden Winkel, welcher kein rechter iſt, heiſt man einen ſchiefen.

L. Welcher Winkel hier iſt ein rechter? der 1ſte, 2te oder 3te? Ant. Der erſte.

L. An euern Bücherdekeln und Blättern ſind rechte Winkel; ſchaut in dieſer Stube herum, und ſagt mir, wo ihr rechte Winkel ſeht! Ant. An den Fenſtern, an der Thür ꝛc.

L. Streckt eure Hände in die Höhe, und macht mit euern Zeigfingern rechte Winkel!

L. Jetzt auch ſchiefe!

L. Um leicht einen rechten Winkel zu zeichnen, dürft ihr nur eure Bücherdeckel oder ein eben ſo gemachtes Brettchen zum Liniren nehmen. Mann kann auch jeden Fleck Papier eben ſo zuſammen legen und damit liniren. Ein ſolches Werkzeug, heiſt man ein Winkelmaß.

[Anmerkung. Dieſe Erklärungen des Bisherigen ſo wie des noch Folgenden ſind für unſere gegenwärtige Abſicht hinlänglich.]

Flächen

Geradlinige Figuren.

a) Dreyecke.

[Der Lehrer macht folgende Dreyecke vergrößert an die Tafel:]

L. Hier ſind lauter Dreyecke; im erſten befindet ſich ein rechter Winkel. Befindet ſich auch in den 2 andern ein rechter Winkel, oder haben dieſe lauter ſchiefe Winkel? Ant. Lauter ſchiefe.

L. Ein ſolches Dreyeck, welches einen rechten Winkel hat, heiſt man ein **rechtwinklichtes Dreyeck**, ein Dreyeck aber, welches lauter ſchiefe Winkel hat, ein **ſchiefwinklichtes**.

L. Mache jeder einige rechtwinklichte Dreyecke! — hier könnt ihr das Winkelmaß gebrauchen!

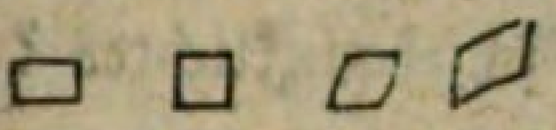
L. Zeige jeder ſeine Dreyecke!

L. Mache jeder auch einige ſchiefwinklichte Dreyecke!

---

b) Vierecke.

[Der Lehrer macht folgende Vierecke vergrößert an die Tafel:]



L. Dieß ſind lauter Vierecke; was ſind dieß?

L. Die 3 erſten Vierecke ſind durch lauter gleichlaufende Linien gebildet; durch was für Linien iſt das 4te gebildet? Ant. Durch ungleichlaufende.

L. Das erſte dieſer Vierecke iſt durch 2 gleichlaufende wagrechte Linien gebildet und durch 2 gleichl. ſenkrechte; durch was für Linien iſt das 2te gebildet? Ant. Ebenfalls durch ꝛc

L. Durch was für Linien iſt das 3te gebildet? Ant. durch 2 gleichlaufende wagrechte, und durch 2 gleichlaufende ſchiefe.

L. Durch was für Linien iſt das 4te dieſer Vierecke gebildet? Ant. Durch eine wagrechte und 3 ſchiefe.

L. Jedes Viereck, welches durch 2 Paar ParallelLinien gebildet iſt, heiſt ein **Parallelogramm**, und jedes Viereck, welches nicht aus 2 Paar ParallelLinien gebildet iſt, heiſt man ein **unregelmäßiges Viereck**.

Wie viel Parallelogramme ſeht ihr hier? Ant. 3.

L. Und wie heiſt man das andere Viereck? Ant. Ein unregelmäßiges Viereck.

L. Warum heiſt man dieſes nicht auch Parallelogramm? Ant. Weil es nicht durch 2 Paar ꝛc.

[Der Lehrer wiſcht das unregelmäßige Viereck weg und ſpricht:]

Das erſte Parallelogramm hat vier rechte Winkel; was für Winkel hat das 2te? Ant. Ebenfalls 4 rechte.

L. Hat das 3te Parallelogramm auch lauter rechte oder lauter ſchiefe Winkel? Ant. Lauter ſchiefe.

L. Ein Parallelogramm, welches lauter rechte Winkel hat, heiſt man ein Rechteck, ein Parallelogramm aber, welches lauter ſchiefe Winkel hat, heiſt man ein ſchiefwinklichtes Parallelogramm.

L. Welches Parallelogramm hier iſt ein ſchiefwinklichtes? Ant. Das 3te.

L. Wie heiſt man aber die andere 2 Parallelogramme? Ant. Rechtecke.

[Der Lehrer wiſcht dieſes ſchiefwinklichte Parallelogramm weg, deutet auf das erſte und ſpricht:]

An dieſem Rechtecke ſind die 2 wagrechten Seiten länger als die ſenkrechten; iſt es auch ſo bey dieſem 2ten Rechtecke, oder ſind hier alle Seiten gleich? Ant. Es ſind alle Seiten gleich.

L. Ein Rechteck, an welchem alle 4 Seiten gleich ſind, heiſt ein Quadrat; ein ſolches aber, an welchem 1 Paar Seiten länger iſt als das andere, heiſt man ſchlechtweg ein Rechteck.

L. Mache jetzt jeder einige Rechtecke, woran die wagrechten oder ſenkrechten Seiten länger ſind — hier könnt ihr wieder ein Winkelmaß gebrauchen!

L. Macht auch einige große und kleine Quadrate!

L. Zeigt eure Figuren!

c) Vielecke.

L. So wie es verſchiedene Arten Dreyecke und Vierecke gibt, gibt es auch Fünfecke, Sechsecke u. ſ. w.

Man heist jede eckige Figur, welche mehr als 4 Ecke hat, insgemein Vieleck.

L. Es gibt gleichſeitige und ungleichſeitige Figuren: alſo
gleichſeitige Dreyecke und ungleichſeitige,
— Vierecke — —
— Vielecke — —

Krummlinige Figuren.

L. Alle Figuren, welche aus geraden Linien gebildet ſind, heist man geradlinichte Figuren, und alle übrige, krummlinichte Figuren.

Unter den geradlinichten iſt das Quadrat die merkwürdigſte, und unter den krummlinichten der Kreis oder Zirkel, wie ihr noch ſehen werdet.

[Der Lehrer mache mit einem Zirkel einige Kreiſe, und laſſe auch ſolche von den Lehrlingen, wenn ſie Zirkel haben — machen. Hiebey gebe er ihnen beſonders Anleitung, wie man den Zirkel halten müſſe.

Bey der Kreislinie kann man endlich noch bemerken:]

1) Daß der Punkt in der Mitte, der Mittelpunkt heist.

2) Daß man jede gerade Linie von einer Seite des Kreiſes durch den Mittelpunkt bis zur andern Seite den Durchmeſſer, und jede gerade Linie von einer Seite des Kreiſes blos bis an den Mittelpunkt, Halbmeſſer nennt.

Körper.

Die Erklärungen über die Körper können hier noch übergangen werden, und folgen eben daher weiter unten.

Meſſung und Berechnung.

Längenmaß.

[Der Lehrer macht eine wagrechte Linie, einen Schuh lang, an die Tafel und ſpricht:]

Dieſe Linie iſt ſo lang als ungefähr ein mittelmäßiger Mannsfuß oder Schuh; nach Schuh mißt man Stangen, Latten, Bretter und allerley Gegenſtände.

[Der Lehrer ſtreckt ſeinen Arm aus und ſpricht:]

Wie viel Schuh lang mag wohl mein Arm ſeyn?

L. Gerad aus, oder etwas mehr oder etwas weniger?

L. Wie viel Schuh lang mag wohl dieſe Bank ſeyn?

L. Hole mir geſchwind Einer einen Schuh langen Stecken!

[Der Lehrer ſehe, ob der geholte Stecken beyläufig einen Schuh lang ſey, und kürze ihn, wenn er zu lang iſt, ab!]

L. Meſſet mit dieſem Stabe dieſe Bank auf dem Rande hin, und ſagt mir, wie viel Schuh ſie lang ſey!

L. Gerade aus, oder etwas mehr oder etwas weniger?

L. Ich will euch dieſe Thüre da meſſen, nämlich: wie viel Schuh hoch ſie ſey, und wie breit. (Er nimmt den Stab und mißt ſie an dem linken Rande aufwärts, alsdann auf dem obern Rande ſeitwärts.)

L. Wie viel Schuh hoch iſt alſo dieſe Thüre?

L. Wenn ich aber ſchräg hinauf gemeſſen hätte, anſtatt ſenkrecht; wären da auch ſo viele Schuhe herausgekommen oder mehr? Ant. Mehr.

L. Und wenn ich krumm an dieſem Rande hinauf gemeſſen hätte? Ant. So wären wieder mehr herausgekommen.

L. Wenn ich die andere Seite ſchräg oder krumm anſtatt wagrecht gemeſſen hätte? Ant. Dann wären wieder mehr Schuh herausgekommen.

L. Betrachtet dieſen Stubenboden! — Wie viel Schuh glaubt ihr, daß er auf dieſer Seite ſchnurgerade hin habe?

L. Meſſe ihn geſchwind Einer mit dieſem Stabe!

L. Wie viel Schuh lang iſt alſo dieſe Seite?

L. Gerade aus, oder etwas mehr oder etwas weniger?

L. Meſſe auch Einer dieſe Seite, welche an jene ſtoßt!

L. Wie viel Schuh hat dieſe?

L. Einen Stab, womit man etwas mißt, heist man einen Maßſtab, wie heist ihr alſo dieſen Stab, womit wir bisher gemeſſen haben? Ant. Maßſtab.

L. Habt ihr noch kein Ehlenmaß geſehen?

L. Das iſt auch ein Maßſtab.

L. Bereite ſich jeder zu Hauſe ſelbſt einen ſolchen Maßſtab, welcher 1 Schuh lang iſt; macht ihn aber lieber zu lang als zu kurz, daß man ihm noch helfen kann, wenn er nicht ganz richtig iſt, und bringt ihn das nächſte Mal mit!

[Bringen die Lehrlinge ihre Stäbe, ſo unterſuche der Lehrer, ob ſie alle richtig ſind — krumme werden weggelegt, und zu lange werden kürzer gemacht.]

[Der Lehrer macht einen wagrechten Strich ſo lang als ein Schuh an die Tafel, theilt ihn durch 2 Punkte in 3 gleiche Theile und ſpricht:]

Theile jeder ſeinen Maßſtab eben ſo mit Tinte oder mit Bleiſtift in 3 gleiche Theile!

[Der Lehrer unterſuche bey jedem, ob die Theilung richtig ſey; dieß kann am beſten mit einem ſchon richtig getheilten Maßſtabe geſchehen.]

[Er theilt jeden der 3 gleichen Theile ſeiner Linie in 2 gleiche Theile und ſpricht:]

Aus wie viel gleichen Theilen beſteht jetzt meine Linie? Ant. Aus 6.

L. Theilt eben ſo eure Maßſtäbe vollends in 6 gleiche Theile!

[Der Lehrer unterſucht abermal die Maßſtäbe und verbeſſert, was nöthig iſt.]

[Er theilt jeden der 6 Theile ſeiner Linie in 2 gleiche Theile, und ſpricht:]

Aus wie viel gleichen Theilen beſteht jetzt meine Linie? Ant. Aus 12.

L. Theilet eben ſo auch eure Maßſtäbe in 12 gl. Th.!

[Der Lehrer beſieht und verbeſſert die Stäbe, wenn ſie unrichtig ſind, wieder und ſpricht:]

Jeden von den 12 gleichen Theilen eines Schuhes heißt man einen Zoll; wie viel Zoll hat alſo 1 Schuh? Ant. 12 Zoll.

L. Wenn ihr euch um ſolche Maßſtäbe umſeht, welche vierſeitig ſind, ſo könnt ihr ſie auch zugleich als Liniale gebrauchen — Meßt mir jetzt eure Bleiſtifte, Griffel, Schreibfedern ꝛc. und ſagt mir, wie viel Zoll lang ſie ſind!

L. Meſſet auch eure Bücher und ſagt mir, wie viel Zoll ſie in der Länge und Breite haben!

L. Meſſet auch, wie viel Zoll dick ſie ſind!

L. Meſſet eure Schiefertafeln und ſagt mir, wie lang u. breit ſie mit und ohne Rahmen ſind!

L. Meſſet und ſaget mir, wie dick ſie ohne Rahmen ſind!

L. Meſſet eure Bänke und ſagt mir, wie viel Zoll oder Schuh lang, breit und dick ſie ſind?

L. Da 1 Schuh 12 Zoll hat, ſo haben 2 Schuh 2 mal 12 Zoll oder 24 Zoll. Denkt euch nun eine Stange, welche 17 Schuh lang iſt, und berechnet mit Ziffern, wie viel Zoll dieſe 17 Schuh ſind!

Aufl. 1 Schuh iſt 1 mal 12 Zoll, alſo ſind
17 — 17 — 12 — ꝛc.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

Wie viel Zoll ſind 23 Schuh? Ant. 276 Zoll.
— — — — 37 — ? — 444 —
— — — — 18 — ? — 216 —
u. ſ. w.

L. Denkt euch eine gerade Stange, welche 12 Schuh lang iſt!

L. Die Länge von 12 Schuh heiſt man eine Ruthe. Iſt wohl dieſe Stube eine Ruthe lang? —

L. Iſt dieſe Bank eine Ruthe lang?

L. Wenn ihr einen Acker meſſen ſolltet, würdet ihr da lieber ein Schuhmaß, oder ein Ruthenmaß nehmen?

L. Berechnet mit Ziffern, wie viel Schuh 34 Ruthen ſind.

Aufl. 1 Ruth iſt 1 mal 12 Schuh, alſo ſind 34 Ruthen 34 mal 12 Schuh das iſt: 408 Sch.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel Schuh ſind 53 Ruthen? Ant. 636 Schuh.
— — — — 35 — ? — 420 —
— — — — 40 — ? — 480 —
u. ſ. w.

Anwendung.

a.

L. Eine Schnur reicht rings um den Rand einer Schiefertafel herum: die Schiefertafel iſt 10 Zoll lang und 7 Zoll breit; wie viel Zoll lang iſt alſo die Schnur oder der Umfang der Schiefertafel? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Weil die Schiefertafel 10 Zoll lang und 7 Zoll breit iſt, ſo hat jede der 2 langen Seiten 10 Zoll, das ſind zuſammen 20 Zoll, und jede der 2 kürzern Seiten 7 Zoll, das ſind zuſammen 14 Zoll, alſo hat die Schnur oder der ganze Umfang der Schiefertafel 34 Zoll.

Anmerkung.

[Bey der Berechnung dieſer Aufgabe kann der Lehrer auch ein länglichtes Rechteck an die Tafel zeichnen, an jede der 2 langen Seiten 10 Z. und an jede der 2 kürzern 7 Z. ſchreiben, und eben ſo folgende Aufgaben mittelſt gezeichneter Vierecke (ſie mögen das angegebene Maß enthalten oder nicht) berechnen laſſen, als:]

1) Eine Schnur reicht rings um den Rand einer Schiefertafel: die Schiefertafel iſt 11 Zoll lang und 8 Zoll breit; wie lang iſt alſo die Schnur oder der Umfang der Schiefertafel?

2) Wie viel Zoll hat aber eine Schiefertafel im Umfange, welche 13 Zoll lang und 9 Zoll breit iſt?

3) Wie viel Schuh hat ein viereckiges Tiſchblatt im Umfange, welches 6 Schuh lang und 4 Schuh breit iſt?

4) Wie viel Schuh hat eine Stubenthür im Umfange, welche 9 Schuh hoch und 5 Schuh breit iſt?

5) Wie viel Ruthen hat ein viereckiger Garten im Umfange, welcher 13 Ruthen lang und 10 Ruthen breit iſt?

Ant. 1) 38 Zoll. 2) 44 Zoll. 3) 20 Schuh. 4) 28 Schuh. 5) 46 Ruthen.

---

b.

Eine Schiefertafel hat 44 Zoll im Umfange, und der Rand an einer Seite iſt 13 Zoll lang; wie lang iſt der Rand an jeder der andern 3 Seiten?

Aufl. Hat die eine Seite 13 Zoll, ſo hat die gegenüberſtehende Seite ebenfalls 13 Zoll, das ſind zuſammen 26 Zoll.

26 Zoll von 44, bleiben 18 Zoll für die andern 2 Seiten.

Haben aber dieſe 2 Seiten zuſammen 18 Zoll, ſo hat eine den halben Theil davon, das iſt 9 Zoll.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben berechnet:]

1) Eine Schiefertafel hat 40 Zoll im Umfange und iſt an einer Seite 12 Zoll lang; wie lang iſt jede der andern 3 Seiten?

2) Ein viereckiges Tiſchblatt hat 24 Schuh im Umfange und iſt 7 Schuh lang; wie breit iſt es?

3) Ein viereckiger Garten hat 40 Ruthen im Umfange und iſt 9 Ruthen breit; wie lang iſt er?

4) Ein viereckiger Acker hat 190 Ruthen im Umfange und iſt 5 Ruthen breit; wie lang iſt er?

5) Man will einen viereckigen Garten, welcher 14 Ruthen lang und 9 Ruthen breit iſt, mit Palliſaden umgeben: jede Palliſade iſt 2 Schuh breit; wie viel braucht man dazu?

6) Man will einen viereckigen Garten, welcher 15 Ruthen lang und 8 Ruthen breit iſt, mit Palliſaden umgeben:

jede Palliſade iſt $1\frac{1}{2}$ Schuh breit; wie viel braucht man dazu?

7) Man will einen viereckigen Garten, welcher 10 Ruthen lang und 5 breit iſt, mit Brettern einfaſſen: jedes Brett iſt 15 Schuh lang; wie viel ſolche Bretter braucht man dazu, wenn man jedes Mal 4 über einander legt?

8) Man will einen viereckigen Garten, welcher 12 Ruthen lang und 4 breit iſt, mit Brettern einfaſſen: jedes Brett iſt 16 Schuh lang; wie viel braucht man dazu, wenn man überall fünf über einander legt?

Auflöſungen.

1) 12 Zoll. 8 Z. 8 Z.

2) Weil das Tiſchblatt 7 Schuh lang iſt, ſo hat jede der 2 langen Seiten 7 Schuh, alſo haben beyde zuſammen 14 Schuh.

14 Schuh von 24, bleiben 10 Schuh für die 2 kurzen Seiten.

Haben aber dieſe 2 Seiten 10 Schuh mit einander, ſo hat eine allein 5 Schuh, und ſo breit iſt das Tiſchblatt.

3) 11 Ruthen lang. 4) 90 Ruthen lang.

5) Der Umfang des Gartens iſt 46 Ruthen, das iſt: 552 Schuh.

Nun erfordern 2 Schuh 1 Palliſade, alſo erfordern 552 Schuh 276 Palliſaden.

6) Der Umfang des Gartens iſt 46 Ruthen, das iſt: 552 Schuh.

Eine Palliſade iſt $1\frac{1}{2}$ Schuh breit, alſo ſind 2 oder 1 Paar Palliſaden zuſammen 3 Schuh breit.

Erfordern nun 3 Schuh 1 Paar Palliſaden, ſo erfordern 552 Schuh 184 Paar, das iſt: 368 Palliſaden.

7) Der Umfang des Gartens iſt 30 Ruthen, das iſt 360 Schuh.

Nimmt man nun zu 15 Schuh jedes Mal nur 1 Brett, ſo braucht man zu 360 Schuh 24 Bretter herum, alſo 4 mal ſo viel übereinander, das ſind 96 Bretter.

8) 120 Bretter.

Flächenmaß.

Geradlinige Figuren.

Entſtehung der Vierecke.

a.

[Der Lehrer zieht eine ſenkrechte Linie, dann quer durch dieſelbe eine andere Linie, und ſpricht:]

Wenn man eine Linie quer durch eine andere zieht, ſo entſteht ein Kreuzlein, und der Punkt, wo beyde durch einander gehen oder einander durchſchneiden, iſt der Durchſchnittspunkt.

[Er wiſcht dieſe Linien weg, zieht 2 ſenkrechte neben einander, dann durch beyde eine wagrechte, und ſpricht:]

Wie viel Durchſchnittspunkte entſtehen, wenn man eine Linie quer durch 2 andere zieht? Ant. 2 Durchſchnittspunkte.

L. Zieht jetzt auch ſolche Linien, und beantwortet mir Folgendes!

Wie viel D.punkte entſtehen, wenn man eine Linie quer durch 7 andere Linien zieht? Ant. 7.

Wie viel D.punkte entſtehen, wenn man 2 wagrechte Linien und durch dieſelben 3 ſenkrechte zieht? Ant. 6.

Wie viel D.punkte entſtehen, wenn man 5 wagrechte Linien, und durch dieſelben 7 ſenkrechte zieht? Ant. 35.

Wie viel D.punkte entſtehen, wenn man 57 wagrechte, und durch dieſelben 9 ſenkrechte zieht? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes ohne Linien berechne!

Eine ſenkrechte durch 57 wagrechte gibt 57 D.punkte, alſo geben 9 ſenkrechte durch 57 wagrechte 9 mal 57 D.punkte, das iſt: 513 D.punkte.

Berechnet eben ſo Folgendes ohne Linien:

Wie viel D.punkte entſtehen, wenn man 43 wagrechte Linien, und durch dieſelben 8 ſenkrechte zieht? Ant. 344.

Wie viel D.punkte entſtehen, wenn man 28 wagrechte Linien, und durch dieſelben 7 ſenkrechte zieht? Ant. 196.

u. ſ. w.

Anwendung.

1) Man hat längs durch ein viereckiges Beet (Land) in einem Garten mit einem Stecken 4 Furchen, dann quer durch dieſelben 20 andere Furchen gezogen, und auf jeden Durchſchnittspunkt eine Pflanze geſetzt; wie viel Pflanzen kamen demnach auf das ganze Beet? Ant. 80 Pflanzen.

2) Man hat längs durch ein viereckiges Beet 5 Furchen, und quer durch dieſelben 23 andere gezogen, und auf jeden Durchſchnittspunkt eine Pflanze geſetzt; wie viel Pflanzen kamen auf das Beet? 115.

3) Man hat in einem Garten 16 Furchen, alsdann quer durch dieſelben 18 andere gezogen, und auf jeden Durchſchnittspunkt ein Bäumchen geſetzt; wie viel Bäumchen brauchte man dazu? Ant. 288.

---

b.

[Der Lehrer macht 4 wagrechte Linien unter einander und ſpricht:]

Wenn man 4 Linien unter oder neben einander zieht, ſo entſtehen 3 Zwiſchenräume; durch 2 Linien nämlich entſteht 1 Zwiſchenraum, durch 3 Linien entſtehen 2 Zwiſchenräume und durch 4 Linien entſtehen 3 Zwiſchenräume.

Machet auch ſolche Linien und beantwortet mir Folgendes! Wie viel Zwiſchenräume entſtehen, wenn man 6 wagrechte Linien unter einander macht? Ant. 5.

Wie viel Zwiſchenräume entſtehen durch 9 wag. Linien unter einander? 8.

— — — — — 13 wag. Linien unter einander? 12.

— — — — — 11 ſenk. Linien neben einander? 10.

L. Wenn Einer ſagt: ſo viel wagrechte Linien man unter einander macht, ſo viel Zwiſchenräume entſtehen — hat der Recht? Ant. Nein.

L. Nein — denn weil die 2 erſten Linien mit einander nur einen Zwiſchenraum machen, ſo bilden mehrere Linien neben oder unter einander immer um einen Zwiſchenraum weniger, als Linien vorhanden ſind.

Wie viel Zwiſchenräume entſtehen alſo, wenn man 30 Linien unter einander macht? Ant. 29.

Wie viel Zwiſchenräume entſtehen, wenn man 100 Linien neben einander macht? Ant. 99.

u. ſ. w.

[Der Lehrer macht wieder 4 wagrechte Linien unter einander, alsdann 3 ſenkrechte durch dieſelben und ſpricht:]

Wenn man durch 4 wagrechte Linien 3 ſenkrechte in einiger Entfernung zieht, ſo entſtehen 6 Vierecke.

Macht jetzt auch ſolche Linien und beantwortet mir Folgendes!

Wie viel Vierecke entſtehen, wenn man durch 5 wagrechte 3 ſenkr. zieht? 8.

— — — — , — man durch 4 wagrechte 6 ſenkr. zieht? 15.

— — — — , — man durch 5 wagrechte 8 ſenkr. zieht? 28.

— — — — , — man durch 47 wagrechte 9 ſenkr. zieht? —

L. Dieſes läßt ſich wieder leichter ohne Linien berechnen; gebt daher Acht, wie ich es mache!

47 wagrechte geben 46 Zwiſchenräume, nun geben
2 ſenkrechte durch dieſelben, 46 Vierecke, und
3 — — — geben 2 mal 46 Vierecke, alſo geben
9 — — — 8 mal 46 Vierecke, das ſind 368 Vierecke.

Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel Vierecke entſtehen, wenn man durch 35 wagrechte Lin. 8 ſenkr. zieht? 238.

— — — — , wenn man durch 26 wagrechte Lin. 7 ſenkr. zieht? 150.

u. ſ. w.

Anwendung.

1) Man hat in einem Garten längs durch ein viereckiges Beet 4 Furchen, alsdann quer durch dieſelben 20 andere Furchen gezogen, und in jedes der dazwiſchen befindlichen Vierecke eine Pflanze geſetzt; wie viel Pflanzen kamen demnach auf das ganze Beet?

2) Man hat in einem Garten 10 lange Furchen, alsdann quer durch dieſelben 50 kurze gemacht, und auf jedes der dazwiſchen entſtandenen Vierecke ein Bäumchen geſetzt; wie viel Bäumchen kamen alſo in den Garten?

3) Man hat längs durch ein Beet 5 Furchen, und quer durch dieſelben 20 andere gemacht, alsdann auf jeden Durchſchnittspunkt und jedes Viereck eine Pflanze geſetzt; wie viel Pflanzen kamen demnach auf das ganze Beet?

4) Man hat längs durch einen Garten 12, und quer durch denſelben 10 Furchen gemacht, alsdann auf jeden Durchſchnittspunkt und jedes Viereck ein Bäumchen geſetzt; wie viel Bäumchen kamen alſo in den Garten?

Auflöſungen:

1) 57 Pflanzen. 2) 441 Bäumchen.

3) 100 auf die Durchſchnittspunkte, und 76 auf die Vierecke, alſo zuſammen 176 Pflanzen.

4) 120 auf die Durchſchnittspunkte, und 99 auf die Vierecke, alſo zuſammen 219 Bäumchen.

Berechnung der rechtwinkligen Parallelogramme.

a) Quadrat-Inhalt.

[Der Lehrer zieht eine wagrechte Linie, welche 10 Zoll lang iſt, auf die Tafel, errichtet ein Rechteck darauf, welches 1 Zoll hoch iſt und ſpricht:]

Hier iſt ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt; in wie viel Quadratzoll kann man wohl dieſes Rechteck verwandeln? —

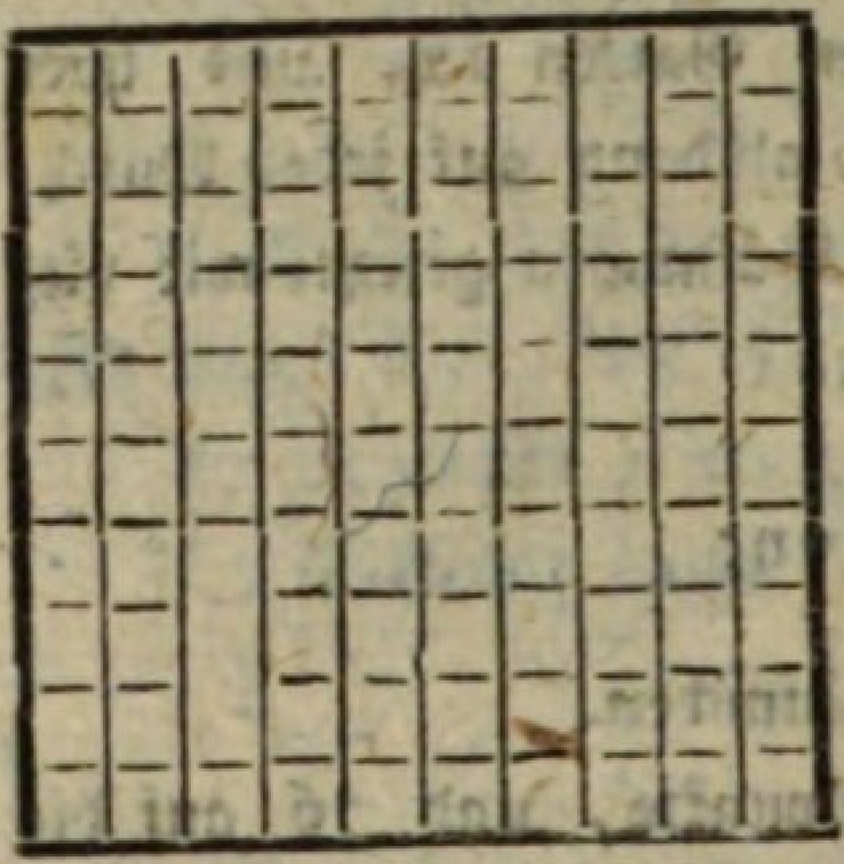
[Der Lehrer theilt dieſes Rechteck durch lauter ſenkrechte

Strichlein in 10 gleiche Quadrätchen, ſo ſehen die Lehrlinge deutlich, daß es 10 Quadratzoll ſind.]

[Genau auf dieſe Reihe Quadrätchen ſetzt er wieder eine ſolche Reihe und ſpricht:]

Dieſes Rechteck iſt jetzt 10 Zoll lang und 2 Zoll hoch; wie viel Quadratzoll enthält es? Ant. 20.

[Er ſetzt wieder eine ſolche Reihe Quadratzoll darauf, dann wieder eine, und fährt ſo fort, bis 10 ſolche Reihen übereinander ſind, welche mit einander ein großes Quadrat bilden, wie hier links:]



[Nun deutet er und läßt ſich nachſprechen, wie folgt:]

[Er bedeckt mit einem Bogen Papier oder mit einer Schiefertafel das ganze Quadrat bis auf die unterſte Reihe.]

Ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 10 Quadratzoll,

[Er läßt auch die 2te Reihe unten ſehen:]

alſo enthält ein Rechteck, welches 10 Zoll lang, und 2 Zoll hoch iſt, 2 mal 10 Quadratzoll oder 20 Quadratzoll.

[Er läßt wieder blos die unterſte Reihe, alsdann aber die 3 unterſten ſehen.]

Ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 10 Quadratzoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 3 Zoll hoch iſt, 3 mal 10 Quadratzoll oder 30 Quadratzoll.

[Er läßt eben ſo zuerſt blos die unterſte Reihe und dann die 4 unterſten ſehen.]

Ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt,

enthält 1 mal 10 Quadratzoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 4 Zoll hoch iſt, 4 mal 10 Quadratzoll oder 40 Quadratzoll.

[Eben ſo wird fortgefahren, bis es endlich heist:]

Ein Rechteck welches 10 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 10 Quadratzoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 10 Zoll hoch iſt, 10 mal 10 Quadratzoll oder 100 Quadratzoll.

[Man kann jetzt die 10 äußerſten Quadratzoll links wegwiſchen, dann wieder wie vorhin deuten, und Folgendes durchſagen laſſen:]

Ein Rechteck, welches 9 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 9 Quadratzoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 9 Zoll lang und 2 Zoll hoch iſt, 2 mal 9 Quadratzoll oder 18 Quadratzoll. Ein Rechteck, welches 9 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 9 Quadratzoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 9 Zoll lang und 3 Zoll hoch iſt, 3 mal 9 Quadratzoll oder 27 Quadratzoll. u. ſ. w.

[Man kann jetzt das ganze Viereck wegwiſchen, dafür die hier links ſtehenden Aufgaben anſchreiben und eben ſo berechnen laſſen:]

8 lang 2 hoch	Ein Rechteck, welches 8 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 8 Q.Zoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 8 Zoll lang und 2 Zoll hoch iſt, 2 mal 8 QuadratZoll oder 16 Quadratzoll.
8 — 3 —	
8 — 4 —	
8 — 6 —	
8 — 7 —	
8 — 8 —	

Ein Rechteck, welches 8 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 8 Quadratzoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 8 Zoll lang und 3 Zoll hoch iſt, 3 mal 8 Quadratzoll oder 24 Quadratzoll ꝛc.

L. Berechnet eben ſo Folgendes mit Ziffern!

Wie viel Quadratzoll enthält ein Rechteck, welches 12 Zoll lang und 11 Zoll hoch iſt? Ant. 132 Q. Zoll.

—	11	—	—	—	11	—	—	—?	—	121 —
—	15	—	—	—	13	—	—	—?	—	195 —

u. ſ. w.

L. Ein Quadrat, welches 1 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, heist man einen Quadrat Zoll; wie heist man demnach ein Quadrat, welches 1 Schuh lang und 1 Schuh hoch iſt?

Ant. Einen Quadratſchuh.

L. Wie viel Quadratzoll enthält wohl 1 Quadratſchuh? Ant. 144

L. — — — ſind demnach 7 Quadratſchuh? Ant. 1008

L. — — — — aber 9 Quadratſchuh? Ant. 1296.

u. ſ. w.

L. Ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, heist man einen Quadratzoll; ein Rechteck, welches 1 Schuh lang und 1 Schuh hoch iſt, heist man einen Quadratſchuh; wie wird man demnach ein Rechteck heiſen, welches 1 Ruthe lang und 1 Ruthe hoch iſt?

Ant. Eine Quadratruthe.

L. Wie heist man demnach ein Rechteck, welches 1 Ehle lang und 1 Ehle hoch iſt? Ant. Eine Quadrat Ehle.

L. So wie man den Inhalt der Quadratzolle eines Rechteckes findet, ſo findet man auch den Inhalt der Quadratſchuhe, Quadratruthen und QuadratEhlen; man darf ſich nur immer folgende Regel merken:

Um den Inhalt eines Rechteckes zu finden, vervielfältiget

man die Maßzahl der Länge oder Breite mit der Maßzahl der Höhe.

Berechnet daher Folgendes mit Ziffern!

1) Wie viel Quadratſchuh enthält ein Rechteck, welches 13 Schuh lang und 9 Schuh hoch iſt?

2) Wie viel Quadratſchuh ꝛc welches 12 Schuh lang und 11 Schuh hoch iſt?

3) Wie viel Quadratſchuh enthält eine Quadratruthe?

4) Wie viel Quadratruthen enthält ein Rechteck, welches 43 Ruthen lang und 8 Ruthen breit iſt?

5) Wie viel Quadratruthen ꝛc. welches 56 Ruthen lang und 7 Ruthen breit iſt?

6) Wie viel QuadratEhlen enthält ein Rechteck, welches 14 Ehlen lang, und 13 Ehlen hoch iſt?

u. ſ. w.

Ant. 1) 9 × 13 = 117 Quadratſchuh. 2) 132 Quadratſchuh. 3) 12 × 12 = 144 Quadratſchuh. 4) 344 Quadratſchuh. 5) 392 Quadratruthen. 6) 182 Quadrat-Ehlen.

Anwendung.

1) Wie viel Quadratzoll enthält eine rechteckige Glasſcheibe, welche 12 Zoll lang und 11 Zoll breit iſt? 132 Quadratzoll.

2) Wie viel Quadratzoll enthält ein rechteckiges Papier, welches 15 Zoll lang und 14 Zoll breit iſt? 210 Quadratzoll.

3) Wie viel Quadratſchuh enthält ein rechteckiges Tiſchblatt, welches 13 Schuh langund 11 Schuh breit iſt? 143 Quadratſchuh.

4) Wie viel Quadratſchuh enthält ein rechteckiger Stubenboden, welcher 18 Schuh lang und 15 Schuh breit iſt? 270 Quadratſchuh.

5) Wie viel QuadratEhlen enthält ein Stück Tuch, welches 60 Ehlen lang und 2 Ehlen breit iſt? 120 QuadratEhlen.

6) Wie viel QuadratEhlen enthält eine Wand, welche 14 Ehlen lang und 11 Ehlen hoch iſt? 154 QuadratEhlen.

7) Wie viel Quadratruthen enthält ein rechteckiger Garten, welcher 15 Ruthen lang und 7 Ruthen breit iſt? 105 Quadratruthen.

8) Wie viel Quadratruthen enthält ein rechteckiger Acker, welcher 93 Ruthen lang und 2 Ruthen breit iſt? 186 Quadratruthen.

---

b) Aufſuchung der Seiten.

l	Q.Z.	h
7	42	

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel, und ſpricht:]

Ein Rechteck iſt 7 Zoll lang, und enthält 42 Quadratzoll; wie hoch iſt es? —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes berechne!

Iſt das Rechteck 7 Zoll lang, ſo denke ich mir an ſeiner Grundlinie eine Reihe von 7 Quadratzollen: ſo viel ſolche Reihen nun über einander liegen, ſo viel Zoll hoch iſt das ganze Rechteck. Es liegen aber ſo viel ſolche Reihen über einander, als die Zahl 7 in 42 enthalten iſt; wie viel Reihen alſo? Ant. 6.

L. Wie viel Zoll hoch iſt alſo dieſes Rechteck? Ant. 6 Zoll hoch. (Er ſchreibt 6 in die Anzeigerſtelle.)

L. Was man die Länge und Höhe heißt, heißt man auch oft Breite und Höhe, oder Länge und Breite, je nachdem man einen Gegenſtand betrachtet.

Merkt euch jetzt wieder Folgendes!

Um aus dem bekannten Maße der Länge und dem Inhalte eines Rechteckes ſeine Höhe oder Breite zu finden, un-

terſucht man, wie vielmal die Maßzahl der Länge in dem Inhalte enthalten iſt.

Berechnet daher Folgendes mit Ziffern!

1) Eine rechteckige Glasſcheibe enthält 132 Quadratzoll und iſt 12 Zoll lang; wie breit iſt ſie? 11 Zoll breit.

2) Ein Bücherdeckel enthält 84 Quadratzoll, und iſt 7 Zoll breit: wie lang iſt er? 12 Zoll lang.

3) Ein Küchenboden enthält 208 Quadratſchuh, und iſt 13 Schuh breit; wie lang iſt er? 16 Schuh lang.

4) Ein Stück Tuch enthält 270 QuadratEhlen, und iſt 90 Ehlen lang; wie breit iſt es? 3 Ehlen breit.

5) Ein Acker enthält 308 Quadratruthen, und iſt 4 Ruthen breit; wie lang iſt er? 77 Ruthen lang.

Andere Aufgaben.

1) Man hat 2 Stück Tuch: das erſte iſt 70 Ehlen lang und 2 Ehlen breit, das andere iſt 45 Ehlen lang und 3 Ehlen breit; wie viel QuadratEhlen betragen ſie zuſammen?

2) Es hat Einer 2 Gärten: der 1ſte iſt 12 Ruthen lang und 11 breit, der 2te iſt 14 Ruthen lang und 7 breit; wie viel Quadratruthen betragen ſie zuſammen?

3) Ein Zimmer iſt 17 Schuh lang und 14 breit; wie viel Quadratſchuh beträgt der Boden und die Decke zuſammen?

4) Ein Zimmer iſt 16 Schuh lang, 14 hoch und 12 breit; wie viel Quadratſchuh betragen die 4 Seitenwände ſammt Thür und Fenſter zuſammen?

5) Ein Zimmer iſt 17 Schuh lang, 13 hoch und 15 breit; wie viel Quadratſchuh betragen die 4 Wände ſammt Thür und Fenſter nebſt Boden und Decke zuſammen?

6) Ein Zimmer iſt 16 Schuh lang, 15 hoch und 13 breit;

wie viel Quadratſchuh betragen die 4 Wände ſammt Thür und Fenſter nebſt Boden und Decke zuſammen?

Auflöſungen.

1) Das 1ſte enthält 140 QuadratEhlen, und das andere 135 — das ſind 275 QuadratEhlen. 2) 230 Quadratruthen.

3) Der Boden beträgt 238 Quadratſchuh, die Decke ebenfalls, alſo betragen beyde zuſammen 476 Quadratſchuh.

4) In dergleichen Aufgaben iſt es ſehr gut, wenn man ſich in einem Zimmer gegen eine Wand, z. B. gegen eine der 2 längern ſtellt.

Ich betrachte die eine Wand vor mir: iſt dieſe 16 Schuh lang und 14 Schuh hoch, ſo enthält ſie 14 × 16 Quadratſchuh, das iſt: 224 Quadratſchuh.

Die Wand hinter mir enthält ebenfalls	224	—
Die — links enthält 12 mal 14 Q.Schuh, das iſt:	168	—
Die — rechts enthält ebenfalls	168	—
Das ſind zuſammen	784	—

5) 1342. Q. Schuh. 6) 1286. Q.Schuh.

Andere Aufgaben.

1) Ein Bauer hat einen Acker, welcher 92 Ruthen lang und 4 Ruthen breit iſt: ſein Nachbar will ihm einen andern dafür geben, der eben ſo groß und gut, aber 6 Ruthen breit iſt; wie lang muß er ſeyn?

2) Ein Bauer hat eine Wieſe, welche 80 Ruthen lang und 5 Ruthen breit iſt; ſein Nachbar will ihm eine andere

dafür geben, welche 100 Ruthen lang iſt; wie breit muß ſie ſeyn?

3) Man hat ein rechteckiges Stück Land, welches 13 Ruthen lang und 11 Ruthen breit iſt: man ſtellt aber ein Gebäude darauf, welches 5 Ruthen lang und 3 Ruthen breit iſt; wie viel Quadratruthen beträgt der übrige Platz noch?

4) Man hat ein rechteckiges Stück Land, welches 17 Ruthen lang und 13 Ruthen breit iſt: in der Mitte desſelben aber befindet ſich ein viereckiger Weiher, welcher 7 Ruthen lang und 5 Ruthen breit iſt; wie viel Quadratruthen enthält der trockene Platz?

5) Man will die 4 Wände eines Zimmers mit Tapeten überziehen. Das Zimmer iſt 9 Ehlen lang, 10 hoch und 7 breit: jedes ſeiner 3 Fenſter iſt 2 Ehlen breit und 3 Ehlen hoch, die Thüre aber 2 Ehlen breit und 4 Ehlen hoch; wie viel QuadratEhlen Tapeten braucht man dazu?

6) Wie viel QuadratEhlen Tapeten braucht man über die 4 Wände eines Zimmers, wenn es 11 Ehlen lang, 11 hoch und 9 breit, jedes der 4 Fenſter aber 2 Ehlen breit und 4 hoch, und die Thüre 2 Ehlen breit und 5 Ehlen hoch iſt?

Auflöſungen.

1) Der erſte Acker enthält 368 Quadratruthen: eben ſo viel muß auch der andere betragen; dieſer iſt aber 6 Ruthen breit, folglich finde ich ſeine Länge, wenn ich unterſuche, wie viel mal die Zahl 6 in 368 enthalten iſt ꝛc. Er muß alſo $61\frac{1}{3}$ Ruth lang ſeyn.

2) 4 Ruthen breit.

3) Der ganze Platz beträgt 143 Quadratruthen; das Gebäude aber nimmt ſelbſt 15 Quadratruthen ein, folglich beträgt der übrige Platz noch 128 Quadratruthen.

4) 186 Quadratruthen.

5) Die eine lange Wand beträgt	90 Q. Ehlen,
die andere lange Wand ebenfalls	90 — —
Die eine kurze Wand beträgt	70 — —
die andere kurze Wand ebenfalls	70 — —
Das ſind zuſammen	320 Q. Ehlen.

Jedes Fenſter beträgt 6 Q. Ehlen,

das ſind 18 Q. Ehlen

und die Thür . . . . . . 8 — —

Alſo zuſammen 26 Q. Ehlen.

26 Q. Ehlen von 320 Q. Ehlen bleiben Tapeten 294 Q. Ehlen

6) 398 Q. Ehlen.

Andere Aufgaben.

1) Ein Bauer hat ein viereckiges Stück Land, welches 12 Ruthen lang und 3 Ruthen breit iſt: man macht aber quer durch dasſelbe einen Weg, welcher 1 Ruthe breit iſt; wie viel Q. Ruthen enthält das urbare Land noch?

2) Ein Bauer hat eine Wieſe, welche 50 Ruthen lang und 4 Ruthen breit iſt: man macht aber quer durch dieſelbe einen Graben und Weg neben einander, welche zuſammen 3 Ruthen breit ſind; wie viel Q. Ruthen beträgt die übrige Wieſe noch?

3) Ein viereckiger Spiegel iſt ſammt dem Rahmen 9 Zoll lang und 6 breit: der Rahmen aber iſt überall 1 Zoll breit; wie viel Q. Zoll enthält demnach die ſichtbare Spiegelfläche?

4) Eine Schiefertafel iſt ſammt dem Rahmen 11 Zoll lang und 8 breit: der Rahmen iſt an jeder Seite 2 Zoll

breit; wie viel □ Zoll beträgt demnach die ſichtbare Schiefer-flache?

5) Man will ein viereckiges Stück Land, welches 9 Ruthen lang und 4 breit iſt, in einen Garten verwandeln, und umgibt es mit einer 2 Schuh dicken Mauer; wie viel □ Ruthen enthält der Garten alsdann noch inwendig?

6) Ein viereckiges Gebäude iſt auswendig 5 Ruthen lang und 3 breit: ſeine Mauer aber iſt an jeder Seite 3 Schuh dick; wie viel □ Schuh beträgt der Boden inwendig?

7) Eine Kiſte iſt auswendig 5 Schuh lang, 4 breit und 3 hoch: der Boden iſt 3 Zoll dick, der Deckel aber und jedes Seitenbrett ſind 2 Zoll dick; wie viel □ Schuh betragen alle innere Flächen ſammt Boden und Deckel zuſammen?

8) Ein viereckiger Garten iſt 9 Ruthen lang und 4 breit, und hat mittendurch einen Kreuzweg, welcher überall 7 Schuh breit iſt; wie viel □ Ruthen beträgt blos der Kreuzweg?

9) Man will ein viereckiges Stück Land, welches 12 Ruthen lang und 10 breit iſt, in einen Garten verwandeln, und umgibt es mit einer Mauer und einem Weg, alsdann macht man noch mittendurch einen Kreuzweg: Mauer und Weg ſind zuſammen 10 Schuh breit, der Kreuzweg aber iſt 8 Schuh breit; wie viel □ Ruthen wird zuletzt der Garten ohne die Mauer und Wege haben?

Auflöſungen.

[Anm. Bey dieſen Aufgaben iſt es ſehr gut, wenn man die Vierecke ſo viel als möglich im Kleinen nachzeichnet. Hieraus ergibt ſich alſo Folgendes:]

1) Weil der Weg 1 Ruthe breit iſt, ſo iſt das übrige Stück Land nur noch 11 Ruthen lang, und ohnehin 3 Ruthen breit; alſo enthält es noch 3 mal 11 oder 33 □ Ruthen.

2) Nur noch 188 Q.Ruthen.

3) Weil der Rahmen überall 1 Zoll breit iſt, ſo iſt die ſichtbare Spiegelfläche nur 7 Zoll lang und 4 Zoll breit, folglich beträgt ſie 28 Q.Zoll.

4) Weil der Rahmen überall 2 Zoll breit iſt, ſo iſt die ſichtbare Schieferfläche nur 7 Zoll lang und 4 breit; folglich beträgt ſie 28 Q.Zoll.

5) 9 Ruthen ſind 108 Schuh, 4 Ruthen ſind 48 Schuh. Weil aber die Mauer überall 2 Schuh dick iſt, ſo iſt der Garten inwendig nur 104 Schuh lang, und 44 Schuh breit, mithin beträgt er 4576 Q.Schuh. Nun ſind 144 Q.Schuh 1 Q.Ruthe, alſo ſind 4576 Q.Schuh = $31\frac{7}{9}$ Q.Ruthen.

6) 1620. QuadratSchuh.

7) Verwandelt man die Schuh in Zoll, ſo iſt die Kiſte auswendig 60 Zoll lang, 48 breit und 36 hoch.

Weil aber die Seitenbretter überall 2 Zoll dick ſind, ſo iſt ſie inwendig nur 56 Zoll lang und 44 Zoll breit.

Weil ferner der Deckel 2 Zoll dick und der Boden 3 dick iſt, ſo iſt ſie inw. nur 31 Zoll hoch.

Folglich beträgt der Boden inw. 44 mal 56 Q.Zoll	=	2464 Q.Zoll.
Der Deckel inw. ebenfalls	=	2464 — —
eine lange Seite inw. 31 mal 56 Q.Zoll	=	1736 — —
die andere lange Seite auch	=	1736 — —
eine kurze Seite inw. 31 mal 44 Q.Zoll	=	1364 — —
die andere kurze Seite auch	=	1364 — —
	144 |	11,128 ($77\frac{5}{18}$ Q.Schuh.

ꝛc.

8) Der Kreuzweg beſteht aus einem langen Weg und Querweg.

Verwandelt man nun die Ruthen in Schuh, ſo iſt der lange 108 Schuh lang und ohnehin 7 Schuh breit, folglich beträgt er 7 × 108 Q.Schuh = 756 Q.Schuh.

Nun verliert der Querweg, weil der lange durch ihn geht, 7 Schuh an ſeiner Länge, und iſt folglich nicht 4 Ruthen oder 48 Schuh, ſondern nur 41 Schuh lang, und beträgt 7 × 41 Q.Schuh = 287 Q.Schuh. Mithin betragen beyde zuſammen 756 Q.Schuh + 287 Q.Schuh. = 1043 Q.Schuh = $7\frac{35}{144}$ Q.Ruthen.

9) Verwandelt man die Ruthen in Schuh, ſo iſt der Garten auswendig 144 Schuh lang und 120 Schuh breit. Da aber Mauer und Weg 10 Schuh breit ſind, ſo iſt er inwendig um 20 Schuh kürzer, und um 20 ſchmäler, folglich nur 124 Schuh lang, und 100 Schuh breit, und beträgt 12400 Q.Schuh. Das längere Stück des Kreuzweges iſt alſo auch 124 Schuh lang und beträgt 8 × 124 QuadratSchuh. = 992 Q.Schuh. Das kürzere Stück des Kr. Weges verliert, weil das lange dadurch geht, 8 Schuh an ſeiner Länge, iſt alſo nicht 100 Schuh lang, ſondern 92 und beträgt 8 mal 92 Q.Schuh = 736 Q.Schuh. Alſo beträgt der ganze Kreuzweg 992 Q.Schuh + 736 Q.Schuh. = 1728 QuadratSchuh. Dieſe alſo von 12400 Q.Schuh abgezogen, bleiben 10672 Q. Schuh. = $74\frac{1}{9}$ Q. Ruthen.

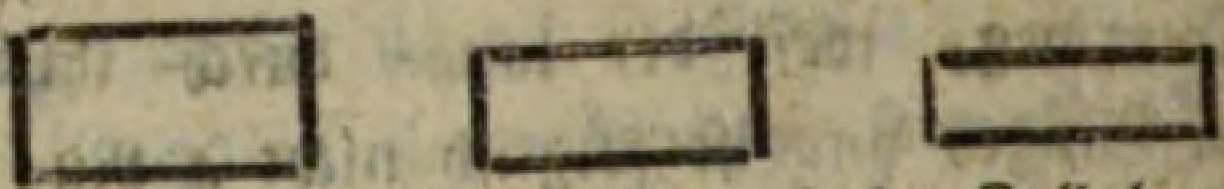
Eine nicht unwichtige Uebung läßt ſich auch mit den Rechtecken machen — über

gebrochene Zahlen, als:

a) Brüche und Ganze.

[Der Lehrer zeichne, ſo gut als es mit der Kreide geſchehen kann, drey Rechtecklein an die Tafel und zwar ſo daß

das 1te 1 Zoll lang und $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt,
— 2te 1 — — — $\frac{1}{3}$ — —, und
— 3te 1 — — — $\frac{1}{4}$ — —, und laſſe die Lehrlinge eben ſolche Zeichnen.]



L. Ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält 1 ganzen Quadratzoll; ein Rechteck welches 1 Zoll lang und 1 halben Zoll hoch iſt, enthält 1 halben QuadratZoll; was enthält demnach ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und $\frac{1}{4}$ Zoll hoch iſt? Ant. $\frac{1}{4}$ QuadratZoll.

L. Damit ihr dergleichen Aufgaben auch ohne Zeichnung richtig berechnen lernt, ſo ſprecht mir Folgendes nach!

Ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält 1 ganzen QuadratZoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und nur $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt, nur 1 halben QuadratZoll.

Ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält 1 ganzen QuadratZoll, alſo enthält ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und nur $\frac{1}{3}$ Zoll hoch iſt, nur $\frac{1}{3}$ QuadratZoll ꝛc.

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Wie viel Quadratzoll enthält

1. Ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und $\frac{1}{5}$ Zoll hoch iſt!
2. — —, — 1 — — — $\frac{1}{6}$ — — —!
3. — —, — 1 — — — $\frac{1}{20}$ — — —!

1) $\frac{1}{5}$ Q. Zoll. 2) $\frac{1}{6}$ Q. Zoll. 3) $\frac{1}{20}$ Q. Zoll.

L. Zeichne jeder ein Rechteck, welches 7 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, und theilt es in QuadratZolle ab!

L. Wie viel QuadratZoll enthält dieſes Rechteck? A. 7 Q. Zoll.

L. Ein Rechteck, welches 7 Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält 7 ganze QuadratZoll; wie viel QuadratZoll

enthält wohl ein Rechteck, welches 7 Zoll lang und nur $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt? Ant. 7 halbe QuadratZoll, das iſt $3\frac{1}{2}$ QuadratZoll.

11 lang $\frac{1}{2}$ hoch
10 — $\frac{1}{3}$ —
9 — $\frac{1}{4}$ —
8 — $\frac{1}{5}$ —
7 — $\frac{1}{6}$ —
6 — $\frac{1}{7}$ —
5 — $\frac{1}{8}$ —
4 — $\frac{1}{9}$ —
3 — $\frac{1}{10}$ —
2 — $\frac{1}{11}$ —

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Aufgaben an die Tafel und läßt ſie folgendermaßen aus dem Kopfe berechnen;] Ein Rechteck, welches 11 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1mal 11 Q. Zoll; alſo enthält 1 Rechteck, welches 11 Zoll lang und $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt, $\frac{1}{2}$ mal 11 QuadratZoll.

$\frac{1}{2}$ mal 11 QuadratZoll heiſt ſo viel als: der halbe Theil von 11 Q.Zoll. Der halbe Theil von 1 Q.Zoll iſt 1 halber Q. Zoll, alſo iſt der halbe Theil von 11 Q.Zoll 11 halbe Q.Zoll, das iſt: $5\frac{1}{2}$ Q.Zoll.

$\frac{1}{3}$ mal 10 Q.Zoll heiſt ſo viel als:
der 3te Theil von 10 Q.Zoll.
Der 3te — — 1 — — iſt $\frac{1}{3}$ Q.Zoll, alſo iſt
der 3te — — 10 — — $\frac{10}{3}$ Q.Zoll, das iſt: $3\frac{1}{3}$ Q. Zoll.

u. ſ. w.

10 lang $\frac{2}{3}$ hoch.
9 — $\frac{3}{4}$ —
8 — $\frac{4}{5}$ —
7 — $\frac{5}{6}$ —
6 — $\frac{6}{7}$ —
5 — $\frac{7}{8}$ —
4 — $\frac{8}{9}$ —
3 — $\frac{9}{10}$ —

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Aufgaben und läßt ſie folgendermaßen berechnen:] Ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 10 Q. Zoll; alſo enthält ein Rechteck, welches 10 Zoll lang und $\frac{2}{3}$ Zoll hoch iſt, $\frac{2}{3}$ mal 10 Q.Zoll.

$\frac{2}{3}$ mal 10 Q.Zoll heiſt ſo viel als:

2 mal der 3te Th. von 10 Q.Zoll.
1 — — 3te — — 1 — iſt $\frac{1}{3}$ Q.Zoll, alſo iſt
1 — — 3te — — 10 — $\frac{10}{3}$ — , mithin iſt
2 — — 3te — — 10 — 2 mal $\frac{10}{3}$ Q.Zoll oder $\frac{20}{3}$ QuadratZoll, das iſt: $6\frac{2}{3}$ Q.Zoll.

Ein Rechteck, welches 9 Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal 9 Q.Zoll; alſo enthält ein Rechteck, welches 9 Zoll lang und $\frac{3}{4}$ Zoll hoch iſt, $\frac{3}{4}$ mal 9 QuadratZoll.

$\frac{3}{4}$ mal 9 Q.Zoll heiſt ſo viel als:

3 mal der 4te Th. von 9 Q.Zoll.
1 — — 4te — — 1 — iſt $\frac{1}{4}$ Q.Zoll, alſo iſt
1 — — 4te — — 9 — $\frac{9}{4}$ — , mithin iſt
3 — — 4te — — 9 — 3 mal $\frac{9}{4}$ oder $\frac{27}{4}$ Q.Zoll,
das iſt: $6\frac{3}{4}$ Q.Zoll.

u. ſ. w.

---

b) Brüche und Brüche.

[Anmerkung. Auch hier iſt es gut, wenn man die Figuren, ſo viel als möglich, zeichnen läßt.]

E. Ein Rechteck, welches 1 Zoll lang und $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt, enthält $\frac{1}{2}$ Q.Zoll; und eben ſo enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt $\frac{1}{2}$ Q.Zoll.

Was enthält wohl ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und auch nur $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt? Ant. —

Aufl. Ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält $\frac{1}{2}$ Q.Zoll; folglich enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und nur $\frac{1}{2}$ Zoll hoch iſt, nur den halben Theil von $\frac{1}{2}$ Q.Zoll, das iſt: $\frac{1}{4}$ Q.Zoll.

L. Wie viel Q.Zoll enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und $\frac{1}{3}$ Zoll hoch iſt?

Aufl. Ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält $\frac{1}{2}$ Q.Zoll; folglich enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und nur $\frac{1}{3}$ Zoll hoch iſt, nur den 3ten Theil von $\frac{1}{2}$ Q.Zoll, das iſt: $\frac{1}{6}$ Q.Zoll.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

1. Wie viel Q.Zoll enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und $\frac{1}{4}$ Zoll hoch iſt?
2. — — — — — —, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und $\frac{1}{5}$ Zoll hoch iſt?
3 — — — — — —, welches $\frac{1}{2}$ Zoll lang und $\frac{1}{10}$ Zoll hoch iſt? ꝛc.

1) $\frac{1}{8}$ Q.Zoll. 2) $\frac{1}{10}$ Q.Zoll. 3) $\frac{1}{20}$ Q.Zoll.

L. Ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält $\frac{1}{3}$ Q.Zoll; was enthält wohl ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und auch nur $\frac{1}{3}$ Zoll hoch iſt?

Aufl. Ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält $\frac{1}{3}$ Q.Zoll; folglich enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und auch nur $\frac{1}{3}$ Zoll hoch iſt, nur den 3ten Theil von $\frac{1}{3}$ Q.Zoll, das iſt: $\frac{1}{9}$ Q.Zoll.

L. Wie viel Q.Zoll enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und $\frac{1}{4}$ Zoll hoch iſt?

Aufl. Ein Rechteck welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und 1 ganzen Zoll hoch iſt, enthält $\frac{1}{3}$ Q.Zoll; folglich enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und nur $\frac{1}{4}$ Zoll hoch iſt, nur den 4ten Theil von $\frac{1}{3}$ Q.Zoll, das iſt: $\frac{1}{12}$ Q.Zoll.

[Eben ſo folgende Aufgaben:]

1. Wie viel Q.Zoll enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und $\frac{1}{5}$ Zoll hoch iſt?
2. — — — — — —, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und $\frac{1}{6}$ Zoll hoch iſt?

3. Wie viel Q.Zoll enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{3}$ Zoll lang und $\frac{1}{10}$ Zoll hoch iſt?

1) $\frac{1}{15}$ Q.Zoll. 2) $\frac{1}{18}$ Q.Zoll. 3) $\frac{1}{30}$ Q.Zoll.

L. Berechnet mir eben ſo Folgendes!

1) Wie viel Q.Z. enthält ein Rechteck, welches $\frac{1}{4}$ Zoll lang und $\frac{1}{5}$ Zoll hoch iſt?

2) — — — — — —, welches $\frac{1}{5}$ Zoll lang und $\frac{1}{6}$ Zoll hoch iſt?

3) — — — — — —, welches $\frac{1}{6}$ Zoll lang und $\frac{1}{7}$ Zoll hoch iſt?

4) — — — — — —, welches $\frac{2}{5}$ Zoll lang und $\frac{3}{4}$ Zoll hoch iſt?

5) — — — — — —, welches $\frac{3}{4}$ Zoll lang und $\frac{5}{7}$ Zoll hoch iſt?

6) — — — — — —, welches $4\frac{3}{5}$ Zoll lang und $2\frac{4}{9}$ Zoll hoch iſt?

7) — — — — — —, welches $5\frac{3}{4}$ Zoll lang und $3\frac{1}{4}$ Zoll hoch iſt?

Auflöſungen.

1) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ Q.Zoll. 2) $\frac{1}{30}$ Q.Zoll. 3) $\frac{1}{42}$ Q.Z. 4) $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ Q.Z. 5) $\frac{15}{28}$ Q.Z. 6) $\frac{23}{5} \times \frac{22}{9} = \frac{506}{45}$ Q.Z. $= 11\frac{11}{45}$ Q.Z. 7) $18\frac{11}{16}$ Q.Z.

[Der Lehrer ſchreibt die hier links ſtehenden Aufgaben und läßt ſich Folgendes nachſprechen:]

$\frac{2}{3}$ lang $\frac{4}{5}$ hoch	Ein Rechteck, welches $\frac{2}{3}$ Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal $\frac{2}{3}$ Q.Z.;
$\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{7}$ —	alſo enthält ein Rechteck, welches $\frac{2}{3}$ Zoll
$\frac{4}{5}$ — $\frac{2}{3}$ —	lang und $\frac{4}{5}$ Zoll hoch iſt $\frac{4}{5}$ mal $\frac{2}{3}$ Quadratzoll.
$\frac{5}{6}$ — $\frac{4}{7}$ —	

$\frac{4}{5}$ mal $\frac{2}{3}$ Q.Z. heiſt ſo viel als:
4 — der 5te Theil von $\frac{2}{3}$ Q.Zoll.
1 mal der 5te Theil von $\frac{1}{3}$ Q.Z. iſt 1 mal $\frac{1}{15}$ Q.Z. alſo iſt
1 — — 5te — — $\frac{2}{3}$ — 1 — $\frac{2}{15}$ —, mithin iſt
4 — — 5te — — $\frac{2}{3}$ — 4 — $\frac{2}{15}$ —, oder $\frac{8}{15}$ Q.Zoll.

Ein Rechteck, welches $\frac{3}{4}$ Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal $\frac{3}{4}$ Q.Zoll; alſo enthält ein Rechteck, welches $\frac{3}{4}$ Zoll lang und $\frac{5}{7}$ Zoll hoch iſt, $\frac{5}{7}$ mal $\frac{3}{4}$ Q.Zoll.

$\frac{5}{7}$ mal $\frac{3}{4}$ Q.Zoll. heiſt ſo viel als: 5 mal der 7te Th. von $\frac{3}{4}$ Q.Z.
1 — der 7te Th. von $\frac{1}{4}$ Q.Z. iſt $\frac{1}{28}$ Q.Z., alſo iſt
1 — — 7te — — $\frac{3}{4}$ — $\frac{3}{28}$ —, mithin iſt
5 — — 7te — — $\frac{3}{4}$ — 5 mal $\frac{3}{28}$ Q.Z. oder $\frac{15}{28}$ Q.Zoll.

u. ſ. w.

L. Um einen Bruch durch einen Bruch zu vervielfältigen, nimmt man blos Zähler durch Zähler, (wodurch ein neuer Zähler entſteht) und Nenner durch Nenner, (wodurch man einen neuen Nenner erhält.) Berechnet mir daher ohne viele Worte Folgendes!

Wie viel QuadratZoll enthält ein Rechteck, welches $\frac{6}{7}$ Zoll lang und $\frac{3}{5}$ Zoll hoch iſt?

Aufl. Ein Rechteck, welches $\frac{6}{7}$ Zoll lang und 1 Zoll hoch iſt, enthält 1 mal $\frac{6}{7}$ Q.Zoll; alſo enthält ein Rechteck, welches $\frac{6}{7}$ Zoll lang und $\frac{3}{5}$ Zoll hoch iſt, $\frac{3}{5}$ mal $\frac{6}{7}$ Q.Z. das iſt: $\frac{18}{35}$ Q.Zoll.

[Eben ſo noch beliebige Aufgaben.]

Anmerkung.

Was vom Zollmaß gilt, gilt auch von den übrigen Maßen, worüber nun keine beſondere Uebungen mehr nöthig ſind. Kommen endlich noch Schuh und Zoll zugleich, oder Ruthen und Schuhe ꝛc zum Multipliziren vor, ſo kann man zuvor das geringere Maß in Brüche oder das höhere in das geringere verwandeln, z. B.

Wie viel Q.Schuh enthält ein Rechteck,

1) welches 6 Schuh und 2 Zoll lang und 3 Schuh hoch iſt?

2) — 5 — lang und 4 Schuh 3 Zoll hoch iſt?

3) Wie viel Q.Rth. enthält ein Rechteck, welches 2 Rth. 4 Schuh lang und 3 Rth. hoch iſt?

4) — 10 — breit und 5 Rth. 7 Sch. lang iſt? ꝛc.

Antwort.

1) $6\frac{1}{6} \times 3 = \frac{37}{6} \times 3$ Q.Schuh $= \frac{111}{6}$ Q.Schuh $= 18\frac{1}{2}$ Q.Schuh oder 74×36 Q.Z. $= 2664$ Q.Z. $=$ (durch 144 getheilt) $18\frac{1}{2}$ Q.Schuh.

2) $21\frac{1}{4}$ Q.Schuh. 3) 7 Q.Rth. 4) $55\frac{5}{8}$ Q.Rth.

[Der Lehrer zeichnet ein beliebiges Rechteck an die Tafel und ſpricht:]

In jeder geradlinigen Figur kann man die unterſte (oder nächſte) Linie die Bodenlinie oder **Grundlinie** heiſen, und die 2 Linien auf der Grundlinie, die **Seitenlinien**.

Will man demnach ein Parallelogramm ausmeſſen und berechnen, ſo mißt man zuerſt die Grundlinie, alsdann ſetzt man den Maßſtab ſenkrecht auf dieſe Grundlinie, mißt auch die Höhe, und vervielfältigt die Maßzahl der Grundlinie mit der

Maßzahl der Höhe, wie ihr ſchon wißt. Meſſe und berechne mir nun Einer dieſes Rechteck an der Tafel hier!

[Eben ſo macht der Lehrer nach und nach beliebige Rechtecke an die Tafel, und läßt ſie von einzelnen Schülern mit dem Maßſtabe meſſen und berechnen. Theilt man hie und da auch wieder eines ſolcher Rechtecke durch lauter ſenkrechte und wagrechte Linien in ihre QuadratZolle, ſo iſt es deſto beſſer.

Endlich läßt man die Oberfläche der Bücherdeckel, Schiefertafeln mit und ohne Rahmen, Tiſche, Thüren, Bäncke, den Stubenboden und die Wände durch Schuh, und allenfalls viereckige Höfe und Gärten durch Ruthen meſſen und berechnen. Wie man dabey Schnüre, Ketten und Stangen gebrauchen könne, gibt ſich von ſelbſt.

Kommen bey dem Meſſen nicht gar halbe Zolle vor, ſo nimmt man 3tels Zoll; kommen nicht gar 3tels Zoll vor, ſo nimmt man 4tels Zoll dafür ꝛc. und nimmt überhaupt die Sache für jetzt noch nicht zu genau.

Berechnung der ſchiefwinkligen Parallelogramme.

[Der Lehrer macht ein ſchiefwinkliges Parallelogramm an die Tafel wie hier links, und ſpricht:]

Iſt dieß ein Rechteck, oder was für ein Parallelogramm iſt es? Ant. Ein ſchiefwinkliges.

L. Ich will euch dieſes ſchiefwinkl. Parallelogramm in ein Rechteck verwandeln, ohne daß es größer oder kleiner wird.

[Er richtet auf das linke Ende der Grundlinie eine ſenkrechte Linie bis an die obere Seite und ſpricht:] Nehme ich dieſe ſenkrechte Linie als die linke Seite an, ſo verliere ich dieſes Dreyeck links.

Anmerkung.

Was vom Zollmaß gilt, gilt auch von den übrigen Maßen, worüber nun keine beſondere Uebungen mehr nöthig ſind. Kommen endlich noch Schuh und Zoll zugleich, oder Ruthen und Schuhe ꝛc zum Multipliziren vor, ſo kann man zuvor das geringere Maß in Brüche oder das höhere in das geringere verwandeln, z. B.

Wie viel Q.Schuh enthält ein Rechteck,

1) welches 6 Schuh und 2 Zoll lang und 3 Schuh hoch iſt?

2) — 5 — lang und 4 Schuh 3 Zoll hoch iſt!

3) Wie viel Q.Rth. enthält ein Rechteck,
welches 2 Rth. 4 Schuh lang und 3 Rth. hoch iſt!

4) — 10 — breit und 5 Rth. 7 Sch. lang iſt? ꝛc.

Antwort.

1) $6\frac{1}{6} \times 3 = \frac{37}{6} \times 3$ Q.Schuh $= \frac{111}{6}$ Q.Schuh $= 18\frac{1}{2}$ Q.Schuh oder 74×36 Q.Z. $= 2664$ Q.Z. $=$ (durch 144 getheilt) $18\frac{1}{2}$ Q.Schuh.

2) $21\frac{1}{4}$ Q.Schuh. 3) 7 Q.Rth. 4) $55\frac{5}{8}$ Q.Rth.

[Der Lehrer zeichnet ein beliebiges Rechteck an die Tafel und ſpricht:]

In jeder geradlinigen Figur kann man die unterſte (oder nächſte) Linie die Bodenlinie oder Grundlinie heiſen, und die 2 Linien auf der Grundlinie, die Seitenlinien.

Will man demnach ein Parallelogramm ausmeſſen und berechnen, ſo mißt man zuerſt die Grundlinie, alsdann ſetzt man den Maßſtab ſenkrecht auf dieſe Grundlinie, mißt auch die Höhe, und vervielfältigt die Maßzahl der Grundlinie mit der

Maßzahl der Höhe, wie ihr ſchon wißt. Meſſe und berechne mir nun Einer dieſes Rechteck an der Tafel hier!

[Eben ſo macht der Lehrer nach und nach beliebige Rechtecke an die Tafel, und läßt ſie von einzelnen Schülern mit dem Maßſtabe meſſen und berechnen. Theilt man hie und da auch wieder eines ſolcher Rechtecke durch lauter ſenkrechte und wogrechte Linien in ihre QuadratZolle, ſo iſt es deſto beſſer.

Endlich läßt man die Oberfläche der Bücherdeckel, Schiefertafeln mit und ohne Rahmen, Tiſche, Thüren, Bäncke, den Stubenboden und die Wände durch Schuh, und allenfalls viereckige Höfe und Gärten durch Ruthen meſſen und berechnen. Wie man dabey Schnüre, Ketten und Stangen gebrauchen könne, gibt ſich von ſelbſt.

Kommen bey dem Meſſen nicht gar halbe Zolle vor, ſo nimmt man 3tels Zoll; kommen nicht gar 3tels Zoll vor, ſo nimmt man 4tels Zoll dafür ꝛc. und nimmt überhaupt die Sache für jetzt noch nicht zu genau.

Berechnung der ſchiefwinkligen Parallelogramme.

[Der Lehrer macht ein ſchiefwinkliges Parallelogramm an die Tafel wie hier links, und ſpricht:]

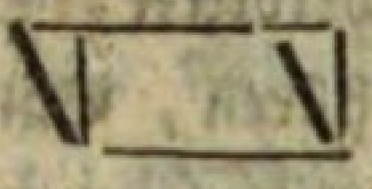
Iſt dieß ein Rechteck, oder was für ein Parallelogramm iſt es? Ant. Ein ſchiefwinkliges.

L. Ich will euch dieſes ſchiefwinkl. Parallelogramm in ein Rechteck verwandeln, ohne daß es größer oder kleiner wird.

[Er richtet auf das linke Ende der Grundlinie eine ſenkrechte Linie bis an die obere Seite und ſpricht:] Nehme ich dieſe ſenkrechte Linie als die linke Seite an, ſo verliere ich dieſes Dreyeck links.

[Er richtet auf das rechte Ende der Grundlinie eine ſenk-rechte Linie eben ſo lang als die vorige, verlängert die obere Seite weiter rechts und ſpricht:]

Nehme ich eben ſo dieſe ſenkrechte Linie als die rechte Seite an, ſo gewinne ich wieder ein eben ſo großes Dreyeck, folglich habe ich jetzt ein Rechteck, welches gerad ſo groß iſt, als vorher das ſchiefw. Parallelog.



[Die Figur wird nun ſo ausſehen wie hier links.]

L. In dieſem Rechteck iſt alſo die Grundlinie unverändert geblieben, und ſeine 2 ſenkrechten Seiten ſtellen zugleich die Höhe des Schiefecks vor.

L. Mache auch jeder von euch ein Schiefeck auf ſeine Tafel, und verwandle es in ein Rechteck!

L. Zeigt eure Zeichnung!

L. Aus dieſer Verwandlung könnt ihr euch jetzt folgenden Hauptſatz merken:

Alle Parallelogramme, welche einerley Grundlinie und einerley Höhe haben, ſind einander gleich.

L. Sagt mir noch einmal dieſen Hauptſatz! Ant. Alle Parallelogramme ꝛc.

L. Wißt ihr nun den QuadratInhalt dieſes Rechteckes, ſo wißt ihr auch den Inhalt des ihm gleichen Schiefeckes. Wie findet man aber den Inhalt eines Rechteckes? Ant. Man vervielfältigt die Maßzahl ſeiner Grundlinie mit der Maßzahl ſeiner Höhe.

L. So meſſe mir jetzt Einer dieſes Rechteck hier!

L. Um demnach ein Schiefeck zu berechnen, könnte man es immer zuerſt in ein Rechteck verwandeln, und es als ſolches berechnen; allein ſtatt dieſer Verwandlung kann man, wie ihr von ſelbſt einſeht, auch gleich die Grundlinie meſſen, alsdann den Maßſtab ſenkrecht auf die Grundlinie ſetzen, die

Höhe meſſen, und die beyden Maßzahlen der Grundlinie und Höhe mit einander vervielfältigen.

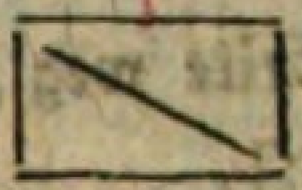
[Der Lehrer läßt wieder einen Lehrling nach dem andern an die Tafel treten, und beliebige Schiefecke meſſen und berechnen.]

Berechnung der Dreyecke.

[Der Lehrer macht ein Rechteck (welches 7 Zoll lang und 4 Zoll hoch iſt) an die Tafel und ſpricht:]

Hier habe ich ein Rechteck: mache jeder von euch ein Schiefeck auf ſeine Tafel!

[Der Lehrer zieht aus dem obern Winkel links eine ſchiefe Linie herab in den untern Winkel rechts, ſo wird ſein Rechteck in 2 gleiche Dreyecke getheilt, und ſo ausſehen, wie hier:]



L. Eine Linie von einer Ecke einer Figur in eine gegen überſtehende Ecke, heißt man eine Ecklinie; mache auch jeder von Euch eine Ecklinie in ſeine Figur!

L. Durch eine Ecklinie wird jedes Parallelogramm in 2 gleiche Dreyecke getheilt, folglich iſt jedes ſolcher Dreyecke eine Hälfte desſelben; wenn ihr euch recht überzeugen wollt, ſo dürfet ihr nur eine ſolche Zeichnung auf Papier machen, und ausſchneiden.

[Der Lehrer deutet wieder auf ſeine Figur an der Tafel und ſpricht:]

Die Grundlinie dieſes ganzen Parallelogramms iſt zugleich die Grundlinie dieſes untern Dreyeckes, und die Höhe dieſes ganzen Parallelogramms iſt auch zugleich die Höhe dieſes

untern Dreyeckes. Eben ſo iſt auch in euern Figuren die Grundlinie und Höhe des ganzen Parallelogramms zugleich die Grundlinie und Höhe des untern Dreyeckes. Wiſche jeder ſein Parallelogramm weg, und mache ein willkührliches Dreyeck dafür hin!

L. Wie man jedes Parallelogramm in 2 gleiche Dreyecke vertheilen kann, ſo kann man auch wieder aus 2 gleichen Dreyecken ein Parallelogramm zuſammenſetzen; zeichne daher jeder auf ſein Dreyeck noch ein gleiches, damit es ein Parallelogramm gibt!

L. Weil man aus jedem Paar gleicher Dreyecke ein Parallelogramm zuſammenſetzen kann, ſo kann auch jedes Dreyeck als die Hälfte eines Parallelogramms betrachtet und berechnet werden, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat. Dieſes Parallelogramm hier iſt 7 Zoll lang und 4 Zoll hoch; wie viel QuadratZoll enthält alſo das Ganze? Ant. 7 × 4 oder 28 QuadratZoll.

[Der Lehrer wiſcht die obere und rechte Seite weg, daß nur noch das untere Dreyeck bleibt und ſpricht:]

Wie viel QuadratZoll enthält aber dieſes Dreyeck als die Hälfte von dem Parallelogramm? Ant. 14 Q.Zoll.

L. Wie viel Zoll lang iſt dieſes Dreyeck? Ant. 7 Zoll.

L. Wie viel Zoll hoch iſt es? Ant. 4 Zoll.

L. Nun werdet ihr auch leicht begreifen, wie man jedes Dreyeck berechnet. Um nämlich den QuadratInhalt eines Dreyeckes zu finden, vervielfältigt man die Maßzahl der Grundlinie mit der Maßzahl der Höhe, und nimmt die Hälfte der dadurch entſtandenen Zahl.

L. Sagt mir noch einmal, wie findet man den QuadratInhalt eines Dreyeckes?

L. Richtig; denn vervielfältigt man die Maßzahlen der Grundlinie und Höhe, ſo erhält man den Inhalt eines Pa-

rallelogramms, welches mit dem Dreyecke einerley Grundlinie und Höhe hat, und nimmt man hievon die Hälfte, ſo hat man den Inhalt des Dreyeckes ſelbſt.

[Der Lehrer macht nach und nach beliebige Dreyecke an die Tafel, läßt zuerſt die Grundlinie alsdann auch die Höhe meſſen und dann vollends den QuadratInhalt ſuchen, wie bekannt. Man kann dieſe Uebung zuerſt mit lauter rechtwinkligen Dreyecken machen, alsdann mit lauter ſchiefwinkligen. Um bey dieſen letztern die Höhe leicht zu finden, kann man jedes Mal von der Spitze eine ſenkrechte Linie auf die Grundlinie herab ziehen und ſie meſſen, ſtost aber dieſe Höhelinie nicht auf die Grundlinie, ſo verlängert man die Grundlinie, oder man nimmt eine andere Seite als Grundlinie an; z. B. wie hier links.]

Berechnung der übrigen Figuren.

[Um ein unregelmäßiges Viereck zu meſſen und zu berechnen, theilt man es durch eine Ecklinie in 2 Dreyecke, mißt und berechnet jedes beſonders, und zählt ihre Inhalte zuſammen, ſo iſt ihre Summe der Inhalt des ganzen Viereckes. Man thut hier am beſten, wenn man jedes Mal die Ecklinie als die Grundlinie annimmt.

Eben ſo läßt ſich jedes Vieleck berechnen, indem man es durch Ecklinien in lauter Dreyecke vertheilt, jedes Dreyeck beſonders berechnet, und zuletzt ihre Inhalte zuſammenzählt.

Iſt aber ein Vieleck gleichſeitig, ſo kann man es ſo berechnen: Man ſucht ſeinen Mittelpunkt, indem man inner-

halb auf einigen Seiten eine ſenkrechte Linie ſtellt, und es alsdann in lauter gleiche Dreyecke theilt, welche ihre Spitzen im Mittelpunkte vereinigen. Mißt man nun eine Seite und darauf eine ſenkrechte Linie bis an den Mittelpunkt, ſo hat man die Maßzahl der Grundlinie und Höhe eines ſolchen Dreyeckes, und weiß man vollends den Inhalt desſelben, ſo nimmt man dieſen ſo vielmal, als das Vieleck Seiten hat.

Indeſſen kann man auch hier ſo verfahren:

Man ſucht den Mittelpunkt, mißt eine ſenkrechte Linie von demſelben bis an eine Seite, nimmt die Maßzahl aller Seiten zuſammen, vervielfältigt ihre Summe mit der Maßzahl dieſer Höhe-Linie, und nimmt die Hälfte von dem geſammten Inhalte.

Folglich iſt jedes gleichſeitige Vieleck als ein einziges Dreyeck zu betrachten, deſſen Grundlinie alle Seiten zuſammen genommen ausmachen.

Aufgaben:

1) Man hat ein dreyeckiges Stück Land: eine Seite desſelben iſt 14 Ruthen lang, und eine Furche, die man von dieſer Seite ſenkrecht in die gegenüber ſtehende Ecke zieht, iſt 11 Ruthen lang; wie viel QuadratRuthen enthält das Land?

2) Man hat ein dreyeckiges Stück Land, welches an einer Seite 15 Ruthen lang iſt: eine Furche, die man von dieſer Seite ſenkrecht in die gegenüberſtehende Ecke zieht, iſt 17 Ruthen lang; wie viel Q.Ruthen enthält das Land?

3) Ein dreyeckiges Stück Land enthält 96 QuadratRuthen, und iſt an einer Seite 16 Ruthen lang; wie lang wird wohl die Furche werden, welche man von dieſer Seite ſenkrecht an die gegenüber ſtehende Ecke zieht?

4) Ein dreyeckiges Stück Land enthält 200 Q. Ruthen

man hat eine Furche, 8 Ruthen lang, aus einer Ecke ſenkrecht bis an die gegenüber ſtehende Seite gezogen; wie lang wird wohl dieſe Seite ſeyn?

5) Man hat ein unregelmäßig viereckiges Stück Land durch eine Furche aus einer Ecke bis an die gegenüber ſtehende in 2 Dreyecke vertheilt, alsdann von dieſer Furche eine andere ſenkrecht in die gegenüber ſtehende Ecke des einen Dreyeckes, und wieder ſo eine Furche in die gegenüber ſtehende Ecke des andern Dreyeckes gezogen: die erſte Furche nun iſt 12 Ruthen lang, die 2te 5, und die 3te 4; wie viel □ Ruthen enthält das ganze Stück?

6) Man hat ein unregelmäßig viereckiges Stück Land durch eine Furche aus einer Ecke bis an die gegenüber ſtehende in 2 Dreyecke vertheilt, alsdann von dieſer Furche eine andere ſenkrecht in die gegenüberſtehende Ecke des einen, und wieder ſo eine in die gegenüberſtehende Ecke des andern Dreyeckes gezogen: die erſte Furche iſt 13 Ruthen lang, die 2te 5 und die 3te 7; wie viel □ Ruthen enthält das ganze Stück?

7) Man hat ein ungleichſeitiges Fünfeck durch 2 Linien in 3 Dreyecke vertheilt: eine Seite des erſten Dreyeckes iſt 4 Zoll lang und das Dreyeck 3 Zoll hoch; eine Seite des 2ten Dreyeckes iſt ebenfalls 4 Zoll lang und das Dreyeck 5 hoch, und eine Seite des 3ten Dreyeckes iſt 6 Zoll lang und das Dreyeck 2 hoch; wie viel □ Zoll beträgt das ganze Fünfeck?

8) Man hat ein gleichſeitiges Fünfeck in 5 Dreyecke getheilt, welche in dem Mittelpunkte des Fünfeckes ihre Spitzen vereinigen: die Grundlinie eines jeden iſt 6 Zoll lang, und die Höhe 4 Zoll; wie viel □ Zoll beträgt das ganze Fünfeck?

9) Man hat ein gleichſeitiges Sechseck in 6 gleiche Drey. getheilt, welche ihre Spitzen in dem Mittelpunkte vereini-

gen: die Grundlinie eines jeden iſt 14 Zoll lang und die Höhe 12 Zoll; wie viel Q.Zoll beträgt das ganze Sechseck?

Auflöſungen.

Anm. Man zeichne hier vor Allem wieder die Figuren ſo gut als möglich, ſo werden die Berechnungen äußerſt leicht ſeyn.

1) Wäre es ein Rechteck, ſo enthielte es 11 mal 14 Q.Ruthen, das iſt: 154 Q.Ruthen; ſo aber enthält es als Dreyeck nur die Hälfte von ſolchem Vierecke, alſo nur 77 Q.Ruthen.

2) Ant. Die Hälfte von 15 mal 17 Q.Ruthen, das iſt: $\frac{255}{2}$ Q.Ruthen, alſo $127\frac{1}{2}$ Q.Ruthen.

3) Ant. So lang als in einem Rechtecke, welches ebenfalls 16 Ruthen lang iſt, und 2 mal 96 oder 192 Q.Ruthen enthält. Man findet aber in einem Rechtecke die Maßzahl ſeiner Höhe, wenn man unterſucht, wie vielmal die Maßzahl der Länge in ſeinem QuadratInhalte enthalten iſt.

Nun iſt die Zahl 16 in 192 gerad 12 mal enthalten, alſo iſt jene Furche 12 Ruthen lang.

4) So lang als in einem Rechtecke, welches ebenfalls 8 Ruthen lang oder breit iſt, und 400 Q.Ruthen enthält. Alſo iſt jene Furche 50 Ruthen lang.

5) Man nehme hier die erſtere Furche als die Grundlinie von jedem der 2 Dreyecke an, ſomit beträgt das eine Dreyeck die Hälfte von 5 mal 12 Q.Ruthen, das iſt: 30 Q.Ruthen und das andere die Hälfte von 4 mal 12 Q. Ruthen, das iſt: . . . . 24 Q. Ruthen

Alſo enthält das ganze Stück . . . . . 54 Q. Ruthen

6) Das eine Dreyeck enthält die Hälfte von 5 mal 13 □.Ruthen, das iſt: . . . . 32½ □.Ruthen

Das andere enthält die Hälfte von 7 mal 13 □.Ruthen, das iſt: . . . . 45½ □.Ruthen

Alſo enthält das ganze Stück . . . . . . 78 □.Ruthen.

7) Das 1ſte Dreyeck enthält die Hälfte von 4 mal 3 □.Zoll, das iſt: 6 □.Zoll.

Das 2te — — die Hälfte von 4 mal 5 □.Zoll, das iſt: 10 □.Zoll.

Das 3te — enthält die Hälfte von 2 mal 6 □.Zoll, das iſt: 6 □.Zoll.

Alſo enthält das ganze Fünfeck . . . . 22 □.Zoll.

8) Jedes dieſer Dreyecke enthält die Hälfte von 4 mal 6 □.Zoll das iſt: 12 □.Zoll.

Folglich beträgt das ganze Fünfeck 5 mal 12 □.Zoll, das iſt: 60 □. Zoll.

Andere Auflöſung:

Die Summe aller Grundlinien iſt hier 30 Zoll, und die Höhe 4 Zoll, folglich beträgt das ganze Fünfeck die Hälfte von 4 mal 30 □.Zoll, das iſt: 60 □.Zoll.

9) 504 □.Zoll.

Krummlinige Figuren.

Solche Figuren, welche zum Theile oder auch ganz aus krummen Linien zuſammengeſetzt ſind, laſſen ſich nie ganz genau berechnen. Man theilt dieſelben in ſo viele Dreyecke als man für gut hält, und berechnet ſie wie die Vielecke.

Demnach läßt ſich zunächſt der Kreis als ein gleichſeitiges Vieleck behandeln, wie folgt:

Die Kreisfläche.

Aufgaben.

1) Man hat eine Kreisfläche in 314 gleiche Dreyecke getheilt, welche ihre Spitzen im Mittelpunkte derſelben vereinigen: die Grundlinie eines jeden iſt etwas über einen Zoll lang, die Höhe (bis zum Mittelpunkte) iſt 50 Zoll; wie viel Quadrat-Zoll enthält die ganze Kreisfläche beyläufig?

2) Man hat eine Kreisfläche in 314 gleiche Dreyecke getheilt, welche ihre Spitzen im Mittelpunkte vereinigen: Die Grundlinie eines jeden iſt etwas über 2 Zoll lang, und die Höhe 100 Zoll; wie viel Q.Zoll enthält die ganze Kreisfläche beyläufig?

Auflöſungen.

1) Iſt die Grundlinie eines dieſer Dreyecklein 1 Zoll und die Höhe 50 Zoll, ſo enthält es die Hälfte von 1 mal 50 Q.Zoll, das iſt: 25 Q.Zoll. Folglich enthält die ganze Kreisfläche 314 mal 25 oder 7850 Q.Zoll.

Oder:

Die ganze Kreisfläche als ein Dreyeck betrachtet, deſſen Grundlinie 314 Zoll, und deſſen Höhe 50 Zoll iſt, enthält die Hälfte von 314 mal 50 Q.Zoll = $\frac{15700}{2}$ Q.Zoll = 7850 Q.Zoll.

2) 31400 Q.Zoll

Anmerkung.

Der Lehrer kann jetzt mit ſeinen Schülern ſogleich die weiter unten vorkommenden Berechnungen des ſenkrech-

ten viereckigen Priſma vornehmen, und das hier Folgende: von Kreiſe, Walze, Kegel ꝛc. einsweilen für ſich allein durchgehen. Wann und wie er alsdann auch Gebrauch von dieſem machen könne, wird ſich ſchon von ſelbſt zeigen.

Andere Behandlung des Kreiſes und der Kreisfläche.

Man hat ſchon lang her durch das Meſſen herausgebracht, daß der Durchmeſſer eines Kreiſes 100 Theile habe, wie der Kreis ſelbſt 314 Theile und etwas darüber hat.

Demnach kann man jedes Mal ſogleich die Maßzahl der ganzen Kreislinie finden, wenn man zuerſt den Durchmeſſer mißt.

Hat z. B. der Durchmeſſer 6 Zoll, ſo denke ich, daß 100 Theile dieſe 6 Zoll ausmachen, folglich iſt ein Theil der 100ſte Theil von 6 Zoll, das iſt: $\frac{6}{100}$ Zoll.

Nun hat der Umkreis 314 ſolche Theile, das iſt: 314 mal $\frac{6}{100}$ Zoll, oder $\frac{1884}{100}$ Zoll $=$ $18\frac{21}{25}$ Zoll.

Um jetzt vollends den QuadratInhalt der Kreisfläche zu finden, betrachte ich die ganze Kreisfläche (wie vorhin Nro. 1) als ein einziges Dreyeck, deſſen Grundlinie $\frac{1884}{100}$ Zoll, und deſſen Höhe, (welche der Halbmeſſer iſt) 3 Zoll hat.

Folglich multiplizire ich $\frac{1884}{100}$ mit 3, nehme den halben Theil davon *, und erhalte für die ganze Kreisflache $28\frac{13}{50}$ Q. Zoll.

* Oder man multiplizirt gleich die Maßzahl des Umkreiſes mit dem 4ten Theil des ganzen Durchmeſſers, das iſt: mit $\frac{6}{4}$, und erhält $314 \times \frac{6}{100} \times \frac{6}{4}$ Q.Zoll, oder

$\frac{314.\ 6.\ 6}{100.\ 4.}$ Q. Zoll (Bey dieſem Anſchreiben läßt ſichs bequem abkürzen!) Alſo $28\frac{13}{50}$ Quadratzoll.

Dieſem nach kann man nun auch leicht die Oberfläche jedes runden Körpers, z. B. einer Walze, eines Kegels und einer Kugel berechnen, wie folgt:

Die Oberfläche einer Walze.

1) Man mißt den Durchmeſſer der untern Kreisfläche, und ſucht daraus den Umkreis, und dann den QuadratInhalt wie vorhin.

2) Man multiplizirt dieſen Inhalt mit 2, ſo hat man die Summe der untern und obern Kreisfläche.

3) Man multiplizirt (da die umgebende Fläche ein Parallelogramm iſt) jenen gefundenen Umkreis als Grundlinie mit der Höhezahl der Walze, ſo hat man auch den QuadratInhalt der umgebenden Fläche.

4) Man addirt dieſen Inhalt zu dem Vorigen.

Z. B. Wie viel QuadratZoll enthält die Oberfläche einer Walze, wenn ihr Durchmeſſer 6 Zoll, und ihre Höhe 10 Zoll hat?

1) Iſt der Durchmeſſer 6 Zoll, ſo iſt der Umkreis $\frac{1884}{100}$ Zoll, folglich enthält die eine Kreisfläche den 4ten Theil von 6 mal $\frac{1884}{100}$ Q.Zoll, das iſt: $\frac{2826}{100}$ Q. Zoll.

2) Die andere Kreisfläche enthält eben ſo viel, alſo zuſammen 2 mal $\frac{2826}{100}$ Q.Zoll, das iſt: $\frac{5652}{100}$ Q.Zoll.

3) Der Umkreis $\frac{1884}{100}$ Zoll, multiplizirt mit 10, gibt die umgebende Fläche $=\frac{18840}{100}$ Q.Zoll. Dieſer Inhalt, zu den $\frac{5652}{100}$ addirt, gibt $\frac{24492}{100}$ Q.Zoll $= 244\frac{23}{25}$ Q.Zoll.

Die Oberfläche eines Kegels.

a) Eines ganzen Kegels.

1) Man ſucht wie vorhin den Umkreis, und dann den QuadratInhalt der Grundfläche.

2) Man multiplizirt den gefundenen Umkreis mit der Höhe auf der Seite des Kegels, und nimmt (weil die ganze umgebende Fläche ein Dreyeck iſt) den halben Theil davon, ſo hat man auch den QuadratInhalt der umgebenden Fläche.

3) Man addirt beyde QuadratInhalte zuſammen.

Z. B. Wie viel QuadratZoll enthält ein Kegel, wenn ſeine Seite 7 Zoll hoch iſt, und ſeine Grundfläche 6 Zoll im Durchmeſſer hat.

Aufl. 1) Iſt der Durchmeſſer der Grundfläche 6 Zoll, ſo enthält ihr Umkreis $18\frac{84}{100}$ Zoll, folglich ihr Inhalt $28\frac{26}{100}$ Q. Zoll.

2) Der Umkreis $18\frac{84}{100}$, multiplizirt mit 7, gibt $131\frac{88}{100}$ Q.Zoll. Der halbe Theil hievon iſt: $65\frac{94}{100}$ Q.Zoll, das iſt: der Inhalt der umgebenden Fläche.

3) Dieſe $65\frac{94}{100}$ Q.Zoll zu $28\frac{26}{100}$ Q.Zoll addirt, gibt $94\frac{20}{100}$ Q.Zoll oder $94\frac{1}{5}$ Q.Zoll.

---

b) Eines abgekürzten Kegels.

1) Man ſucht wie oben aus dem Durchmeſſer der untern und obern Zirkelflächen die Umkreiſe, alsdann den QuadratInhalt derſelben und addirt beyde.

2) Man multiplizirt die Summe beyder Umkreiſe mit der Höhezahl auf der Seite des Kegels, und nimmt den halben Theil davon.

3) Man addirt dieſe Hälfte zu der vorhergehenden Summe. Z. B. Wie viel QuadratZoll enthält die Oberfläche eines abgekürzten Kegels, wenn ſeine untere Zirkelfläche 6 Zoll und die obere 4 Zoll im Durchmeſſer hat, und ſeine Seite 8 Zoll hoch iſt? Aufl.

1) Iſt der Durchmeſſer 6 Zoll, ſo iſt ſein Umkreis $= \frac{1884}{100}$ Zoll, folglich enthält die untere Zirkelfläche $\frac{2826}{100}$ Q. Zoll.

Iſt der Durchmeſſer 4 Zoll, ſo iſt ſein Umkreis $\frac{1256}{100}$ Zoll, folglich enthält die obere Zirkelfläche $\frac{1256}{100}$ Q. Zoll.

Alſo enthalten beyde Zirkelflächen $\frac{2826}{100}$ Q. Zoll. $+ \frac{1256}{100}$ Q. Zoll. $= \frac{4082}{100}$ Q. Zoll.

2) Die Summe beyder Umkreiſe iſt $\frac{1884}{100}$ Q. Zoll. $+ \frac{1256}{100}$ Q. Zoll. $= \frac{3140}{100}$ Q. Zoll. Dieſe $\frac{3140}{100}$ Q. Zoll., mit 8 multiplizirt, gibt $\frac{25120}{100}$ Q. Zoll.

Die Hälfte davon iſt $\frac{12560}{100}$ Q. Zoll.

3) $\frac{12560}{100}$ Q. Zoll $+ \frac{4082}{100}$ Q. Zoll. $= \frac{16642}{100}$ Q. Zoll $=$ beyläufig $166\frac{2}{5}$ Q. Zoll.

Die Oberfläche einer Kugel.

Man ſchneide (in Gedanken) eine Kugel durch den Mittelpunkt in 2 gleiche Theile, ſo ſieht man auf jeder Hälfte (inwendig) die größte Durchſchnittsfläche.

Nun merke man ſich, (was ſich freylich nur aus höhern Anſichten der Geometrie beweiſen läßt) daß die ganze äußere Kugelfläche 4 mal ſo groß iſt, als ihre größte Durchſchnitts

fläche. Daher kann man, um die Oberfläche einer Kugel zu berechnen, folgender Maßen verfahren:

1) Man ſucht aus dem Durchmeſſer den größten Umkreis der Kugel.

2) Man multiplizirt dieſen Umkreis mit dem 4ten Theil des Durchmeſſers, und bekommt ſomit den Inhalt der größten Durchſchnittsfläche.

3) Man multiplizirt dieſen Inhalt vollends mit 4. Z. B.

Wie viel Quadratzoll enthält die Oberfläche einer Kugel, deren Durchmeſſer 8 Zoll lang iſt? Aufl.

Iſt der Durchmeſſer 8 Zoll, ſo iſt der größte Umkreis $314 \times \frac{8}{100}$ Zoll. oder $\frac{314.\ 8}{100}$ Zoll, folglich iſt

die größte Durchſchnittsfläche $\frac{314.\ 8}{100} \times \frac{8}{4}$ Q.Zoll oder $\frac{314.\ 8.\ 8}{100.\ 4}$ Q.Zoll.

Alſo iſt die ganze Kugelfläche $\frac{314.\ 8.\ 8.\ 4}{100.\ 4}$ Q.Zoll $=$ $200\frac{24}{25}$ Q. Zoll.

Anm. Man ſieht hier leicht ein, daß man auch den Inhalt der Kugelfläche bekommt, wenn man den größten Umkreis ogleich mit dem ganzen Durchmeſſer multiplizirt.

Die Meß- und Berechnungsübungen wird nun jeder Lehrer mit ſeinen Schülern, ſo weit er es jetzt für nöthig findet, vollends ſelbſt ausführen können, nur wirds ihm etwas unbequem ſeyn, ein gleichſeitiges Fünfeck, Sechseck ꝛc. zu zeichnen. Dieſes kann er aber, wenn er keine tiefere Kenntniſſe der Geometrie beſitzt, immer auf folgende Art bewerkſtelligen:

Er macht mit dem gewöhnlichen Zirkel, den man wenigſtens ½ Schuh weit öffnen kann, einen Kreis und theilt ihn mittelſt des Zirkels in 5, 6 oder eine andere Anzahl Theile ein, je nachdem er eine fünf = ſechs = oder mehreckige Figur haben will. Sind dieſe Theile durch Punkte unterſchieden, ſo zieht man von jedem Punkte zum nächſten eine gerade Linie, und wiſcht endlich die krummen Linien weg, ſo hat man alle Seiten und zugleich den Mittelpunkt der Figur.

Daß man nebenbey die ſchönſten oder eigentlichen Uebungen im Großen, z. B. in Höfen, Hausplätzen, Gärten und Aeckern mittelſt Stangen, Pfählen und Schnüren vornehmen könne, verſteht ſich von ſelbſt.

Körpermaß oder Kubikmaß.

Erklärungen.

Man ſtelle ſich einen der gewöhnlichen Backſteine (oder Ziegelſteine) vor!

Solcher Stein hat 2 kleine Seiten, und zwiſchen dieſen hat er 4 längere Seiten.

Die 2 kleineren Seiten ſind 2 gleichlaufende Rechtecke, wir heiſen ſie die Grundflächen. Die 4 längeren Seiten ſind ebenfalls gleichlaufende Rechtecke, wir heiſen ſie die Seitenflächen.

Jeden Körper nun, welcher eben ſo gebildet iſt, heißt man ein Prisma — Unſere gebundenen Bücher ſind faſt Prismen, unſere Kiſten und Kleiderſchränke ſind gewöhnlich

Priſmen, eben ſo unſere Häuſer und andere Gebäude bis ans Dach ꝛc. Auch die Zimmerleute behauen (beſchlagen) ihre Balken gewöhnlich zu Priſmen.

Man ſchneide obigen Backſtein (in Gedanken oder, wenn er noch ungebrannt und weich iſt,) längs ſo in 2 gleiche Theile, daß jede Grundflache in 2 gleiche Dreyecke zerfällt.

Auch jeden dieſer 2 Körper, und jeden Körper, welcher wie dieſelben 2 gleiche gleichlaufende Dreyecke und zwiſchen dieſen 3 Rechtecke hat, heist man ein Priſma.

Daher ſind auch unſere Dächer bis an die Stockwerke gewöhnlich Priſmen; auch unſere gewöhnlichen Keile, welche man zum Holsſpalten braucht, ſind Priſmen.

Man wird nun leicht begreifen, was ein Priſma überhaupt ſey.

Ein Priſma iſt nämlich ein ſolcher Körper, welcher 2 gleiche gleichlaufende Seitenflächen und zwiſchen dieſen, ſo viele Parallelogramme enthält, als jede jener 2 gleichl. Flächen Ecke hat.

Die 2 gleichen gleichlaufenden Seitenflächen des Priſma ſind, wie bekannt, ſeine Grundflächen, und die übrigen Seiten ſeine Seitenflächen.

Eine ſenkrechte Linie, von einer Grundfläche zur andern, iſt die Höhe des Priſma. Sind die Grundflächen Dreyecke, ſo heist das Priſma ein dreyeckiges; ſind die Grundflächen Vier- oder Fünfecke, ſo heist auch das Priſma ein vier- oder fünfeckiges.

Sind die Seitenflächen ſenkrecht auf den Grundflächen, ſo heist das Priſma ein ſenkrechtes; ſind die Seitenflächen aber ſchief auf den Grundflächen, ſo iſt es ein ſchiefes.

Unter allen Priſmen iſt das viereckige ſenkrechte das merkwürdigſte für uns. Dieſes iſt unter den körperlichen Fi-

guren das, was unter den Flächen das Rechteck iſt, und kommt vorzüglich im gewöhnlichen Leben vor.

Ein viereckiges ſenkrechtes Prisma, welches lauter gleiche Seiten hat, d. h. ein Körper mit 6 Seiten, welche lauter Quadrate ſind, iſt ein Würfel oder Kubus.

Der Kubus iſt wieder unter den Körpern das, was das Quadrat unter den Flächen iſt; unter den Flächen nämlich dient das Quadrat zum Meſſen, und unter den Körpern der Kubus.

Es gibt alſo ein Quadratmaß und ein Kubikmaß. Ehe ich von letzterm weiter rede, will ich noch einige, beym Meſſen vorkommende, wichtige Körper erklären.

Ein viereckiges Prisma kann ſo viele und ſchmale Seiten haben, daß ſie nicht mehr von einander unterſchieden werden können, mithin ſeine 2 Grundflachen Kreiſe bilden; ſolches Prisma iſt eine Walze (Zilinder). Unſere zirkelrunden Schachteln und Tabacksdoſen ſind Walzen.

Daß, und wie auch eine Walze eine ſenkrechte oder ſchiefe ſeyn könne, läßt ſich leicht erklären.

Man nehme ein drey = oder 4 eckiges Prisma von weichem Lehm, und ſchneide von jeder Seitenfläche gegen eine der Grundflächen immer etwas weg und zwar ſo, daß dieſe Seiten in lauter Dreyecke verwandelt werden, deren Spitze ſich endlich in einem Punkte vereinigen, ſo hat man einen Körper, welchen man eine Pyramide heist. Unſere Lattnägel ſind gewöhnlich Pyramiden; manche Kirchthürme ſind Pyramiden, auch in manchen Kirchhöfen ſind Pyramiden.

Eine Pyramide hat alſo nur eine Grundfläche.

So viel Ecke die Grundfläche einer Pyramide hat, ſo viel dreyeckige Seitenflächen hat ſie.

Iſt die Grundfläche ein Dreyeck, ſo heist die Pyramide

eine dreyeckige; iſt die Grundfläche ein Viereck, ſo heist ſie eine viereckige u. ſ. w.

Eine ſenkrechte Linie auf der Grundfläche der Pyramide, bis an die Spitze, iſt ihre Höhe.

Auch eine Pyramide iſt entweder eine ſenkrechte oder eine ſchiefe.

Eine Pyramide, welche ſo viele und ſchmale Seitenflächen hat, daß man ſie nicht mehr unterſcheiden kann, und deren Grundfläche alſo einen Kreis bildet, iſt ein **Kegel**. Unſere Gießbleche, welche man beym Auskehren gebraucht, dann die weißen ſogenannten Zuckerhüte, ſind Kegelformen; unſere Spielkegel haben gewöhnlich die echte Form nicht.

Die Höhe iſt, wie bey der Pyramide, eine ſenkrechte Linie von der Grundfläche bis an die Spitze.

Schneidet man den obern Theil einer Pyramide oder eines Kegels gleichlaufend mit der vorhandenen Grundfläche weg, ſo hat das untere Stück 2 Grundflächen, und heist ein abgekürztes Prisma, oder ein abgekürzter Kegel.

Welche Körper man endlich **Kugeln** heist, iſt bekannt. Eine **Kugel** nämlich iſt ein ſolcher Körper, deſſen Oberfläche überall gleichweit von einem Punkt entfernt iſt, den man eben daher **Mittelpunkt** heist.

Will nun der Lehrer zunächſt eine Uebung vom Kubikmaße, und ſeinen Schülern alles recht anſchaulich machen, ſo ſchneidet er ſich vor Allem aus weichem Lehm oder Letten (Häfnererde) 36 Würfel, deren jeder 1 Zoll lang, breit und hoch iſt, dieß ſind alſo **Kubikzolle** — Oder er verſieht ſich nur mit 12 ſolchen Würfeln aus Holz, nebſt 2 viereckigen Brettchen, deren jedes 1 Zoll dick, 4 Zoll lang und 3 Zoll breit iſt.

Er macht mit dem gewöhnlichen Zirkel, den man wenigſtens $\frac{1}{2}$ Schuh weit öffnen kann, einen Kreis und theilt ihn mittelſt des Zirkels in 5, 6 oder eine andere Anzahl Theile ein, je nachdem er eine fünf = ſechs = oder mehreckige Figur haben will. Sind dieſe Theile durch Punkte unterſchieden, ſo zieht man von jedem Punkte zum nächſten eine gerade Linie, und wiſcht endlich die krummen Linien weg, ſo hat man alle Seiten und zugleich den Mittelpunkt der Figur.

Daß man nebenbey die ſchönſten oder eigentlichen Uebungen im Großen, z. B. in Höfen, Hausplätzen, Gärten und Aeckern mittelſt Stangen, Pfählen und Schnüren vornehmen könne, verſteht ſich von ſelbſt.

Körpermaß
oder
Kubikmaß.

Erklärungen.

Man ſtelle ſich einen der gewöhnlichen Backſteine (oder Ziegelſteine) vor!

Solcher Stein hat 2 kleine Seiten, und zwiſchen dieſen hat er 4 längere Seiten.

Die 2 kleineren Seiten ſind 2 gleichlaufende Rechtecke, wir heiſen ſie die Grundflächen. Die 4 längeren Seiten ſind ebenfalls gleichlaufende Rechtecke, wir heiſen ſie die Seitenflächen.

Jeden Körper nun, welcher eben ſo gebildet iſt, heiſt man ein Prisma — Unſere gebundenen Bücher ſind faſt Prismen, unſere Kiſten und Kleiderſchränke ſind gewöhnlich

Prismen, eben ſo unſere Häuſer und andere Gebäude bis ans Dach ꝛc. Auch die Zimmerleute behauen (beſchlagen) ihre Balken gewöhnlich zu Prismen.

Man ſchneide obigen Backſtein (in Gedanken oder, wenn er noch ungebrannt und weich iſt,) längs ſo in 2 gleiche Theile, daß jede Grundflache in 2 gleiche Dreyecke zerfällt.

Auch jeden dieſer 2 Körper, und jeden Körper, welcher wie dieſelben 2 gleiche gleichlaufende Dreyecke und zwiſchen dieſen 3 Rechtecke hat, heist man ein Prisma.

Daher ſind auch unſere Dächer bis an die Stockwerke gewöhnlich Prismen; auch unſere gewöhnlichen Keile, welche man zum Holsſpalten braucht, ſind Prismen.

Man wird nun leicht begreifen, was ein Prisma überhaupt ſey.

Ein Prisma iſt nämlich ein ſolcher Körper, welcher 2 gleiche gleichlaufende Seitenflächen und zwiſchen dieſen, ſo viele Parallelogramme enthält, als jede jener 2 gleichl. Flächen Ecke hat.

Die 2 gleichen gleichlaufenden Seitenflächen des Prisma ſind, wie bekannt, ſeine Grundflächen, und die übrigen Seiten ſeine Seitenflächen.

Eine ſenkrechte Linie, von einer Grundfläche zur andern, iſt die Höhe des Prisma. Sind die Grundflächen Dreyecke, ſo heist das Prisma ein dreyeckiges; ſind die Grundflächen Vier- oder Fünfecke, ſo heist auch das Prisma ein vier- oder fünfeckiges.

Sind die Seitenflächen ſenkrecht auf den Grundflächen, ſo heist das Prisma ein ſenkrechtes; ſind die Seitenflächen aber ſchief auf den Grundflächen, ſo iſt es ein ſchiefes.

Unter allen Prismen iſt das viereckige ſenkrechte das merkwürdigſte für uns. Dieſes iſt unter den körperlichen Fi-

guren das, was unter den Flächen das Rechteck iſt, und kommt vorzüglich im gewöhnlichen Leben vor.

Ein viereckiges ſenkrechtes Prisma, welches lauter gleiche Seiten hat, d. h. ein Körper mit 6 Seiten, welche lauter Quadrate ſind, iſt ein Würfel oder Kubus.

Der Kubus iſt wieder unter den Körpern das, was das Quadrat unter den Flächen iſt; unter den Flächen nämlich dient das Quadrat zum Meſſen, und unter den Körpern der Kubus.

Es gibt alſo ein Quadratmaß und ein Kubikmaß. Ehe ich von letzterm weiter rede, will ich noch einige, beym Meſſen vorkommende, wichtige Körper erklären.

Ein vieleckiges Prisma kann ſo viele und ſchmale Seiten haben, daß ſie nicht mehr von einander unterſchieden werden können, mithin ſeine 2 Grundflachen Kreiſe bilden; ſolches Prisma iſt eine Walze (Zilinder). Unſere zirkelrunden Schachteln und Tabacksdoſen ſind Walzen.

Daß, und wie auch eine Walze eine ſenkrechte oder ſchiefe ſeyn könne, läßt ſich leicht erklären.

Man nehme ein drey= oder 4 eckiges Prisma von weichem Lehm, und ſchneide von jeder Seitenfläche gegen eine der Grundflächen immer etwas weg und zwar ſo, daß dieſe Seiten in lauter Dreyecke verwandelt werden, deren Spitze ſich endlich in einem Punkte vereinigen, ſo hat man einen Körper, welchen man eine Pyramide heist. Unſere Lattnägel ſind gewöhnlich Pyramiden; manche Kirchthürme ſind Pyramiden, auch in manchen Kirchhöfen ſind Pyramiden.

Eine Pyramide hat alſo nur eine Grundfläche.

So viel Ecke die Grundfläche einer Pyramide hat, ſo viel dreyeckige Seitenflächen hat ſie.

Iſt die Grundfläche ein Dreyeck, ſo heist die Pyramide

eine dreyeckige; iſt die Grundfläche ein Viereck, ſo heiſt ſie eine viereckige u. ſ. w.

Eine ſenkrechte Linie auf der Grundfläche der Pyramide, bis an die Spitze, iſt ihre Höhe.

Auch eine Pyramide iſt entweder eine ſenkrechte oder eine ſchiefe.

Eine Pyramide, welche ſo viele und ſchmale Seitenflächen hat, daß man ſie nicht mehr unterſcheiden kann, und deren Grundfläche alſo einen Kreis bildet, iſt ein **Kegel**. Unſere Gießbleche, welche man beym Auskehren gebraucht, dann die weißen ſogenannten Zuckerhüte, ſind Kegelformen; unſere Spielkegel haben gewöhnlich die echte Form nicht.

Die Höhe iſt, wie bey der Pyramide, eine ſenkrechte Linie von der Grundfläche bis an die Spitze.

Schneidet man den obern Theil einer Pyramide oder eines Kegels gleichlaufend mit der vorhandenen Grundfläche weg, ſo hat das untere Stück 2 Grundflächen, und heiſt ein abgekürztes Prisma, oder ein abgekürzter Kegel.

Welche Körper man endlich **Kugeln** heiſt, iſt bekannt. Eine **Kugel** nämlich iſt ein ſolcher Körper, deſſen Oberfläche überall gleichweit von einem Punkt entfernt iſt, den man eben daher **Mittelpunkt** heiſt.

Will nun der Lehrer zunächſt eine Uebung vom Kubikmaße, und ſeinen Schülern alles recht anſchaulich machen, ſo ſchneidet er ſich vor Allem aus weichem Lehm oder Letten (Häfnererde) 36 Würfel, deren jeder 1 Zoll lang, breit und hoch iſt, dieß ſind alſo **Kubikzolle** — Oder er verſieht ſich nur mit 12 ſolchen Würfeln aus Holz, nebſt 2 viereckigen Brettchen, deren jedes 1 Zoll dick, 4 Zoll lang und 3 Zoll breit iſt.

a) Berechnung der ſenkrechten viereckigen Prismen.

α) KubikInhalt.

[Er zeigt einen dieſer Würfel vor und ſpricht:]

Dieß iſt ein Körper, welcher 6 gleiche Seiten hat, und jede Seite iſt ein Quadrat — Jeder Körper, welcher 6 Quadratſeiten hat, iſt ein Würfel oder Kubus; iſt alſo dieſer Körper ein Kubus?

L. Warum könnt ihr dieſes behaupten?

L. Dieſer Kubus iſt 1 Zoll lang, 1 Zoll breit und 1 Zoll hoch — jeden Körper, welcher 1 Zoll lang, breit und hoch iſt, heist man einen Kubikzoll. Jeden Körper, welcher 1 Schuh lang, breit und hoch iſt, heist man einen Kubik-Schuh.

Wie wird man demnach einen Körper heiſen, welcher 1 Ehle lang, breit und hoch iſt? Ant. Eine KubikEhle.

L. Wie heist man demnach einen Körper, welcher eine Ruthe lang, breit und hoch iſt? Ant. Eine KubikRuthe.

[Er zeigt ſeinen Würfel wieder vor, und ſpricht:]

Iſt dieſer Würfel eine KubikRuthe, oder ein KubikSchuh oder was? Ant. Ein KubikZoll.

L. Denkt euch einen ſolchen viereckigen Erdkloz, der gerad dieſes Zimmer ausfüllen könnte! wäre wohl ſolcher Kloz eine KubikRuthe?

L. Wie müßte dieſe Stube beſchaffen ſeyn, um gerad eine KubikRuthe zu faſſen? Ant. Sie müßte eine Ruthe lang, breit und hoch ſeyn.

[Der Lehrer lege auf einem Tiſche oder ſonſt auf einem Platze, der von allen Schülen gut geſehen werden kann, 12 Würfel ganz nahe und ſo zuſammen, daß ſie mit ein-

ander ein Rechteck bilden, welches 4 Zoll in der Länge und 3 Zoll in der Breite hat, und ſpricht:]

Hier ſeht ihr ein Rechteck, welches 4 Zoll lang und 3 Zoll breit iſt; wie viel KubikZoll enthält es? Ant. 3 mal 4 oder 12.

[Der Lehrer legt auf dieſes Rechteck noch 12 Würfel ſo, daß alle zuſammen ein Rechteck ausmachen, (oder ein eben ſo großes Brettchen) und ſpricht:]

Vorhin hatten wir ein Rechteck aus lauter Würfeln, welches 4 Zoll lang, 3 Zoll breit und 1 Zoll hoch war, es enthielt 3 mal 4 oder 12 KubikZoll: nun ſeht ihr aber ein Rechteck, welches 4 Zoll lang, 3 Zoll breit und 2 Zoll hoch iſt; wie viel Kubikzoll enthält dieſes? Ant. 24 KubikZoll.

[Der Lehrer legt wieder 12 Würfel genau auf die vorigen, und ſpricht:]

Jetzt iſt dieſes ein Rechteck, welches 4 Zoll lang, 3 Zoll breit und 3 Zoll hoch iſt; wie viel KubikZoll enthält es? Ant. 36 K.Zoll.

L. Wenn ich dieſen Haufen Würfel wieder um einen Zoll höher machen würde; wie viel KubikZoll würde er alsdann enthalten? Ant. 48 K.Zoll.

Wie ſolchen viereckigen Haufen Würfel kann man auch jedes rechtekige Stück Holz oder Stein, oder jeden andern rechtekigen Körper nach der Länge, Breite und Höhe ausmeſſen, und ſeinen Inhalt in KubikZoll, KubikSchuhen, oder KubikRuthen angeben, je nachdem er klein oder groß iſt. Sprecht mir jetzt vor Allem Folgendes nach!

[Er läßt die Würfel über einander liegen, und ſich, während er darauf deutet, nachſprechen, wie folgt:]

Ein Körper, welcher 4 Zoll lang, 3 Z. breit und 1 Z hoch iſt, enthält

3 mal 4 K.Z oder 12 K.Z. 1 mal genommen; alſo enthält ein Körper, welcher 4 Z. lang, 3 Z. breit und 2 Z. hoch iſt,

3 mal 4 K.Z oder 12 K.Z. 2 mal genommen,

das ſind 2 mal 12 K.Z. oder 24 K.Zoll.

Ein Körper, welcher 4 Z. lang, 3 Z. breit und 1 Z. hoch iſt, enthält

3 mal 4 K.Z. oder 12 K.Z. einmal genommen; alſo enthält

ein Körper, welcher 4 Z. lang, 3 Z. breit und 3 Z. hoch iſt,

3 mal 4 K.Z. oder 12 K.Z. 3 mal genommen, das ſind

3 mal 12 K.Z. oder 36 K.Zoll.

Ein Körper, welcher 4 Z. lang, 3 Z. breit u. 1 Z. hoch iſt, enthält

3 mal 4 K.Z. oder 12 K.Z. 1 mal genommen; alſo enthält

ein Körper, welcher 4 Z. lang 3 Z. breit und 4 Z. hoch iſt,

3 mal 4 K.Z. oder 12 K.Z. 4 mal genommen, das ſind

4 mal 12 K.Z oder ꝛc. bis:

Ein Körper, welcher 4 Z. lang, 3 Z. breit und 1 Zoll hoch iſt, enthält

3 mal 4 K.Z. oder 12 K.Z. 1 mal genommen, alſo enthält

ein Körper, welcher 4 Z. lang, 3 Z. breit und 10 Z. hoch iſt,

3 mal 4 K.Z. oder 12 K.Z. 10 mal genommen, das ſind

10 mal 12 K.Z. oder 120 K.Zoll.

L. Wie viel KubikZoll enthält wohl ein rechteckiger Körper, welcher 5 Zoll lang, 2 Zoll breit und 3 Zoll hoch iſt? Ant. —

Anm. Sollte die Auflöſung nicht gleich richtig erfolgen, ſo legt man 10 Würfel ſo zuſammen, daß ſie ein Rechteck mit einander bilden; auf dieſe Weiſe wieder 10, dann wieder

10, wo es alſo 3 Zoll hoch iſt, folglich aus 30 KubikZollen beſteht. Dann iſt die Auflöſung ſo:

Ein rechteckiger Körper, welcher 5 Zoll lang, 2 Zoll breit und 1 Zoll hoch iſt, enthält 2 mal 5 K.Z. oder 10 K.Z. 1 mal genommen; alſo enthält ein rechteckiger Körper, welcher 5 Zoll lang, 2 Zoll breit und 3 Zoll hoch iſt, 2 mal 5 oder 10 K.Zoll 3 mal genommen, das ſind 3 mal 10 oder 30 K.Zoll.

[Eben ſo werden folgende Aufgaben gelöst, und, wenn es nothwendig iſt, durch die Würfel veranſchaulicht:]

1) Wie viel K.Z. enthält ein rechteckiger Körper, welcher 4 Zoll lang, 2 Zoll breit und 4 Zoll hoch iſt?

2) Wie viel ꝛc. welcher 3 Z. lang, 3 Z. breit und 3 Z. hoch iſt?

3) — — ꝛc. — 3 — —, 3 — — und 4 Z. hoch iſt?

4) — — ꝛc. — 4 — —, 4 — — und 4 Z. hoch iſt?

Auflöſungen.

1) Ein rechteckiger Körper, welcher 4 Zoll lang, 2 Zoll breit und 1 Zoll hoch iſt, enthält 2 mal 4 K.Z. oder 8 K.Z. 1 mal genommen; alſo enthält ein rechteckiger Körper, welcher 4 Z. lang, 2 Z. breit und 4 Zoll hoch iſt,

2 mal 4 K.Z. oder 8 K.Z. 4 mal genommen,

das iſt: 32 K.Zoll.

Eben ſo 2) 27 K.Z. 3) 36 K.Z. 4) 64 K.Zoll.

---

l. br. h.
13 . 12 . 8 [Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel an die Tafel und ſpricht:]

Wie viel KubikZoll enthält ein viereckiger Körper, welcher 13 Zoll lang, 12 breit und 8 hoch iſt? —

L. Aus dem Bisherigen habt ihr ſchon ſo viel gemerkt, daß man den Kubik-Inhalt eines jeden rechteckigen Körpers findet, wenn man die Maßzahl ſeiner Länge, Breite und Höhe mit einander vervielfältiget. Sind die bekannten Zahlen zu groß, ſo kann man ſie nach und nach neben einander ausſtreichen und unter einander ſetzen. Gebt daher Acht, wie ich dieſes Beyſpiel berechne!

Ein rechteckiger Körper, welcher 13 Zoll lang, 12 Zoll breit und 1 Zoll hoch iſt, enthält 12 mal 13 Kubikzoll, 1 mal genommen; alſo enthält ein rechteckiger Körper, welcher 13 Zoll lang, 12 Zoll breit und 8 Zoll hoch iſt, 12 mal 13 Kubikzoll, 8 mal genommen.

[Er ſtreicht die Zahl 12 durch, ſchreibt ſie unter 13, und vervielfältigt beyde, ſo entſteht der Inhalt 156.

Jetzt ſtreicht er auch die Zahl 8 durch, ſetzt ſie unter 156, und vervielfältigt wieder, ſo entſteht vollends der Inhalt 1248.]

l	br	h
13 .	~~12~~ .	8

12
———
26
13
———
156
8
———
1248 K.Zoll

L. Berechnet eben ſo mit Ziffern Folgendes!

Wie viel Kubikzoll enthält ein rechteckiger Körper, welcher 12 Zoll lang, 8 Zoll breit und 7 Zoll hoch iſt? Ant. 672 K.Zoll.

u. ſ. w.

Anmerkung.

Die ſchönſten Meßübungen können jetzt wieder gemacht werden, wenn man die Schüler Backſteine, Bücher, rechteckige Klötze, Bretter, Käſten, Kiſten, Schränke ꝛc. meſſen, und ihren KubikInhalt berechnen läßt. Käſten, Kiſten und Schrän-

ke kann man ſie anfangs inwendig meſſen und berechnen laſſen; z. B. Wie viel Kubik = Zoll oder Schuh ꝛc. Erde oder Waſſer ꝛc. ſie halten können. Alsdann kann man ſie dieſelben auch blos von außen meſſen, und auf den innern Kubikraum ſchließen laſſen — wenn nämlich die Dicke der Bretter bekannt iſt. Zierrathen, z. B. Rahmen werden nicht mitgemeſſen.

Aufgaben.

1) Wie viel KubikZoll enthält ein rechteckiges Klötzchen, welches 11 Zoll lang, 9 breit und 7 hoch iſt? 693 K.Zoll.

2) Wie viel KubikZoll Waſſer hält ein Käſtchen, welches inwendig 14 Zoll lang 8 breit nnd 5 hoch iſt? 560 K. Zoll.

3) Wie viel KubikSchuh beträgt ein rechteckiger Balken, welcher 19 Schuh lang, 4 breit und 3 dick iſt? 228 Kub. Schuh.

4) Wie viel KubikSchuh beträgt eine Mauer, welche 30 Schuh lang, 2 Schuh dick und 10 hoch iſt? 600 K.Schuh.

5) Wie viel KubikSchuh Waſſer hält eine viereckige Grube, welche 18 Schuh lang, 11 breit und 10 tief iſt? 1980 K.Schuh.

6) Wie viel KubikRuthen Waſſer hält eine viereckige Grube, welche 7 Ruthen lang, 3 breit, und 2 tief iſt? 42 K.Ruthen.

---

b) Auffindung der Seiten.

l br K.Z. (h
5×3 | 60 (

[Der Lehrer ſchreibt das hier links ſtehende Beyſpiel und ſpricht:]

Ein rechteckiges Klötzchen iſt 5 Zoll lang und 3 Zoll breit, und beträgt 60 Kubikzoll; wie hoch iſt es? —

[Er legt 15 (hölzerne oder lehmene) Würfel ſo an einander, daß ſie ein Rechteck bilden, welches alſo 5 Zoll lang u. 3 breit iſt, und ſpricht:]

Iſt ein rechteckiger Körper mehrere Zoll lang und mehrere Zoll breit, ſo kann man ſich gleich ganz unten eine viereckige Schichte von lauter KubikZollen denken, und ſo viel ſolche Schichten über einander liegen, ſo viel Zoll hoch iſt er.

Dieſe viereckige Schichte hier hat alſo 5 Zoll in der Länge und 3 Zoll in der Breite, mithin 15 KubikZoll.

Wie viel ſolche Schichten kann man aber aus 60 KubikZollen machen, und über einander legen? Ant. 4 ſolche Schichten.

L. Oder, wie vielmal ſind 15 in 60 enthalten? Ant. 4 mal.

[Er legt alſo noch 3 ſolche Schichten genau darüber, ſo daß ſie zuſammen ein viereckiges Klötzchen bilden, welches aus 60 KubikZollen beſteht.

Nun deutet er wieder auf die Ziffern 5 × 3, und ſpricht:]

Weiß man alſo die Maßzahl der Länge und Breite eines rechteckigen Körpers, ſo vervielfältigt man ſogleich beyde für die unterſte Schichte; und weiß man nebſt dieſer noch den Inhalt des ganzen Körpers, ſo findet man ſeine Höhe, wenn man unterſucht, wie vielmal die aus der Länge und Breite erhaltene Zahl darin enthalten iſt: Gebt daher Acht, wie ich dieſe Aufgabe noch einmal löſe!

Iſt ein rechteckiger Körper 5 Zoll lang und 3 Zoll breit, ſo denke ich mir unten eine viereckige Schichte von 3 mal 5 oder 15 K.Zoll. (Er macht unter 5 × 3 einen Querſtrich, und ſchreibt 15 darunter.)

So vielmal nun die Zahl 15 in 60 enthalten iſt; ſo

viel ſolche Schichten liegen über einander, und ſo viel Zoll hoch iſt der Körper.

l	br	K. Z.	h
5 × 3		60	4
15		ꝛc.	

Die Zahl 15 iſt in 60 4 mal enthalten (Er ſchreibt 4 in die Anzeigerſtelle ꝛc.

[Die ganze Berechnung wird ausſehen wie hier links:]

L. Berechnet eben ſo Folgendes!

Ein rechteckiges Klötzchen iſt 4 Zoll lang und 3 Zoll breit, und beträgt 84 KubikZoll; wie hoch iſt es? Ant. 7 Zoll hoch.

L. Wie man aus der Beſtimmung der untern Seite eines rechteckigen Körpers, das heiſt: aus der Länge und Breite desſelben ſeine Höhe finden kann, ſo findet man auch aus der Beſtimmung einer ſeiner Nebenſeiten, das heiſt: aus der Länge und Höhe oder Tiefe die Breite oder Dicke; denn dieſe Benennungen ſind im Grunde einerley, und es kommt nur darauf an, von welcher Seite aus man einen Körper betrachtet.

Berechnet daher Folgendes!

1) Ein Backſtein, welcher 9 Zoll lang und 2 Zoll hoch iſt, beträgt 72 KubikZoll; wie breit iſt er? Ant. 4 Zoll breit.

2) Ein rechteckiges Klötzchen, welches 3 Zoll breit und 5 hoch iſt, enthält 90 KubikZoll; wie lang iſt es? Ant. 6 Zoll lang.

3) Ein rechteckiger Stein, welcher 10 Schuh breit und 5 Schuh hoch iſt, beträgt 200 KubikSchuh; wie dick iſt er? Ant. 4 Schuh dick.

4) Ein rechteckiger Balken, welcher 4 Schuh breit und 3 Schuh dick iſt, beträgt 216 KubikSchuh; wie lang iſt er? Ant. 18 Schuh lang.

5) Eine Mauer, welche 30 Schuh lang und 4 Schuh

dick iſt, enthält 9600 KubikSchuh; wie hoch iſt ſie? Ant. 80 Schuh hoch.

6) Ein Graben, welcher 20 Ruthen lang und 2 Ruthen breit iſt, hält 50 KubikRuthen Waſſer; wie tief iſt er? Ant $1\frac{1}{4}$ Ruth. tief.

Andere Aufgaben.

1) Man hat 2 rechteckige Holzklötze: der eine iſt 9 Schuh lang, 4 breit und 3 dick; der andere iſt 10 Schuh lang 3½ breit und 3 dick; wie viel KubikSchuh betragen ſie zuſammen?

2) Eine Mauer iſt 18 Schuh lang, 3 dick und 8 hoch: der Eigenthümer will ſie um 2 Schuh höher haben; wie viel KubikSchuh kommen demnach noch darauf?

3.) Man hat einen Trog voll Waſſer, welcher inwendig 11 Schuh lang, 3 breit und 5 tief iſt: man zapft aber das Waſſer 2 Schuh weit ab; wie viel KubikSchuh Waſſer befinden ſich jetzt noch darin?

4) Man hat einen viereckigen Klotz, welcher 10 Schuh lang, 4 breit und 4 hoch iſt: man hauet ein viereckiges Loch hinein, welches 9 Schuh lang 3 breit und 2 tief iſt; wie viel KubikSchuh Waſſer kann man hinein thun, und wie viel KubikSchuh Holz befinden ſich jetzt noch an dieſem Troge?

5) Ein viereckiges Käſtchen ohne Deckel iſt auswendig 12 Zoll lang, 8 breit und 7 hoch: der Boden und die 4 Seiten ſind überall 2 Zoll dick; wie viel KubikZoll Waſſer hält es?

6) Ein viereckiges Käſtchen iſt auswendig 14 Zoll lang, 10 breit und 8 Zoll hoch: man ſchiebt noch mitten längs hinein ein Brettchen, ſo daß es in 2 Fächer vertheilt wird; wie

viel KubikZoll Waſſer werden nun beyde Fächer halten, da alle Brettchen 1 Zoll dick ſind?

Auflöſungen.

1) Der eine beträgt 9 × 4 × 3 Q.Schuh, das iſt:
108 Q. Schuh,
der andere aber 10 × 3 × 3 Q.
Schuh, das iſt: 90 Q. Schuh.

Das ſind zuſammen 198 Q. Schuh.

2) Es kommt alſo noch ein viereckiges Stück Mauer darauf, welches 18 Schuh lang, 3 dick und 2 hoch iſt, und folglich 108 Q.Schuh beträgt.

3) Weil das Waſſer 2 Schuh weit abgezapft wird, ſo iſt es 11 Schuh lang 3 Schuh breit und nur noch 3 Schuh tief, und beträgt alſo noch 99 K.Schuh.

4) Der ganze Klotz beträgt . . . 160 K.Schuh.
Der ausgehauene Raum oder das
Waſſer beträgt 54 K.Schuh.

Alſo iſt das übrige Holz noch . . . 106 K.Schuh.

5) Weil der Boden und die 4 Seiten überall 2 Zoll dick ſind, ſo iſt das Käſtchen inwendig nur 8 Zoll lang, 4 Zoll breit und 5 Zoll hoch; folglich hält es 160 K.Zoll.

6) Weil alle Brettchen 1 Zoll dick ſind, ſo iſt der ganze innere Raum nur 12 Zoll lang, 8 Zoll breit und 7 Zoll hoch, und beträgt alſo 672 K.Zoll.

Da aber das mittlere Brettchen 12 Zoll lang 7 Zoll hoch und 1 Zoll dick iſt, ſo nimmt dieſes allein 84 K.Zoll ein; folglich bleiben von 672 K.Zoll nur noch 588 KubikZoll Raum für das Waſſer.

b) Berechnung der übrigen Körper.

Sollen die Schüler auch (nebſt dem ſenkrechten viereckigen Prisma, deſſen Form die ſo eben berechneten Körper haben) die übrigen oben benannten Körper meſſen und berechnen lernen, ſo muß ſich der Lehrer dieſelbe zuvor aus Pappendeckel oder Holz, oder wenigſtens aus Lehm verſchaffen. Dieſe zeigt er nach und nach vor, lehrt ſie nach obiger Art benennen und ihre Oberflächen berechnen.

Alle dieſe Körper können nach dem ſenkrechten Prisma beſtimmt werden, mit dem man ſie, nachdem ſie der Schüler benennen kann, vergleicht, wie folgt:

1) So wie alle Parallelogramme und Dreyecke mit einerley Grundlinie und Höhe einander gleich ſind, ſo ſind auch (aus eben denſelben leicht einzuſehenden Gründen) alle viereckige, dreyeckige und vieleckige Prismen, Walzen, Pyramiden und Kegel mit einerley Grundfläche und Höhe einander gleich; ſie mögen ſenkrecht oder ſchief ſeyn.

2) Jedes dreyeckige Prisma kann als die Hälfte eines viereckigen betrachtet werden.

3) Jedes vieleckige Prisma kann in ſo viel dreyeckige Prismen getheilt werden, als eine ſeiner Grundflächen Ecke hat.

4) Jede Walze kann als ein vieleckiges Prisma angeſehen werden.

5) Jede dreyeckige Pyramide kann als die Hälfte einer viereckigen betrachtet werden.

6) Jede vieleckige Pyramide kann in ſo viele Dreyecke getheilt werden, als ihre Grundfläche Ecke hat.

7) Jeder Kegel kann als eine vieleckige Pyramide betrachtet werden.

Man kann jede Seitenfläche eines Würfels als die Grundfläche einer Pyramide betrachten, welche ihre Spitze im Mittelpunkte des Würfels hat, und ſo den ganzen Würfel in 6 gleiche Pyramiden vertheilen.

Alſo iſt jede dieſer Pyramiden ein 6tel des ganzen Würfels, folglich ein 3tel des halben, der ſelbſt wieder ein Prisma iſt.

Was nun von jeder viereckigen Pyramide gilt, gilt auch von jeder dreyeckigen, und

Was von jeder Dreyeckigen gilt, gilt auch von jeder vieleckigen, als der Summe mehrerer dreyeckigen. Das heist alſo:

8) Jede Pyramide iſt ein 3tel eines Prisma, welches die nämliche Grundfläche und Höhe hat.

Da nun ein Kegel ebenfalls als eine (vielſeitige) Pyramide betrachtet werden kann, ſo iſt auch

9) Jeder Kegel ein 3tel eines Prisma (oder einer Walze) welches die nämliche Grundfläche und Höhe hat.

Man theile (in Gedanken) die ganze Oberfläche einer Kugel in lauter gleiche Dreyecke!

Nun kann jedes dieſer Dreyecke als die Grundfläche einer Pyramide betrachtet werden, welche ihre Spitze in dem Mittelpunkte der Kugel hat. Folglich beſteht nun die Kugel aus lauter gleichen Pyramiden, welche die ganze Kugelfläche zu Grundflächen und den Halbmeſſer zur Höhe haben.

So gut man ſich die Kugel als aus lauter dreyeckigen Pyramiden beſtehend denkt, eben ſo gut kann man ſich dieſelbe als aus lauter vieleckigen Pyramiden, oder als aus lauter gleichen Kegeln beſtehend denken. Folglich kann

10) Jede Kugel als ein einziger Kegel betrachtet werden,

welcher die Kugelfläche zur Grundfläche, und den Halbmeſſer zur Höhe hat.

Nun ergibt ſich, da wir das viereckige Prisma ſchon berechnet haben, die Berechnung der übrigen Körper faſt von ſelbſt, wie folgt:

a) Berechnung des KubikInhaltes eines jeden Prisma und der Walze.

„Man multiplizirt den QuadratInhalt der Grundfläche mit der Höhe.“

Aufgaben.

1) Wie viel KubikZoll enthält ein dreyeckiges 7 Zoll hohes Prisma, wenn eine Seite ſeiner Grundfläche 5 Zoll, und eine Linie, die man ſenkrecht auf dieſer bis in die gegenüber liegende Ecke errichtet, 3 Zoll lang iſt?

2) Wie viel KubikZoll enthält ein dreyeckiges 9 Zoll hohes Prisma, wenn eine Seite ſeiner Grundfläche 6 Zoll, und eine Linie, die man ſenkrecht auf dieſer bis in die gegenüber liegende Ecke errichtet, 4 Zoll lang iſt?

3) Wie viel KubikZoll enthält eine Walze, wenn der Durchmeſſer ihrer Grundfläche 6 Zoll lang, und die Walze ſelbſt 10 Zoll hoch iſt?

4) Wie viel KubikZoll enthält eine Walze, wenn der Durchmeſſer ihrer Grundflächen 3 Zoll lang, und die Walze ſelbſt 8 Zoll hoch iſt?

Auflöſung:

1) Iſt die Grundfläche 5 Zoll lang und 3 Zoll breit,

ſo enthält ſie, als ein Dreyeck, den halben Theil von 3 mal 5 Q.Zoll, das iſt: $\frac{15}{2}$ Q.Zoll.

Dieſe Grundfläche nun mit 7 multiplizirt, iſt der kubiſche Inhalt des Prisma. Das iſt: 7 mal $\frac{15}{2}$ K.Z. $=$ $\frac{105}{2}$ K.Z. $=$ $52\frac{1}{2}$ K.Zoll.

2) Die Grundfläche enthält 12 Q.Zoll, alſo enthält das Prisma ſelbſt 9 mal 12 $=$ 108 K.Zoll.

3) Der Durchmeſſer beſteht aus 100 gl. Theilen, welche dieſe 6 Zoll ausmachen, folglich iſt 1 Theil $\frac{6}{100}$ Zoll; nun hat der Umkreis 314 ſolche Theile, das ſind 314 mal $\frac{6}{100}$ Z. $=$ $\frac{314 \cdot 6}{100}$ Zoll.

Dieſer Umkreis, mit dem 4ten Theil des Durchmeſſers multiplizirt, gibt den Inhalt der Grundfläche, das iſt: $\frac{314 \cdot 6 \cdot 6}{100 \cdot 4}$, und

dieſe Grundfläche jetzt vollends mit der Höhe 10 multiplizirt, gibt den kubiſchen Inhalt der ganzen Walze, d. iſt: $\frac{314 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 10}{100 \cdot 4}$, oder (hier läßt ſich bequem abkürzen!) $282\frac{3}{5}$ KubikZoll.

4) Durchmeſſer $=$ 3 Zoll. Umkreis $=$ $\frac{314 \cdot 3}{100}$

Kreisfläche $=$ $\frac{314 \cdot 3 \cdot 3}{100 \cdot 4}$

Alſo iſt der kubiſche Inhalt $=$ $\frac{314 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8}{100 \cdot 4}$ K.Z. $=$ $56\frac{13}{25}$ Kub.Zoll.

b) Berechnung der Pyramiden und Kegel.

„Man multiplizirt den Inhalt der Grundfläche mit der Höhe, und nimmt alsdann den 3ten Theil davon.“

Aufgaben.

1) Wie viel KubikZoll enthält eine viereckige Pyramide, wenn ihre Grundfläche 4 Zoll lang und 3 Zoll breit, die Pyramide ſelbſt aber 7 Zoll hoch iſt?

2) Wie viel KubikZoll enthält eine dreyeckige 10 Zoll hohe Pyramide, wenn eine Seite ihrer Grundfläche 6 Zoll, und eine Linie, die man ſenkrecht auf dieſer bis in die gegenüberliegende Ecke errichtet, 4 Zoll lang iſt?

3) Wie viel KubikZoll enthält ein 10 Zoll hoher Kegel, wenn der Durchmeſſer ſeiner Grundfläche 5 Zoll lang iſt?

4) Wie viel KubikZoll enthält ein abgeſtutzter 10 Zoll hoher Kegel, deſſen Durchmeſſer in der untern Kreisfläche 6 Zoll, und in der obern 2 Zoll lang iſt?

5) Wie viel KubikZoll enthält ein abgeſtutzter 6 Zoll hoher Kegel, welcher oben 2 Zoll im Durchmeſſer hat, und unten 3 Zoll?

Anflöſungen.

1) Die Grundfläche iſt 3 mal 4 = 12 Q. Zoll. Dieſe, mit 7 multiplizirt, gibt den kubiſchen Inhalt eines Prisma mit der nämlichen Grundfläche und Höhe, d. iſt: 84 K.Zoll. Nun iſt die Pyramide ein 3tel von ſolchem Prisma, das iſt 28 K.Zoll.

2) Die Grundfläche iſt der halbe Theil von 4 mal 6, Q.Zoll, das iſt: 12 Q.Zoll. Dieſe jetzt mit 10 multiplizirt, gibt 120 K.Zoll, und der 3te Theil davon iſt 40 K.Zoll.

3) Die Grundfläche iſt $\frac{314 \cdot 5 \cdot 5}{100 \cdot 4}$ □ Zoll.

Dieſe nun mit 10 multiplizirt, gibt den kubiſchen Inhalt eines Prisma (oder einer Walze) mit der nämlichen Grundfläche und Höhe, das iſt: $\frac{314 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10}{100 \cdot 4}$ K. Zoll. Nun aber iſt der Kegel der 3te Theil davon, das iſt alſo: $\frac{314 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10}{100 \cdot 4 \cdot 3}$ K. Zoll = $65\frac{5}{12}$ K. Zoll.

4) Hier muß zuerſt die Höhe des ganzen Kegels geſucht werden. Weiß man nun die Höhe des ganzen Kegels, ſo weiß man auch die Höhe des oben fehlenden Theiles, welcher ſelbſt wieder ein Kegel iſt.

Nun berechnet man wie vorhin aus dem untern Durchmeſſer und der Höhe den ganzen Kegel, alsdann aus dem obern oder kleinern Durchmeſſer und der fehlenden Höhe auch den obern Kegel, zieht dieſen vom ganzen ab, und hat ſomit den Inhalt des abgeſtutzten untern Stückes übrig.

Um aber auf die Regel zu kommen, wie man aus der Höhe eines abgeſtutzten Kegels (oder kegelförmigen Baumes) die Höhe des ganzen finden könne, merke man Folgendes:

Man ſchneide (in Gedanken) einen ganzen Kegel durch ſeine Spitze herab in 2 gleiche Theile, ſo hat man auf jeder Hälfte ein Dreyeck, deſſen Grundlinie der Durchmeſſer iſt.

Wäre nun ſchon voraus oben ein Theil vom Kegel quer abgeſchnitten, ſo würde auch das Dreyeck abgeſtutzt (und vielmehr ein Viereck) ſeyn. Ein ſolches abgeſtutztes Dreyeck zeichne man jetzt auf ein Papier, wie folgt:

a) Man mache eine wagrechte Linie und theile ſie durch Punkte in 6 gleiche Theile oder Zoll.

b) Man errichte auf dem mittelſten Punkte eine feine ſenkrechte Linie, welche 10 Zoll lang iſt.

c) Man ziehe über das obere End der ſenkrechten Linie eine wagrechte, welche nur 2 Zoll lang iſt, und auf deren Mitte die ſenkrechte ſtoßt.

d) Man ziehe eine Linie von dem linken Ende der obern wagrechten bis an das linke End der untern wagrechten, und jetzt eben ſo eine Linie auf der rechten Seite, ſo hat man den untern Theil des abgeſtutzten Dreyeckes.

Um nun vollends die Höhe für das ganze Dreyeck zu finden, ziehe man

e) Wieder von dem linken Ende der obern wagrechten Linie eine ſenkrechte bis auf die untere wagrechte, und eben ſo eine ſenkrechte Linie auf der rechten Seite, ſo fallen 4 Zoll von der Grundlinie weg, (nämlich 2 links, und 2 rechts) welche den Unterſchied zwiſchen ihr und der obern wagrechten ausmachen.

Auf dieſem Unterſchiede befinden ſich 2 gleiche Dreyecklein, deren jedes 2 Zoll in der Grundlinie, und 10 Zoll in die Höhe hat.

Denkt (oder zeichnet) man dieſe 2 Dreyecklein zuſammen, ſo machen ſie ein einziges Dreyeck aus, welches alſo 4 Zoll in der Grundlinie und 10 Zoll in der Höhe hat, und dem ganzen (oder zu ergänzenden großen) Dreyecke ähnlich iſt.

Wie ſich nun in dieſem kleinen dreyecke die Grundlinie zu ſeiner Höhe verhält, ſo verhält ſich auch im großen (oder zu ergänzenden) die Grundlinie zur Höhe, das iſt:

4 : 10 = 6 : 15. Folglich iſt die Höhe des großen Dreyeckes, oder des ganzen Kegels 15 Zoll.

Auf dieſe Art kann man jedes Mal an einem abgeſtutzten Kegel (oder auch an einer abgeſtutzten Pyramide) die ganze Höhe finden, wenn man ohne Umſtände die Maßzahl des obern Durchmeſſers von der Maßzahl des untern abzieht, und ſchließt:

Wie ſich dieſer Unterſchied zur gegebenen Höhe verhält, ſo verhält ſich der Durchmeſſer der ganzen Grundfläche zur ganzen Höhe.

Demnach kann jetzt die Auflöſung des obigen vollends geſchehen, wie folgt:

a) Die Grundfläche hat 6 Zoll im Durchmeſſer, alſo iſt der Umkreis $= \frac{314 . 6}{100}$ Z. Mithin iſt ihr QuadratInhalt $\frac{314 . 6 . 6}{100 . 4}$. Dieß mit 15 multiplizirt, gibt den kubiſchen Inhalt $= \frac{314 . 6 . 6 . 15}{100 . 4}$. Hievon den 3ten Theil genommen, gibt den Inhalt des ganzen Kegels $= \frac{314 . 6 . 6 . 15}{100 . 4 . 3} = 141\frac{3}{10}$ K.Z.

b) Die obere Grundfläche hat 2 Zoll im Durchmeſſer, alſo iſt ihr FlächenInhalt $\frac{314 . 2 . 2}{100 . 4}$ Z.

Die Höhe dieſes obern Kegels iſt 5 Zoll, alſo iſt ſein kubiſcher Inhalt $\frac{314 . 2 . 2 . 5}{100 . 4 . 3} = 5\frac{7}{30}$ K.Z.

Dieſen kleinern Inhalt vom größern oder ganzen abgezogen, bleibt $136\frac{1}{15}$ K.Zoll, und ſoviel beträgt der abgeſtutzte Kegel.

5) Weil der kleinere Durchmeſſer 2 Zoll und der größere 3 Zoll hat, ſo iſt der Unterſchied 1 Zoll. Wie ſich nun 1 zu 6 verhält, ſo verhalten ſich 3 zu 18. Folglich iſt die Höhe des ganzen Kegels 18 Zoll, und ſein kubiſcher Inhalt iſt $42\frac{39}{100}$ K.Zoll.

Der obere Theil oder Kegel iſt alſo noch 12 Zoll hoch und ſein K.Inhalt iſt $12\frac{56}{100}$ K.Zoll.

Dieß vom ganzen abgezogen, bleibt $29\frac{83}{100}$ K.Zoll für das abgeſtutzte untere Stück.

---

c) Berechnung einer Kugel.

Da die Kugel ſo groß iſt als ein Kegel, welcher die ganze Kugelfläche zur Grundfläche, und den Halbmeſſer zur Höhe hat, ſo multiplizirt man die Kugelfläche mit dem Halbmeſſer, nimmt den 3ten Theil davon, (oder: man multiplizirt die Kugelfläche gleich mit dem 6ten Theile des ganzen Durchmeſſers) und bekommt ſomit den kubiſchen Inhalt. Z. B.

Wie viel KubikZoll enthält eine Kugel, deren Durchmeſſer 8 Zoll iſt? Aufl.

Iſt der Durchmeſſer 8 Zoll, ſo iſt ſein Umkreis $\frac{314 \cdot 8}{100}$ Zoll, folglich die größte Durchſchnittsfläche $\frac{314 \cdot 8 \cdot 8}{100 \cdot 4}$ Q.Zoll. Mithin iſt die Kugelfläche $= \frac{314 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 4}{100 \cdot 4}$ Q. Z., und der kubiſche Inhalt $= \frac{314 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8}{100 \cdot 4 \cdot 6}$ K. Zoll $= 267\frac{71}{75}$ K. Z.

Anſchauliche Behandlung des Quadrates und Kubus.

Das Quadrat.

a) Die Quadratwurzel.

a) In ganzen Zahlen.

1. Ein Quadrat iſt ſo lang als breit oder hoch.

Iſt alſo ein Quadrat 1 Zoll lang, ſo iſt es auch 1 Zoll breit, und enthält einen QuadratZoll.

Iſt ein Quadrat 2 Zoll lang, ſo iſt es auch 2 Zoll breit und enthält 4 Q.Zoll.

Iſt ein Quadrat 3 Zoll lang, ſo iſt es auch 3 Zoll breit und enthält 9 Q.Zoll.

Wie viel QuadratZoll enthält alſo ein Quadrat, welches 4 Zoll lang iſt? Ant. 16 Q.Zoll.

L. Wie viel QuadratZoll enthält ein Quadrat, welches 5 Zoll lang iſt? Ant. 25 Q.Zoll.

L. Weil ein Quadrat in ſeiner Länge und Breite 2 gleiche Maßzahlen hat, ſo darf man, um ſeinen Inhalt zu finden, nur eine einzige Seite (wir wollen ſie die Grundlinie heiſen) meſſen, alsdann dieſe Maßzahl 2 mal anſetzen, und vervielfältigen. Sagt mir daher noch einmal. —

Wie viel Q.Z. enthält ein Quadrat, wenn es 1 Z. lang iſt? Ant. 1 Q.Zoll.

L. Wie viel Q.Z. enthält ein Quadrat, wenn es 2 Zoll lang iſt? Ant. 4 Q.Zoll.

L. Wie viel Q.Z. enthält ein Quadrat, wenn es 3 Zoll lang iſt, Ant. 9 Q.Zoll.

L. Wie viel Q.Z. enthält ein Quadrat, wenn es 4 Zoll lang iſt? Ant. 16 Q.Z ꝛc. bis:

L. Wie viel Q.Z enthält ein Quadrat, wenn es 10 Zoll lang iſt? Ant. 100 Q Zoll.

L. Eine ſolche Zahl, welche den Inhalt eines Quadrats anzeigt, oder welche durch das Vervielfältigen zweyer gleichen Zahlen entſteht, heist man eine Quadratzahl; diejenige Zahl aber, welche anzeigt, wie lang jede Seite eines Quadrats iſt, heist man die Wurzelzahl des Quadrats, oder die Quadratwurzel.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl eines Quadrats, welches nur 1 Q.Z. enthält? Ant. 1.

L. Wie viel iſt die Wurzelzahl eines Quadrats, welches 4 Q.Z. enthält? Ant. 4.

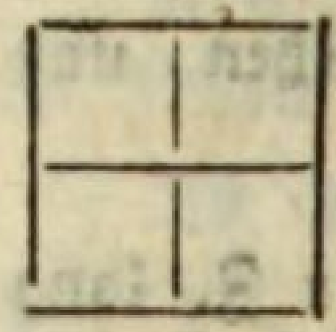
Wie viel iſt die Wurzelzahl eines Quadrats, welches 9 Q.Z. enthält? Ant. 3.

Wie viel iſt die Wurzelzahl eines Quadrats, welches 16 Q.Z. enthält? Ant. 4.

Wie viel iſt die Wurzelzahl eines Quadrats, welches 25 Q.Z. enthält? Ant. 5.

Wie viel iſt die Wurzelzahl eines Quadrats, welches 36 Q.Z. enthält? Ant. 6.

u. ſ. w.



[Der Lehrer zeichnet 4 Q.Z. ſo zuſammen, daß ſie mit einander ein Quadrat bilden, wie die hier links ſtehende Figur zeigt, und ſpricht:]

Aus 4 Q.Z. kann man ein Rechteck bilden, welches ſelbſt wieder ein Quadrat iſt.

Wie viel Zoll lang iſt jede Seite dieſes Quadrats? Ant. 2 Zoll.

L. Zeichnet auf euern Tafeln 9 Q.Z. ſo zuſammen, daß ſie mit einander ein (größeres) Quadrat bilden!

Wie viel Zoll lang iſt jede Seite eines ſolchen Quadrats, welches 9 Q.Z. enthält? Ant. 3.

L. Zeichnet jetzt 16 Q.Z. ſo zuſammen, daß ſie mit einander ein einziges Quadrat bilden!

L. Wie viel Zoll lang iſt jede Seite dieſes Quadrats? Ant. 4 Zoll lang.

L. Kann man wohl auch 5 Q.Z. ſo zuſammenſtellen, daß ſie mit einander ein Quadrat bilden? Ant. —

L. Wenn ihr euch aus Papier 5 Q.Z. ſchneidet, und legt 4 ſolche Quadratblättchen als ein einziges Quadrat zuſammen,

ſo habt ihr noch ein Quadratblättchen übrig; könnt ihr dieſes nicht in Riemen ſchneiden und vollends um das Quadrat herum legen, daß alle 5 Q.Zoll ein einziges Quadrat bilden? —

Der Lehrer laſſe dieſes unterſuchen. Man kann hier das 5te Quadratblättchen gleich in 5 Riemen zerſchneiden, alsdann 2 ſolche Riemen an die rechte Seite des ſchon zuſammengeſetzten Quadrates, und 2 an die obere Seite legen, ſo fehlt noch etwas in die obere Ecke rechts; um jetzt auch dieſe Ecke auszufüllen, ſchneidet man von dem 5ten Riemchen ſo viel herab, als man dazu braucht. Dieſes Eckſtücklein iſt ſelbſt wieder ein Quadrätchen, welches $\frac{1}{25}$ Q.Zoll iſt. Jede Seite dieſes zuſammengeſetzten Quadrats wird alſo $2\frac{1}{5}$ Zoll lang.

Nun hat man noch etwas von dem 5ten Riemchen übrig, welches man wieder in kleinere Riemchen zerſchneiden und herum legen könnte; allein es würde immer und immer etwas übrig bleiben.

L. Aus 5 QuadratZollen kann man alſo kein vollſtändiges Quadrat bilden, ohne einen einzelnen Q.Z. zu theilen; kann man aber wohl aus 6 Q.Z. ein einziges Quadrat bilden, ohne einen zu theilen? Ant. Nein.

Man laſſe die Lehrlinge auch hier wieder 4 Q.Z. aus Papier in ein einziges Quadrat an einander legen, alsdann 2 andere, (ſo gut als ſichs ſchickt,) in Riemchen ſchneiden und damit das verlangte Quadrat bilden. Zerſchneidet man die 2 übrigen Quadratblättchen in 4 halbe Q.Z., ſo kann man freilich 2 halbe an die rechte Seite, dann 2 halbe an die obere Seite legen; allein da hat man nichts mehr in die Ecke. Zerſchneidet man eben dieſe 2 Quadratblättchen in 6 Drittels Q.Z., ſo kann man 2 Drittel an die rechte Seite, dann 2 Drittel an die obere Seite legen uud hat noch 2 Drittel übrig, von welchen man wieder ſo viel herab ſchneidet, als man in die Ecke braucht — esſind $\frac{4}{9}$tels Q.Z. Mithin bleiben wieder

$\frac{2}{3}$tels Q.Z. übrig, die man wieder in kleinere Theilchen zerſchneiden könnte. Eben ſo können dergleichen Uebungen auch noch bey den zwey folgenden Fragen vorgenommen werden:

L. Kann man aus 7 Q.Z. ein einziges Quadrat zuſammenſetzen, ohne einen zu theilen? Ant. Nein.

L. Kann man aber vielleicht an 7 Q.Sch. ein einziges Quadrat zuſammenſetzen, ohne einen zu theilen? Ant. Nein.

L. Natürlich, was von Zoll gilt, gilt auch von Schuh und jedem andern Maße.

L. Kann man aus 8 Q.Z. ein einziges Quadrat zuſammenſetzen, ohne einen zu theilen? Ant. Nein.

L. Kann man aus 9 Q.Z. ein einziges Quadrat zuſammenſetzen, ohne einen zu theilen? Ant. Ja.

L. Welches iſt wohl von 9 aufwärts die nächſte Anzahl Q.Z., aus welchen man ein einziges Quadrat zuſammenſetzen kann, ohne einen zu theilen? Ant. 16.

L. Welches iſt wieder von 16 aufwärts die nächſte Anzahl Q.Zoll, aus welchen man ein einziges Quadrat zuſammenſetzen kann, ohne einen zu theilen? Ant. 25.

u. ſ. w.

---

b) In gebrochenen Zahlen.

L. Zeichnet einen Q.Zoll auf eure Tafeln!

L. Theilt die Grundlinie (untere Linie) durch einen Punkt in 2 gl. Theile!

L. Wie lang iſt nun jeder Theil der Grundlinie? Ant. Einen halben Zoll.

L. Theilt den ganzen Q.Z. in 4 kleinere Quadrätchen! (Die Figur muß jetzt ausſehen wie oben Seite 78.)

L. Jedes dieſer Quadrätchen iſt $\frac{1}{4}$tels Q.Z. Betrachtet das untere Quadrätchen links! Wie lang iſt dieſer 4tels Q. Zoll? Ant. Einen halben Zoll lang.

L. Und wie breit? Ant. Auch einen halben Zoll.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl von einem 4tels Q. Zoll? Ant. $\frac{1}{2}$ Zoll.

L. Zeichnet wieder einen Q.Zoll!

L. Theilt ſeine Grundlinie in 3 gl. Theile!

L. Wie lang iſt jeder dieſer Theile? Ant. $\frac{1}{3}$ Zoll.

L. Theilt dieſen Q.Z. in 9 kleinere Quadrätchen!

L. Jedes dieſer Quadrätchen iſt $\frac{1}{9}$tels Q.Z. Betrachtet das unterſte Quadrätchen links! Wie lang iſt $\frac{1}{9}$tels Q.Z.? Ant. $\frac{1}{3}$ Zoll.

L. Und wie breit? Ant. Auch $\frac{1}{3}$ Zoll.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl von $\frac{1}{9}$tels Q.Z.? Ant. $\frac{1}{3}$ Zoll.

1. Betrachtet ihr die 2 unterſten Quadrätchen links und die 2 darüber liegenden dazu, ſo habt ihr wieder ein Quadrat, welches $\frac{4}{9}$tels Q.Z. enthält.

Wie lang iſt dieſes Quadrat? Ant. $\frac{2}{3}$ Zoll.

L. Und wie breit? Ant. Auch $\frac{2}{3}$ Zoll.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl von einem Quadrat, welches $\frac{4}{9}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{2}{3}$ Zoll.

L. Zeichnet wieder einen Q.Z. und theilt ſeine Grundlinie in 4 gl. Theile!

L. Wie lang iſt jeder dieſer Theile der Grundlinie? Ant. $\frac{1}{4}$ Zoll.

L. Theilt dieſen Q.Z. in 16 kleinere Quadrätchen!

L. Jedes dieſer Quadrätchen iſt $\frac{1}{16}$ Q.Z. Betrachtet das unterſte links!

Wie lang iſt $\frac{1}{16}$tels Q.Z.? Ant. $\frac{1}{4}$ Zoll.

L. Und wie breit? Ant. Auch $\frac{1}{4}$ Zoll.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl von $\frac{1}{16}$ Q.Zoll? Ant. $\frac{1}{4}$ Zoll.

L. Betrachtet ihr die 2 unterſten Quadrätchen links und die 2 darüber liegenden dazu, ſo habt ihr wieder ein Quadrat, welches $\frac{4}{16}$tels Q.Z. (oder $\frac{1}{4}$ Q.Z) enthält; wie lang iſt dieſes Quadrat? Ant. $\frac{2}{4}$ Zoll (oder $\frac{1}{2}$ Zoll.)

L. Und wie breit? Ant. Auch $\frac{2}{4}$ Zoll.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl von einem Quadrat, welches $\frac{4}{16}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{2}{4}$.

L. Betrachtet ihr die 3 unterſten Quadrätchen links und noch 6 darüber liegende, ſo habt ihr wieder ein Quadrat, welches $\frac{9}{16}$tels Q.Z. enthält; wie lang iſt dieſes Quadrat? Ant. $\frac{3}{4}$ Zoll.

L. Und wie breit? Ant. Auch $\frac{3}{4}$ Zoll.

L. Wie viel iſt alſo die Wurzelzahl von einem Quadrat, welches $\frac{9}{16}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{3}{4}$.

[Der Lehrer kann noch einen Q.Z. eben ſo in 25 kleinere Quadrätchen theilen laſſen, woraus ſich Folgendes wieder ganz anſchaulich ergibt:]

Die Wurzelzahl eines Quadrats, welches $\frac{1}{25}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{1}{5}$

— — — — , — $\frac{4}{25}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{2}{5}$

— — — — , — $\frac{9}{25}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{3}{5}$

— — — — , — $\frac{16}{25}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{4}{5}$

[Eben ſo kann noch ein Q.Z. in 36, und wieder einer in 49 Quadrätchen getheilt, und wie die vorigen behandelt werden. Alsdann ſchreibt der Lehrer die hier links ſtehenden Ziffern und läßt ſich Folgendes darüber ſagen:]

$\frac{1}{4}$ Q.Z. Die Wurzelzahl von 1 Quadrat, welches $\frac{1}{4}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{9}$ — . — — — 1 — , welches $\frac{1}{9}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{1}{3}$

$\frac{4}{9}$ — . — — — 1 — , welches $\frac{4}{9}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{16}$ — . — — — 1 — , welches $\frac{1}{16}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{1}{4}$

$\frac{4}{16}$ — . — — — 1 — , welches $\frac{4}{16}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{2}{4}$

$\frac{9}{16}$ — . — — — 1 — , welches $\frac{9}{16}$ Q.Z. enthält, iſt $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{25}$

$\frac{4}{25}$ — . u. ſ. w.

$\frac{9}{25}$ — . [Hierauf kann man noch folgende Fragen

$\frac{16}{25}$ — . beantworten laſſen:]

Wie viel iſt die Wurzelzahl von 1 Quadrat, welches $\frac{1}{36}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{1}{6}$

— — — — — — 1 — , welches $\frac{4}{36}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{2}{6}$

— — — — — — 1 — , welches $\frac{9}{36}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{3}{6}$

— — — — — — 1 — , welches $\frac{16}{36}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{4}{6}$

— — — — — — 1 — , welches $\frac{25}{36}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{5}{6}$

— — — — — — 1 — , welches $\frac{1}{49}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{1}{7}$

— — — — — — 1 — , welches $\frac{4}{49}$ Q.Z. enthält? Ant. $\frac{2}{7}$

u. ſ. w.

[Sollten hier noch unrichtige Antworten erfolgen, ſo kann immer wieder ein Q.Z. oder (wenn die Theile zu klein würden)

ein Q.Sch. auf die groſze Tafel gezeichnet und wie vorhin in kleinere Quadrätchen getheilt werden.]

[Um die Schüler endlich auch mit der Auffindung der Quadratwurzel in groſzen Zahlen auf eine anſchauliche Art bekannt zu machen, geht man wieder vom Kleinen aus, und verfährt, wie folgt:]

L. Sagt mir noch einmal, wie viel die Wurzelzahl eines Quadrates iſt, welches 9 Q.Z. enthält? Ant. 3.

L. Geſetzt man wüſzte die Wurzelzahl von 16 nicht; wie könnte man wohl dieſe mittelſt der Wurzelzahl von 9 finden? Ant. —

L. Gebt Acht, wie ich dieſes mache!

[Der Lehrer ſetzt ein Quadrat aus 9 Q.Z. zuſammen (welches mit Kreide auf der Tafel oder mit Papierblättchen auf dem Tiſche geſchehen kann) und ſpricht:]

Ich nehme anſtatt 16 Q.Z. nur 9 als ein Quadrat zuſammen, ſo habe ich noch 7 Q.Z. übrig, welche ich um das Quadrat 9 ſetzen kann.

Die Wurzel von 9 iſt 3, ich ſetze daher 3 Q.Z. an die rechte Seite und 3 an die obere, (Er thut dieſes) das iſt ſo viel als: die doppelte Wurzel, nämlich 6.

Nun habe ich noch einen Q.Z. übrig dieſer fehlt aber gerad noch rechts in die obere Ecke meines Quadrats; ich ſetze ihn alſo hinein, (Er thut dieſes) ſo habe ich ein Quadrat, welches 16 Q.Z. enthält.

Die Wurzel von dem Quadrat 9 iſt 3, dieſe iſt aber durch das Anſetzen um 1 Zoll verlängert worden, folglich iſt die Wurzel von einem Quadrat, welches 16 Q.Z. enthält, 4 Zoll.

Suche jetzt Einer nach dem Andern eben ſo die Quadratwurzel von 16 mittelſt des Quadrats 9!

[Man laſſe eben ſo die Wurzel ſuchen:]

1) Von einem Quadrat, das 25 Q.Z. enthält, mittelſt des Quadrats, welches nur 16 enthält.

2) Von einem Quadrat, das 36 Q.Z. enthält, mittelſt des Quadrats, welches nur 25 Q.Z. enthält.

3) Von einem Quadrat, das 49 Q.Z. enthält, mittelſt des Quadrats, welches nur 36 enhält bis:

Von einem Quadrat, das 100 Q.Z. enthält, mittelſt des Quadrats, welches nur 81 Q.Z. enthält.

Noch eine Auflöſung, nämlich Nro. 1.

Ich nehme anſtatt 25 Q.Z. nur 16 als ein Quadrat zuſammen, ſo habe ich noch 9 Q.Z. übrig, welche ich um das Quadrat 16 ſetze.

Die Wurzel von 16 iſt 4, ich ſetze daher 4 an die rechte Seite und 4 an die obere, das iſt ſo viel als: die doppelte Wurzel 4, nämlich 8.

Nun habe ich noch einen Q.Z. übrig, dieſer fehlt aber gerad in die obere Ecke meines Quadrates; ich ſetze ihn alſo hinein, ſo habe ich ein Quadrat, welches 25 Q.Z. enthält.

Die Wurzel von dem Quadrat 16 iſt 4 Zoll, dieſe iſt aber durch das Anſetzen um einen Zoll verlängert worden, folglich iſt die Wurzel von einem Quadrat, das 25 Q.Z. enthält, 5 Zoll.

[Eben ſo wird jetzt die Wurzel geſucht:]

1) Von einem Quadrat, welches 25 Q.Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 9 Q.Z. enthält.

2) — — — , welches 36 Q.Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 16 Q.Z. enthält.

3) Von einem Quadrat, welches 49 Q. Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 25 Q. Z. enthält.

4) — — —, welches 64 Q. Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 36 Q. Z. enthält.

5) — — —, welches 81 Q. Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 49 Q. Z. enthält.

6) — — —, welches 100 Q. Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 64 Q. Z. enthält.

Auflöſung von Nro. 1.

Ich nehme anſtatt 25 Q. Z. nur 9 als ein Quadrat zuſammen, ſo habe ich noch 16 Q. Z. übrig, welche ich um das Quadrat 9 ſetze.

Die Wurzel von 9 iſt 3.

Um nun an der rechten und obern Seite, ſo viel als die doppelte Wurzel beträgt, 1 mal anzuſetzen, brauche ich 6 Q. Z. und noch 1 in die Ecke; allein da habe ich von 16 noch zu viel übrig, folglich kann ich mehrmal anſetzen.

Ich kann ſo vielmal anſetzen, als 6 in 16 enthalten ſind, nebſt einem Reſt in die Ecke.

6 ſind in 16 2 mal enthalten nebſt 4.

Alſo ſetze ich 6 Q. Z. an die rechte Seite, dann 6 an die obere und die 4 übrigen in die Ecke, ſo habe ich ein Quadrat, welches 25 Q. Z. enthält.

Die Wurzel von dem Quadrat 9 iſt 3 Zoll, dieſe iſt aber durch das 2malige Anſetzen um 2 Zoll verlängert worden, folglich iſt die Wurzel von einem Quadrat, das 25 Q. Z. enthält, 5 Zoll; denn 3 und 2 ſind 5.

[Eben ſo wird die Wurzel geſucht:]

1) Von einem Quadrat, welches 49 Q.Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 16 Q.Z. enthält.

2) — — —, welches 64 Q.Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 25 Q.Z. enthält.

3) — — —, welches 81 Q.Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 36 Q.Z. enthält.

4) — — —, welches 100 Q.Z. enthält, mittelſt des Q., welches nur 49 Q.Z. enthält.

Aufl. Nro. 1.

Ich nehme anſtatt 49 QZ. nur 16 als ein Quadrat zuſammen, ſo habe ich noch 33 Q.Z. übrig, welche ich um das Quadrat 16 ſetze.

Die Wurzel von 16 iſt 4, alſo kann ich an jede der 2 Seiten ſo vielmal 4 anſetzen, als 8 in 33 enthalten ſind, nebſt einem Reſt in die Ecke.

8 ſind in 33 4 mal enthalten nebſt 1.

Setze ich von den 33 Q.Z. nun 4 mal 4, das iſt 16, an die rechte Seite und ebenfalls 4 mal 4 an die obere, ſo fehlen noch 16 in die Ecke, und ich habe doch nur noch einen übrig, folglich kann ich nicht 4 mal anſetzen; ich ſetze alſo nur 3 mal an, das iſt: 3 mal 4 an die rechte Seite und 3 mal 4 an die obere, dann habe ich noch 9 übrig.

Nun fehlen aber gerad 9 in die Ecke, folglich ſetze ich dieſe hinein, und habe ſomit ein Quadrat, welches 49 Q.Z. enthält.

Die Wurzel von dem Quadrat 16 iſt 4 Zoll, dieſe iſt aber durch das 3malige Anſetzen um 3 Zoll verlängert worden, folglich iſt die Wurzel von einem Quadrat, welches 49 Q.Z. enthält, 7 Zoll; denn 4 und 3 ſind 7.

Eben ſo die andern Aufgaben. Sind die Schiefertafeln

zu klein, ſo kann man die Zeichnungen auf der großen Tafel machen laſſen.

[Nun werden die Lehrlinge leicht begreifen, wie man dieſe, und weit größere Aufgaben, welcher halben wir bißher ſo umſtändlich verfahren ſind, auch mit Ziffern berechnet. Der Lehrer ſpricht daher:]

Um mittelſt eines kleinern Quadrates die Wurzel eines verlangten größern deſto leichter mit Ziffern zu finden, dürft ihr euch beſonders von der doppelten Wurzel des kleinern Quadrates beym Zuſetzen oder Anſetzen Folgendes merken:

1tens. Setzt man ſo viel, als die doppelte Wurzel beträgt, 1 mal an, ſo braucht man in die Ecke das Quadrat von 1 Zoll oder von 1 Schuh, oder von 1 Ruthe, oder kurz: das Quadrat von Eins, das iſt: 1 mal 1 oder 1.

2tens. Setzt man die doppelte Wurzel 2 mal an, ſo braucht man in die Ecke das Quadrat von 2, das iſt: 2 mal 2 oder 4.

3tens. Setzt man die doppelte Wurzel 3 mal an, ſo braucht man in die Ecke das Quadrat von 3, das iſt: 3 mal 3 oder 9.

4tens. Setzt man die doppelte Wurzel 4 mal an, ſo braucht man in die Ecke das Quadrat von 4, das iſt: 4 mal 4 oder 16.

Kurz: für die Ecke braucht man immer noch ein Quadrat von derjenigen Zahl, welche anzeigt, wieviel mal die doppelte Wurzel angeſetzt wird. Gebt jetzt Acht, wie ich die Wurzel des Quadrats 81, (worunter man ſich 81 Q.Zoll oder Q.Schuh, oder ein anders Quadratmaß denken kann) mittelſt des Quadrats 25 finde.

[Er ſchreibt w | 81 (und ſpricht:]

Ich nehme anſtatt 81 das Quadrat 25, hievon iſt die Wurzel 5; (Er ſchreibt 5 in die Anzeigerſtelle) denn 5 mal 5 iſt 25. (Er ſchreibt 25 unter 81 und zieht ab) 25 von 81 bleibt 56.

Ich nehme jetzt die doppelte Wurzel, das iſt: 2 mal 5 oder 10. (Er ſchreibt 10 links an 56) und unterſuche, wie viel mal dieſelbe (nebſt einem Reſt für die Ecke) in 56 enthalten iſt, um anzuſetzen.

10 ſind in 56 5 mal enthalten nebſt 6; 6 ſind zu wenig für die Ecke, ich nehme daher 10 in 56, nur 4 mal (Er ſchreibt 4 unter die ſchon gefundene Wurzel 5)

4 mal 10 ſind 40 (Er ſchreibt 40 unter 56 und zieht ab) 40 von 56 bleibt 16.

Jetzt muß ich noch das Quadrat von 4 haben in die Ecke; dieſes iſt 4 mal 4 oder 16, ſo viel iſt gerade mein Reſt, und die Wurzel des Quadrats 81 iſt 4 und 5 zuſammen, das iſt: 9.

```
 w | 81 (
     25 \ 5
10 | 56 (
     40 \ 4
     16   9
```

[Die ganze Berechnung mag ausſehen wie hier links:]

[Der Lehrer läßt dieſes Beyſpiel ſtehen, und eben ſo mit Ziffern die Wurzel ſuchen:]

a) Von dem Quadrat 64, mittelſt des Quadrates 25.
b) — — — 100, — — — 36.
c) — — — 49, — — — 16.

Auflöſungen.

```
a)    | 64 (              b)    | 100 (             c)    | 49 (
      | 25 \ 5                  |  36 \ 6                 | 16 \ 4
   10 | 39 (                 12 |  64 (                 8 | 33 (
      | 30 \ 3                  |  48 \ 4                 | 24 \ 3
         9   8                     16  10                    9   7
```

L. Wie ihr bis jetzt die Wurzel eines größern Quadrates mittelſt eines kleinern gefunden habt, ſo könnt ihr auch bey allen größern Aufgaben verfahren, ihr befolgt nämlich folgende 3 Stücke:

1) Man nimmt anſtatt der gegebenen größern Quadratzahl eine bekannte kleinere; zieht ſie von der größern ab, und ſetzt ihre Wurzel an. (Dieſes iſt ſchon ein Theil der ganzen Wurzel.)

2) Man verdoppelt dieſe Wurzel und unterſucht, wie viel mal ſie in dem Reſte enthalten iſt, ſchreibt hier den Anzeiger, der vollends der andere Wurzeltheil iſt, zu dem vorigen ꝛc. Es muß noch ein Reſt bleiben.

3) Man nimmt die Quadratzahl dieſes letzten Wurzeltheils, welche wenigſtens ſo viel betracen muß, als der letzte Reſt. Man zieht daher dieſe letzte Quadratzahl noch von dem Reſte ab.

L. Die Wurzel eines Quadrats, welches 100 Q. Zoll, Q. Schuh, oder über 100 QuadratEinheiten enthält, iſt 10.

Berechnet nun mittelſt des Quadrats 100, Folgendes!

a) Wie viel iſt die Wurzel eines Quadrats, deſſen Inhalt 196 iſt! Ant. 14.

b) — — — — — — — , deſſen Inhalt 169 iſt! Ant. 13.

c) — — — — — — — , deſſen Inhalt 225 iſt! Ant. 15.

d) — — — — — — — , deſſen Inhalt 289 iſt! Ant. 17.

e) — — — — — — — , deſſen Inhalt 361 iſt! Ant. 19.

f) — — — — — — — , deſſen Inhalt 324 iſt! Ant. 28.

Einige Auflöſungen:

a)	c)	e)
w | 196 (10	w | 225 (10	w | 361 (10
| 100	| 100	| 100
20 | 96 (4	20 | 125 (5	20 | 261 (9
| 80	| 100	| 180
16 — 14	25 — 15	81 — 19
16	25	81

L. Wie viel iſt wohl die Wurzel eines Quadrats, deſſen Inhalt 101 iſt?

Aufl. Ich nehme das Quadrat 100, ſo habe ich von 101 noch 1 übrig; dieſes iſt ein Quadrätchen, welches ich in längl. Riemchen zertheilen und um das Quadrat 100 legen kann.

Die Wurzel von 100 iſt 10, folglich kann ich an die rechte Seite 10 Riemchen und an die obere Seite 10, alsdann auch etwas in die Ecke ſetzen.

Ich theile daher das übrige Quadrätchen in 21 gl. Riemchen ꝛc. Die Wurzel von 101 iſt alſo 10 und $\frac{1}{21}$ nebſt einem Reſt.

L. Dergleichen Reſte könnt ihr für jetzt noch beliebig theilen, oder auch ungetheilt laſſen, bis ihr einmal mehr Fertigkeit im Auffinden der Wurzeln erreicht habt. Berechnet mir daher noch Folgendes!

Wie viel iſt die Wurzel eines Quadrats, deſſen Inhalt 258 iſt? Ant. 16, und 2 Quadrätchen bleiben übrig.

L. Wie viel iſt die Wurzel eines Quadrates, deſſen Inhalt 364 iſt? Ant. 19, und 3 Quadrätchen bleiben übrig.

L. Nun müßt ihr euch im Auffinden der Quadratwurzeln recht mit Ziffern üben.

Anmerkung.

[Der Lehrer kann demnach mit den Lehrlingen, ehe er

hier weiter fortfährt, die ganze Behandlung der Quadratzahlen im reinen Zifferrechnen durchgehen.]

Aufgaben.

a) Ein Garten, welcher ſo lang als breit iſt, enthält 256 QuadratRuthen; wie lang iſt jede ſeiner Seiten?

b) Ein Garten enthält 324 Bäume in lauter gleichen Reihen nach der Länge und Breite; wie viel Bäume enthält jede Reihe?

c) 729 Soldaten ſollen ſich in ein Quadrat ſtellen; wie viel kommen in jede Reihe?

d) Mehrere Kaufleute haben in einem gemeinſchaftlichen Handel 841 Gulden gewonnen, es gehören davon jedem ſo viel als ihrer ſind; wie viel ſind ihrer?

e) Es haben mehrere Perſonen mit einander 7 fl. 21 kr. verzehrt, und jede hat ſo viel bezahlt, als ihrer ſind; wie viel zahlte jede?

f) Man will ein Stück Feld, welches 108 Ruthen lang und 12 Ruthen breit iſt, gegen ein anders vertauſchen, welches ein Quadrat iſt, und eben ſo viel ſeyn ſoll als das erſtere; wie breit oder lang muß nun letzteres ſeyn?

g) Ein Acker iſt noch ein mal ſo lang als breit, und enthält 288 QuadratRuthen; wie lang und breit iſt er?

h) Eine Wieſe iſt 3 mal ſo lang als breit, und enthält 363 Quadratruthen; wie lang und breit iſt ſie eigentlich?

Auflöſungen.

a) Weil der Garten ſo lang als breit iſt, ſo iſt die Zahl 256 eine Quadratzahl; ich nehme zuerſt ein Quadrat darin von 100 Q.Rth. an, ſo habe ich noch 156 übrig ꝛc.

Die Wurzelzahl iſt alſo 16, folglich jede Seite 16 Rth. lang.

b) Weil die Reihen nach der Länge und Breite einander gleich ſind, ſo iſt die Zahl 324 ein Inhalt von 2 gleichen Zahlen, folglich eine Quadratzahl, deren Wurzel die Anzahl einer Reihe iſt.

Ich nehme 100 Bäume als ein Quadrat, ſo habe ich noch 224 Bäume übrig, die ich um das Quadrat 100 ſetzen kann.

Die Wurzel oder eine Reihe von 100 iſt 10 ꝛc. folglich enthält jede Reihe 18 Bäume.

c) Wie die vorigen. Alſo 27 Soldaten.

d) Weil jedem ſo viel Gulden gehören, als ihrer ſind, ſo iſt die Zahl 841 ein Inhalt von 2 gleichen Zahlen, folglich eine Quadratzahl.

Die nächſte bekannte Quadratzahl unter 800 iſt die Quadratzahl 400, dieſe von 841 abgezogen, bleiben noch 441.

Die Wurzel von 400 iſt 40 ꝛc. folglich iſt die Wurzel von 841 gerad 29. Alſo waren es auch 29 Kaufleute, und jeder erhielt 29 Gulden.

e) 7 fl. 21 kr. ſind 441 kr.

Da jede Perſon ſo viel verzehrt hat, als ihrer ſind, ſo iſt 441 eine Quadratzahl.

Ich nehme zuerſt die bekannte Quadratzahl 400 ꝛc., folglich iſt die Wurzel von 441 gerad 21. Alſo waren es 21 Perſonen, und jede hat 21 kr. bezahlt.

f) Iſt das Stück 108 Ruthen lang und 12 Ruthen breit, ſo enthält es 1296 QuadratRuthen; ſo viel enthält nun auch das Quadrat, folglich ſuche ich die Wurzel aus der Quadratzahl 1296.

Die nächſte bekannte Quadratzahl unter 12 Hundert iſt 900. Die Wurzel davon iſt 30 ꝛc.

Folglich iſt die Wurzel von 1296 gerad 36. Alſo muß das Quadrat 36 Ruthen lang ſeyn.

g) Wäre er gerade ſo lang als breit, ſo bildete er ein Quadrat; folglich bildet er, da er noch einmal ſo lang als breit iſt, 2 Quadrate, und eins dieſer Quadrate iſt die Hälfte von 288 QuadratRuthen, das iſt: 144 QuadratRuthen. Hievon iſt die Wurzelzahl 12; mithin iſt er 24 Ruthen lang und 12 Ruthen breit.

h) Solche Wieſe bildet 3 Quadrate; folglich enthält eins derſelben nur 121 QuadratRuthen, und die Wurzel hievon iſt 11 ꝛc. Die Wieſe iſt alſo 33 Ruthen lang und 11 breit.

---

b) Von den Quadraten auf den 3 Seiten eines rechtwinkligen Dreyeckes; vorzüglich von dem Quadrate auf der größten Seite eines rechtwinkligen Dreyeckes, das iſt: Von dem

Quadrat der Hypotenuſe.

L. Macht ihr ein rechtwinkliges Dreyeck, deſſen erſte Seite 3, die 2te Seite 4, und die 3te Seite 5 Zoll oder Schuh ꝛc. lang iſt, ſo enthält das Quadrat der kleinſten Seite 9, das Quadrat der 2ten Seite 16, alſo zuſammen 25, und das Quadrat der größten Seite allein, ebenfalls 25 quadratiſche Einheiten.

Dieſes könnt ihr mit ſo viel andern gemeſſenen rechtwinkligen Dreyecken verſuchen als ihr wollt, ſo werdet ihr immer folgende Wahrheit finden:

In jedem rechtwinkligen Dreyecke ſind die Quadrate auf den 2 kleinern Seiten zuſammen ſo viel als das Quadrat auf der größten Seite.

Berechnet mir demnach Folgendes!

1) In einem rechtwinkligen Dreyecke iſt die kleinſte Sei-

te 6 und die mittlere 8 Zoll lang; wie lang iſt die größte Seite?

2) In einem rechtwinkligen Dreyecke iſt die kleinſte Seite 9 und die größte 15 Zoll lang; wie lang iſt die mittlere?

3) In einem rechtwinkligen Dreyecke iſt die mittlere Seite 2 und die größte $2\frac{1}{2}$ Zoll lang; wie lang iſt die kleinſte?

4) Ein Baum wird vom Winde abgeknackt, ſo daß ſeine Spitze den Boden berührt und 12 Schuh vom Stamm entfernt iſt: der noch ſtehende Stamm iſt 16 Schuh hoch; wie lang iſt wohl das abgeknackte Stück?

5) Eine Leiter iſt 17 Schuh lang und wird von einer Mauer 8 Sch. weggeſtellt; wie hoch reicht ſie hinauf?

6) Ein Gebäude iſt 18 Schuh breit, und die Höhe vom obern Stock bis zum Gipfel iſt 12 Schuh; wie lang iſt jeder Sparren des Daches. Ant. 15 Schuh.

7) Man will den QuadratInhalt eines Gartens finden, der ein rechtwinkliges Dreyeck iſt; kann aber nur ſeine längſte Seite, welche 20 Ruthen lang, und die kleinſte Seite, welche 12 Ruthen lang iſt, meſſen; wie viel QuadratRuthen enthält der Garten? Ant. 96 QuadratRuthen.

Auflöſungen.

1) Das Quadrat der kleinſten Seite iſt 36 QuadratZoll, das der mittlern iſt 64, das ſind zuſammen 100 Q.Z. So viel enthält auch das Quadrat der größten Seite; folglich iſt ſie 10 Zoll lang.

2) Das Quadrat der größten Seite enthält 15 mal 15 Q.Z., das iſt: 225 Q.Z. So viel müſſen die Quadrate der kleinſten und mittlern zuſammen haben. Nun hat das Quadrat der kleinſten 81 daran, folglich hat das Quadrat der mittlern Seite das Uebrige, das iſt: 144 Q.Z.; mithin iſt ſie 12 Zoll lang.

3) Iſt die größte Seite $2\frac{1}{2}$ Zoll oder $\frac{5}{2}$ Zoll lang, ſo iſt ihr Quadrat $\frac{25}{4}$ Q.Z. So viel müſſen die Quadrate der beyden andern Seiten zuſammen haben. Nun hat aber das Quadrat der mittlern 4 Q.Z, das ſind $\frac{16}{4}$ Q.Z., folglich hat das Quadrat der kleinſten das Uebrige, das iſt: $\frac{9}{4}$ Q.Z.; mithin iſt ſie $\frac{3}{2}$ Zoll oder $1\frac{1}{2}$ Zoll lang.

4) Das abgeknackte Stück, die Entfernung ſeiner Spitze vom Stamme, und der Stamm bilden ein rechtwinkliges Dreyeck, deſſen längſte Seite das abgeknackte Stück iſt. Nun iſt das Quadrat der kleinſten Seite 12 mal 12 oder 144 Q. Schuh, das der mittlern aber 16 mal 16 oder ꝛc.

Das abgeknackte Stück iſt alſo 20 Schuh lang.

5) Die Leiter, ihre Entfernung von der Mauer, und die Höhe an ihr, bilden ein rechtwinkliges Dreyeck, deſſen längſte Seite die Leiter iſt ꝛc. Sie reicht alſo 15 Schuh hinauf.

6) Man denke ſich in der Mitte, nämlich nach 9 Schuh, eine ſenkrechte Linie bis an den Gipfel! Dieſe Linie nun und die 9 Schuh nebſt der Länge des Spartens bilden ein rechtwinkliges Dreyeck ꝛc.

7) Durch das Quadrat der langen und kurzen Seite finde ich die mittlere, welche 16 iſt. Betrachte ich nun dieſe Seite als die Grundlinie, ſo iſt die kleinſte die Höhe; ich nehme daher die Hälfte von 12 × 16 das iſt: 6 × 16 oder 96.

---

c) Von dem Quadrat in Bezug auf die Zirkelfläche.

Hievon nur noch etwas Weniges, woron der Lehrer nach Gutdunken mit ſeinen Lehrlingen handeln kann.

Vorerinnerung.

Wenn der Durchmeſſer eines Zirkels 3 (Zoll oder Schuh) iſt, ſo iſt der Zirkel ſelbſt 9,42; denn

100 : 314 = 3 : 9,42.

Iſt aber der Durchmeſſer eines Zirkels 6, ſo iſt der Zirkel 1884; denn 100 : 314 = 6 : 18,84.

Der Durchmeſſer 6 iſt 2 mal ſo lang als der Durchmeſſer 3, und der Zirkel 18,84 iſt 2 mal ſo lang, als der Zirkel 9,42.

So wie hier ein 2 mal größerer Durchmeſſer einen 2 mal größern Zirkel hat, ſo hat auch ein 3, 4 ꝛc. mal größerer Durchmeſſer einen 3, 4 ꝛc. mal größern Zirkel.

Man kann daher im Allgemeinen ſagen:

Die Länge der Zirkel verhält ſich, wie die Länge ihrer Durchmeſſer, und umgekehrt.

Hieraus ergibt ſich zunächſt die Auflöſung folgender

Aufgaben.

1) Ein Zirkel hat 25 Zoll im Durchmeſſer; wie viel wird wohl der Durchmeſſer eines halb ſo großen Zirkels haben?

2) Ein Zirkel hat 30 Zoll im Durchmeſſer; wie viel Zoll wird ein anderer im Durchmeſſer haben, welcher nur ſo groß als der 3te Theil des erſtern iſt?

3) Der Boden eines Zubers hat 5 Schuh im Durchmeſſer; wie viel Schuh lang wird wohl der Umkreis eines ſolchen Bodens ſeyn, der 15 Schuh im Durchmeſſer hat?

Auflöſung.

1) Halb ſo viel als 25 Zoll, das iſt: $12\frac{1}{2}$ Zoll.

2) Ant. Nur den 3ten Theil von 30 Zoll, das iſt: 10 Zoll.

3) Iſt der Durchmeſſer 5 Schuh lang, ſo iſt ſein Zirkel 15,70; iſt er aber 15 Schuh lang, das iſt: 3 mal ſo lang, ſo iſt auch der Zirkel 3 mal ſo lang, das iſt: 3 × 15,70 = 47,10 oder $47\frac{1}{10}$ Schuh.

Man nehme wieder die 2 obgemeldeten Durchmeſſer 3 und 6, alsdann ihre Quadratzahlen; ferner ihre Kreiſe und Zirkelflächen, und endlich die Quadratzahlen ihrer Zirkel und ſchreibe alles folgender Maßen unter einander:

Durchmeſſer = 3. Quad. = 9. Zirkel = 9,42. Zirkelfläche = $7\frac{13}{200}$. Quadrat des Zirkels = 88,7364.

Durchmeſſer = 6. Quad. = 36. Zirkel = 18,84. Zirkelfläche = $28\frac{52}{200}$. Quadrat des Zirkels = 354,9456.

Hier ſieht man wieder folgende Verhältniſſe:

1) Das Quadrat des kleinen Durchmeſſers, nämlich 9, iſt der 4te Theil von dem Quadrat des größern Durchmeſſers, nämlich von 36.

2) Die kleinere Zirkelfläche, nämlich $7\frac{13}{200}$, iſt der 4te Theil von der größern Zirkelfläche, nämlich von $28\frac{52}{200}$, und

3) Das Quadrat des kleinern Zirkels, nämlich 88,7364, iſt ebenfalls der 4te Theil von dem Quadrat des größern Zirkels, nämlich von 354,9456.

So wie hier die kleinere Zirkelfläche der 4te Theil von der größern Zirkelfläche iſt, (da das Quadrat des kleinern Durchmeſſers der 4te Theil von dem Quadrat des größern Durchmeſſers iſt) eben ſo würde auch die kleinere Zirkelfläche der 5te, 6te ꝛc. Theil von der größern Zirkelfläche ſeyn, wenn das Quadrat des kleinern Durchmeſſers der 5te, 6te ꝛc. Theil von dem Quadrate des größern Durchmeſſers wäre. Dieſes gilt auch von den Quadratzahlen der Zirkel.

Man kann ſich daher wieder folgenden Grundſatz merken:

Die Quadratzahlen der Zirkel, und auch die Zirkelflächen verhalten ſich wie die Quadratzahlen ihrer Durchmeſſer:

Dieſemnach laſſen ſich folgende Aufgaben leicht löſen:

Anwendung.

1) Eine Zirkelfläche iſt mit 1000 Bäumen beſetzt, und hat im Umkreiſe 800 Schritte. Man ſoll eine andere Zirkelfläche mit 6000 Bäumen beſetzen; wie groß muß der Umkreis dazu ſeyn?

Ant. 1959 Schritte und etwas darüber.

2) Wie groß müßte der Umkreis ſeyn, der 20000 Menſchen faſſen ſollte, wenn ein anderer Umkreis, der 5000 faßt, 4000 Schuh lang iſt? Ant. 8000 Schuhe.

3) Ein Zuber hält 8 Ohm und hat im Durchmeſſer 5 Schuh über dem Boden; wie groß muß der Boden eines eben ſo hohen Zubers ſeyn, wenn er 12 Ohm halten ſoll? Ant. $6\frac{3}{25}$ Schuh.

4) Es kauft ſich jemand ein Gebund Schreibfedern, und beſtellt ſich noch ein Gebund, doch ſo, daß die Schnur dazu noch einmal ſo groß ſey; wie viel Federn bekommt er da, wenn ſie alle gleich dick ſind?

5) Man hat einen Trog unter 2 Röhren, a und b, liegen: a hat 2 Zoll im Durchmeſſer und füllt ihn in 45 Stunden, b hat 6 Zoll im Durchmeſſer; in wie viel Stunden füllen ihn beyde zugleich?

Auflöſungen.

1) Der Platz, den die Bäume auf dem Boden einnehmen, iſt der FlächenInhalt des Umkreiſes; wie ſich nun der

FlächenInhalt 1000 zu 6000 verhält, ſo verhält ſich die Quadratzahl des Umkreiſes, das iſt: 800×800 oder 640000 zur Quadratzahl des andern Umkreiſes, das iſt: zu 3840000. Hievon iſt die Wurzel = 1959 ꝛc.

2) Der FlächenInhalt 5000 zu 20000 wie 16000000 zu 64000000. Die Wurzel hievon iſt 8000.

3) Der Platz, welchen die Ohmen auf dem Boden einnehmen, iſt der Flächen-Inhalt; wie ſich alſo der Flächen-Inhalt 8 zu 12 verhält, eben ſo verhält ſich 25 zu x, das iſt: zu $37\frac{1}{2} = 37\frac{5}{10} = \frac{3750}{100}$. Die Wurzel hievon iſt beyläufig $6\frac{3}{25}$.

4) Die Schnur des kleinen Bundes iſt 1, und die des größern 2. Folglich iſt die Quadratzahl des kleinen Ringes oder Umkreiſes 1×1 oder 1, und die Q.Zahl des größern Ringes 2×2, das iſt: 4.

5) Wie ſich 4 zu 36 verh., eben ſo verhält ſich die Oeffnung a zur Oeffnung b, folglich iſt die Oeffnung b 9mal ſo weit als die Oeffnung a.

Nun aber füllt a in 45 Stunden den ganzen Trog, mithin in 1 Stund $\frac{1}{45}$ des Tr. und b in 1 Stund $\frac{9}{45}$ desſelben — Alſo füllen beyde $\frac{10}{45}$ oder $\frac{2}{9}$ des Troges in 1 Stund, und ſomit $\frac{9}{9}$ oder den ganzen Tr. in ſo viel Stunden, als 2 in 9 enthalten ſind, das iſt: in $4\frac{1}{2}$ St.

Der Kubus.

a) Von der Kubik-Wurzel.

[Der Lehrer zeigt einen von den oben beſchriebenen Würfeln (Kubikzollen) vor.]

Einen rechteckigen Körper, welcher ſo lang als breit und hoch iſt, heiſt man einen Kubus oder Würfel. Iſt daher ein rechteckiger Körper 1 Zoll lang, breit und hoch, ſo heiſt man ihn einen Kubik-Zoll; wie heiſt man demnach einen rechtecki-gen Körper, welcher 1 Schuh lang breit und hoch iſt? Ant. Einen Kubik-Schuh.

L. Wie heiſt man ſolchen Körper, wenn er 1 Ruth lang, breit und hoch iſt? ꝛc.

[Er legt 4 Kubikzolle ſo neben einander, daß ſie ein Quadrat bilden und ſpricht:]

Vier Kubikzoll kann man ſo zuſammen legen, daß ſie eine Quadrat-Schichte bilden.

[Er legt über dieſe 4 Würfel noch 4 und ſpricht:]

Legt man 2 ſolche Quadrat-Schichten über einander, ſo hat man einen Kubus, welcher 8 Kubikzoll enthält. Dieſer zuſammengeſetzte Kubus iſt nun 2 Zoll lang; wie breit oder dick iſt er? Ant. 2 Zoll breit.

L. Wie viel Zoll hoch iſt er? Ant. 2 Zoll hoch.

L. Kann man auch aus 9 Kubikzollen einen einzigen Kubus zuſammenſetzen, ohne einen zu zertheilen? —

L. In dieſem Falle müßte man den übrigen Kubikzoll in lauter viereckige Stückchen oder Brettchen zertheilen, und dieſe um den Kubus von 8 ſetzen. Kann man aber aus 9 Kubikzollen wieder eine Quadrat-Schichte zuſammenſetzen? Ant. Ja.

L. Wie viel ſolche Quadrat-Schichten müßte man aber da über einander legen, um wieder einen Kubus zu bekommen? Ant. 3 ſolche Q. Schichten.

L. Alſo noch einmal: Iſt ein Kubus 2 Zoll lang, ſo iſt er auch 2 Zoll breit, und ich denke mir daher unten eine Q. Schichte von 2 mal 2 oder 4 Kubikzollen; dann iſt er aber

auch 2 Zoll hoch und enthält alſo 2 ſolche Q.Schichten über einander, das ſind 2 mal 4 oder 8 Kubikzoll.

Iſt ein Kubus 3 Zoll lang, ſo iſt er auch 3 Zoll breit, und ich denke mir daher unten eine Quadrat-Schichte von 3 mal 3 oder 9 Kubikzoll; dann iſt er aber auch 3 Zoll hoch und enthält daher 3 ſolche Quadratſchichten über einander, das ſind 3 mal 9 oder 27 Kubikzoll.

Wie viel Kubikzoll enthält alſo ein Kubus, welcher 4 Zoll lang iſt? Ant. 64

L. Wie — — — — ein Kubus, welcher 5 Zoll lang iſt? Ant. 125.

L. Eine ſolche Zahl, welche den Inhalt eines Kubus anzeigt, oder welche durch das Vervielfältigen dreyer gleichen Zahlen entſteht, heiſt man eine Kubikzahl. Ich will euch dieſe Kubikzahlen von 1, 2 ꝛc. bis 5 an die Tafel ſchreiben:

(Er ſchreibt 1 . . . . . 1 und ſpricht:)

Ein Kubus, deſſen eine Seite 1 Zoll lang iſt, beträgt 1 Kubikzoll, daher iſt die Kubikzahl von 1 ſelbſt 1. (Er ſchreibt unter das Vorige 2 . . . . . 8 und ſpricht:)

Ein Kubus, deſſen eine Seite 2 Zoll lang iſt, beträgt 2 mal 2 oder 4 Kubikzoll, 2 mal genommen, das iſt: 8 Kubikzoll; wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 2? Ant. 8. (Er ſchreibt 3 . . . . 27, und ſpricht:)

Ein Kubus, deſſen eine Seite 3 Zoll lang iſt, beträgt 3 mal 3 oder 9 Kubikzoll, 3 mal genommen, das iſt: 27 Kubikzoll; wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 3? Ant. 27. (Er ſchreibt 4 . . . . . 64, und ſpricht:)

Ein Kubus, deſſen eine Seite 4 Zoll lang iſt, beträgt 4 mal 4 oder 16 Kubikzoll, 4 mal genommen, das iſt: 4 mal 16 oder 64 Kubikzoll; wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 4? Ant. 64. (Er ſchreibt 5 . . . . . 125 ꝛc.)

Ein Kubus, deſſen eine Seite 5 Zoll lang iſt, beträgt 5 mal 5 oder 25 Kubikzoll 5 mal genommen, das iſt: 5 mal 25 oder 125 Kubikzoll; wie viel iſt alſo die Kubikzahl von 5? Ant. 125. (Er ſchreibt 6 ..... und ſpricht:)

Weil ein Kubus in ſeiner Länge, Breite und Höhe 3 gleiche Maßzahlen hat, ſo darf man alſo, um ſeinen Inhalt zu finden, nur die Grundlinie einer ſeiner Seiten meſſen, dann dieſe Maßzahl 3 mal anſchreiben und durch ſich ſelbſt vervielfältigen.

Ein Kubus alſo, deſſen eine Seite 6 Zoll lang iſt, enthält ganz unten eine Quadratſchichte von 6 mal 6 oder 36 Kubikzoll, nun aber ſind 6 ſolche Quadratſchichten über einander, alſo beträgt er 6 mal 36 Kubikzoll; wie viel ſind dieß? Ant. 216 Kubikzoll.

L. Wie viel iſt daher die Kubikzahl von 6? Ant. 216.
(Er ſchreibt 216.

L. — — — die Kubikzahl von 7? Sucht ſie! Ant.
343. (Er ſchreibt 7..... 343.

L. — — — — — von 8? Ant. 512. (Er
ſchreibt 8.... 512.

L. — — — — — — 9? Ant. 729. (Er
ſchreibt 9.... 729.

L. — — — — — — 10? Ant. 1000. (Er
ſchreibt 10.... 1000.

L. Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie lang eine Seite eines Kubus iſt, heißt man die Wurzelzahl des Kubus, oder Kubikwurzel.

Da nun ein Kubus, der 1 Kubikzoll oder Kubikſchuh ꝛc. ausmacht, 1 Zoll oder Schuh lang iſt, ſo iſt die Kubikwurzel von 1 wieder 1.

Da ferner ein Kubus, welcher 8 Kubikzoll beträgt, 2

Zoll lang iſt, ſo iſt die Kubikwurzel von 8, (es mag von Zoll oder Schuh ꝛc. die Rede ſeyn) 2.

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 27? Ant. 3.

L. — — — — — — 64? Ant. 4.

u. ſ. w.

L. Wie viel iſt die Kubikwurzel von 2744? —

Anm. Um von dieſer ſo wie von jeder mehr = als 3 ſtelligen Zahl die Wurzel zu finden, geht man wie bey der Aufſuchung der Quadratwurzel von den kleinern bekannten Zahlen aus.

Es iſt daher wieder ſehr gut, wenn der Lehrer ſeinen Schülern vor Allem zeigt, wie man einen kleinen Kubus durch das Anſetzen an 3 Seiten, nämlich an der Länge, Breite und Höhe in einen größern verwandelt, z. B. Man ſoll einen Kubus, welcher aus 125 Kubikzoll beſteht, und alſo 5 zu ſeiner Wurzel hat, durch das Anſetzen noch mehrerer Kubikzoll an ſeine rechte, obere und hintere Seite in einen andern Kubus verwandeln, deſſen Wurzel 6 iſt: wie viel Kubikzoll braucht man noch? —

Um dieſes anſchaulich zu machen, muß ſich der Lehrer, da es zu viele Würfel erfodern würde, zum Voraus mit einem rechteckigen Klötzchen verſehen, welches 5 Zoll lang, 5 hoch 5 dick, und auf jeder Seite durch ſtarke Linien in 25 Quadratzoll abgetheilt iſt.

Dieſen Kubus ſtellt er auf einen Tiſch, wo er von allen Schülern deutlich geſehen werden kann.

Da nun auf jede Seite dieſes Kubus gerade eine Quadratſchichte von 25 Kubikzoll (kleine Würfeln) paßt, ſo verfährt er, um denſelben auf vorbemeldte Art zu vergrößern, wie folgt:

1ſtens. Er ſtellt eine Quadratſchichte von 25 Kubikzoll genau an die rechte Seite desſelben.

2) Er legt wieder eine ſolche Quadratſchichte von 25 Kubikzoll genau auf die obere Seite. (Statt dieſer kann er auch ein eben ſo großes viereckiges Brettchen, welches eben=falls durch ſtarke Linien in lauter Quadratzoll abgetheilt iſt, darauf legen. Er verſehe ſich mit noch 5 ſolchen Brettchen, da er ſogleich wieder eins und die übrigen in der Folge noch brauchen wird.)

3) Er ſtellt noch eine ſolche Quadratſchichte genau an die hintere Seite des Kubus.

Nun ſind noch 3 lange Lücken (oder Gräben) vorhanden. Er lege alſo in jede eine Reihe von 5 Würfeln, ſo bleibt zuletzt noch eine Ecke offen für 1 Würfel, den er vollends hineinlegt; und ſomit hat er einen Kubus, deſſen Wurzel jetzt 6 iſt.

Auf dieſe Art braucht man alſo zum Anſetzen

a) An die Länge, Höhe und Breite das 3 fache Quadrat von 5, das iſt: 3 mal 25 = 75.
b) In die 3 Lücken 3 mal 5 = 15
c) In die Ecke noch 1

zuſammen 91. Dieſe Kubik=Einheiten ſind alſo mit dem gegebenen Kubus zu 125

216. Das iſt: Der Kubus von 6.

Nun wird es dem Lehrer leicht ſeyn, wenn er auch nicht ſo viele Würfel hat, eben ſo die Löſung folgender Aufgaben zu erklären:

1) Wie viel Kubikzoll braucht man noch um den Kubus,

deſſen Wurzel 6 iſt, in einen größern zu verwandeln, deſſen Wurzel 7 iſt? Auflöſung.

a) An die Länge, Höhe und Breite, das 3fache Quadrat von 6, das iſt: 3 mal 36 = 108

b) In die 3 Lücken, 3 mal 6 = 18

c) In die Ecke noch 1

127

2) Wie viel Kubikeinheiten braucht man noch, um den Kubus, deſſen Wurzel 7 iſt, in einen größern zu verwandeln, deſſen Wurzel 8 iſt? Ant. Noch 169.

3) Wie viel ꝛc. um den Kubus von 8 in den Kubus von 9 zu verwandeln? 217.

4) — — ꝛc. — — — von 9 in den Kubus von 10 zu verwandeln? 271.

Um alſo auf dieſe Art einen Kubus ſo zu vergrößern, daß ſeine Wurzel um 1 größer wird, braucht man an 3 Seiten das 3fache Quadrat der gegebenen Wurzel 1 mal, folglich braucht man, um einen Kubus ſo zu vergrößern, daß ſeine Wurzel um 2 größer wird, das 3fache Quadrat ſeiner Wurzel 2 mal; wie viel braucht man aber jetzt in die Lücken? —

Dieſes wird ſich aus dem Folgenden ergeben:

Der Lehrer ſtellt ſein Klötzchen, welches 5 Zoll lang, 5 hoch und 5 breit iſt ꝛc. wieder ganz allein auf den Tiſch.

Da nun daraus ein größerer Kubus gebauet werden ſoll, deſſen Wurzel um 2 mehr iſt, ſo ſetzt er

a) 2 Quadratſchichten, nämlich 2 mal 25 Würfel genau an die rechte Seite desſelben, alsdann

b) 2 ſolche Quadratſchichten genau auf die obere Seite, und

c) wieder 2 ſolche Quadratſchichten an die hintere Seite.

Nun ſind noch 3 große Lücken vorhanden.

Er ſetzt daher in jede 20 Würfel, das iſt: 5 mal 4, oder 5 mal das Quadrat von 2, alsdann noch 8, das iſt: den Kubus von 2 in die Ecke, und hat ſomit einen Kubus, deſſen Wurzel 7 iſt.

Folglich braucht er hier zum Anſetzen

a) An die Länge, Höhe uud Breite das 3fache Quadrat von 5 zweymal, das iſt: 3 mal 25 oder 75, zweymal = 150

b) In die 3 Lücken 3 mal 5 mal das Quadrat von 2, das iſt: 15 mal 4 oder 60

c) In die Ecke den Kubus von 2, das iſt . . . 8

218

K. Zoll.

Dieſe KubikEinheiten ſind alſo mit den 125

343

das iſt: der Kubus von 7.

Eben ſo erklärt jetzt der Lehrer, wenn er auch nicht ſo viele Würfel hat, die Auflöſung folgender Aufgaben:

1) Wie viel Kubikzoll (Kubikſchuh, oder überhaupt KubikEinheiten) braucht man noch, um den Kubus, deſſen Wurzel 5 iſt, eben ſo in einen größern zu verwandeln, deſſen Wurzel 8 iſt? Auflöſung.

a) An die Länge, Höhe und Breite das 3fache Quadrat von 5 dreymal, das iſt: 3 mal 25 oder 75, dreymal = 225

b) In die 3 Lücken 3 mal 5 mal das Quadrat von 3, das iſt: 15 mal 9 oder 135

c) In die Ecke den Kubus von 3, das iſt: . 27

387

2) Wie viel Kubikzoll braucht man noch, um den Kubus, deſſen Wurzel 5 iſt, eben ſo in einen größern zu verwandeln, deſſen Wurzel 9 iſt? Ant. 604.

3) Wie viel Kubikzoll braucht man noch, um den Kubus, deſſen Wurzel 5 iſt, eben ſo in einen größern zu verwandeln, deſſen Wurzel 10 iſt? Ant. 875.

Geſetzt nun, man ſoll die Wurzel von dem Kubus 343 ſuchen, und weiß blos, daß die Wurzel von 125, die Zahl 5 iſt; wie wird man jene finden?

Ant. Wie vorhin, oder jetzt blos in Ziffern, wie folgt:

w | 343 (Aufl. Ich denke mir einen kleinern Kubus nämlich 125, deſſen Wurzel mir bekannt iſt, ſie iſt 5.

Ich ſchreibe alſo 5 in die Anzeigerſtelle, und ziehe 125 von 343 ab; es bleiben 218 übrig.

Dieſe 218 Einheiten müſſen alſo noch um den kleinen Kubus herum liegen, daher denke ich mir

a) An 3 Seiten das 3fache Quadrat von 5, das iſt: 3 mal 25 oder 75.

Ich weiß aber nicht, wie vielmal dieſe Einheiten angeſetzt ſind, daher unterſuche ich, wie vielmal die Zahl 75 in 218 enthalten iſt; ich verſuche es mit 2 mal (hier ſchreibt man 2 unter den Anzeiger 5)

2 mal 75 ſind 150, dieſe von 218 abgezogen, bleiben 68.

b) Iſt hier wirklich 2 mal angeſetzt, ſo befindet ſich in den 3 Lücken 3 mal 5 mal das Quadrat von 2, das iſt: 15 mal 4 oder 60, dieſe von 68 abgezogen, bleiben 8.

c) Nun muß noch der Kubus von 2 in der Ecke ſeyn, das ſind die übrigen 8.

```
w  | 343 ( 5
   | 125
   ------
75 | 218 ( 2
   | 150 ( —
   ------  7
    -68
     60
   ------
      8
      8
   ------
      -
```

Der 1ſte Theil der Wurzel iſt alſo 5, u.
der andere — — — — 2,

das ſind zuſammen 7.

Die ganze Berechnung muß zuletzt ausſehen, wie hier links.

Eben ſo werden noch folgende Aufgaben, wenn man auch gleich die Antworten ſchon voraus weiß, mittelſt des Kubus 125 gelöst, als:

Wie viel iſt die Kubikwurzel von	512?	Ant. 8.
— — — — —	— 729?	— 9.
— — — — —	— 1000?	— 10.

Und nun obige Aufgabe, nämlich:

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 2744? Aufl.

Ich denke mir eine kleinere Kubikzahl, deren Wurzel mir bekannt iſt, dieſe iſt 1000, ihre Wurzel iſt 10. (Man ſchreibt 10 in die Anzeigerſtelle.) 1000 von 2744 bleiben 1744.

Dieſe übrigen Einheiten müſſen alſo noch um den kleinern Kubus herum angeſetzt ſeyn; daher denke ich mir

a) An 3 Seiten das 3fache Quadrat von 10, das iſt: 3 mal 100 oder 300.

Ich weiß aber nicht, wie vielmal dieſe Einheiten angeſetzt ſind, daher unterſuche ich, wie vielmal die Zahl 300 in 1744 enthalten iſt; ich verſuche es mit 4 mal. (Hier ſchreibt man 4 unter 10 oder auf die Nulle) 4 mal 300 ſind 1200, dieſe von 1744 abgezogen, bleiben 544.

b) Iſt hier wirklich 4 mal angeſetzt, ſo befindet ſich in

den 3 Lücken 3 mal 10 mal das Quadrat von 4, das iſt: 30 mal 16 oder 480, dieſe 480 von 544 abgezogen, bleiben noch 64.

c) Nun muß noch der Kubus von 4 in der Ecke ſeyn, und das ſind die 64.

[Eben ſo werden noch folgende Aufgaben berechnet:]

Wie viel iſt die Kubikwurzel von 2197? Ant. 13.
— — — — — — 1728? — 12.
— — — — — — 1331? — 11.

Dieſes wird nun hinlänglich ſeyn, das ſonſtige Verfahren mit der Kubikwurzel blos in Ziffern einzuſehen. Man durchgehe daher mit den Schülern, ſobald ſie dieſes aufgefaßt haben die ganze Behandlung der Kubikzahlen im reinen Ziffernrechnen, wo auch noch größere Zahlen, und Brüche vorkommen.

Aufgaben

1) Man hat 19,683 kleine Würfel: dieſe will man als einen einzigen Würfel (Kubus) zuſammenſetzen; wie viel kommen in eine Reihe? Ant. 27.

2) Ein würfelförmiger Stein enthält 12167 Kubikzoll; wie lang iſt er? Ant. 23 Zoll.

3) Eine würfelförmige Grube hält 6859 Kubikſchuh Waſſer; wie tief iſt ſie? Ant. 19 Schuh.

4) Von mehreren Perſonen ſetzt jede ſo viel Gulden in ein Spiel, als ihrer ſind, ſie gewinnen auch den ganzen Einſatz ſo viel mal als ihrer ſind; wie viel Perſonen ſind es, da ihr ganzer Auszug 1331 fl. beträgt?

Auflöſungen:

Bey Nro. 1, bey 2 und 3) So viel als die Kubikwurzel jeder dieſer Zahlen iſt. Nro. 4) da jede ſo viel einſetzt als ihrer ſind, ſo entſteht ſchon ein Inhalt von 2 gleichen Zahlen; da ſie aber auch den Einſatz ſo vielmal gewinnen, als ihrer ſind, ſo entſteht ein Inhalt aus 3 gleichen Zahlen, folglich iſt die Zahl 1331 eine Kubikzahl, deren Wurzel mir die Anzahl der Perſonen anzeigt. Die Kubik-Wurzel von 1331 aber iſt 11, alſo ſind es 11 Perſonen.

---

b) Von dem Kubus in Bezug auf die Kugel.

[Aus ähnlichen Gründen, wie oben von dem Quadrate und Zirkel, ergibt ſich auch folgender Grundſatz:]

Die Kubik-Inhalte der Kugeln, und (wenn ſie von einerley Stoff ſind) ihre Gewichte verhalten ſich gegen einander, wie die Kubikzahlen ihrer Durchmeſſer.

[Hiernach laſſen ſich ähnliche Aufgaben löſen, wie folgende:]

Eine eiſerne Kugel, welche 12 Zoll im Durchmeſſer hat, wiegt 288 ℔; wie viel wird wohl eine andere eiſerne wiegen, deren Durchmeſſer 7 Zoll lang iſt? Ant. $57\frac{1}{6}$ ℔.

Auflöſung: Wie ſich die Kubikzahl von 12 zu der Kubikzahl von 7 verhält, ſo verhalten ſich 288 ℔ zu x.

Das iſt: $1728 : 343 = 288 : 57\frac{1}{6}$. ℔.